Министерство науки и высшего образования РФ
Уральский государственный экономический университет



Ю. Б. Мельников

Алгебра и теория чисел. Основы линейной алгебры

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения занятия

e-mail:
yu.b.melnikov@yandex.ru
UriiMelnikov58@gmail.com

Екатеринбург
2021

I. Инструкция к пособию **42**

II. Понятие линейного пространства **51**

II.1. Формализация понятия «линейное пространство» 56

II.2. Определение линейного пространства 74

II.3. Предварительные выводы 84

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств . 89

II.5. Выберем направления исследований линейных пространств 172

III. Алгебраический подход к описанию векторов **178**

III.1. Линейная комбинация векторов 192

III.1.1. Однозначность разложения 205

III.1.2. Линейная зависимость 232

III.1.3. Критерий линейной зависимости 239
III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов 264
III.2. Основные результаты к этому моменту 277
III.3. Базис 280
III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов 291
III.3.2. Полная система векторов 302
III.3.3. Теорема о единственности разложения по базису 303
III.3.4. Координаты вектора 310
III.3.5. Линейное выражение системы через другую . . . 313
III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$ 322
III.3.7. Теорема Штейница 348
III.3.8. Теорема о количестве базисных векторов 384
III.3.9. Определение размерности пространства 391
III.3.10. Теорема о дополняемости до базиса 392

III.3.11. Приоритетная цель исследований в линейной алгебре . . . 395
III.3.12. Основные результаты . . . 397
III.4. Подпространство . . . 398
III.4.1. Критерий подпространства . . . 400
III.4.2. Теорема о размерности подпространства . . . 408
III.4.3. Линейная оболочка . . . 411
III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки . . . 412
III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы . . . 426
III.4.6. Стандартные способы задания подпространств . . . 440
III.5. Основные результаты к этому моменту . . . 444

IV. Алгебраический подход к подпространствам 456
IV.1. Алгебра подпространств . . . 468
IV.1.1. Пересечение подпространств . . . 470

IV.1.2. Сумма подпространств 482
IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств . 493
IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения п/п 522
IV.3. Прямая сумма подпространств 532
IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств 538
IV.3.2. Прямая сумма нескольких подпространств . . . 566
IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств 568
IV.4. Основные результаты 613

V. Изоморфизм **616**
V.1. Линейная функция 618
V.2. Изоморфизм. Изоморфные пространства 631
V.3. Лемма об образе нулевого вектора 633
V.4. Лемма о **транзитивности** отношения изоморфности . . 641
V.5. Лемма об обратном изоморфизме 662

V.6. Основной вопрос аппарата линейной алгебры 680
V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме . 681
V.8. Критерий изоморфности линейных пространств 691
V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$ 716

VI. Матрица перехода в другой базис **728**
VI.1. Определение матрицы перехода в другой базис 732
VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах . . . 735

VII. Евклидово пространство **757**
VII.1. Неравенство Коши-Буняковского 769
VII.2. Матрица Грама 782
VII.3. Теорема о вычислении скалярного произведения . . . 790
VII.4. Свойства матрицы Грама 795
VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах 809

VIII. Ортогональность **829**

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта **830**

X. Теорема о существовании ОНБ в евклидовом пространстве **854**

X.1. Ортогональное дополнение 855

X.2. Свойства ортогонального дополнения 864

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении 865

X.2.2. Теорема о дополнении к линейной оболочке . . . 875

X.2.3. Следствие об ортогональном дополнении к базису подпространства 877

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения 881

X.2.5. Теорема о дополнении к дополнению 895

X.3. Ортогональная проекция 897

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства **899**
XI.1. Определение унитарного пространства 914
XI.2. Некоторые отличия унитарных пространств от евклидовых 915

XII. Нормированные и метрические пространства **922**
XII.1. Метрические пространства 923
XII.2. Нормированные пространства 927
XII.3. Теорема о норме противоположного вектор 936
XII.4. Теорема о норме разности 942
XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве 953
XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме 965
XII.7. Теорема Пифагора для евклидовых пространств . . . 978
XII.8. Эквивалентность норм 984

XII.9. Лемма о пределе нормы покоординатно бесконечно малой последовательности 989
XII.10. Лемма об ограниченности окрестности 992
XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве 1004

Пример 1 линейного пространства **1015**

Пример 2 доказательства линейной зависимости **1049**

Пример 3 системы порождающих линейного пространства **1064**

Пример 4 поиска базиса **1104**

Пример 5 поиска базиса **1148**

Пример 6 нахождения координат 1165

Пример 7 нахождения координат в естественном базисе 1206

Пример 8 нахождения координат в произвольном базисе 1277

Пример 9 поиска максимальной линейно независимой подсистемы 1333

Пример 10 системы, выражаемой и не выражаемой линейно через другую систему 1365

Пример 11 задания подпространства 1388

Пример 12 задания подпространства 1426

Пример 13 задания линейной оболочки системой уравне-

ний 1509

Пример 14 вычисления суммы и пересечения подпространств 1618

Пример 15 анализа суммы и пересечения подпространств 1718

Пример 16 перевода на «язык равенств и теоретико-множественных включений» и «язык координат» утверждений в терминах линейных пространств 1729

Пример 17 изоморфизма линейных пространств 1811

Пример 18 построения изоморфизма 1825

Пример 19 использования определения матрицы перехода 1854

Пример 20 поиска и использования матрицы перехода 1864

Пример 21 матрицы перехода и подпространства 1995

Пример 22 использования матрицы перехода 2118

Примеры задач для самостоятельного решения 2244

Построение линейных пространств 2244

Задача XIII.1 2245

Задача XIII.2 2246

Линейная зависимость и независимость системы векторов 2246

Задача XIV.3 2247

Задача XIV.4 2248

Задача XIV.5 2249

Задача XIV.6 2250

Система порождающих 2250

Задача XV.7 2251

Задача XV.8 2252

Поиск базисов 2252

Задача XVI.9 2253

Задача XVI.10 2254

Задача XVI.11 2255

Поиск координат вектора по определению 2255

Задача XVII.12 2256

Задача XVII.13 2257

Максимальная линейно независимая подсистема 2257

Задача XVIII.14 2258

Задача XVIII.15 2259

Задания подпространства линейного пространства 2259

Задача XIX.16 2260

Задача XIX.17 2261

Задача XIX.18 2262

Задача XIX.19 2263

Задача XIX.20 2264

Задача XIX.21 2265

Задача XIX.22 2266

Задача XIX.23 2267

Алгебра подпространств 2267

Задача XX.24 2268

Задача XX.25 2269

Задача XX.26 2270

Изоморфизм линейных пространств 2270

Задача XXI.27 2271

Задача XXI.28 2272

Задача XXI.29 2273

Задача XXI.30 2274

Матрица перехода 2274

Задача XXII.31 2275

Задача XXII.32 2276

Задача XXII.33 2277

Пример 23 проверки аксиом евклидова пространства 2278

Пример 24 вычисления матрицы Грама 2339

Пример 25 вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама 2430

Пример 26 на построение ОНБ 2501

Пример 27 на поиск ортогонального дополнения 2572

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$ 2623

Евклидово пространство 2630

Задача XXIV.34 2631

Задача XXIV.35 2632

Использование матрицы Грама 2632

Задача XXV.36 2633

Метод ортогонализации Грама-Шмидта 2633

Задача XXVI.37 2634

Задача XXVI.38 2635

Задача XXVI.39 2636

Ортогональное дополнение 2636

Задача XXVII.40 2637

Задача XXVII.41 2638

Задача XXVII.42 2639

Задача XXVII.43 2640

Задача XXVII.44 2641

Задача XXVII.45 2642

Задача XXVII.46 2643

Задача XXVII.47 2644

Задача XXVII.48 **2645**

Задача XXVII.49 **2646**

Задача XXVII.50 **2647**

XXVIII. Понятие линейного оператора **2648**

XXVIII.1. Определение линейного оператора 2649
XXVIII.2. Примеры линейных операторов 2660
XXVIII.3. Матрица линейного оператора 2669
XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора 2691
XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора 2704

XXIX. Алгебра линейных операторов **2728**

XXIX.1. Сумма линейных операторов 2729
XXIX.2. Произведение оператора на скаляр 2730
XXIX.3. Произведение операторов 2731

XXIX.4. Теорема об алгебре линейных операторов 2732
XXIX.5. Теорема о линейном пространстве линейных операторов 2734
XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц 2736
XXIX.7. Следствие о размерности линейного пространства линейных операторов 2767
XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе . . . 2773
XXIX.9. Определение ядра линейного оператора 2786
XXIX.10. Определение ядра линейного оператора 2787
XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора 2788
XXIX.12. Ранг и дефект линейного оператора 2802
XXIX.13. Теорема о ранге линейного оператора 2804
XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора 2809

XXIX.15. Замечание к теореме о сумме ранга и дефекта линейного оператора 2847
XXIX.16. Вырожденные и обратимые операторы 2851
XXIX.17. Обратные операторы 2852
XXIX.18. Критерий невырожденности оператора 2854
XXIX.19. Критерий вырожденности оператора 2856
XXIX.20. Инвариантные подпространства 2865
XXIX.21. Теорема об алгебре инвариантных подпространств 2867
XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора . . 2869

XXX. Собственные векторы **2881**
XXX.1. Определение собственного вектора 2885
XXX.2. Критерий собственного вектора 2889
XXX.3. Собственное подпространство 2891
XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора 2904

XXX.5. План вычисления собственного вектора с помощью матрицы оператора 2919

XXXI. Инварианты линейного оператора **2920**

XXXI.1. Определение инварианта оператора 2937

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома 2938

XXXII. Теорема Гамильтона-Кэли **2952**

XXXIII. Задача выбора и построения канонической матрицы оператора **2955**

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора 2960

XXXIII.2. Оператор простой структуры 2989

XXXIII.3. Критерий оператора простой структуры 2990

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма 2991

XXXIV. Линейные операторы и скалярное произведени 3046
XXXIV.1. Сопряженный оператор 3047
XXXIV.2. Теорема о существовании сопряженного оператора 3049
XXXIV.3. Определение сопряженного оператора 3051
XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора 3055
XXXIV.5. Доказательство теоремы о существовании сопряженного оператора 3078
XXXIV.6. Свойства **сопряженного оператора** 3079

XXXV. Нормальные операторы 3124
XXXV.1. Свойства нормальных операторов 3126
XXXV.2. Самосопряженные и эрмитовы операторы 3177
XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов 3178
XXXV.4. Ортогональные и унитарные операторы 3204
XXXV.5. Свойства ортогональных и унитарных операторов . 3205

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора . . . 3206
XXXV.7. Теорема об ортогональном операторе и ОНБ (критерий ортогональности оператора) . . . 3244

XXXVI. Применение к матричной алгебре 3245

XXXVII. Билинейные и квадратичные формы 3259
XXXVII.1. Билинейные формы на языке линейных пространств . . . 3264
XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов . . . 3267
XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы . . . 3290
XXXVII.3.1. Теорема о вычислении билинейной формы в координатах . . . 3300
XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах . . . 3303

XXXVII.3.3. Симметричная билинейная форма 3312
XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы 3314
XXXVII.4. Квадратичные формы 3339
XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм 3366
XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы . . 3390
XXXVII.4.3. Матрица квадратичной формы 3450
XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы 3453
XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду 3463
XXXVII.6.1. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа 3483

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования 3484
XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы 3494
XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы . . . 3519
XXXVII.6.5. Ранг квадратичной формы 3537
XXXVII.6.6. Положительно определенные квадратичные формы 3541

Пример 28 геометрического нахождения образа при линейном отображении **3545**

Пример 29 (геометрические операторы) **3562**

Пример 30 (запись матрицы оператора) **3665**

Пример 31 вычисления матрицы дифференциального оператора 3713

Пример 32 геометрического нахождения матрицы линейного оператора 3790

Пример 33 вычисления координат образа вектора 3807

Пример 34 нахождения образа при линейном отображении с помощью матрицы оператора 3908

Пример 35 применения матрицы перехода для вычисления матрицы линейного оператора 3927

Пример 36 вычисления ядра линейного оператора 4008

Пример 37 нахождения собственных векторов по опреде-

лению 4064

Пример 38 вычисления собственного вектора по матрице оператора 4144

Пример 39 вычисления собственных векторов линейного оператора 4242

Пример 40 (применение линейной алгебры) 4312

Пример 41 диагонализации матрицы линейного оператора 4391

Пример 42 нормальной жордановой формы геометрического оператора 4519

Случай, когда все пространство — корневое 4567

Задача XXXVIII.51 4567

Задача XXXVIII.52 4568

Задача XXXVIII.53 4569

Случай, когда одно из корневых пространств — одномерное 4570

Задача XXXIX.54 4570

Общий случай 4571

Задача XL.55 4571

Пример 43 нахождения сопряжённого оператора (геометрическое решение) 4572

Пример 44 вычисления сопряжённого оператора 4651

Пример 45 нахождения сопряжённого оператора (координатное решение) 4696

Пример 46 проверки ортогональности линейного оператора 4768

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$ 4816

Определение матрицы линейного оператора 4828

Задача XLII.56 4828

Задача XLII.57 4829

Задача XLII.58 4830

Задача XLII.59 4831

Применение теоремы о координатах образа вектора 4832

Задача XLIII.60 4832

Задача XLIII.61 4833

Задача XLIII.62 4834

Алгебра операторов 4835

Задача XLIV.63 4835

Задача XLIV.64 4836

Матрица оператора в разных базисах 4837

Задача XLV.65 4837

Собственные векторы и собственные значения 4838

Задача XLVI.66 4838

Задача XLVI.67 4839

Задача XLVI.68 4840

Диагонализация матрицы оператора 4841

Задача XLVII.69 4841

Задача XLVII.70 4842

Задача XLVII.71 4843

Сопряженный оператор 4844

Задача XLVIII.72 4844

Задача XLVIII.73 4845

Задача XLVIII.74 4846

Нормальный оператор 4847

Задача XLIX.75 4847

Задачи повышенной сложности 4847

Задача L.76 4848

Задача L.77 4849

Задача L.78 4850

Задача L.79 4851

Задача L.80 4852

Задача L.81 4853

Задача L.82 4854

Задача L.83 4855

Задача L.84 4856

Задача L.85 4857

Задача L.86 4858

Пример 47 задания билинейной формы многочленом от координат 4859

Пример 48 матричного представления билинейной формы 4866

Пример 49 получения и использования матрицы билинейной формы в разных базисах 4897

Пример 50 матрицы квадратичной формы 5023

Пример 51 приведения квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа 5037

Пример 52 приведения квадратичной формы к канониче-

скому виду методом Лагранжа 5053

Пример 53 приведения квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием 5076

Пример 54 приведения квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием 5126

Пример 55 проверки положительной определенности 5244

Пример 56 проверки положительной определенности 5256

Задачи для самостоятельного решения 5275

Порождение квадратичной формы симметричной билинейной формой 5275

Задача LI.87 5276

Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа 5276

Задача LII.88 5277

Задача LII.89 5278

Задача LII.90 5279

Задача LII.91 5280

Приведение уравнений линий и поверхностей второго порядка к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования 5280

Задача LIII.92 **5281**

Задача LIII.93 **5282**

Задача LIII.94 **5283**

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$ **5284**

LV. Взаимодействие между базисами **5322**

LVI. Комментарии **5336**

Комментарий 1 5337
Комментарий 2 5342
Комментарий 3 5346
Комментарий 4 5347
Комментарий 5 5348
Комментарий 6 5352

Комментарий 7 5364
Комментарий 8 5366
Комментарий 9 5367
LVI.10. Упражнения по линейным пространствам 5368
LVI.11. Упражнения по линейным операторам 5412
LVI.12. Упражнения: типовые планы 5437

Задача LVI.95 **5438**

Задача LVI.96 **5439**

Задача LVI.97 **5440**

Задача LVI.98 **5441**

LVII. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля **5442**

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с `Intel x-86`.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с `Intel x-86`.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла `0000Spisok.pdf` со ссылками на файлы `00Set.pdf`, `00Matrix.pdf`, `00AnalGeom.pdf`, `00LinAlgebra.pdf`, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы `Adobe Reader`.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с `Intel x-86`.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла `0000Spisok.pdf` со ссылками на файлы `00Set.pdf`, `00Matrix.pdf`, `00AnalGeom.pdf`, `00LinAlgebra.pdf`, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы `Adobe Reader`.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия **«Математический анализ»** и **«Элементарная математика».**

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения. Имеются гиперссылки на тесты для самообучения и самоконтроля.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В программе `Adobe Reader` и `Acrobat Reader` переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для того, чтобы ***вызвать панель навигации*** в `Acrobat Reader` надо, во-первых, выйти из полноэкранного режима (например, нажатием `Esc`), и, во-вторых, нажать клавишу `F4` и выбрать на левой вертикальной панели вертикальный флажок «Закладки» 🔖.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и $\leftarrow$ (в `Adobe Reader X` может не работать).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и $\leftarrow$ (в `Adobe Reader X` может не работать).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

II. Понятие линейного пространства

Мы рассмотрели несколько алгебр, в которых использовалось понятие сложения векторов и умножения вектора на число.

II. Понятие линейного пространства

Мы рассмотрели несколько алгебр, в которых использовалось понятие сложения векторов и умножения вектора на число.

При этом многие свойства этих операций в разных алгебрах одинаковы:

II. Понятие линейного пространства

Мы рассмотрели несколько алгебр, в которых использовалось понятие сложения векторов и умножения вектора на число.

Векторная алгебра		
1. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}} = \overrightarrow{\mathbf{y}} + \overrightarrow{\mathbf{x}}$;	коммутативность	
2. $(\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}}) + \overrightarrow{\mathbf{z}} = \overrightarrow{\mathbf{x}} + (\overrightarrow{\mathbf{y}} + \overrightarrow{\mathbf{z}})$;	ассоциативность	
3. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{0}} = \overrightarrow{\mathbf{x}}$;	существование нулевого вектора	
4. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + (-\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$;	существование обратного вектора	
5. $\lambda(\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{x}} + \lambda\overrightarrow{\mathbf{y}}$;		
6. $(\lambda + \mu)\overrightarrow{\mathbf{x}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{x}} + \mu\overrightarrow{\mathbf{x}}$;		
7. $(\lambda\mu)\overrightarrow{\mathbf{x}} = \lambda(\mu\overrightarrow{\mathbf{x}})$;		
8. $1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{x}}$		

II. Понятие линейного пространства

Мы рассмотрели несколько алгебр, в которых использовалось понятие сложения векторов и умножения вектора на число.

Векторная алгебра	**Матричная алгебра**	
1. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}} = \overrightarrow{\mathbf{y}} + \overrightarrow{\mathbf{x}}$;	1. $\mathbf{X} + \mathbf{Y} = \mathbf{Y} + \mathbf{X}$;	
2. $(\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}}) + \overrightarrow{\mathbf{z}} = \overrightarrow{\mathbf{x}} + (\overrightarrow{\mathbf{y}} + \overrightarrow{\mathbf{z}})$;	2. $(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) + \mathbf{Z} = \mathbf{X} + (\mathbf{Y} + \mathbf{Z})$;	
3. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{0}} = \overrightarrow{\mathbf{x}}$;	3. $\mathbf{X} + \mathbf{0} = \mathbf{X}$;	
4. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + (-\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$;	4. $\mathbf{X} + (-\mathbf{X}) = \mathbf{0}$;	
5. $\lambda(\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{x}} + \lambda\overrightarrow{\mathbf{y}}$;	5. $\lambda(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) = \lambda\mathbf{X} + \lambda\mathbf{Y}$;	
6. $(\lambda + \mu)\overrightarrow{\mathbf{x}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{x}} + \mu\overrightarrow{\mathbf{x}}$;	6. $(\lambda + \mu)\mathbf{X} = \lambda\mathbf{X} + \mu\mathbf{X}$;	
7. $(\lambda\mu)\overrightarrow{\mathbf{x}} = \lambda(\mu\overrightarrow{\mathbf{x}})$;	7. $(\lambda\mu)\mathbf{X} = \lambda(\mu\mathbf{X})$;	
8. $1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{x}}$	8. $1 \cdot \mathbf{X} = \mathbf{X}$	

II. Понятие линейного пространства

Мы рассмотрели несколько алгебр, в которых использовалось понятие сложения векторов и умножения вектора на число.

Векторная алгебра	**Матричная алгебра**	**Алгебра многочленов**
1. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}} = \overrightarrow{\mathbf{y}} + \overrightarrow{\mathbf{x}}$;	1. $\mathbf{X} + \mathbf{Y} = \mathbf{Y} + \mathbf{X}$;	1. $p(x) + q(x) = q(x) + p(x)$;
2. $(\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}}) + \overrightarrow{\mathbf{z}} = \overrightarrow{\mathbf{x}} + (\overrightarrow{\mathbf{y}} + \overrightarrow{\mathbf{z}})$;	2. $(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) + \mathbf{Z} = \mathbf{X} + (\mathbf{Y} + \mathbf{Z})$;	2. $(p(x) + q(x)) + r(x) = p(x) + (q(x) + r(x))$;
3. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{0}} = \overrightarrow{\mathbf{x}}$;	3. $\mathbf{X} + \mathbf{0} = \mathbf{X}$;	3. $p(x) + 0 = p(x)$;
4. $\overrightarrow{\mathbf{x}} + (-\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$;	4. $\mathbf{X} + (-\mathbf{X}) = \mathbf{0}$;	4. $p(x) + (-p(x)) = 0$;
5. $\lambda(\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{x}} + \lambda\overrightarrow{\mathbf{y}}$;	5. $\lambda(\mathbf{X} + \mathbf{Y}) = \lambda\mathbf{X} + \lambda\mathbf{Y}$;	5. $\lambda(p(x) + q(x)) = \lambda p(x) + \lambda q(x)$;
6. $(\lambda + \mu)\overrightarrow{\mathbf{x}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{x}} + \mu\overrightarrow{\mathbf{x}}$;	6. $(\lambda + \mu)\mathbf{X} = \lambda\mathbf{X} + \mu\mathbf{X}$;	6. $(\lambda + \mu)p(x) = \lambda p(x) + \mu p(x)$;
7. $(\lambda\mu)\overrightarrow{\mathbf{x}} = \lambda(\mu\overrightarrow{\mathbf{x}})$;	7. $(\lambda\mu)\mathbf{X} = \lambda(\mu\mathbf{X})$;	7. $(\lambda\mu)p(x) = \lambda(\mu p(x))$;
8. $1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{x}}$	8. $1 \cdot \mathbf{X} = \mathbf{X}$	8. $1 \cdot p(x) = p(x)$

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Формализуем понятие линейного пространства или сразу **перейдем к формулировке?**

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется...

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется...

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Мы формулировали **свойства** для:

— множества геометрических векторов (прямой, плоскости или пространства);

— множества матриц размерности $m \times n$;

— многочленов.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется множество

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Мы формулировали **свойства** для:

— множества геометрических векторов (прямой, плоскости или пространства);

— множества матриц размерности $m \times n$;

— многочленов.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется множество

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

В свойствах, помимо элементов x, y, z фигурируют обозначения **операций**.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется множество

с операциями $+$ *и* $\cdot$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

В свойствах, помимо элементов x, y, z фигурируют обозначения **операций**.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется множество с операциями $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Но умножение $\lambda x = \lambda \cdot x$ не является **операцией**, поскольку

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется множество с операциями $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Но умножение $\lambda x = \lambda \cdot x$ не является **операцией**, поскольку первый сомножитель не является элементом основного множества.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется множество с операциями $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Но умножение $\lambda x = \lambda \cdot x$ не является **операцией**, поскольку первый сомножитель не является элементом основного множества.

Кстати, это основное множество надо как-то обозначить, чтобы отличать его от множества, из которого берутся λ.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется множество U с операциями $+$ и $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Но умножение $\lambda x = \lambda \cdot x$ не является **операцией**, поскольку первый сомножитель не является элементом основного множества.

Кстати, это основное множество надо как-то обозначить, чтобы отличать его от множества, из которого берутся λ.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством называется множество U *с операциями* $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Но умножение $\lambda x = \lambda \cdot x$ не является **операцией**, поскольку первый сомножитель не является элементом основного множества.

Считается, что λ — действительное число, но в общем случае λ могут быть элементами других **полей**.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством над ***полем*** K *называется множество* U *с операциями* $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Но умножение $\lambda x = \lambda \cdot x$ не является **операцией**, поскольку первый сомножитель не является элементом основного множества.

Считается, что λ — действительное число, но в общем случае λ могут быть элементами других **полей**.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством над ***полем*** K *называется множество* U *с операциями* $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Но умножение $\lambda x = \lambda \cdot x$ не является **операцией**, поскольку первый сомножитель не является элементом основного множества.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством над ***полем*** K *называется множество* U *с операциями* $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Применяется два выхода:

— считать это «умножение» так называемой **внешней операцией**;

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством над ***полем*** K *называется множество* U *с операциями* $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Применяется два выхода:

— считать это «умножение» так называемой **внешней операцией**;

— считать операцией не $\cdot$, а $\lambda\cdot$, т.е. умножение на скаляр λ.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством над ***полем*** K *называется множество* U *с операциями* $+$ *и* $\underbrace{\cdot}_{?}$

Аксиомы: *1)* $x + y = y + x$; *2)* $(x + y) + z = x + (y + z)$;
3) $x + \mathbf{0} = x$; *4)* $x + (-x) = \mathbf{0}$; *5)* $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6) $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$; *7)* $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8) $1 \cdot x = x$.

Мы будем считать, что у нас не две операции, а операция сложения векторов линейного пространства U и набор операций $\lambda\cdot$, вообще говоря, различных для разных λ.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством над ***полем*** K *называется множество* U *с операциями* $+$ *и* $\lambda\cdot$

Аксиомы: *1)* $x+y=y+x$; *2)* $(x+y)+z=x+(y+z)$;
3) $x+\mathbf{0}=x$; *4)* $x+(-x)=\mathbf{0}$; *5)* $\lambda\cdot(x+y)=\lambda\cdot x+\lambda\cdot y$;
6) $(\lambda+\mu)\cdot x=\lambda\cdot x+\mu\cdot x$; *7)* $(\lambda\cdot\mu)\cdot x=\lambda\cdot(\mu\cdot x)$;
8) $1\cdot x=x$.

Мы будем считать, что у нас не две операции, а операция сложения векторов линейного пространства U и набор операций $\lambda\cdot$, вообще говоря, различных для разных λ.

II.1. Формализация понятия «линейное пространство»

Линейным пространством над ***полем*** K *называется множество* U *с операциями* $+$ *и* $\lambda\cdot$.

Об операциях известно лишь, что для них выполняются следующие аксиомы.

Аксиомы: *1)* $x+y=y+x$; *2)* $(x+y)+z=x+(y+z)$; *3)* $x+\mathbf{0}=x$; *4)* $x+(-x)=\mathbf{0}$; *5)* $\lambda\cdot(x+y)=\lambda\cdot x+\lambda\cdot y$; *6)* $(\lambda+\mu)\cdot x=\lambda\cdot x+\mu\cdot x$; *7)* $(\lambda\cdot\mu)\cdot x=\lambda\cdot(\mu\cdot x)$; *8)* $1\cdot x=x$.

Звучит как-то коряво...

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*
3. *существует такой вектор* $\mathbf{0}$*, что для любого вектора x из U выполняется равенство $x + \mathbf{0} = x$ (существование нулевого вектора);*

Не стоит записывать громоздкую словесную формулировку этой аксиомы...

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*
3. $\exists \mathbf{0} \in U \quad \forall x \in U \quad \big(x + \mathbf{0} = x\big)$ *(существование нулевого вектора);*

Теперь другое дело...

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*
3. $\exists \mathbf{0} \in U \quad \forall x \in U \quad \big(x + \mathbf{0} = x\big)$ *(существование нулевого вектора);*
4. *для любого вектора x из U существует вектор $-x$ такой, что $x + (-x) = \mathbf{0}$;*

Опять слишком много слов...

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*
3. $\exists \mathbf{0} \in U \quad \forall x \in U \quad \big(x + \mathbf{0} = x\big)$ *(существование нулевого вектора);*
4. $\forall x \in U \quad \exists (-x) \in U \quad \big(x + (-x) = \mathbf{0}\big)$;

Вот теперь лучше...

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*
3. $\exists \mathbf{0} \in U \quad \forall x \in U \quad \big(x + \mathbf{0} = x\big)$ *(существование нулевого вектора);*
4. $\forall x \in U \quad \exists (-x) \in U \quad \big(x + (-x) = \mathbf{0}\big)$;
5. $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*
3. $\exists \mathbf{0} \in U \quad \forall x \in U \quad \big(x + \mathbf{0} = x\big)$ *(существование нулевого вектора);*
4. $\forall x \in U \quad \exists (-x) \in U \quad \big(x + (-x) = \mathbf{0}\big)$;
5. $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6. $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$;

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*
3. $\exists \mathbf{0} \in U \quad \forall x \in U \quad \big(x + \mathbf{0} = x\big)$ *(существование нулевого вектора);*
4. $\forall x \in U \quad \exists (-x) \in U \quad \big(x + (-x) = \mathbf{0}\big)$;
5. $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6. $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$;
7. $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;

II.2. Определение линейного пространства

Определение 1. Линейное пространство над полем $\mathbf{K}$ — *это множество U (его элементы называются* **векторами***), на котором определена операция $+$ и, для каждого λ из поля $\mathbf{K}$, операция $\lambda\cdot$ умножения на λ, причем выполняются следующие 8 соотношений (аксиом линейного пространства):*

1. $x + y = y + x$ *(коммутативность);*
2. $(x + y) + z = x + (y + z)$ *(ассоциативность);*
3. $\exists \mathbf{0} \in U \quad \forall x \in U \quad \big(x + \mathbf{0} = x\big)$ *(существование нулевого вектора);*
4. $\forall x \in U \quad \exists (-x) \in U \quad \big(x + (-x) = \mathbf{0}\big)$;
5. $\lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y$;
6. $(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x$;
7. $(\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$;
8. $1 \cdot x = x$.

II.3. Предварительные выводы

Во-первых, мы абстрагируемся от конкретной «природы» элементов линейного пространства, получая более абстрактную и универсальную теорию. Любая теорема теории линейных пространств применима к *любому* линейному пространству!

II.3. Предварительные выводы

Во-первых, мы абстрагируемся от конкретной «природы» элементов линейного пространства, получая более абстрактную и универсальную теорию. Любая теорема теории линейных пространств применима к *любому* линейному пространству!

Во-вторых, если мы хотим *применять* эту теорию к конкретному приложению справедливость аксиом линейного пространства для этого множества с рассматриваемыми операциями надо доказывать. Но *«внутри теории»* эти аксиомы считаются истинными по определению.

II.3. Предварительные выводы

Во-первых, мы абстрагируемся от конкретной «природы» элементов линейного пространства, получая более абстрактную и универсальную теорию. Любая теорема теории линейных пространств применима к *любому* линейному пространству!

Во-вторых, если мы хотим *применять* эту теорию к конкретному приложению справедливость аксиом линейного пространства для этого множества с рассматриваемыми операциями надо доказывать. Но *«внутри теории»* эти аксиомы считаются истинными по определению.

Рассмотреть пример?

II.3. Предварительные выводы

Во-первых, мы абстрагируемся от конкретной «природы» элементов линейного пространства, получая более абстрактную и универсальную теорию. Любая теорема теории линейных пространств применима к *любому* линейному пространству!

Во-вторых, если мы хотим *применять* эту теорию к конкретному приложению справедливость аксиом линейного пространства для этого множества с рассматриваемыми операциями надо доказывать. Но *«внутри теории»* эти аксиомы считаются истинными по определению.

В-третьих, указанная «универсальность» теории приводит к некоторым проблемам в создании математического аппарата. Нам нужны формулы для вычисления величин и задания «объектов». Трудно представить себе нетривиальную формулу, которую можно с одинаковым успехом применять и к матрицам, и к многочленам и т.п.

II.3. Предварительные выводы

Поэтому мы весь вычислительный аппарат будем развивать только для одного типа пространств: для так называемого **арифметического линейного пространства** $\mathbb{R}^n$, то есть пространства матриц-столбцов (матриц размерности $n \times 1$). При этом мы разработаем «механизм», с помощью которого задачу для произвольного линейного пространства можно будет «переадресовать» в арифметическое пространство, там мы ее решим с помощью созданного нами вычислительного аппарата, а потом результат с помощью некой стандартной процедуры «переведем» обратно «на историческую родину», на язык исходного линейного пространства. «Механизм», обеспечивающие перевод с языка исходного линейного пространства на язык арифметических линейных пространств и обратно, базируется на понятии изоморфизма, которым мы займемся существенно позднее.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

Теорема 1. **[критерий нулевого вектора]** $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема 2. **[об умножении на нуль]** $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Теорема 3. **[критерий обратного вектора]** $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема 4. **[об умножении на -1]** $(-1) \cdot x = -x$.

Теорема 5. **[об умножении на $(-\lambda)$]** $(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

Теорема 1. **[критерий нулевого вектора]** $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема 2. **[об умножении на нуль]** $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Теорема 3. **[критерий обратного вектора]** $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема 4. **[об умножении на -1]** $(-1) \cdot x = -x$.

Теорема 5. **[об умножении на $(-\lambda)$]** $(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

Основным инструментом доказательства является

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

Теорема 1. **[критерий нулевого вектора]** $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема 2. **[об умножении на нуль]** $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Теорема 3. **[критерий обратного вектора]** $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема 4. **[об умножении на -1]** $(-1) \cdot x = -x$.

Теорема 5. **[об умножении на $(-\lambda)$]** $(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

Основным инструментом доказательства является система аксиом линейного пространства.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$(x + y) =$ x

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$$(-x) + (x + y) = (-x) + x$$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$$= (-x) + (x + y) = (-x) + x$$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$$= ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + x$$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$= \mathbf{0} + y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + x$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$y = \mathbf{0} + y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + x$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$y = \mathbf{0} + y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + x =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$y = \mathbf{0} + y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + x = \mathbf{0}$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$y = \mathbf{0} + y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + x = \mathbf{0}$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Доказательство критерия нулевого вектора:

$y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Необходимость. Если $y = \mathbf{0}$, то $x + y = x + \mathbf{0} = x$.

Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$. Тогда

$y = \mathbf{0} + y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + x = \mathbf{0}$.

Достаточность доказана.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы **об умножении на нуль:** $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Естественно воспользоваться

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Естественно воспользоваться

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x =$

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x =$

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x = (1 + 0) \cdot x =$

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x = (1 + 0) \cdot x = 1 \cdot x =$

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x = (1 + 0) \cdot x = 1 \cdot x = x$.

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x = (1 + 0) \cdot x = 1 \cdot x = x$.

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x = (1 + 0) \cdot x = 1 \cdot x = x$.

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x = (1 + 0) \cdot x = 1 \cdot x = x$.

Естественно воспользоваться **критерием нулевого вектора.**

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Доказательство теоремы об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

$x + 0 \cdot x = 1 \cdot x + 0 \cdot x = (1 + 0) \cdot x = 1 \cdot x = x$.

Согласно **критерию нулевого вектора** $0 \cdot x = \mathbf{0}$, что и требовалось доказать.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство **критерия обратного вектора:**

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

$(x + y) = \mathbf{0}$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

$$(-x) + (x + y) = (-x) + \mathbf{0}$$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

$= (-x) + (x + y) = (-x) + \mathbf{0}$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x+y=y+x$; 2) $(x+y)+z=x+(y+z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x+\mathbf{0}=\mathbf{0}+x=x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x+(-x)=(-x)+x=\mathbf{0}$; 5) $\lambda(x+y)=\lambda x+\lambda y$;
6) $(\lambda+\mu)x=\lambda x+\mu x$; 7) $(\lambda\cdot\mu)x=\lambda\cdot(\mu\cdot x)$; 8) $1\cdot x=x$.

Критерий нулевого вектора: $y=\mathbf{0}\Leftrightarrow(\exists x \quad x+y=x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0\cdot x=\mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y=-x\Leftrightarrow x+y=\mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y=-x$. Тогда

$x+y=x+(-x)=\mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x+y=\mathbf{0}$.

$=((-x)+x)+y=(-x)+(x+y)=(-x)+\mathbf{0}$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

$y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + \mathbf{0}$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

$y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + \mathbf{0} =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

$y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + \mathbf{0} = (-x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

$y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + \mathbf{0} = (-x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Доказательство критерия обратного вектора:

$y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Необходимость. Пусть $y = -x$. Тогда

$x + y = x + (-x) = \mathbf{0}$. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть $x + y = \mathbf{0}$.

$y = ((-x) + x) + y = (-x) + (x + y) = (-x) + \mathbf{0} = (-x)$.

Критерий доказан.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы **об умножении на** (-1)**:**

$(-1) \cdot x = (-x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

Естественно применить

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

$(-1) \cdot x + x =$

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

$(-1) \cdot x + x = (-1) \cdot x + 1 \cdot x =$

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

$(-1) \cdot x + x = (-1) \cdot x + 1 \cdot x = (-1 + 1) \cdot x =$

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

$(-1) \cdot x + x = (-1) \cdot x + 1 \cdot x = (-1 + 1) \cdot x = 0 \cdot x =$

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

$(-1) \cdot x + x = (-1) \cdot x + 1 \cdot x = (-1 + 1) \cdot x = 0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

$(-1) \cdot x + x = (-1) \cdot x + 1 \cdot x = (-1 + 1) \cdot x = 0 \cdot x = \mathbf{0}$.

По критерию обратного вектора получаем требуемое равенство $(-1) \cdot x = (-x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Доказательство теоремы об умножении на (-1):

$(-1) \cdot x = (-x)$.

$(-1) \cdot x + x = (-1) \cdot x + 1 \cdot x = (-1 + 1) \cdot x = 0 \cdot x = \mathbf{0}$.

По критерию обратного вектора получаем требуемое равенство $(-1) \cdot x = (-x)$.

Теорема доказана.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Первое доказательство теоремы **об умножении на $(-\lambda)$:**
$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Первое доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:
$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

Естественно применить

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Первое доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:
$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Первое доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda) \cdot x = \ -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x + \lambda x =$

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Первое доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x + \lambda x = (-\lambda + \lambda) \cdot x =$

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Первое доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x + \lambda x = (-\lambda + \lambda) \cdot x = 0 \cdot x =$

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Первое доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x + \lambda x = (-\lambda + \lambda) \cdot x = 0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Естественно применить критерий обратного вектора.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x+y=y+x$; 2) $(x+y)+z=x+(y+z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x+\mathbf{0}=\mathbf{0}+x=x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x+(-x)=(-x)+x=\mathbf{0}$; 5) $\lambda(x+y)=\lambda x+\lambda y$;
6) $(\lambda+\mu)x=\lambda x+\mu x$; 7) $(\lambda\cdot\mu)x=\lambda\cdot(\mu\cdot x)$; 8) $1\cdot x=x$.

Критерий нулевого вектора: $y=\mathbf{0}\Leftrightarrow(\exists x \quad x+y=x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0\cdot x=\mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y=-x\Leftrightarrow x+y=\mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1)\cdot x=(-x)$.

Первое доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda)\cdot x=\ -(\lambda\cdot x)=\lambda\cdot(-x)$.

$(-\lambda)\cdot x+\lambda x=(-\lambda+\lambda)\cdot x=0\cdot x=\mathbf{0}$.

По критерию обратного вектора получаем требуемые равенства $(-\lambda)\cdot x=-(\lambda\cdot x)=\lambda\cdot(-x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x+y=y+x$; 2) $(x+y)+z=x+(y+z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x+\mathbf{0}=\mathbf{0}+x=x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x+(-x)=(-x)+x=\mathbf{0}$; 5) $\lambda(x+y)=\lambda x+\lambda y$;
6) $(\lambda+\mu)x=\lambda x+\mu x$; 7) $(\lambda\cdot\mu)x=\lambda\cdot(\mu\cdot x)$; 8) $1\cdot x=x$.

Критерий нулевого вектора: $y=\mathbf{0}\Leftrightarrow(\exists x \quad x+y=x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0\cdot x=\mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y=-x\Leftrightarrow x+y=\mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1)\cdot x=(-x)$.

Первое доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda)\cdot x=\ -(\lambda\cdot x)=\lambda\cdot(-x)$.

$(-\lambda)\cdot x+\lambda x=(-\lambda+\lambda)\cdot x=0\cdot x=\mathbf{0}$.

По критерию обратного вектора получаем требуемые равенства $(-\lambda)\cdot x=-(\lambda\cdot x)=\lambda\cdot(-x)$.

Теорема доказана.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Второе доказательство теоремы **об умножении на $(-\lambda)$:**
$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Второе доказательство теоремы **об умножении на $(-\lambda)$:**
$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Второе доказательство теоремы **об умножении на $(-\lambda)$:**
$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x = ((-1) \cdot \lambda) \cdot x =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Второе доказательство теоремы **об умножении на $(-\lambda)$:**

$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x = ((-1) \cdot \lambda) \cdot x =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Второе доказательство теоремы **об умножении на $(-\lambda)$:**
$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x = ((-1) \cdot \lambda) \cdot x = (-1)(\lambda \cdot x) =$

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Второе доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x = ((-1) \cdot \lambda) \cdot x = (-1)(\lambda \cdot x) =$

По теореме об умножении на (-1)...

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Второе доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

$(-\lambda) \cdot x = ((-1) \cdot \lambda) \cdot x = (-1)(\lambda \cdot x) = -(\lambda \cdot x)$.

По теореме об умножении на (-1)...

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x+y=y+x$; 2) $(x+y)+z=x+(y+z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x+\mathbf{0}=\mathbf{0}+x=x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x+(-x)=(-x)+x=\mathbf{0}$; 5) $\lambda(x+y)=\lambda x+\lambda y$;
6) $(\lambda+\mu)x=\lambda x+\mu x$; 7) $(\lambda\cdot\mu)x=\lambda\cdot(\mu\cdot x)$; 8) $1\cdot x=x$.

Критерий нулевого вектора: $y=\mathbf{0}\Leftrightarrow(\exists x \quad x+y=x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0\cdot x=\mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y=-x\Leftrightarrow x+y=\mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1)\cdot x=(-x)$.

Второе доказательство теоремы об умножении на $(-\lambda)$:

$(-\lambda)\cdot x=\ -(\lambda\cdot x)=\lambda\cdot(-x)$.

$(-\lambda)\cdot x=((-1)\cdot\lambda)\cdot x=(-1)(\lambda\cdot x)=-(\lambda\cdot x)$.

Теорема доказана.

II.4. Элементарные теоремы теории линейных пространств

1) $x + y = y + x$; 2) $(x + y) + z = x + (y + z)$; 3) $\exists \mathbf{0}\ x + \mathbf{0} = \mathbf{0} + x = x$;
4) $\forall x\ \exists(-x)\ x + (-x) = (-x) + x = \mathbf{0}$; 5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y$;
6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x$; 7) $(\lambda \cdot \mu)x = \lambda \cdot (\mu \cdot x)$; 8) $1 \cdot x = x$.

Критерий нулевого вектора: $y = \mathbf{0} \Leftrightarrow (\exists x \quad x + y = x)$.

Теорема об умножении на нуль: $0 \cdot x = \mathbf{0}$.

Критерий обратного вектора: $y = -x \Leftrightarrow x + y = \mathbf{0}$.

Теорема об умножении на (-1): $(-1) \cdot x = (-x)$.

Теорема об умножении на $(-\lambda)$: $(-\lambda) \cdot x = -(\lambda \cdot x) = \lambda \cdot (-x)$.

Замечание 1. *Однозначность* $\mathbf{0}$ *и* $(-x)$ *означает, что мы можем рассматривать в линейном пространстве еще две «вторичных» операции: нульместную операцию (константу) «нулевой вектор» и одноместную операцию «взятие обратного вектора».*

II.5. Выберем направления исследований линейных пространств

Понятие линейного пространства является результатом абстрагирования и обобщения, дальнейшее движение по этому пути в данный момент будет весьма затруднительным. Изучение особенностей отдельных векторов линейного пространства и дальнейшее изучение свойств операций также затруднено в связи с тем, что у нас слишком мало информации об этих объектах: неизвестна их природа (мы от нее абстрагировались), конкретный способ задания операции.

II.5. Выберем направления исследований линейных пространств

Изучение объекта означает построение его модели. Следовательно, нам необходимо сопоставить линейному пространству некоторое множество. Одним из очевидных вариантов является сопоставление линейному пространству множества векторов, но, видимо, будет затруднительно получить что-либо существенное, кроме рассмотренных выше элементарных теорем теории линейных пространств. В качестве еще одного варианта построения модели можно рассмотреть некоторые подмножества носителя линейного пространства.

II.5. Выберем направления исследований линейных пространств

На рассматриваемом нами этапе развития теории весьма эффективными оказались стратегии «поиска аналогии» и «перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов».

II.5. Выберем направления исследований линейных пространств

В качестве аналогии рассмотрим структуру армейского подразделения. С одной стороны, подразделение состоит из военнослужащих. Однако, с тех пор как подразделения стали достаточно крупными, их стали разделять на более мелкие части, похожие по структуре на исходные: полк подразделяется на батальоны и н екоторые другие части, каждый батальон — на роты и т.д. Другой вариант состоит, например, в выделении групп военнослужащих в соответствии с их воинскими специальностями, или выделение рядового, младшего командного состава и др. В соответствии с этой аналогией один из вариантов продолжения исследования состоит в том, чтобы выбрать подмножества, позволяющие построить объекты, похожие на исходное линейное пространство — этот вариант рассмотрен ниже (алгебра подпространств).

II.5. Выберем направления исследований линейных пространств

Однако рассмотренная аналогия с воинским подразделением в данный момент не является наиболее перспективной. Более естественной является идея обратиться за идеями к рассмотренным примерам линейных пространств. Одним из наиболее эффективных методов решения задач по векторной алгебре является метод координат. Задание вектора строкой его координат в некотором базисе является одним из стандартных способов задания вектора. Такая форма представления вектора позволила применить мощный и эффективный аппарат матричной алгебры, что в немалой степени обусловило успешность координатного метода. Мы попытаемся перенести соответствующие конструкции на случай произвольного линейного пространства.

II.5. Выберем направления исследований линейных пространств

В основе этого аппарата лежит следующая идея: в линейном пространстве мы находим некоторые «элементарные кирпичики», из которых с помощью «стандартных процедур» строятся интересующие нас «объекты». В качестве «элементарных кирпичиков» естественно взять некоторые векторы линейного пространства (в векторной алгебре в этом качестве нередко выступают базисные орты $\overrightarrow{\mathbf{i}}$, $\overrightarrow{\mathbf{j}}$, $\overrightarrow{\mathbf{k}}$). «Соединительным материалом» для «элементарных кирпичиков» будут, разумеется, операции линейного пространства. Начнем мы с того, что корректно сформулируем общее определение линейной комбинации элементов и линейной функции.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *A понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования, предназначенный для (вообще говоря, приближенного) представления объекта A в виде результата применения типовых преобразований и типовых комбинаций объектов у базовым объектам.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций объектов — векторов линейного пространства.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций объектов — векторов линейного пространства.

Результатом будет понятие линейной комбинации векторов.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций объектов — векторов линейного пространства.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций объектов — векторов линейного пространства.

Потом рассмотрим методологию формирования системы базовых элементов.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций объектов — векторов линейного пространства.

Потом рассмотрим методологию формирования системы базовых элементов.

Результатом будут понятия базы и базиса, матрицы перехода от одного базиса к другому, алгоритма выделения максимальной линейно независимой подсистемы системы векторов и др.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций объектов — векторов линейного пространства.

Потом рассмотрим методологию формирования системы базовых элементов.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Мы предлагаем *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций объектов — векторов линейного пространства.

Потом рассмотрим методологию формирования системы базовых элементов.

Механизм аппроксимирования будет основан на переходе к $\mathbb{R}^n$.

III. Алгебраический подход к описанию векторов

Итак, начнем с системы типовых преобразований и типовых комбинаций векторов линейного пространства.

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$.

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Как с их помощью можно «состряпать» произвольный вектор из U?

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Как с их помощью можно «состряпать» произвольный вектор из U?

Из **определения линейного пространства** следует, что для этого мы можем воспользоваться только операциями $+$, $\lambda\cdot$, процедурой нахождения обратного вектора и нулевым вектором.

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Как с их помощью можно «состряпать» произвольный вектор из U?

Из **определения линейного пространства** следует, что для этого мы можем воспользоваться только операциями $+$, $\lambda\cdot$, процедурой нахождения обратного вектора и нулевым вектором.

Согласно **теореме об умножении на** (-1) процедура нахождения обратного вектора сводится к умножению на (-1).

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Как с их помощью можно «состряпать» произвольный вектор из U?

Из **определения линейного пространства** следует, что для этого мы можем воспользоваться только операциями $+$, $\lambda\cdot$, процедурой нахождения обратного вектора и нулевым вектором.

Согласно **теореме об умножении на** (-1) процедура нахождения обратного вектора сводится к умножению на (-1).

В силу **теоремы об умножении на нуль** получение нулевого вектора также сводится к умножению на скаляр (в данном случае, на 0).

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Мы показали, что для построения с их помощью произвольного вектора из U достаточно использовать только операциями $+$ и $\lambda\cdot$.

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Мы показали, что для построения с их помощью произвольного вектора из U достаточно использовать только операциями $+$ и $\lambda\cdot$.

Допустим, мы представили некоторый вектор v из U в виде

$$v = (-2)\,(3u_1 - 4u_3) + 3\,(u_2 - 5\,(u_3 - u_1))\,.$$

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Мы показали, что для построения с их помощью произвольного вектора из U достаточно использовать только операциями $+$ и $\lambda\cdot$.

Допустим, мы представили некоторый вектор v из U в виде

$$v = (-2)\,(3u_1 - 4u_3) + 3\,(u_2 - 5\,(u_3 - u_1))\,.$$

Выражение в правой части этого равенства в силу **аксиом линейного пространства** можно упростить:

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Мы показали, что для построения с их помощью произвольного вектора из U достаточно использовать только операциями $+$ и $\lambda\cdot$.

Допустим, мы представили некоторый вектор v из U в виде

$$v = (-2)\,(3u_1 - 4u_3) + 3\,(u_2 - 5\,(u_3 - u_1))\,.$$

Выражение в правой части этого равенства в силу **аксиом линейного пространства** можно упростить:

$$v = -6u_1 + 8u_3 + 3u_2 - 15u_3 + 15u_1 \quad \Rightarrow$$

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Мы показали, что для построения с их помощью произвольного вектора из U достаточно использовать только операциями $+$ и $\lambda\cdot$.

Допустим, мы представили некоторый вектор v из U в виде

$$v = (-2)\,(3u_1 - 4u_3) + 3\,(u_2 - 5\,(u_3 - u_1))\,.$$

Выражение в правой части этого равенства в силу **аксиом линейного пространства** можно упростить:

$$v = -6u_1 + 8u_3 + 3u_2 - 15u_3 + 15u_1 \quad \Rightarrow \quad v = 9u_1 + 3u_2 - 7u_3.$$

III.1. Линейная комбинация векторов

Для создания правил выбора «элементарных кирпичиков», применим **стратегию предвкушения**.

Допустим, что мы уже выбрали набор «элементарных кирпичиков», например, систему векторов $u_1,\ u_2,\ u_3$ из U. Мы показали, что для построения с их помощью произвольного вектора из U достаточно использовать только операциями $+$ и $\lambda\cdot$.

Допустим, мы представили некоторый вектор v из U в виде

$$v = (-2)\,(3u_1 - 4u_3) + 3\,(u_2 - 5\,(u_3 - u_1))\,.$$

Выражение в правой части этого равенства в силу **аксиом линейного пространства** можно упростить:

$$v = -6u_1 + 8u_3 + 3u_2 - 15u_3 + 15u_1 \quad \Rightarrow \quad v = 9u_1 + 3u_2 - 7u_3.$$

Таким образом, наиболее интересны выражения вида $\alpha u_1 + \beta u_2 + \gamma u_3$.

III.1. Линейная комбинация векторов

Определение 2. *Пусть U — линейное пространство над* ***полем*** *K.* **Линейной комбинацией** *элементов u_1, u_2, …, u_m линейного пространства U с коэффициентами $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ из K называется выражение*

$$\lambda_1 \cdot u_1 + \lambda_2 \cdot u_2 + \ldots + \lambda_m \cdot u_m.$$

III.1.1. Однозначность разложения

Требование однозначности очень популярно в математике и ее приложениях.

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Одна из стратегий формализации информации может рассматриваться как частный случай стратегии смены ролей и приоритетов: в данном случае, она сводится к формализации противоположного понятия.

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Предполагается, что есть хотя бы одно разложение.

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m$$

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m$$

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m$$

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m, \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m, \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m, \end{cases} \text{ причем, } \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m, \end{cases} \text{ причем, } \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases}$$

Осталось сформулировать отрицание.

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow$$

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m, \end{cases} \text{ причем, } \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases}$$

Осталось сформулировать отрицание.

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

Как записать «на языке равенств и неравенств» утверждение, что вектор v *однозначно* раскладывается в динейную комбинацию векторов $u_1, u_2, \ldots, u_m$.

Как записать, что разложение неоднозначно?

Есть хотя бы два разных разложения вектора v.

Переведем это утверждение «на язык равенств».

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m, \end{cases} \text{ причем, } \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases}$$

Осталось сформулировать отрицание.

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$(\alpha_1 - \beta_1) \cdot u_1 + \ldots + (\alpha_m - \beta_m) \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 - \beta_1 = 0; \\ \ldots \\ \alpha_m - \beta_m = 0. \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$\underbrace{(\alpha_1 - \beta_1)} \cdot u_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_m - \beta_m)} \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \underbrace{\alpha_1 - \beta_1} = 0; \\ \ldots \\ \underbrace{\alpha_m - \beta_m} = 0. \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$\underbrace{(\alpha_1 - \beta_1)} \cdot u_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_m - \beta_m)} \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \underbrace{\alpha_1 - \beta_1} = 0; \\ \ldots \\ \underbrace{\alpha_m - \beta_m} = 0. \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$\underbrace{(\alpha_1 - \beta_1)}_{\lambda_1} \cdot u_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_m - \beta_m)} \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \underbrace{\alpha_1 - \beta_1}_{\lambda_1} = 0; \\ \ldots \\ \underbrace{\alpha_m - \beta_m} = 0. \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$\underbrace{(\alpha_1 - \beta_1)}_{\lambda_1} \cdot u_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_m - \beta_m)}_{\lambda_m} \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \underbrace{\alpha_1 - \beta_1}_{\lambda_1} = 0; \\ \ldots \\ \underbrace{\alpha_m - \beta_m}_{\lambda_m} = 0. \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$\lambda_1 \cdot u_1 + \lambda_2 \cdot u_2 + \ldots + \lambda_m \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0; \\ \ldots \\ \lambda_m = 0. \end{cases} \quad (2)$$

$$\underbrace{(\alpha_1 - \beta_1)}_{\lambda_1} \cdot u_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_m - \beta_m)}_{\lambda_m} \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \underbrace{\alpha_1 - \beta_1}_{\lambda_1} = 0; \\ \ldots \\ \underbrace{\alpha_m - \beta_m}_{\lambda_m} = 0. \end{cases}$$

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$\lambda_1 \cdot u_1 + \lambda_2 \cdot u_2 + \ldots + \lambda_m \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0; \\ \ldots \\ \lambda_m = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Таким образом, если хотя бы для одного вектора v разложение не является однозначным, то неоднозначным будет и разложение любого векторов линейного пространства.

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$\lambda_1 \cdot u_1 + \lambda_2 \cdot u_2 + \ldots + \lambda_m \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0; \\ \ldots \\ \lambda_m = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Таким образом, если хотя бы для одного вектора v разложение не является однозначным, то неоднозначным будет и разложение любого векторов линейного пространства.

Поэтому мы в основу создаваемого понятийного аппарата положим **формулу (2),** на основании которой мы сформулируем определение *линейно независимой системы векторов.*

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

(однозначность разложения)

$$\lambda_1 \cdot u_1 + \lambda_2 \cdot u_2 + \ldots + \lambda_m \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0; \\ \ldots \\ \lambda_m = 0. \end{cases} \quad (2)$$

(линейная независимость системы векторов)

Таким образом, если хотя бы для одного вектора v разложение не является однозначным, то неоднозначным будет и разложение любого векторов линейного пространства.

Поэтому мы в основу создаваемого понятийного аппарата положим **формулу (2),** на основании которой мы сформулируем определение *линейно независимой системы векторов.*

III.1.1. Однозначность разложения

$$\begin{cases} v = \alpha_1 \cdot u_1 + \alpha_2 \cdot u_2 + \ldots + \alpha_m \cdot u_m; \\ v = \beta_1 \cdot u_1 + \beta_2 \cdot u_2 + \ldots + \beta_m \cdot u_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1; \\ \alpha_2 = \beta_2; \\ \ldots \\ \alpha_m = \beta_m. \end{cases} \quad (1)$$

$$\lambda_1 \cdot u_1 + \lambda_2 \cdot u_2 + \ldots + \lambda_m \cdot u_m = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0; \\ \ldots \\ \lambda_m = 0. \end{cases} \quad (2)$$

В дальнейшем, как это принято в теории линейных пространств, мы будем использовать вместо словосочетания *подмножество векторов* термин **система векторов**. В некоторых источниках в этом же смысле используется слово «семейство».

III.1.2. Линейная зависимость

Определение 3. *Система векторов* $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ *линейного пространства* U *над* ***полем*** $\mathbf{K}$ *называется* **линейно независимой** *(сокращенно* **ЛНС***) тогда и только тогда, когда*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0,$$

т.е. справедлива ***формула (2)****.*

Мы считаем, что при задании множества списком элементов все элементы списка попарно различны, то есть

$$\begin{cases} \{p, q\} \subseteq \{1, 2, \ldots, m\} \\ p \neq q \end{cases} \Rightarrow a_p \neq a_q.$$

III.1.2. Линейная зависимость

Определение 3. *Система векторов* $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ *линейного пространства* U *над* ***полем*** $\mathbf{K}$ *называется* **линейно независимой** *(сокращенно* **ЛНС***) тогда и только тогда, когда*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0,$$

т.е. справедлива ***формула (2)****.*

В противном случае система векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ называется **линейно зависимой**.

III.1.2. Линейная зависимость

Определение 3. *Система векторов* $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ *линейного пространства* U *над* ***полем*** $\mathbf{K}$ *называется* **линейно независимой** *(сокращенно* **ЛНС***) тогда и только тогда, когда*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0,$$

т.е. справедлива ***формула (2)****.*

В противном случае система векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ называется **линейно зависимой**. Это определение носит «негативный характер» (если не ..., тогда ...). Мы дадим «позитивное» определение линейно независимой системы векторов:

III.1.2. Линейная зависимость

Определение 4. *Система векторов*[1] $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ *линейного пространства* U *над* ***полем*** $\mathbf{K}$ *называется* **линейно зависимой** *тогда и только тогда, когда найдутся такие элементы* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ *поля* $\mathbf{K}$*, не все равные 0, что имеет место равенство*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}.$$

Рассмотреть пример?

[1] Все a_k попарно различны.

III.1.2. Линейная зависимость

Определение 4. *Система векторов*[1] $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ *линейного пространства* U *над* ***полем*** $\mathbf{K}$ *называется* **линейно зависимой** *тогда и только тогда, когда найдутся такие элементы* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ *поля* $\mathbf{K}$*, не все равные 0, что имеет место равенство*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}.$$

Во многих областях науки, использующих аппарат линейной алгебры, определяется понятие линейно независимой системы векторов для бесконечных систем векторов (например, в функциональном анализе, теории рядов Фурье).

[1] Все a_k попарно различны.

III.1.2. Линейная зависимость

Определение 4. *Система векторов*[1] $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ *линейного пространства* U *над* ***полем*** $\mathbf{K}$ *называется* **линейно зависимой** *тогда и только тогда, когда найдутся такие элементы* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ *поля* $\mathbf{K}$*, не все равные 0, что имеет место равенство*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}.$$

Во многих областях науки, использующих аппарат линейной алгебры, определяется понятие линейно независимой системы векторов для бесконечных систем векторов (например, в функциональном анализе, теории рядов Фурье). Обычно в этом случае определяется понятие *суммы бесконечного числа векторов*.

[1] Все a_k попарно различны.

III.1.2. Линейная зависимость

Определение 4. *Система векторов*[1] $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ *линейного пространства* U *над* ***полем*** $\mathbf{K}$ *называется* **линейно зависимой** *тогда и только тогда, когда найдутся такие элементы* $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ *поля* $\mathbf{K}$*, не все равные 0, что имеет место равенство*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}.$$

Во многих областях науки, использующих аппарат линейной алгебры, определяется понятие линейно независимой системы векторов для бесконечных систем векторов (например, в функциональном анализе, теории рядов Фурье). Обычно в этом случае определяется понятие *суммы бесконечного числа векторов*. Корректное введение такого понятия требует владения аппаратом топологии, поэтому мы не будем в рамках этой главы углубляться в данную тему.

[1] Все a_k попарно различны.

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство.

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.*

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.* Пусть система векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ линейно зависима.

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.* Пусть система векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ линейно зависима. Надо доказать, что ?????

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.* Пусть система векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ линейно зависима. Надо доказать, что один из векторов системы является линейной комбинацией остальных.

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.* Пусть система векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ линейно зависима. Надо доказать, что один из векторов системы является линейной комбинацией остальных. По определению линейной зависимости получаем, что

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.* Пусть система векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ линейно зависима. Надо доказать, что один из векторов системы является линейной комбинацией остальных. По определению линейной зависимости получаем, что для некоторых $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ имеет место равенство

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0},$$

причем

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.* Пусть система векторов $\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ линейно зависима. Надо доказать, что один из векторов системы является линейной комбинацией остальных. По определению линейной зависимости получаем, что для некоторых $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ имеет место равенство

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0},$$

причем один из коэффициентов λ_s отличен от нуля.

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}, \quad \lambda_s \neq 0.$$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}, \quad \lambda_s \neq 0.$$

Тогда

$$a_s = -\frac{\lambda_1}{\lambda_s} a_1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_s} a_2 - \ldots - \frac{\lambda_{s-1}}{\lambda_s} a_{s-1} - \frac{\lambda_{s+1}}{\lambda_s} a_{s+1} - \ldots - \frac{\lambda_i}{\lambda_k} a_k,$$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}, \quad \lambda_s \neq 0.$$

Тогда

$$a_s = -\frac{\lambda_1}{\lambda_s} a_1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_s} a_2 - \ldots - \frac{\lambda_{s-1}}{\lambda_s} a_{s-1} - \frac{\lambda_{s+1}}{\lambda_s} a_{s+1} - \ldots - \frac{\lambda_i}{\lambda_k} a_k,$$

т.е., полагая $\mu_i = -\dfrac{\lambda_i}{\lambda_s}$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Необходимость.*

$$\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}, \quad \lambda_s \neq 0.$$

Тогда

$$a_s = -\frac{\lambda_1}{\lambda_s} a_1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_s} a_2 - \ldots - \frac{\lambda_{s-1}}{\lambda_s} a_{s-1} - \frac{\lambda_{s+1}}{\lambda_s} a_{s+1} - \ldots - \frac{\lambda_i}{\lambda_k} a_k,$$

т.е., полагая $\mu_i = -\dfrac{\lambda_i}{\lambda_s}$

$$a_s = \mu_1 a_1 + \mu_2 a_2 + \ldots + \mu_{s-1} a_{s-1} + \mu_{s+1} a_{s+1} + \ldots + \mu_k a_k.$$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.*

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если

$a_t = \lambda_1 a_1 +$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если

$a_t = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 +$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если

$a_t = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3 +$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если

$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} +$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если

$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \lambda_{t+1} a_{t+1} +$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если

$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \lambda_{t+2} a_{t+2} +$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если

$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \lambda_{t+2} a_{t+2} + \lambda_{t+3} a_{t+3} +$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если

$$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k,$$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если
$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k$,
то (перенося a_t в правую часть)

$$\lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + (-1) \cdot a_t + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}.$$

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если
$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k$,
то (перенося a_t в правую часть)

$$\lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \underbrace{(-1)}_{\neq 0} \cdot a_t + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}.$$

В этом разложении коэффициент перед вектором a_t отличен от 0, поэтому

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если
$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k$,
то (перенося a_t в правую часть)

$$\lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \underbrace{(-1)}_{\neq 0} \cdot a_t + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}.$$

В этом разложении коэффициент перед вектором a_t отличен от 0, поэтому система $\{a_1, \ldots, a_k\}$ линейно зависима,

III.1.3. Критерий линейной зависимости

Теорема 6. *Система векторов является* ***линейно зависимой*** *тогда и только тогда, когда хотя бы один из векторов этой системы является* ***линейной комбинацией*** *остальных векторов этой системы.*

Доказательство. *Достаточность.* Если
$a_t = \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k$,
то (перенося a_t в правую часть)

$$\lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_{t-1} a_{t-1} + \underbrace{(-1)}_{\neq 0} \cdot a_t + \lambda_{t+1} a_{t+1} + \ldots + \lambda_k a_k = \mathbf{0}.$$

В этом разложении коэффициент перед вектором a_t отличен от 0, поэтому система $\{a_1, \ldots, a_k\}$ линейно зависима, что и требовалось доказать.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.1: о линейной зависимости системы с нулем. Система векторов, содержащая нулевой вектор, **линейно зависима**.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.1: о линейной зависимости системы с нулем. Система векторов, содержащая нулевой вектор, **линейно зависима**.

Св.2 о независимости подсистемы. Если система векторов является **линейно независимой**, то любая ее подсистема также линейно независима.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.1: о линейной зависимости системы с нулем. Система векторов, содержащая нулевой вектор, **линейно зависима**.

Св.2 о независимости подсистемы. Если система векторов является **линейно независимой**, то любая ее подсистема также линейно независима.

Св.3 о зависимости надсистемы. Если подсистема векторов $\mathcal{B}$ системы векторов $\mathcal{A}$ является линейно зависимой, то и $\mathcal{A}$ — линейно зависимая система векторов.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.1: о линейной зависимости системы с нулем. Система векторов, содержащая нулевой вектор, **линейно зависима**.

Св.2 о независимости подсистемы. Если система векторов является **линейно независимой**, то любая ее подсистема также линейно независима.

Св.3 о зависимости надсистемы. Если подсистема векторов $\mathcal{B}$ системы векторов $\mathcal{A}$ является линейно зависимой, то и $\mathcal{A}$ — линейно зависимая система векторов.

Св.4 об однозначности разложения по ЛНС. Если $\mathcal{A}$ — **линейно независимая система векторов** и $x = \sum\limits_{k=1}^{n} \lambda_k u_k$, где $u_k \in \mathcal{A}$, — разложение вектора x в линейную комбинацию **попарно различных векторов** из $\mathcal{A}$, то коэффициенты λ_k **определяются однозначно**.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св1: о линейной зависимости системы с нулем. *Система векторов, содержащая нулевой вектор, является линейно зависимой.*

Доказательство. Пусть $\mathcal{A} = \{\mathbf{0}, a, b, \ldots, c\}$. Тогда в линейной комбинации векторов $1 \cdot \mathbf{0} + 0 \cdot a + 0 \cdot b + \ldots + 0 \cdot c = \mathbf{0}$ не все коэффициенты нулевые (перед $\mathbf{0}$ стоит коэффициент 1).

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св2: о независимости подсистемы. *Если система векторов является* ***линейно независимой****, то любая ее подсистема также* ***линейно независима****.*

Св.3: о зависимости надсистемы. *Если подсистема векторов* $\mathcal{B}$ *системы векторов* $\mathcal{A}$ *является линейно зависимой, то и* $\mathcal{A}$ *— линейно зависимая система векторов.*

Доказательство.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св2: о независимости подсистемы. *Если система векторов является* ***линейно независимой****, то любая ее подсистема также* ***линейно независима****.*

Св.3: о зависимости надсистемы. *Если подсистема векторов* $\mathcal{B}$ *системы векторов* $\mathcal{A}$ *является линейно зависимой, то и* $\mathcal{A}$ *— линейно зависимая система векторов.*

Доказательство. Доказываем от противного, «продолжаем» комбинацию, дающую $\mathbf{0}$, умножая векторы надсистемы на 0. И все!!!

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.4.: об однозначности разложения по ЛНС. *Если* $\mathcal{A}$ — ***линейно независимая система векторов*** *и* $x = \sum\limits_{k=1}^{n} \lambda_k u_k$, *где* $u_k \in \mathcal{A}$, — *разложение вектора* x *в линейную комбинацию попарно различных векторов из* $\mathcal{A}$, *то коэффициенты* λ_k *определяются однозначно.*

Доказательство. Мы опустим «генерацию доказательства», приведем только результат — оформленное доказательство. Итак,

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k = \sum_{k=1}^{n} \mu_k u_k \;\Rightarrow$$

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.4.: об однозначности разложения по ЛНС. *Если* $\mathcal{A}$ *—* ***линейно независимая система векторов*** *и* $x = \sum\limits_{k=1}^{n} \lambda_k u_k$, *где* $u_k \in \mathcal{A}$, *— разложение вектора* x *в линейную комбинацию попарно различных векторов из* $\mathcal{A}$, *то коэффициенты* λ_k *определяются однозначно.*

Доказательство. Мы опустим «генерацию доказательства», приведем только результат — оформленное доказательство. Итак,

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k = \sum_{k=1}^{n} \mu_k u_k \;\Rightarrow\; \sum_{k=1}^{n} (\lambda_k - \mu_k)\, u_k = \mathbf{0}.$$

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.4.: об однозначности разложения по ЛНС. *Если* $\mathcal{A}$ — ***линейно независимая система векторов*** *и* $x = \sum\limits_{k=1}^{n} \lambda_k u_k$, *где* $u_k \in \mathcal{A}$, — *разложение вектора* x *в линейную комбинацию попарно различных векторов из* $\mathcal{A}$, *то коэффициенты* λ_k *определяются однозначно.*

Доказательство. Мы опустим «генерацию доказательства», приведем только результат — оформленное доказательство. Итак,

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k = \sum_{k=1}^{n} \mu_k u_k \;\Rightarrow\; \sum_{k=1}^{n} (\lambda_k - \mu_k)\, u_k = \mathbf{0}.$$

Так как $\mathcal{A}$ — **линейно независимая система векторов**, то все коэффициенты в этом разложении равны 0.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.4.: об однозначности разложения по ЛНС. *Если* $\mathcal{A}$ — ***линейно независимая система векторов*** *и* $x = \sum\limits_{k=1}^{n} \lambda_k u_k$, *где* $u_k \in \mathcal{A}$, — *разложение вектора* x *в линейную комбинацию попарно различных векторов из* $\mathcal{A}$, *то коэффициенты* λ_k *определяются однозначно.*

Доказательство. Мы опустим «генерацию доказательства», приведем только результат — оформленное доказательство. Итак,

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k = \sum_{k=1}^{n} \mu_k u_k \;\Rightarrow\; \sum_{k=1}^{n} (\lambda_k - \mu_k)\, u_k = \mathbf{0}.$$

Так как $\mathcal{A}$ — **линейно независимая система векторов**, то все коэффициенты в этом разложении равны 0.

Следовательно, $\lambda_k - \mu_k = 0$, т.е.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.4.: об однозначности разложения по ЛНС. *Если* $\mathcal{A}$ — ***линейно независимая система векторов*** *и* $x = \sum\limits_{k=1}^{n} \lambda_k u_k$, *где* $u_k \in \mathcal{A}$, — *разложение вектора* x *в линейную комбинацию попарно различных векторов из* $\mathcal{A}$, *то коэффициенты* λ_k *определяются однозначно.*

Доказательство. Мы опустим «генерацию доказательства», приведем только результат — оформленное доказательство. Итак,

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k = \sum_{k=1}^{n} \mu_k u_k \;\Rightarrow\; \sum_{k=1}^{n} (\lambda_k - \mu_k)\, u_k = \mathbf{0}.$$

Так как $\mathcal{A}$ — **линейно независимая система векторов**, то все коэффициенты в этом разложении равны 0.

Следовательно, $\lambda_k - \mu_k = 0$, т.е. $\lambda_k = \mu_k$.

III.1.4. Свойства ЛЗ и НЛЗ векторов

Св.4.: об однозначности разложения по ЛНС. *Если* $\mathcal{A}$ — ***линейно независимая система векторов*** *и* $x = \sum\limits_{k=1}^{n} \lambda_k u_k$, *где* $u_k \in \mathcal{A}$, — *разложение вектора* x *в линейную комбинацию попарно различных векторов из* $\mathcal{A}$, *то коэффициенты* λ_k *определяются однозначно.*

Доказательство. Мы опустим «генерацию доказательства», приведем только результат — оформленное доказательство. Итак,

$$\sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k = \sum_{k=1}^{n} \mu_k u_k \;\Rightarrow\; \sum_{k=1}^{n} (\lambda_k - \mu_k)\, u_k = \mathbf{0}.$$

Так как $\mathcal{A}$ — **линейно независимая система векторов**, то все коэффициенты в этом разложении равны 0.

Следовательно, $\lambda_k - \mu_k = 0$, т.е. $\lambda_k = \mu_k$. Свойство доказано.

III.2. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+

III.2. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+критерий+

III.2. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+критерий+однозначность.

III.3. Базис

Цель данного раздела — поиск такой системы векторов, с помощью которой можно было бы **однозначно** представлять все остальные вектора пространства. Образно говоря, мы найдем «набор базисных элементов», из которых все остальные элементы (вектора) линейного пространства можно будет получать с помощью какой-либо стандартной процедуры. В качестве такой процедуры естественно взять линейную комбинацию «базисных элементов». Осталось определить, какой набор векторов можно взять в качестве «набора базисных элементов», изучить их свойства, в частности, выяснить, сколько таких «наборов базисных элементов».

III.3. Базис

Обычно при определении базиса пользуются одним из двух подходов. С одной стороны, можно за основу взять требование, чтобы любой вектор линейного пространства представлялся в виде линейной комбинации базисных векторов (подход, основанный на определенном ниже понятии «система порождающих элементов»). Тогда в качестве «набора базисных векторов» можно взять *минимальную* систему порождающих элементов. Оказывается, что для минимальности такой системы требуется только ее линейная независимость.

III.3. Базис

С другой стороны, можно основываться на требовании *однозначности* разложения вектора по базисным векторам, тогда в качестве «набора базисных векторов» следует брать *максимальные* **линейно независимые системы векторов** линейного пространства. Один из основных результатов состоит в том, что оба эти подхода приводят к одному и тому же результату. «Бог хитер, но не зловреден».

III.3. Базис

Определение 5. *Система векторов* B ***линейного пространства*** U *называется* **системой порождающих векторов** *или* **системой порождающих** ***линейного пространства*** U, *если всякий вектор из* U *является* ***линейной комбинацией*** *векторов из* B.

Рассмотрим пример?

III.3. Базис

Определение 5. *Система векторов* B ***линейного пространства*** U *называется* **системой порождающих векторов** *или* **системой порождающих** ***линейного пространства*** U*, если всякий вектор из* U *является* ***линейной комбинацией*** *векторов из* B.

Определение 6. *Максимальная* ***линейно независимая система векторов*** *линейного пространства* U*, если такая существует, называется* **базой** *линейного пространства* U.

III.3. Базис

Определение 5. *Система векторов* **В** ***линейного пространства*** U *называется* **системой порождающих векторов** *или* **системой порождающих** ***линейного пространства*** U, *если всякий вектор из* U *является* ***линейной комбинацией*** *векторов из* **В**.

Определение 6. *Максимальная* ***линейно независимая система векторов*** *линейного пространства* U, *если такая существует, называется* **базой** *линейного пространства* U.

Иными словами, система векторов $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots\}$ линейного пространства U называется **базой**, если, во-первых, система **Б** **линейно независима** и, во-вторых, при добавлении в эту систему хотя бы одно го вектора линейного пространства U, не принадлежащего системе **Б**, полученная система становится линейно зависимой.

III.3. Базис

Отметим, что часто наряду с термином *база* в этом же смысле используется термин *базис*. Мы, однако, обычно будем использовать термин «базис» в несколько другом смысле, а именно, в смысле *упорядоченной* системы векторов.

III.3. Базис

Определение 7. *Упорядоченная* ***база векторов линейного пространства*** U *называется* **базисом** *линейного пространства* U.

III.3. Базис

Определение 7. *Упорядоченная* ***база векторов линейного пространства*** U *называется* **базисом** *линейного пространства* U.

В дальнейшем мы будем базис и базу записывать одинаковым образом: $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, при этом в случае, когда речь идет о базисе, будем предполагать, что порядок следования векторов существенен (в нарушение обычного правила задания множества списком элементов). Кроме того, мы будем всегда предполагать (кроме специально оговоренных случаев), что в таком списке все элементы ***попарно различны***.

III.3. Базис

Определение 7. *Упорядоченная* ***база векторов линейного пространства*** U *называется* **базисом** *линейного пространства* U.

В дальнейшем мы будем базис и базу записывать одинаковым образом: $\{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, при этом в случае, когда речь идет о базисе, будем предполагать, что порядок следования векторов существенен (в нарушение обычного правила задания множества списком элементов). Кроме того, мы будем всегда предполагать (кроме специально оговоренных случаев), что в таком списке все элементы ***попарно различны***[2].

Посмотреть примеры?

[2] то есть $\begin{cases} \{p, q\} \subseteq \{1, 2, \ldots, n\} \\ p \neq q \end{cases} \quad \Rightarrow \quad e_p \neq e_q.$

III.3. Базис

Определение 7. *Упорядоченная* ***база векторов линейного пространства*** U *называется* **базисом** *линейного пространства* U.

Оказывается, как мы сейчас увидим, если база существует, то базу и базис (если порядок «перечисления» векторов существенен) можно взять в качестве набора основных «кирпичиков», из которых «строится» (притом однозначным образом!) любой вектор этого линейного пространства. Основой для такого утверждения являются следующие две теоремы.

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство.

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.
Необходимость.

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Необходимость. Возьмем произвольный вектор x из U.

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Необходимость. Возьмем произвольный вектор x из U. Тогда $\{e_1, \ldots, e_n, x\}$ — линейно зависимая система векторов (в силу максимальности **Б**).

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Необходимость. Возьмем произвольный вектор x из U. Тогда $\{e_1, \ldots, e_n, x\}$ — линейно зависимая система векторов (в силу максимальности **Б**). Поэтому для подходящих элементов поля **K** имеем $\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n + \mu x = \mathbf{0}$, и не все коэффициенты равны 0.

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Необходимость. Если бы в выражении $\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n + \mu x = \mathbf{0}$ было бы $\mu = 0$, то **Б** было бы линейно зависимой системой, следовательно, $\mu \neq 0$.

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Необходимость. Если бы в выражении $\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n + \mu x = \mathbf{0}$ было бы $\mu = 0$, то **Б** было бы линейно зависимой системой, следовательно, $\mu \neq 0$. Значит, x является линейной комбинацией векторов из **Б**:

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Необходимость. Если бы в выражении $\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n + \mu x = \mathbf{0}$ было бы $\mu = 0$, то **Б** было бы линейно зависимой системой, следовательно, $\mu \neq 0$. Значит, x является линейной комбинацией векторов из **Б**: $x = \left(-\frac{\lambda_1}{\mu}\right) e_1 + \ldots + \left(-\frac{\lambda_n}{\mu}\right) e_n$

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.
Достаточность.

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Достаточность. Тот факт, что **Б** — максимальная **линейно независимая система** — очевиден, поскольку всякий другой вектор выражается через векторы из **Б**.

III.3.1. Теорема о линейных комбинациях базисных векторов

Теорема 7. *Конечная упорядоченная система* **Б** *векторов пространства* U *является* ***базисом*** *тогда и только тогда, когда выполняются условия:*

1. **Б** — ***линейно независимая система***;
2. **Б** *является* ***системой порождающих*** *для* U, *то есть всякий вектор пространства* U *представим в виде линейной комбинации векторов системы* **Б**.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Достаточность. Тот факт, что **Б** — максимальная **линейно независимая система** — очевиден, поскольку всякий другой вектор выражается через векторы из **Б**.

Теорема доказана.

III.3.2. Полная система векторов

Определение 8. *Пусть V — подмножество носителя линейного пространства $\langle U, \mathcal{F} \rangle$, то есть $V \subseteq U$. Тогда говорят, что система W векторов из V является* **полной в** *V тогда и только тогда, когда любой вектор из V является линейной комбинацией векторов системы W. Если $V = U$, то говорят, что система W полна (не уточняя, что во всем U).*

В частности, **теорема о линейных комбинациях базисных векторов** говорит о том, что система векторов является базисом тогда и только тогда, когда она **линейно независима** и полна.

III.3.3. Теорема о единственности разложения по базису

Теорема 8. *Коэффициенты перед базисными векторами в разложении вектора по базису определяются* ***однозначно****.*

Доказательство.

III.3.3. Теорема о единственности разложения по базису

Теорема 8. *Коэффициенты перед базисными векторами в разложении вектора по базису определяются* ***однозначно****.*

Доказательство. Это следствие из свойства Св.4. Воспроизведем доказательство для данного случая.

III.3.3. Теорема о единственности разложения по базису

Теорема 8. *Коэффициенты перед базисными векторами в разложении вектора по базису определяются* ***однозначно****.*

Доказательство. Это следствие из свойства Св.4. Воспроизведем доказательство для данного случая.

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U, и $x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$.

Надо доказать, что

III.3.3. Теорема о единственности разложения по базису

Теорема 8. *Коэффициенты перед базисными векторами в разложении вектора по базису определяются* ***однозначно***.

Доказательство. Это следствие из свойства Св.4. Воспроизведем доказательство для данного случая.

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U, и $x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$.
Надо доказать, что $\lambda_n = \mu_n$.

III.3.3. Теорема о единственности разложения по базису

Теорема 8. *Коэффициенты перед базисными векторами в разложении вектора по базису определяются* ***однозначно****.*

Доказательство. Это следствие из свойства Св.4. Воспроизведем доказательство для данного случая.

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U, и $x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$.
Надо доказать, что $\lambda_n = \mu_n$. Но

$$\mathbf{0} = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n - (\mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n) = (\lambda_1 - \mu_1) e_1 + \ldots + (\lambda_n - \mu_n) e_n.$$

III.3.3. Теорема о единственности разложения по базису

Теорема 8. *Коэффициенты перед базисными векторами в разложении вектора по базису определяются* ***однозначно****.*

Доказательство. Это следствие из свойства Св.4. Воспроизведем доказательство для данного случая.

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U, и $x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$.
Надо доказать, что $\lambda_n = \mu_n$. Но

$$\mathbf{0} = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n - (\mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n) = (\lambda_1 - \mu_1) e_1 + \ldots + (\lambda_n - \mu_n) e_n.$$

Так как $\mathbf{Б}$ – базис, то это **линейно независимая система векторов**, следовательно все коэффициенты в последнем выражении нулевые: $\lambda_1 - \mu_1 = \ldots = \lambda - \mu_n = 0$.

III.3.3. Теорема о единственности разложения по базису

Теорема 8. *Коэффициенты перед базисными векторами в разложении вектора по базису определяются* ***однозначно****.*

Доказательство. Это следствие из свойства Св.4. Воспроизведем доказательство для данного случая.

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U, и $x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$.
Надо доказать, что $\lambda_n = \mu_n$. Но

$$\mathbf{0} = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n - (\mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n) = (\lambda_1 - \mu_1) e_1 + \ldots + (\lambda_n - \mu_n) e_n.$$

Так как $\mathbf{Б}$ – базис, то это **линейно независимая система векторов**, следовательно все коэффициенты в последнем выражении нулевые: $\lambda_1 - \mu_1 = \ldots = \lambda - \mu_n = 0$. Таким образом $\lambda_i = \mu_i$, что и требовалось доказать.

III.3.4. Координаты вектора

Определение 9. *Если* $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *— базис линейного пространства* U*, то для любого вектора* x *из* U *коэффициенты* λ_i *разложения вектора* x *по базису* $\mathbf{Б}$ *называются* **координатами** *вектора* x *в базисе* $\mathbf{Б}$*. При этом столбец координат вектора* x *в базисе* $\mathbf{Б}$ *будем обозначать через* $\overline{[x]_{\mathbf{Б}}}$.

III.3.4. Координаты вектора

Определение 9. *Если* $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *— базис линейного пространства* U*, то для любого вектора* x *из* U *коэффициенты* λ_i *разложения вектора* x *по базису* $\mathbf{Б}$ *называются* **координатами** *вектора* x *в базисе* $\mathbf{Б}$*. При этом столбец координат вектора* x *в базисе* $\mathbf{Б}$ *будем обозначать через* $\overline{[x]_{\mathbf{Б}}}$.

Внимание! Это важно!

Столбец координат $\overline{[x]_{\mathbf{Б}}}$ вектора x в базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ определяется следующим образом:

III.3.4. Координаты вектора

Определение 9. *Если* $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *— базис линейного пространства* U*, то для любого вектора* x *из* U *коэффициенты* λ_i *разложения вектора* x *по базису* $\mathbf{Б}$ *называются* **координатами** *вектора* x *в базисе* $\mathbf{Б}$*. При этом столбец координат вектора* x *в базисе* $\mathbf{Б}$ *будем обозначать через* $[x]_{\mathbf{Б}}$.

Внимание! Это важно!

Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$ вектора x в базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ определяется следующим образом:

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \ldots \\ \lambda_n \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \ldots + \lambda_n e_n. \qquad (3)$$

Посмотреть примеры?

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

По поводу линейной алгебры выражайтесь, пожалуйста, линейно!

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

Как разобраться с новым понятием?

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

Как разобраться с новым понятием?

Есть два основных способа.

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

Как разобраться с новым понятием?

Есть два основных способа. Перечислим все три :)

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

Как разобраться с новым понятием?

Есть два основных способа. Перечислим все три:

1) индуктивный;

Рассмотрение и анализ примеров.

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

Как разобраться с новым понятием?

Есть два основных способа. Перечислим все три:

1) индуктивный; 2) дедуктивный;

Анализ определения, получение следствий, введение вторичных понятий и т.д., т.е. построение теории.

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

Как разобраться с новым понятием?

Есть два основных способа. Перечислим все три:

1) индуктивный; 2) дедуктивный; 3) моделирование.

Этот способ можно считать комбинацией первых двух.

III.3.5. Линейное выражение системы через другую

Определение 10. *Говорят, что система векторов* $\mathcal{A}$ **линейно выражается** *через систему векторов* $\mathcal{B}$*, если всякий вектор из* $\mathcal{A}$ *представим в виде линейной комбинации векторов из* $\mathcal{B}$*. Символически это записывается так:* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.

Как разобраться с новым понятием?

Есть два основных способа. Перечислим все три:

1) индуктивный; 2) дедуктивный; 3) моделирование.

Рассмотрим пример?

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{B}$, которая, в свою очередь, линейно выражается через $\mathcal{C}$, то система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{C}$. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Определение 10. *Говорят, что система векторов $\mathcal{A}$* **линейно выражается** *через систему векторов $\mathcal{B}$, если всякий вектор из $\mathcal{A}$ представим в виде линейной комбинации векторов из $\mathcal{B}$. Символически это записывается так: $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$.*

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство.

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство.

Надо доказать, что любой вектор из $\mathcal{A}$ является линейной комбинацией

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство.

Надо доказать, что любой вектор из $\mathcal{A}$ является линейной комбинацией векторов из $\mathcal{C}$.

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство.

Надо доказать, что любой вектор из $\mathcal{A}$ является линейной комбинацией векторов из $\mathcal{C}$.

Возьмем произвольный вектор из $\mathcal{A}$.

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{B}$, которая, в свою очередь, линейно выражается через $\mathcal{C}$, то система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{C}$. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство.

Надо доказать, что любой вектор из $\mathcal{A}$ является линейной комбинацией векторов из $\mathcal{C}$.

Возьмем произвольный вектор из $\mathcal{A}$.

Что значит, «возьмем вектор»???

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство.

Надо доказать, что любой вектор из $\mathcal{A}$ является линейной комбинацией векторов из $\mathcal{C}$.

Возьмем произвольный вектор из $\mathcal{A}$.

Что значит, «возьмем вектор»???

В данном случае, например, «введем идентификатор для произвольно выбранного вектора из $\mathcal{A}$».

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

Надо доказать, что любой вектор из $\mathcal{A}$ является линейной комбинацией векторов из $\mathcal{C}$.

Возьмем произвольный вектор из $\mathcal{A}$.

Что значит, «возьмем вектор»???

В данном случае, например, «введем идентификатор для произвольно выбранного вектора из $\mathcal{A}$».

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ \\ \end{cases}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ \\ b_i \in \mathcal{B}, \end{cases}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ \\ b_i \in \mathcal{B}, \end{cases}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \end{cases}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = \lambda_1 (\quad\quad\quad

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = \lambda_1 (\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}) + \\ \quad + \lambda_2 (\qquad\qquad\qquad\qquad\quad) + \ldots + \\ \quad + \lambda_p (\qquad\qquad\qquad\qquad\quad). \end{array}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{B}$, которая, в свою очередь, линейно выражается через $\mathcal{C}$, то система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{C}$. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = \lambda_1 (\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}) + \\ \quad + \lambda_2 (\qquad\qquad\qquad\qquad\quad) + \ldots + \\ \quad + \lambda_p (\qquad\qquad\qquad\qquad\quad). \end{array}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{B}$, которая, в свою очередь, линейно выражается через $\mathcal{C}$, то система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{C}$. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = \lambda_1 \left(\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}\right) + \\ \quad + \lambda_2 \left(\mu_{21} c_{21} + \ldots + \mu_{2q_2} c_{2q_2}\right) + \ldots + \\ \quad + \lambda_p \left(\qquad\qquad\qquad\qquad \right). \end{array}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = \lambda_1 \left(\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}\right) + \\ \quad + \lambda_2 \left(\mu_{21} c_{21} + \ldots + \mu_{2q_2} c_{2q_2}\right) + \ldots + \\ \quad + \lambda_p \left(\qquad\qquad\qquad\qquad \right). \end{array}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a = {} & \lambda_1 \left(\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}\right) + \\ & + \lambda_2 \left(\mu_{21} c_{21} + \ldots + \mu_{2q_2} c_{2q_2}\right) + \ldots + \\ & + \lambda_p \left(\mu_{p1} c_{p1} + \ldots + \mu_{pq_p} c_{pq_p}\right). \end{aligned}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{B}$, которая, в свою очередь, линейно выражается через $\mathcal{C}$, то система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{C}$. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a = {} & \lambda_1 \left(\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}\right) + \\ & + \lambda_2 \left(\mu_{21} c_{21} + \ldots + \mu_{2q_2} c_{2q_2}\right) + \ldots + \\ & + \lambda_p \left(\mu_{p1} c_{p1} + \ldots + \mu_{pq_p} c_{pq_p}\right). \end{aligned}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a = {} & \lambda_1 \left(\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}\right) + \\ & + \lambda_2 \left(\mu_{21} c_{21} + \ldots + \mu_{2q_2} c_{2q_2}\right) + \ldots + \\ & + \lambda_p \left(\mu_{p1} c_{p1} + \ldots + \mu_{pq_p} c_{pq_p}\right). \end{aligned}$$

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = \lambda_1 \left(\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}\right) + \\ \quad + \lambda_2 \left(\mu_{21} c_{21} + \ldots + \mu_{2q_2} c_{2q_2}\right) + \ldots + \\ \quad + \lambda_p \left(\mu_{p1} c_{p1} + \ldots + \mu_{pq_p} c_{pq_p}\right). \end{array}$$

Значит, вектор $a \in \mathcal{A}$ можно представить в виде линейной комбинации векторов из $\mathcal{C}$, т.е.

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{B}$, которая, в свою очередь, линейно выражается через $\mathcal{C}$, то система $\mathcal{A}$ линейно выражается через $\mathcal{C}$. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a = {} & \lambda_1 \left(\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}\right) + \\ & + \lambda_2 \left(\mu_{21} c_{21} + \ldots + \mu_{2q_2} c_{2q_2}\right) + \ldots + \\ & + \lambda_p \left(\mu_{p1} c_{p1} + \ldots + \mu_{pq_p} c_{pq_p}\right). \end{aligned}$$

Значит, вектор $a \in \mathcal{A}$ можно представить в виде линейной комбинации векторов из $\mathcal{C}$, т.е. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$.

III.3.6. Лемма о транзитивности отношения $\dashv$

Лемма 1. *Если система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{B}$*, которая, в свою очередь, линейно выражается через* $\mathcal{C}$*, то система* $\mathcal{A}$ *линейно выражается через* $\mathcal{C}$*. Иными словами,* $\begin{cases} \mathcal{A} \dashv \mathcal{B} \\ \mathcal{B} \dashv \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{A} \dashv \mathcal{C}.$

Доказательство. Пусть $a \in \mathcal{A}$.

$$\begin{cases} a = \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \ldots + \lambda_p b_p, \\ b_i = \mu_{i1} c_{i1} + \ldots + \mu_{iq_i} c_{iq_i}, \\ b_i \in \mathcal{B}, \quad c_{ij} \in \mathcal{C} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = \lambda_1 \left(\mu_{11} c_{11} + \ldots + \mu_{1q_1} c_{1q_1}\right) + \\ \quad + \lambda_2 \left(\mu_{21} c_{21} + \ldots + \mu_{2q_2} c_{2q_2}\right) + \ldots + \\ \quad + \lambda_p \left(\mu_{p1} c_{p1} + \ldots + \mu_{pq_p} c_{pq_p}\right). \end{array}$$

Значит, вектор $a \in \mathcal{A}$ можно представить в виде линейной комбинации векторов из $\mathcal{C}$, т.е. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$.

Лемма доказана.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. Обозначим через $\mathcal{D}$ такую **линейно независимую систему** из m векторов, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$ и число векторов во множестве $\mathcal{A} \cap \mathcal{D}$ — максимальное из возможных.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.
Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $= x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.
Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Заметим, что не все λ_k равны 0, поскольку иначе получили бы, что $x =$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Заметим, что не все λ_k равны 0, поскольку иначе получили бы, что $x = \sum\limits_{k=0}^{m} 0 \cdot d_k = \mathbf{0}$,

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Заметим, что не все λ_k равны 0, поскольку иначе получили бы, что $x = \sum\limits_{k=0}^{m} 0 \cdot d_k = \mathbf{0}$, что противоречит линейной независимости системы$\mathcal{A}$ и свойству Св.1.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Заметим, что не все λ_k равны 0, поскольку иначе получили бы, что $x = \sum\limits_{k=0}^{m} 0 \cdot d_k = \mathbf{0}$, что противоречит линейной независимости системы$\mathcal{A}$ и свойству Св.1.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$, в противном случае, если такого p не найдется, то

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$, в противном случае, если такого p не найдется, то

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$, в противном случае, если такого p не найдется, то линейная комбинация векторов из $\mathcal{A}$ равна $\mathbf{0}$. Из линейной независимости $\mathcal{A}$ следует, что все коэффициенты разложения нулевые, поэтому x совпадает с d_p, что противоречит выбору x.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.
Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

$(\alpha_1 + \alpha_p \lambda_1) d_1 + \ldots + (\alpha_{p-1} + \alpha_p \lambda_{p-1}) d_{p-1} + \alpha_p \lambda_p d_p + (\alpha_{p+1} + \alpha_p \lambda_{p+1}) d_{p+1} + \ldots = \mathbf{0}$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

$(\alpha_1 + \alpha_p \lambda_1) d_1 + \ldots + (\alpha_{p-1} + \alpha_p \lambda_{p-1}) d_{p-1} + \alpha_p \lambda_p d_p + (\alpha_{p+1} + \alpha_p \lambda_{p+1}) d_{p+1} + \ldots = \mathbf{0}$.

В силу линейной независимости $\mathcal{D}$...

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

$$\underbrace{(\alpha_1 + \alpha_p \lambda_1)}_{0} d_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_{p-1} + \alpha_p \lambda_{p-1})}_{0} d_{p-1} + \underbrace{\alpha_p \lambda_p}_{0} d_p + \underbrace{(\alpha_{p+1} + \alpha_p \lambda_{p+1})}_{0} d_{p+1} + \ldots = \mathbf{0}.$$

В силу линейной независимости $\mathcal{D}$...

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

$$\underbrace{(\alpha_1 + \alpha_p \lambda_1)}_{0} d_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_{p-1} + \alpha_p \lambda_{p-1})}_{0} d_{p-1} + \underbrace{\alpha_p \lambda_p}_{0} d_p + \underbrace{(\alpha_{p+1} + \alpha_p \lambda_{p+1})}_{0} d_{p+1} + \ldots = \mathbf{0}.$$

В силу линейной независимости $\mathcal{D}$... Значит, $\alpha_p \lambda_p = 0$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

$$\underbrace{(\alpha_1 + \alpha_p \lambda_1)}_{0} d_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_{p-1} + \alpha_p \lambda_{p-1})}_{0} d_{p-1} + \underbrace{\alpha_p \lambda_p}_{0} d_p + \underbrace{(\alpha_{p+1} + \alpha_p \lambda_{p+1})}_{0} d_{p+1} + \ldots = \mathbf{0}.$$

В силу линейной независимости $\mathcal{D}$... Значит, $\alpha_p \lambda_p = 0$.

Но $\lambda_p \neq 0$, поэтому $\alpha_p = 0$,

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

$$\underbrace{(\alpha_1 + \alpha_p \lambda_1)}_{0} d_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_{p-1} + \alpha_p \lambda_{p-1})}_{0} d_{p-1} + \underbrace{\alpha_p \lambda_p}_{0} d_p + \underbrace{(\alpha_{p+1} + \alpha_p \lambda_{p+1})}_{0} d_{p+1} + \ldots = \mathbf{0}.$$

В силу линейной независимости $\mathcal{D}$... Значит, $\alpha_p \lambda_p = 0$.

Но $\lambda_p \neq 0$, поэтому $\alpha_p = 0, \quad 0 = \alpha_q + \alpha_p \lambda_q =$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

$$\underbrace{(\alpha_1 + \alpha_p \lambda_1)}_{0} d_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_{p-1} + \alpha_p \lambda_{p-1})}_{0} d_{p-1} + \underbrace{\alpha_p \lambda_p}_{0} d_p + \underbrace{(\alpha_{p+1} + \alpha_p \lambda_{p+1})}_{0} d_{p+1} + \ldots = \mathbf{0}.$$

В силу линейной независимости $\mathcal{D}$... Значит, $\alpha_p \lambda_p = 0$.

Но $\lambda_p \neq 0$, поэтому $\alpha_p = 0, \quad 0 = \alpha_q + \alpha_p \lambda_q = \alpha_q$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима.

Если $\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p x + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, то

$\alpha_1 d_1 + \ldots + \alpha_{p-1} d_{p-1} + \alpha_p (\lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m) + \alpha_{p+1} d_{p+1} + \ldots + \alpha_m d_m = \mathbf{0}$, откуда

$$\underbrace{(\alpha_1 + \alpha_p \lambda_1)}_{0} d_1 + \ldots + \underbrace{(\alpha_{p-1} + \alpha_p \lambda_{p-1})}_{0} d_{p-1} + \underbrace{\alpha_p \lambda_p}_{0} d_p + \underbrace{(\alpha_{p+1} + \alpha_p \lambda_{p+1})}_{0} d_{p+1} + \ldots = \mathbf{0}.$$

В силу линейной независимости $\mathcal{D}$... Значит, $\alpha_p \lambda_p = 0$.

Но $\lambda_p \neq 0$, поэтому $\alpha_p = 0, \quad 0 = \alpha_q + \alpha_p \lambda_q = \alpha_q$.

Линейная независимость $\mathcal{C}$ доказана.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

Это следует из того, что

$d_p =$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

Это следует из того, что

$$d_p = -\frac{\lambda_1}{\lambda_p} b_1 - \ldots - \frac{\lambda_{p-1}}{\lambda_p} b_{p-1} -$$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

Это следует из того, что

$$d_p = -\frac{\lambda_1}{\lambda_p} b_1 - \ldots - \frac{\lambda_{p-1}}{\lambda_p} b_{p-1} - - \frac{1}{\lambda_p} x -$$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

Это следует из того, что

$$d_p = -\frac{\lambda_1}{\lambda_p} b_1 - \ldots - \frac{\lambda_{p-1}}{\lambda_p} b_{p-1} - - \frac{1}{\lambda_p} x - - \frac{\lambda_{p+1}}{\lambda_p} b_{p+1} - \ldots$$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

Это следует из того, что

$$d_p = -\frac{\lambda_1}{\lambda_p} b_1 - \ldots - \frac{\lambda_{p-1}}{\lambda_p} b_{p-1} - - \frac{1}{\lambda_p} x - - \frac{\lambda_{p+1}}{\lambda_p} b_{p+1} - \ldots - \frac{\lambda_m}{\lambda_p} b_m.$$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

Это следует из того, что

$$d_p = -\frac{\lambda_1}{\lambda_p} b_1 - \ldots - \frac{\lambda_{p-1}}{\lambda_p} b_{p-1} - - \frac{1}{\lambda_p} x - - \frac{\lambda_{p+1}}{\lambda_p} b_{p+1} - \ldots - \frac{\lambda_m}{\lambda_p} b_m.$$

Осталось заметить, что если в разложении любого вектора из $\mathcal{A}$ в линейную комбинацию векторов из $\mathcal{D}$ можно заменить d_p на данную линейную комбинацию, то получим разложение в линейную комбинацию векторов из $\mathcal{C}$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

3) $\mathcal{A} \cap \mathcal{C} =$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \leq m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max.

Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

3) $\mathcal{A} \cap \mathcal{C} = \mathcal{A} \cap \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\} =$

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

3) $\mathcal{A} \cap \mathcal{C} = \mathcal{A} \cap \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{D}) \cup \{x\}$, что противоречит максимальности пересечения $\mathcal{A} \cap \mathcal{D}$.

III.3.7. Теорема Штейница

Теорема 9. *Если* ***линейно независимая система векторов*** $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ *линейно выражается через* ***линейно независимую систему*** $\mathcal{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$, *то* $n \le m$.

Доказательство. $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D} = \{d_1; \ldots; d_m\}$ — ЛНС, $|\mathcal{A} \cap \mathcal{D}|$ — max. Пусть $\mathcal{A} \not\subseteq \mathcal{D}$. Возьмем $\exists p \quad \lambda_p \neq 0, \quad \lambda_1 d_1 + \ldots + \lambda_m d_m = x \in \mathcal{A} \backslash \mathcal{D}$.

Можно считать, что $d_p \notin \mathcal{A}$. Положим $\mathcal{C} = \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\}$.

1) $\mathcal{C}$ линейно независима. 2) $\mathcal{A} \dashv \mathcal{D}$.

3) $\mathcal{A} \cap \mathcal{C} = \mathcal{A} \cap \{d_1; \ldots; d_{p-1}; x; d_{p+1}; \ldots; d_m\} = (\mathcal{A} \cap \mathcal{D}) \cup \{x\}$, что противоречит максимальности пересечения $\mathcal{A} \cap \mathcal{D}$.

Теорема доказана.

III.3.8. Теорема о количестве базисных векторов

Теорема 10. *Пусть* $\mathbf{Б}_1$ *и* $\mathbf{Б}_2$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $\mathbf{Б}_1$ *— конечное множество. Тогда* $\mathbf{Б}_2$ *— также конечное множество, и количество векторов в базисе* $\mathbf{Б}_1$ *равно количеству векторов в базисе* $\mathbf{Б}_2$*.*

Доказательство. Мы не будем полностью приводить рассуждения этапа «генерации доказательства», а приведем лишь «оформленное доказательство».

III.3.8. Теорема о количестве базисных векторов

Теорема 10. *Пусть* $\mathbf{Б}_1$ *и* $\mathbf{Б}_2$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $\mathbf{Б}_1$ *— конечное множество. Тогда* $\mathbf{Б}_2$ *— также конечное множество, и количество векторов в базисе* $\mathbf{Б}_1$ *равно количеству векторов в базисе* $\mathbf{Б}_2$*.*

Доказательство. Мы не будем полностью приводить рассуждения этапа «генерации доказательства», а приведем лишь «оформленное доказательство».

Отметим лишь, что нам надо доказать *равенство* числа векторов в системах $\mathbf{Б}_1$ и $\mathbf{Б}_2$, и мы воспользуемся «информацией о методах доказательства равенства», а именно, докажем, что число векторов в $\mathbf{Б}_1$ не превосходит числа векторов в $\mathbf{Б}_2$, и наоборот.

III.3.8. Теорема о количестве базисных векторов

Теорема 10. *Пусть* $\mathbf{Б}_1$ *и* $\mathbf{Б}_2$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $\mathbf{Б}_1$ *— конечное множество. Тогда* $\mathbf{Б}_2$ *— также конечное множество, и количество векторов в базисе* $\mathbf{Б}_1$ *равно количеству векторов в базисе* $\mathbf{Б}_2$*.*

Доказательство. По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** любой вектор из U является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_1$. В частности, любой вектор из $\mathbf{Б}_2$ является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_1$, т.е. $\mathbf{Б}_2 \dashv \mathbf{Б}_1$.

III.3.8. Теорема о количестве базисных векторов

Теорема 10. *Пусть* $\mathbf{Б}_1$ *и* $\mathbf{Б}_2$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $\mathbf{Б}_1$ *— конечное множество. Тогда* $\mathbf{Б}_2$ *— также конечное множество, и количество векторов в базисе* $\mathbf{Б}_1$ *равно количеству векторов в базисе* $\mathbf{Б}_2$*.*

Доказательство. По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** любой вектор из U является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_1$. В частности, любой вектор из $\mathbf{Б}_2$ является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_1$, т.е. $\mathbf{Б}_2 \dashv \mathbf{Б}_1$.

По **теореме Штейница** число векторов в системе $\mathbf{Б}_1$ не меньше, чем в системе $\mathbf{Б}_2$.

III.3.8. Теорема о количестве базисных векторов

Теорема 10. *Пусть* $\mathbf{Б}_1$ *и* $\mathbf{Б}_2$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $\mathbf{Б}_1$ *— конечное множество. Тогда* $\mathbf{Б}_2$ *— также конечное множество, и количество векторов в базисе* $\mathbf{Б}_1$ *равно количеству векторов в базисе* $\mathbf{Б}_2$*.*

Доказательство. По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** любой вектор из U является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_1$. В частности, любой вектор из $\mathbf{Б}_2$ является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_1$, т.е. $\mathbf{Б}_2 \dashv \mathbf{Б}_1$.

По **теореме Штейница** число векторов в системе $\mathbf{Б}_1$ не меньше, чем в системе $\mathbf{Б}_2$. Аналогично можно показать, что имеет место обратное (нестрогое) неравенство, откуда следует, что в $\mathbf{Б}_1$ и в $\mathbf{Б}_2$ одинаковое количество векторов, что и требовалось доказать.

III.3.8. Теорема о количестве базисных векторов

Теорема 10. *Пусть* $\mathbf{Б}_1$ *и* $\mathbf{Б}_2$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $\mathbf{Б}_1$ *— конечное множество. Тогда* $\mathbf{Б}_2$ *— также конечное множество, и количество векторов в базисе* $\mathbf{Б}_1$ *равно количеству векторов в базисе* $\mathbf{Б}_2$*.*

Не противоречит ли эта теорема **соответствующей задаче?**

III.3.8. Теорема о количестве базисных векторов

Теорема 10. *Пусть* $\mathbf{Б}_1$ *и* $\mathbf{Б}_2$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $\mathbf{Б}_1$ *— конечное множество. Тогда* $\mathbf{Б}_2$ *— также конечное множество, и количество векторов в базисе* $\mathbf{Б}_1$ *равно количеству векторов в базисе* $\mathbf{Б}_2$*.*

Не противоречит ли эта теорема **соответствующей задаче?**

В этой задаче системы **Б** и **Б'** являются базисами линейного пространства всех матриц размерности 2×2, а упорядоченная система **В** — базисом другого пространства — линейного пространства **симметричных** матриц размерности 2×2.

III.3.9. Определение размерности пространства

Определение 11. *Если количество векторов в базисе линейного пространства U конечно, то это количество векторов называется* **размерностью** *линейного пространства U. В противном случае говорят, что U —* **бесконечномерное линейное пространство**.

III.3.10. Теорема о дополняемости до базиса

Теорема 11. *Любую* ***линейно независимую систему векторов*** $\mathbf{B} = \{u_1, \ldots, u_m\}$ *конечномерного линейного пространства* U *можно дополнить до базиса* $\mathbf{B}' = \{u_1, \ldots, u_m, u_{m+1}, \ldots, u_n\}$ *линейного пространства* U.

Доказательство.

III.3.10. Теорема о дополняемости до базиса

Теорема 11. *Любую* ***линейно независимую систему векторов*** $\mathbf{B} = \{u_1, \ldots, u_m\}$ *конечномерного линейного пространства* U *можно дополнить до базиса* $\mathbf{B}' = \{u_1, \ldots, u_m, u_{m+1}, \ldots, u_n\}$ *линейного пространства* U.

Доказательство. Эта теорема является существенной и нетривиальной в случае, когда базис определяется, как минимальная система порождающих векторов линейного пространства U. При принятом нами определении базиса теорема очевидна.

III.3.10. Теорема о дополняемости до базиса

Теорема 11. *Любую* ***линейно независимую систему векторов*** $\mathbf{B} = \{u_1, \ldots, u_m\}$ *конечномерного линейного пространства* U *можно дополнить до базиса* $\mathbf{B}' = \{u_1, \ldots, u_m, u_{m+1}, \ldots, u_n\}$ *линейного пространства* U.

Доказательство. Эта теорема является существенной и нетривиальной в случае, когда базис определяется, как минимальная система порождающих векторов линейного пространства U. При принятом нами определении базиса теорема очевидна. Действительно, дополним систему $\mathbf{B}$ до максимальной **линейно независимой системы** $\mathbf{B}'$ векторов линейного пространства U. Но тогда $\mathbf{B}'$ является базисом линейного пространства U.

III.3.11. Приоритетная цель исследований в линейной алгебре

Понятие базиса позволяет переводить вопросы относительно исходной линейного пространства на язык матричной алгебры, что позволяет, с одной стороны, использовать мощный аппарат матричной алгебры для решения проблем, возникающих в теории линейных пространств и, с другой стороны, обогащать аппарат матричной алгебры с помощью конструкций, результатов и методов линейной алгебры. Отсюда следует, что в процессе изучения линейных пространств приоритетной является следующая цель.

III.3.11. Приоритетная цель исследований в линейной алгебре

Понятие базиса позволяет переводить вопросы относительно исходной линейного пространства на язык матричной алгебры, что позволяет, с одной стороны, использовать мощный аппарат матричной алгебры для решения проблем, возникающих в теории линейных пространств и, с другой стороны, обогащать аппарат матричной алгебры с помощью конструкций, результатов и методов линейной алгебры. Отсюда следует, что в процессе изучения линейных пространств приоритетной является следующая цель.

Цель 1. *При введении новых конструкций в линейной алгебре одной из приоритетных целей является получение ответа на вопрос «как эта конструкция может быть выражена средствами матричной алгебры». Это позволяет в терминах матричной алгебры формулировать вопросы, возникающие в теории линейных пространств.*

III.3.12. Основные результаты

Основные определения:

— определение **линейного пространства**;

— **линейно независимая** и **линейно зависимая** системы векторов;

— **система порождающих** линейного пространства;

— **базис**;

— **столбец координат** вектора линейного пространства.

Основные результаты:

— **элементарные теоремы** теории линейных пространств;

— свойство III.1.4 **однозначности разложения** по линейно зависимой системе векторов;

— **критерий линейной зависимости**;

— теорема **о линейных комбинациях базисных векторов**.

III.4. Подпространство

В соответствии с логикой развития математической теории мы постепенно переходим от изучения отдельного объекта (в данном случае — линейного пространства) к изучению систем таких объектов. Наиболее естественный путь состоит в том, чтобы сначала рассмотреть некоторые линейные пространства, которые можно получить, используя в качестве «строительного материала» исходное линейное пространство.

III.4. Подпространство

В соответствии с логикой развития математической теории мы постепенно переходим от изучения отдельного объекта (в данном случае — линейного пространства) к изучению систем таких объектов. Наиболее естественный путь состоит в том, чтобы сначала рассмотреть некоторые линейные пространства, которые можно получить, используя в качестве «строительного материала» исходное линейное пространство.

Определение 12. *Подмножество V* ***линейного пространства*** *U называется* **подпространством** *линейного пространства U, если V является линейным пространством относительно тех же операций. Тот факт, что V — подпространство, обозначается как $V \leq U$.*

III.4.1. Критерий подпространства

Теорема 12. *Подмножество V линейного пространства U над полем $\mathbf{K}$ является подпространством тогда и только тогда, когда для любых векторов $x, y \in V$ вектор $x + y$ принадлежит V, и для любого элемента λ поля $\mathbf{K}$ и любого вектора x из V вектор λx принадлежит V.*

Слишком много слов...

Определение 12. *Подмножество V* ***линейного пространства*** *U называется* **подпространством** *линейного пространства U, если V является линейным пространством относительно тех же операций. Тот факт, что V — подпространство, обозначается как $V \leq U$.*

III.4.1. Критерий подпространства

Теорема 12.

$$V \leq U \Leftrightarrow \left(\forall x, y \quad \forall \lambda \quad \left(\left\{ \begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda x \in V, \\ x + y \in V. \end{array} \right)\right) \tag{4}$$

Можно предложить эквивалентную формулировку последней теоремы:

III.4.1. Критерий подпространства

Теорема 12.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda \quad \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \;\Rightarrow\; \left\{\begin{array}{l} \lambda x \in V, \\ x + y \in V. \end{array}\right.\right)\right) \qquad (4)$$

Теорема 13. *Подмножество V линейного пространства U над полем $\mathbf{K}$ является подпространством тогда и только тогда, когда для любых векторов $x, y \in V$ и любых элементов $\lambda, \mu \in \mathbf{K}$ вектор $\lambda x + \mu y$ принадлежит V.*

Опять много слов...

III.4.1. Критерий подпространства

Теорема 12.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda \quad \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \;\Rightarrow\; \left\{\begin{array}{l} \lambda x \in V, \\ x + y \in V. \end{array}\right.\right)\right) \tag{4}$$

Теорема 13.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda, \mu \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \;\Rightarrow\; \lambda x + \mu y \in V.\right)\right) \tag{5}$$

III.4.1. Критерий подпространства

Теорема 12.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda \quad \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \;\Rightarrow\; \left\{\begin{array}{l} \lambda x \in V, \\ x + y \in V. \end{array}\right.\right)\right) \tag{4}$$

Теорема 13.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda, \mu \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \;\Rightarrow\; \lambda x + \mu y \in V.\right)\right) \tag{5}$$

Доказательство. Надо проверить выполнение аксиом линейного пространства для V. Но эта проверка тривиальна, так как, например, равенство $x + y = y + x$ верно *для любых* векторов $x, y \in U$, оно, конечно, останется верным и в случае, когда x, y будут выбираться не из «всего U», только «из его части», из V.

III.4.1. Критерий подпространства

Теорема 12.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda \quad \left(\left\{ \begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array} \right. \;\Rightarrow\; \left\{ \begin{array}{l} \lambda x \in V, \\ x + y \in V. \end{array} \right.\right)\right) \tag{4}$$

Теорема 13.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda, \mu \left(\left\{ \begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array} \right. \;\Rightarrow\; \lambda x + \mu y \in V.\right)\right) \tag{5}$$

Доказательство. Проверить надо лишь, что ограничения операций $+, \lambda\cdot$ на подмножество V являются операциями на V:

III.4.1. Критерий подпространства

Теорема 12.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda \quad \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \;\Rightarrow\; \left\{\begin{array}{l} \lambda x \in V, \\ x + y \in V. \end{array}\right.\right)\right) \tag{4}$$

Теорема 13.

$$V \leq U \;\Leftrightarrow\; \left(\forall x, y \quad \forall \lambda, \mu \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \;\Rightarrow\; \lambda x + \mu y \in V.\right)\right) \tag{5}$$

Доказательство. Проверить надо лишь, что ограничения операций $+, \lambda\cdot$ на подмножество V являются операциями на V:
1) операция $+$ отображает пары элементов из V в элемент из V;
2) для любого λ из $\mathbf{K}$ операция $\lambda\cdot$ отображает элементы из V в элементы из V.

III.4.1. Критерий подпространства

Теорема 12.

$$V \leq U \Leftrightarrow \left(\forall x, y \quad \forall \lambda \quad \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \lambda x \in V, \\ x + y \in V. \end{array}\right.\right)\right) \tag{4}$$

Теорема 13.

$$V \leq U \Leftrightarrow \left(\forall x, y \quad \forall \lambda, \mu \left(\left\{\begin{array}{l} x \in V, \\ y \in V \end{array}\right. \Rightarrow \lambda x + \mu y \in V.\right)\right) \tag{5}$$

Доказательство. Но выполнение этих условий:
1) операция $+$ отображает пары элементов из V в элемент из V;
2) для любого λ из $\mathbf{K}$ операция $\lambda\cdot$ отображает элементы из V в элементы из V
и является содержанием доказываемой теоремы (и в той, и в другой формулировке).

III.4.2. Теорема о размерности подпространства

Теорема 14. *Пусть V — подпространство линейного пространства U. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1. $\dim(V) \leq \dim(U)$;
2. $\dim(V) < \dim(U)$ *тогда и только тогда, когда* $V < U$, *то есть* $V \neq U$.

III.4.2. Теорема о размерности подпространства

Теорема 14. *Пусть V — подпространство линейного пространства U. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1. $\dim(V) \leq \dim(U)$;
2. $\dim(V) < \dim(U)$ *тогда и только тогда, когда* $V < U$, *то есть* $V \neq U$.

Доказательство.

III.4.2. Теорема о размерности подпространства

Теорема 14. *Пусть V — подпространство линейного пространства U. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1. $\dim(V) \leq \dim(U)$;
2. $\dim(V) < \dim(U)$ *тогда и только тогда, когда* $V < U$, *то есть* $V \neq U$.

Доказательство. Это следствие из **теоремы Штейница** или **теоремы11 о дополняемости до базиса**.

III.4.3. Линейная оболочка

Определение 13. Линейная оболочка $L(A)$ *или* $\langle A \rangle$ *системы векторов* A *— это минимальное (по включению) такое подпространство пространства* V*, которое содержит все векторы из* A*.*

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Определение 13. Линейная оболочка $L(A)$ *или* $\langle A \rangle$ *системы векторов* A *— это минимальное (по включению) такое подпространство пространства* V*, которое содержит все векторы из* A*.*

Теорема 15. *Линейная оболочка* $\langle A \rangle$ *системы векторов* A *линейного пространства* V *над полем* $\mathbf{K}$ *состоит из всевозможных линейных комбинаций векторов системы* A *с коэффициентами из поля* $\mathbf{K}$*:*

$$\langle A \rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$*.*

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство.

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Обозначим множество в левой части доказываемого равенства через V, а множество в правой части — через W.

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Включение $V \supseteq W$ очевидно, так как

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Включение $V \supseteq W$ очевидно, так как $a_i \in A \subseteq \langle A\rangle$, поэтому $\lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \in V$, поскольку подпространство содержит все линейные комбинации своих векторов.

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Включение $V \supseteq W$ доказано.

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Включение $V \supseteq W$ доказано.

Для доказательства включения $V \subseteq W$ достаточно проверить, что, во-первых, W — подпространство линейного пространства U, и, во-вторых, W содержит все вектора из A.

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Для доказательства включения $V \subseteq W$ достаточно проверить, что, во-первых, W — подпространство линейного пространства U, и, во-вторых, W содержит все вектора из A. Дело в том, что $\langle A\rangle$ — наименьшее подпространство с этими свойствами, поэтому получим требуемое включение $V \subseteq W$.

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Для доказательства включения $V \subseteq W$ достаточно проверить, что, во-первых, W — подпространство линейного пространства U, и, во-вторых, W содержит все вектора из A. Утверждение, что W — подпространство линейного пространства U, следует из **критерия подпространства**:

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Утверждение, что W — подпространство линейного пространства U, следует из **критерия подпространства**:

$$\alpha\left(\lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k\right) + \beta\left(\mu_1 a'_1 + \ldots + \mu_m a'_m\right) =$$

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Утверждение, что W — подпространство линейного пространства U, следует из **критерия подпространства**:

$$\alpha\left(\lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k\right) + \beta\left(\mu_1 a'_1 + \ldots + \mu_m a'_m\right) =$$

$$= \left(\alpha\lambda_1\right) a_1 + \ldots + \left(\alpha\lambda_k\right) a_k + \left(\beta\mu_1\right) a'_1 + \ldots + \left(\beta\mu_m\right) a'_m$$

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Доказательство. Утверждение, что W — подпространство линейного пространства U, следует из **критерия подпространства**:

$$\alpha\left(\lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k\right) + \beta\left(\mu_1 a'_1 + \ldots + \mu_m a'_m\right) =$$

$$= \left(\alpha\lambda_1\right) a_1 + \ldots + \left(\alpha\lambda_k\right) a_k + \left(\beta\mu_1\right) a'_1 + \ldots + \left(\beta\mu_m\right) a'_m \in W.$$

III.4.4. Теорема о внутренней характеризации линейной оболочки

Теорема 15.

$$\langle A\rangle = \left\{ \lambda_1 a_1 + \ldots + \lambda_k a_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}, \lambda_i \in \mathbf{K}, a_i \in A \right\}.$$

В частности, $L(A) \dashv A$.

Следствие 1. *Если* A *— система векторов и* B *— такая ее подсистема, что* $A \dashv B$, *то* $L(A) = L(B)$. *В частности, если* B *— максимальная линейно независимая подсистема системы* A, *то* $L(A) = L(B)$.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Надо доказать *равенство множеств*.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Надо доказать *равенство множеств*. Согласно *определению* равенства множеств, для этого необходимо доказать включения $L(A) \subseteq L(B)$ и $L(A) \supseteq L(B)$.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Надо доказать *равенство множеств*. Согласно *определению* равенства множеств, для этого необходимо доказать включения $L(A) \subseteq L(B)$ и $L(A) \supseteq L(B)$. Второе включение следует непосредственно из определения линейной оболочки.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Надо доказать *равенство множеств*. Согласно *определению* равенства множеств, для этого необходимо доказать включения $L(A) \subseteq L(B)$ и $L(A) \supseteq L(B)$. Поэтому осталось доказать включение $L(A) \subseteq L(B)$.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Надо доказать *равенство множеств*. Согласно *определению* равенства множеств, для этого необходимо доказать включения $L(A) \subseteq L(B)$ и $L(A) \supseteq L(B)$. По *определению* включения для этого следует убедиться в истинности формулы

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Итак, осталось доказать, что

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Итак, осталось доказать, что

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

Пусть $x \in L(A)$.

Тогда каждый вектор из A является линейной комбинацией векторов из B:

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Итак, осталось доказать, что

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

Пусть $x \in L(A)$.

Тогда каждый вектор из A является линейной комбинацией векторов из B: это следует либо непосредственно из условия,

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Итак, осталось доказать, что

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

Пусть $x \in L(A)$.

Тогда каждый вектор из A является линейной комбинацией векторов из B: либо, если про B известно лишь, что это максимальная линейно независимая подсистема системы A, то из теоремы 6.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Итак, осталось доказать, что

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

Пусть $x \in L(A)$.

Доказано, что каждый вектор из A является линейной комбинацией векторов из B. Иными словами, $A \dashv B$.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Итак, осталось доказать, что

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

Пусть $x \in L(A)$.

Доказано, что каждый вектор из A является линейной комбинацией векторов из B. Иными словами, $A \dashv B$. По теореме о внутренней характеризации линейной оболочки $L(A) \dashv A$.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Итак, осталось доказать, что

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

Пусть $x \in L(A)$.

Доказано, что каждый вектор из A является линейной комбинацией векторов из B. Иными словами, $A \dashv B$. По теореме о внутренней характеризации линейной оболочки $L(A) \dashv A$.

Согласно лемме о транзитивности отношения $\dashv$, влечет $L(A) \dashv B$.

III.4.5. Следствие о линейной оболочке подсистемы

Следствие 1. *Если A — система векторов и B — такая ее подсистема, что $A \dashv B$, то $L(A) = L(B)$. В частности, если B — максимальная линейно независимая подсистема системы A, то $L(A) = L(B)$.*

Доказательство. Итак, осталось доказать, что

$$x \in L(A) \;\Rightarrow\; L(B).$$

Пусть $x \in L(A)$.

Доказано, что каждый вектор из A является линейной комбинацией векторов из B. Иными словами, $A \dashv B$. По теореме о внутренней характеризации линейной оболочки $L(A) \dashv A$.
Согласно лемме о транзитивности отношения $\dashv$, влечет $L(A) \dashv B$.
По теореме о внутренней характеризации линейной оболочки получаем доказываемое включение $L(A) \subseteq L(B)$.

III.4.6. Стандартные способы задания подпространств

Обычно применяется один из двух способов задания подпространств:

- В виде линейной оболочки системы векторов, желательно — как линейную оболочку базиса:

$$V = \langle v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_k \rangle\,. \tag{6}$$

- С помощью системы линейных уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ линейного пространства U:

$$\sum_{k=1}^{n} x_k e_k \in V \ \Leftrightarrow$$

III.4.6. Стандартные способы задания подпространств

Обычно применяется один из двух способов задания подпространств:

- В виде линейной оболочки системы векторов, желательно — как линейную оболочку базиса:

$$V = \langle v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_k \rangle\,. \tag{6}$$

- С помощью системы линейных уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ линейного пространства U:

$$\sum_{k=1}^{n} \mathbf{x_k} e_k \in V \ \Leftrightarrow$$

III.4.6. Стандартные способы задания подпространств

Обычно применяется один из двух способов задания подпространств:

- В виде линейной оболочки системы векторов, желательно — как линейную оболочку базиса:

$$V = \langle v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_k \rangle\,. \tag{6}$$

- С помощью системы линейных уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ линейного пространства U:

$$\sum_{k=1}^{n} \mathbf{x_k} e_k \in V \ \Leftrightarrow\ \begin{cases} a_{11}\mathbf{x_1} + a_{12}\mathbf{x_2} + \ldots + a_{1n}\mathbf{x_n} = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}\mathbf{x_1} + a_{m2}\mathbf{x_2} + \ldots + a_{mn}\mathbf{x_n} = 0. \end{cases}$$

III.4.6. Стандартные способы задания подпространств

Обычно применяется один из двух способов задания подпространств:

- В виде линейной оболочки системы векторов, желательно — как линейную оболочку базиса:

$$V = \langle v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_k \rangle\,. \tag{6}$$

- С помощью системы линейных уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ линейного пространства U:

$$\sum_{k=1}^{n} x_k e_k \in V \ \Leftrightarrow\ \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = 0. \end{cases}$$

Рассмотрим пример?

III.5. Основные результаты к этому моменту

Мы реализовали **алгебраический подход к представлению** векторов линейного пространства:

III.5. Основные результаты к этому моменту

Мы реализовали **алгебраический подход к представлению** векторов линейного пространства:

1) в качестве системы базовых объектов мы рассматриваем **базисы линейного пространства;**

III.5. Основные результаты к этому моменту

Мы реализовали **алгебраический подход к представлению** векторов линейного пространства:

1) в качестве системы базовых объектов мы рассматриваем **базисы линейного пространства;**

2) типовые преобразования и типовые комбинации представлены **линейными комбинациями векторов**;

III.5. Основные результаты к этому моменту

Мы реализовали **алгебраический подход к представлению** векторов линейного пространства:

1) в качестве системы базовых объектов мы рассматриваем **базисы линейного пространства;**

2) типовые преобразования и типовые комбинации представлены **линейными комбинациями векторов**;

3) механизмы аппроксимирования, в основном, будут рассмотрены позднее (матрицы перехода от одного базиса к другому, алгоритм выделения максимальной линейно независимой подсистемы системы векторов и др.)

III.5. Основные результаты к этому моменту

Мы реализовали **алгебраический подход к представлению** векторов линейного пространства:

1) в качестве системы базовых объектов мы рассматриваем **базисы линейного пространства;**

2) типовые преобразования и типовые комбинации представлены **линейными комбинациями векторов**;

3) механизмы аппроксимирования, в основном, будут рассмотрены позднее (матрицы перехода от одного базиса к другому, алгоритм выделения максимальной линейно независимой подсистемы системы векторов и др.)

III.5. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+

III.5. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+критерий+

III.5. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+критерий+однозначность.

III.5. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+критерий+однозначность.

Определение и критерий базиса.

III.5. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+критерий+однозначность.

Определение и критерий базиса.

Критерий подпространства.

III.5. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+критерий+однозначность.

Определение и критерий базиса.

Критерий подпространства.

Способы задания подпространства.

III.5. Основные результаты к этому моменту

Линейная независимость+критерий+однозначность.

Определение и критерий базиса.

Критерий подпространства.

Способы задания подпространства.

Определение линейной оболочки и теорема о внутренней характеризации линейной оболочки.

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *A понимать систему из трех компонентов:*

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *A понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования, предназначенный для (вообще говоря, приближенного) представления объекта A в виде результата применения типовых преобразований и типовых комбинаций объектов у базовым объектам.

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций подпространств линейного пространства.

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций подпространств линейного пространства.

Результатом будет понятие пересечения и суммы подпространств.

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций подпространств линейного пространства.

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *A понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций подпространств линейного пространства.

В качестве механизма аппроксимирования докажем **теорему о вычислении суммы и пересечения подпространств**.

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *А понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций подпространств линейного пространства.

В качестве механизма аппроксимирования докажем **теорему о вычислении суммы и пересечения подпространств**.

IV. Алгебраический подход к подпространствам

Мы предложили *под* ***алгебраическим подходом к представлению объекта*** *A понимать систему из трех компонентов:*

1) систему базовых объектов;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций;

3) механизм аппроксимирования.

Сначала мы сформируем систему типовых преобразований и типовых комбинаций подпространств линейного пространства.

В качестве механизма аппроксимирования докажем **теорему о вычислении суммы и пересечения подпространств**.

В качестве базовых элементов можно взять одномерные подпространства, см. **теорему о разложении в прямую сумму одномерных подпространств**.

IV.1. Алгебра подпространств

В соответствии со **стратегией перехода от изучения отдельного объекта к исследованию системы объектов** естественно рассмотреть

IV.1. Алгебра подпространств

В соответствии со **стратегией перехода от изучения отдельного объекта к исследованию системы объектов** естественно рассмотреть

операции алгебры подпространств и отношения на множестве подпространств.

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16. *Пусть V, W — подпространства линейного пространства U над полем K. Тогда пересечение $V \cap W$ подпространств V и W является подпространством.*

Слишком много букав...

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \leq U.$$

Вот теперь хорошо!

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \leq U.$$

Доказательство.

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \leq U.$$

Доказательство. Это очевидное следствие **критерия подпространства**.

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \leq U.$$

Доказательство. Пусть $x \in V \cap W$, $y \in V \cap W$, $\lambda, \mu \in K$.

$$\begin{cases} x \in V \cap W, \\ y \in V \cap W \end{cases} \Rightarrow$$

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \leq U.$$

Доказательство. Пусть $x \in V \cap W$, $y \in V \cap W$, $\lambda, \mu \in K$.

$$\begin{cases} x \in V \cap W, \\ y \in V \cap W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in V, \\ y \in V \end{cases} \\ \\ \end{cases}$$

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \leq U.$$

Доказательство. Пусть $x \in V \cap W$, $y \in V \cap W$, $\lambda, \mu \in K$.

$$\begin{cases} x \in V \cap W, \\ y \in V \cap W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in V, \\ y \in V \end{cases} \\ \begin{cases} x \in W, \\ y \in W \end{cases} \end{cases}$$

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \leq U.$$

Доказательство. Пусть $x \in V \cap W$, $y \in V \cap W$, $\lambda, \mu \in K$.

$$\begin{cases} x \in V \cap W, \\ y \in V \cap W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in V, \\ y \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in V \\ \begin{cases} x \in W, \\ y \in W \end{cases} \end{cases}$$

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \le U.$$

Доказательство. Пусть $x \in V \cap W$, $y \in V \cap W$, $\lambda, \mu \in K$.

$$\begin{cases} x \in V \cap W, \\ y \in V \cap W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in V, \\ y \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in V \\ \begin{cases} x \in W, \\ y \in W \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in W \end{cases} \Rightarrow$$

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \le U.$$

Доказательство. Пусть $x \in V \cap W$, $y \in V \cap W$, $\lambda, \mu \in K$.

$$\begin{cases} x \in V \cap W, \\ y \in V \cap W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in V, \\ y \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in V \\ \begin{cases} x \in W, \\ y \in W \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in W \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda x + \mu y \in V \\ \lambda x + \mu y \in W \end{cases} \Rightarrow$$

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \le U.$$

Доказательство. Пусть $x \in V \cap W$, $y \in V \cap W$, $\lambda, \mu \in K$.

$$\begin{cases} x \in V \cap W, \\ y \in V \cap W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in V, \\ y \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in V \\ \begin{cases} x \in W, \\ y \in W \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in W \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda x + \mu y \in V \\ \lambda x + \mu y \in W \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in V \cap W.$$

IV.1.1. Пересечение подпространств

Теорема 16.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow V \cap W \le U.$$

Доказательство. Пусть $x \in V \cap W$, $y \in V \cap W$, $\lambda, \mu \in K$.

$$\begin{cases} x \in V \cap W, \\ y \in V \cap W \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \in V, \\ y \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in V \\ \begin{cases} x \in W, \\ y \in W \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in W \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda x + \mu y \in V \\ \lambda x + \mu y \in W \end{cases} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in V \cap W.$$

Теорема доказана.

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть V, W — подпространства линейного пространства U над полем K.* **Суммой подпространств** *V и W называется множество*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{7}$$

Много букафф...

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть V, W — подпространства линейного пространства U над полем K.* **Суммой подпространств** V *и* W *называется множество*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U, \quad W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U$, $W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

Доказательство.

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U$, $W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

Доказательство. Это очевидное следствие **критерия подпространства**.

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U, \quad W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

Доказательство. Пусть $v_1 + w_1 \in V + W, \quad v_2 + w_2 \in V + W, \lambda, \mu \in K$.

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U$, $W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

Доказательство. Пусть $v_1 + w_1 \in V + W$, $v_2 + w_2 \in V + W$, $\lambda, \mu \in K$. Тогда

$\lambda (v_1 + w_1) + \mu (v_2 + w_2) =$

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U, \quad W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

Доказательство. Пусть $v_1 + w_1 \in V + W, \quad v_2 + w_2 \in V + W$, $\lambda, \mu \in K$. Тогда

$\lambda (v_1 + w_1) + \mu (v_2 + w_2) = (\lambda v_1 + \mu v_2) + (\lambda w_1 + \mu w_2)$

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U$, $W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

Доказательство. Пусть $v_1 + w_1 \in V + W$, $v_2 + w_2 \in V + W$, $\lambda, \mu \in K$. Тогда

$$\lambda (v_1 + w_1) + \mu (v_2 + w_2) = \underbrace{(\lambda v_1 + \mu v_2)}_{\in V} + \underbrace{(\lambda w_1 + \mu w_2)}_{\in W}$$

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U$, $W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

Доказательство. Пусть $v_1 + w_1 \in V + W$, $v_2 + w_2 \in V + W$, $\lambda, \mu \in K$. Тогда

$$\lambda (v_1 + w_1) + \mu (v_2 + w_2) = \underbrace{(\lambda v_1 + \mu v_2)}_{\in V} + \underbrace{(\lambda w_1 + \mu w_2)}_{\in W} \in V + W.$$

IV.1.2. Сумма подпространств

Определение 14. *Пусть* $V \leqslant U, \quad W \leqslant U$. *Тогда* **суммой подпространств** V *и* W *называется*

$$V + W = \left\{ v + w \,\middle|\, v \in V, w \in W \right\}. \tag{8}$$

Теорема 17. *Сумма подпространств является подпространством.*

Доказательство. Пусть $v_1 + w_1 \in V + W, \quad v_2 + w_2 \in V + W,$ $\lambda, \mu \in K$. Тогда

$$\lambda (v_1 + w_1) + \mu (v_2 + w_2) = \underbrace{(\lambda v_1 + \mu v_2)}_{\in V} + \underbrace{(\lambda w_1 + \mu w_2)}_{\in W} \in V + W.$$

Теорема доказана.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18. *Пусть V, W — подпространства конечномерного линейного пространства U над полем K. Тогда*

$$\dim(V + W) = \dim(V) + \dim(W) - \dim(V \cap W).$$

Много букафф...

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

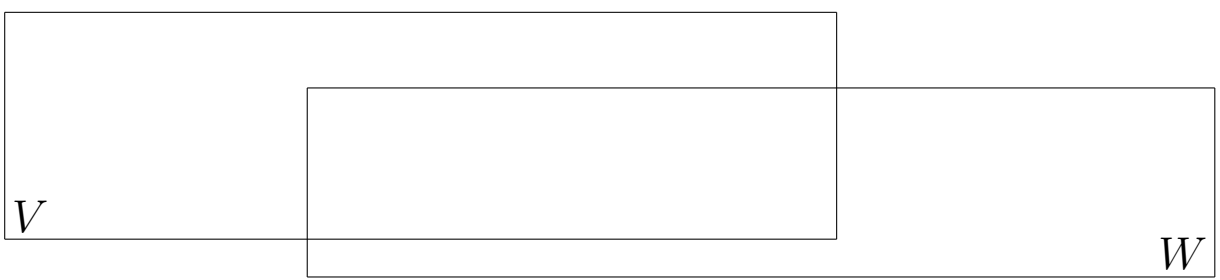
Теорема 18.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow \dim(V+W) = \dim(V) + \dim(W) - \dim(V \cap W).$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \leq U, \\ W \leq U \end{cases} \Rightarrow \dim(V+W) = \dim(V) + \dim(W) - \dim(V \cap W).$$

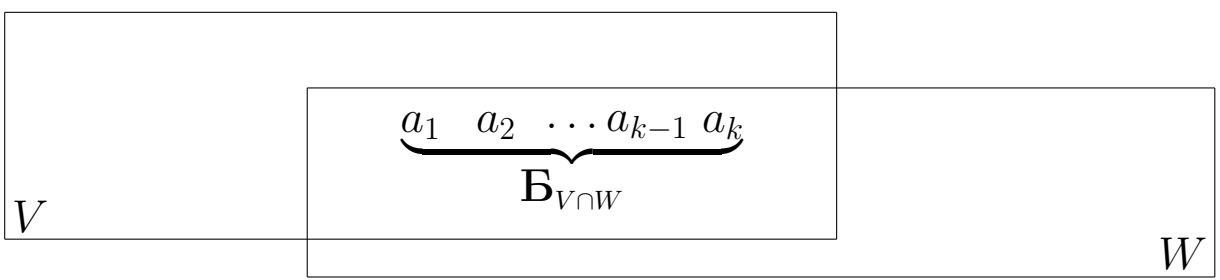


Доказательство.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \dim(V+W) = \dim(V) + \dim(W) - \dim(V \cap W).$$

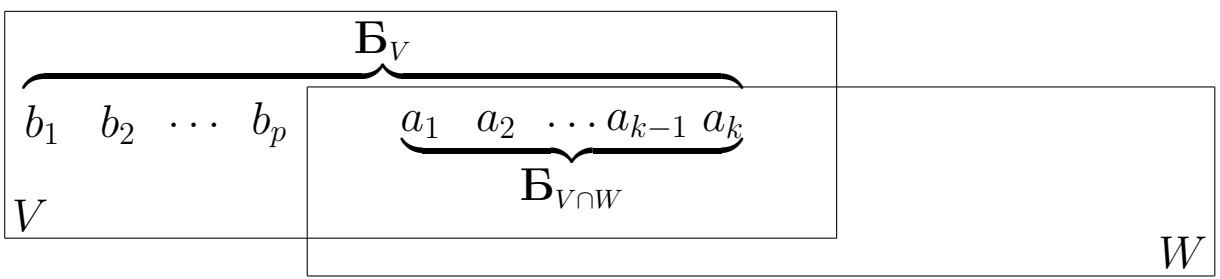


Доказательство. Пусть $\mathbf{Б}_{V\cap W} = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ — базис подпространства $V \cap W$.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \dim(V+W) = \dim(V) + \dim(W) - \dim(V \cap W).$$

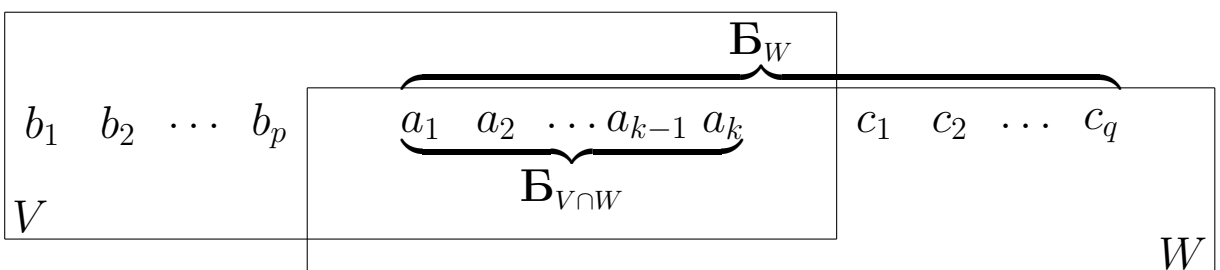


Доказательство. Пусть $\text{Б}_{V\cap W} = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ — базис подпространства $V \cap W$. Дополним его до базиса линейного пространства V, получим базис $\text{Б}_V = \{a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_p\}$ (этот базис определяется, вообще говоря, не однозначно).

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \dim(V+W) = \dim(V) + \dim(W) - \dim(V \cap W).$$

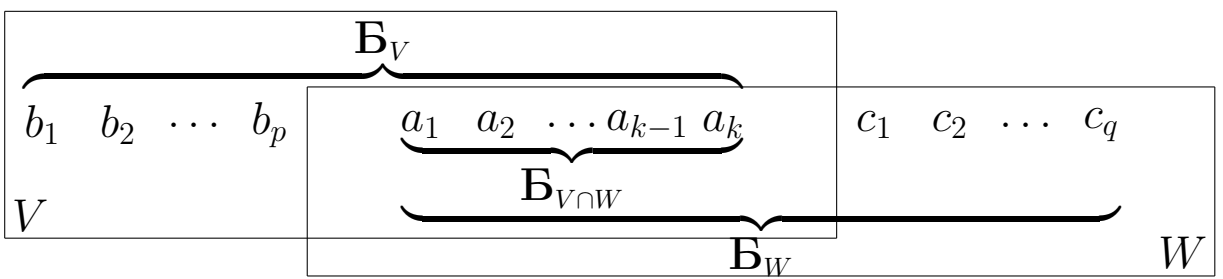


Доказательство. Пусть $\mathbf{Б}_{V\cap W} = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ — базис подпространства $V \cap W$. Дополним его до базиса линейного пространства V, получим базис $\mathbf{Б}_V = \{a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_p\}$. Теперь дополним базис $\mathbf{Б}_{V\cap W}$ до базиса линейного пространства W, получим базис $\mathbf{Б}_W = \{a_1, a_2, \dots, a_k, c_1, c_2, \dots, c_q\}$.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \dim(V+W) = \dim(V) + \dim(W) - \dim(V \cap W).$$



Доказательство. Осталось проверить, что система

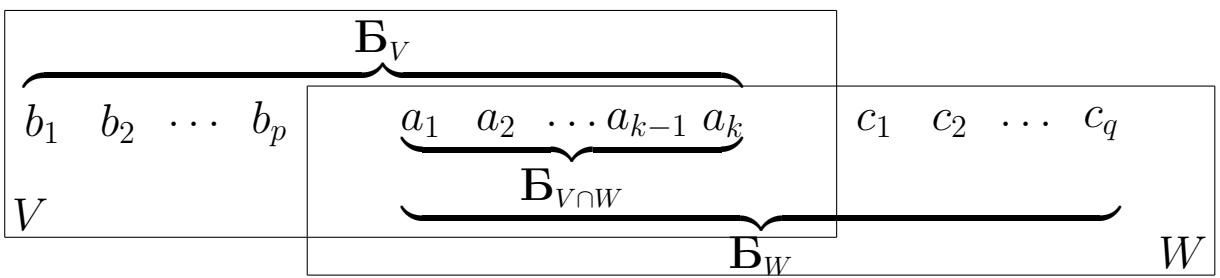
$$\text{Б}_{V+W} = \{a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_p, c_1, c_2, \dots, c_q\}$$

является базисом суммы $V+W$, т.к.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V\cap W)}^{k}.$$



Доказательство. Осталось проверить, что система

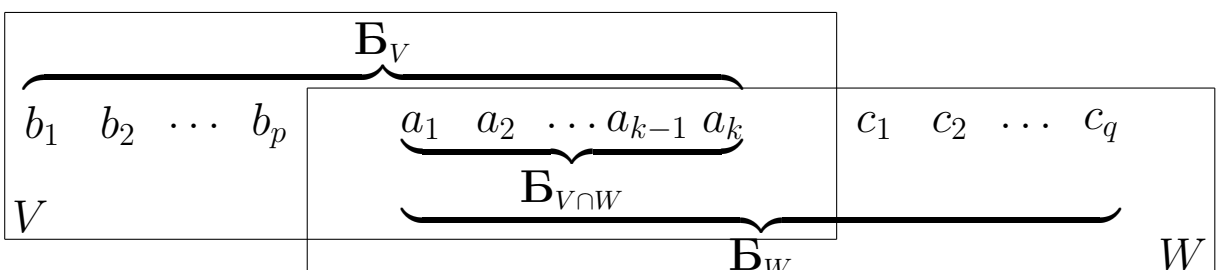
$$\text{Б}_{V+W} = \{a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_p, c_1, c_2, \dots, c_q\}$$

является базисом суммы $V+W$, т.к. (см. формулировку теоремы)

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V\cap W)}^{k}.$$



Доказательство. Осталось проверить, что система

$$\text{Б}_{V+W} = \{a_1, a_2, \dots, a_k, b_1, b_2, \dots, b_p, c_1, c_2, \dots, c_q\}$$

является базисом суммы $V+W$, т.к. (см. формулировку теоремы) $p+k+q = (p+k)+(k+q)-k$.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. Проверим, что система $\text{Б}_{V+W} = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, b_1, b_2, \ldots, b_p, c_1, c_2, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V + W$.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. Проверим, что система $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, b_1, b_2, \ldots, b_p, c_1, c_2, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V + W$. По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** (критерий базиса) для этого достаточно убедиться в том, что, во-первых, эта система векторов линейно независима, и, во-вторых, что всякий вектор из $V + W$ является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_{V+W}$.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. Проверим, что система $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, a_2, \ldots, a_k, b_1, b_2, \ldots, b_p, c_1, c_2, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V + W$. По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** (критерий базиса) для этого достаточно убедиться в том, что, во-первых, эта система векторов линейно независима, и, во-вторых, что всякий вектор из $V + W$ является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_{V+W}$.

Оба утверждения очевидны. Проверим?

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\text{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

Тогда

$$\underbrace{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p}_{\in V} = \underbrace{-\gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \ldots - \gamma_q c_q}_{\in W} \in \tag{9}$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V\cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\text{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

Тогда

$$\underbrace{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p}_{\in V} = \underbrace{-\gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \ldots - \gamma_q c_q}_{\in W} \in V \cap W. \quad (9)$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов**

$$\underbrace{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p}_{\in V} = \underbrace{-\gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \ldots - \gamma_q c_q}_{\in W} \in V \cap W. \quad (9)$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V\cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов**

$$\underbrace{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p}_{\in V} =$$

$$= \underbrace{\theta_1 a_1 + \theta_2 a_2 + \ldots + \theta_k a_k}_{V\cap W} = \underbrace{-\gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \ldots - \gamma_q c_q}_{\in W} \in V \cap W. \quad (9)$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

Итак, $-\gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \ldots - \gamma_q c_q = \theta_1 a_1 + \theta_2 a_2 + \ldots + \theta_k a_k$, откуда

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

Итак, $-\gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \ldots - \gamma_q c_q = \theta_1 a_1 + \theta_2 a_2 + \ldots + \theta_k a_k$, откуда

$$\theta_1 a_1 + \theta_2 a_2 + \ldots + \theta_k a_k + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V + W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

Итак, $-\gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \ldots - \gamma_q c_q = \theta_1 a_1 + \theta_2 a_2 + \ldots + \theta_k a_k$, откуда

$$\theta_1 a_1 + \theta_2 a_2 + \ldots + \theta_k a_k + \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0}.$$

Но система векторов $\mathbf{Б}_W$ **линейно независима**, поэтому, в частности, $\gamma_1 = \ldots = \gamma_q = 0$.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p = \mathbf{0}.$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V + W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p = \mathbf{0}.$$

Но $\mathbf{Б} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p\}$ — базис, поэтому

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k = \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_p = 0.$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k = \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_p = \gamma_1 = \gamma_2 = \ldots = \gamma_p = 0.$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. $\mathbf{Б}_{V+W} = \{a_1, \ldots, a_k, b_1, \ldots, b_p, c_1, \ldots, c_q\}$ является базисом суммы $V+W$?

Проверим **линейную независимость**:

$$\alpha_1 a_1 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \ldots + \beta_p b_p + \gamma_1 c_1 + \ldots + \gamma_q c_q = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots + \alpha_k a_k + \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \ldots + \beta_p b_p = \mathbf{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_k = \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_p = \gamma_1 = \gamma_2 = \ldots = \gamma_p = 0.$$

Следовательно, система $\mathbf{Б}_{V+W}$ **линейно независима**.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. Итак, система векторов $\mathbf{Б}_{V+W}$ линейно независима.

Осталось доказать, что система векторов $\mathbf{Б}_{V+W}$ полна, то есть, что любой вектор из $V+W$ является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_{V+W}$.

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. Согласно **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** и определению суммы подпространств, получаем, что любой вектор из $V+W$ можно представить в виде

$$\underbrace{v}_{\in V} + \underbrace{w}_{\in W} =$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. Согласно **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** и определению суммы подпространств, получаем, что любой вектор из $V+W$ можно представить в виде

$$\underbrace{v}_{\in V} + \underbrace{w}_{\in W} = (\zeta_1 a_1 + \ldots + \zeta_k a_k + \eta_1 b_1 + \ldots + \eta_p b_p) +$$

$$+ (\rho_1 a_1 + \ldots + \rho_k a_k + \tau_1 c_1 + \ldots + \tau_q c_q) =$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. Согласно **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** и определению суммы подпространств, получаем, что любой вектор из $V+W$ можно представить в виде

$$\underbrace{v}_{\in V} + \underbrace{w}_{\in W} = (\zeta_1 a_1 + \ldots + \zeta_k a_k + \eta_1 b_1 + \ldots + \eta_p b_p) +$$

$$+ (\rho_1 a_1 + \ldots + \rho_k a_k + \tau_1 c_1 + \ldots + \tau_q c_q) =$$

$$= (\zeta_1 + \rho_1)\, a_1 + \ldots + (\zeta_k + \rho_k)\, a_k + \eta_1 b_1 + \ldots + \eta_p b_p + \tau_1 c_1 + \ldots + \tau_q c_q.$$

IV.1.3. Теорема о размерности суммы подпространств

Теорема 18.

$$\begin{cases} V \le U, \\ W \le U \end{cases} \Rightarrow \overbrace{\dim(V+W)}^{p+k+q} = \overbrace{\dim(V)}^{p+k} + \overbrace{\dim(W)}^{k+q} - \overbrace{\dim(V \cap W)}^{k}.$$

Доказательство. Согласно **теореме о линейных комбинациях базисных векторов** и определению суммы подпространств, получаем, что любой вектор из $V+W$ можно представить в виде

$$\underbrace{v}_{\in V} + \underbrace{w}_{\in W} = (\zeta_1 a_1 + \ldots + \zeta_k a_k + \eta_1 b_1 + \ldots + \eta_p b_p) +$$

$$+ (\rho_1 a_1 + \ldots + \rho_k a_k + \tau_1 c_1 + \ldots + \tau_q c_q) =$$

$$= (\zeta_1 + \rho_1)\, a_1 + \ldots + (\zeta_k + \rho_k)\, a_k + \eta_1 b_1 + \ldots + \eta_p b_p + \tau_1 c_1 + \ldots + \tau_q c_q.$$

Теорема доказана.

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения п/п

Теорема 19. *Если* $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — ***базис*** *линейного* ***пространства*** U *и*

$$V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{p1}x_1 + \ldots + a_{pn}x_n = 0 \end{array} \right. \right\},$$

$$W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} b_{11}x_1 + \ldots + b_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ b_{q1}x_1 + \ldots + b_{qn}x_n = 0 \end{array} \right. \right\},$$

— *подпространства линейного пространства* U*, то*

$$V + W = \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle, \tag{10}$$

$$V \cap W = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{p1}x_1 + \ldots + a_{pn}x_n = 0, \\ b_{11}x_1 + \ldots + b_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ b_{q1}x_1 + \ldots + b_{qn}x_n = 0 \end{array} \right. \right\}. \tag{11}$$

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для суммы:*

$$\begin{cases} V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle, \\ W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle \end{cases} \Rightarrow V + W = \langle v_1, \ldots, w_1, \ldots \rangle. \qquad (10)$$

Доказательство. Надо доказать...

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для суммы:*

$$\begin{cases} V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle, \\ W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle \end{cases} \Rightarrow V + W = \langle v_1, \ldots, w_1, \ldots \rangle. \qquad (10)$$

Доказательство. Надо доказать *равенство множеств.*

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для суммы:*

$$\begin{cases} V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle, \\ W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle \end{cases} \Rightarrow V + W = \langle v_1, \ldots, w_1, \ldots \rangle. \qquad (10)$$

Доказательство *равенства множеств* проведем по определению, то есть докажем, что

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для суммы:*

$$\begin{cases} V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle, \\ W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle \end{cases} \Rightarrow V + W = \langle v_1, \ldots, w_1, \ldots \rangle. \qquad (10)$$

Доказательство *равенства множеств* проведем по определению, то есть докажем, что

$V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$

и что

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для суммы:*

$$\begin{cases} V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle, \\ W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle \end{cases} \Rightarrow V + W = \langle v_1, \ldots, w_1, \ldots \rangle. \qquad (10)$$

Доказательство *равенства множеств* проведем по определению, то есть докажем, что

$V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$

и что $V + W \supseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$.

Включение $V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$ следует из

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для суммы:*

$$\begin{cases} V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle, \\ W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle \end{cases} \Rightarrow V + W = \langle v_1, \ldots, w_1, \ldots \rangle. \qquad (10)$$

Доказательство *равенства множеств* проведем по определению, то есть докажем, что

$V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$

и что $V + W \supseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$.

Включение $V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$ следует из **определения суммы подпространств**.

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для суммы:*

$$\begin{cases} V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle, \\ W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle \end{cases} \Rightarrow V + W = \langle v_1, \ldots, w_1, \ldots \rangle. \qquad (10)$$

Доказательство *равенства множеств* проведем по определению, то есть докажем, что

$V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$

и что $V + W \supseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$.

Включение $V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$ следует из **определения суммы подпространств**.

Обратное включение $V + W \supseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$ вытекает из

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для суммы:*

$$\begin{cases} V = \langle v_1, \ldots, v_k, \ldots \rangle, \\ W = \langle w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle \end{cases} \Rightarrow V + W = \langle v_1, \ldots, w_1, \ldots \rangle. \qquad (10)$$

Доказательство *равенства множеств* проведем по определению, то есть докажем, что

$V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$

и что $V + W \supseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$.

Включение $V + W \subseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$ следует из **определения суммы подпространств**.

Обратное включение $V + W \supseteq \langle v_1, \ldots, v_n, \ldots, w_1, \ldots, w_m, \ldots \rangle$ вытекает из **теоремы о внутренней характеризации линейной оболочки**.

IV.2. Теорема о вычислении суммы и пересечения подпространств

Теорема 19. *Для пересечения:*

$$V \cap W = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{p1}x_1 + \ldots + a_{pn}x_n = 0, \\ b_{11}x_1 + \ldots + b_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ b_{q1}x_1 + \ldots + b_{qn}x_n = 0 \end{array} \right. \right\}. \qquad (11)$$

Доказательство тоже проводится с помощью двух включений: левой части требуемого равенства в правую его часть и обратного включения.

Рассмотреть пример?

IV.3. Прямая сумма подпространств

Какие ситуации, наиболее интересные для изучения, можно выделить с помощью рассмотренных операций алгебры подпространств?

IV.3. Прямая сумма подпространств

Какие ситуации, наиболее интересные для изучения, можно выделить с помощью рассмотренных операций алгебры подпространств? Естественно выделить такие ситуации с помощью **стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций**.

IV.3. Прямая сумма подпространств

Какие ситуации, наиболее интересные для изучения, можно выделить с помощью рассмотренных операций алгебры подпространств? Естественно выделить такие ситуации с помощью **стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций**.

Можно выделить ситуацию, когда **результат операции совпадает с одним из операндов**.

IV.3. Прямая сумма подпространств

Какие ситуации, наиболее интересные для изучения, можно выделить с помощью рассмотренных операций алгебры подпространств? Естественно выделить такие ситуации с помощью **стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций**.

Можно выделить ситуацию, когда **результат операции совпадает с одним из операндов**.

Заслуживает рассмотрения случай, когда сумма подпространств совпадает со всем пространством. Примером такого результата является рассмотренная ниже **теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств**.

IV.3. Прямая сумма подпространств

Какие ситуации, наиболее интересные для изучения, можно выделить с помощью рассмотренных операций алгебры подпространств? Естественно выделить такие ситуации с помощью **стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций**.

Можно выделить ситуацию, когда **результат операции совпадает с одним из операндов**.

Заслуживает рассмотрения случай, когда сумма подпространств совпадает со всем пространством. Примером такого результата является рассмотренная ниже **теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств**.

Важным примером «экстремальной ситуации» является **случай, когда слагаемые имеют минимальное пересечение**.

IV.3. Прямая сумма подпространств

Определение 15. *Если* V, W *— подпространства линейного пространства* U *над полем* K *и* $V \cap W = \{\mathbf{0}\}$. *Тогда сумма* $V + W$ *подпространств* V *и* W *называется* **прямой суммой**. *Прямая сумма подпространств обозначается через* $V \oplus W$.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20. *Пусть V, W — подпространства линейного пространства U над полем K. Тогда сумма $V + W$ является* ***прямой суммой*** *тогда и только тогда, когда всякий вектор из $V + W$* ***однозначным образом*** *представляется в виде $v + w$, где $v \in V$, $w \in W$.*

Много букав...

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(x \in V + W \;\Rightarrow\; x = \underbrace{\overbrace{v}^{V} + \overbrace{w}^{W}}_{\textit{однозначно}} \right).$$

Что-то... как-то... «Не фонтан»...

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \leq U, \\ W \leq U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Вот теперь формулировка «на языке равенств, неравенств и теоретико-множественных включений»!

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \leq U, \\ W \leq U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $V + W = V \oplus W$. Сначала докажем однозначность разложения вектора.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $V + W = V \oplus W$.

Пусть $v_1 + w_1 = v_2 + w_2$, где $\left\{\begin{array}{l} \{v_1,\ v_2\} \subseteq V, \\ \{w_1,\ w_2\} \subseteq W. \end{array}\right.$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \leq U, \\ W \leq U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $V + W = V \oplus W$.

Пусть $v_1 + w_1 = v_2 + w_2$, где $\left\{\begin{array}{l} \{v_1,\ v_2\} \subseteq V, \\ \{w_1,\ w_2\} \subseteq W. \end{array}\right.$

«Соберем» все векторы из V в левой части равенства, а все векторы из W — в правой части.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $V + W = V \oplus W$.

Пусть $v_1 + w_1 = v_2 + w_2$, где $\left\{\begin{array}{l} \{v_1,\ v_2\} \subseteq V, \\ \{w_1,\ w_2\} \subseteq W. \end{array}\right.$

«Соберем» все векторы из V в левой части равенства, а все векторы из W — в правой части. Получаем

$$\underbrace{v_1 - v_2}_{\in V} =$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $V + W = V \oplus W$.

Пусть $v_1 + w_1 = v_2 + w_2$, где $\left\{\begin{array}{l} \{v_1,\ v_2\} \subseteq V, \\ \{w_1,\ w_2\} \subseteq W. \end{array}\right.$

«Соберем» все векторы из V в левой части равенства, а все векторы из W — в правой части. Получаем

$$\underbrace{v_1 - v_2}_{\in V} = \underbrace{w_2 - w_1}_{\in W} \in$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $V + W = V \oplus W$.

Пусть $v_1 + w_1 = v_2 + w_2$, где $\left\{\begin{array}{l} \{v_1,\ v_2\} \subseteq V, \\ \{w_1,\ w_2\} \subseteq W. \end{array}\right.$

«Соберем» все векторы из V в левой части равенства, а все векторы из W — в правой части. Получаем

$$\underbrace{v_1 - v_2}_{\in V} = \underbrace{w_2 - w_1}_{\in W} \in V \cap W =$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $V + W = V \oplus W$.

Пусть $v_1 + w_1 = v_2 + w_2$, где $\left\{\begin{array}{l} \{v_1,\ v_2\} \subseteq V, \\ \{w_1,\ w_2\} \subseteq W. \end{array}\right.$

«Соберем» все векторы из V в левой части равенства, а все векторы из W — в правой части. Получаем

$$\underbrace{v_1 - v_2}_{\in V} = \underbrace{w_2 - w_1}_{\in W} \in V \cap W = \{\mathbf{0}\},$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $V + W = V \oplus W$.

Пусть $v_1 + w_1 = v_2 + w_2$, где $\left\{\begin{array}{l} \{v_1,\ v_2\} \subseteq V, \\ \{w_1,\ w_2\} \subseteq W. \end{array}\right.$

«Соберем» все векторы из V в левой части равенства, а все векторы из W — в правой части. Получаем

$$\underbrace{v_1 - v_2}_{\in V} = \underbrace{w_2 - w_1}_{\in W} \in V \cap W = \{\mathbf{0}\},$$

то есть $v_1 = v_2$, и $w_1 = w_2$. Необходимость доказана.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \leq U, \\ W \leq U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Достаточность.*

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Доказательство. *Достаточность.*

Мы приведем 2 доказательства.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \leq U, \\ W \leq U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Первое доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Первое доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Возьмем $x \in V \cap W$.

W — подпространство, поэтому $x \in W \Rightarrow (-x) \in W$.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Первое доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Возьмем $x \in V \cap W$.

W — подпространство, поэтому $x \in W \Rightarrow (-x) \in W$.

Следовательно, $\underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \mathbf{0}$.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Первое доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Возьмем $x \in V \cap W$.

W — подпространство, поэтому $x \in W \Rightarrow (-x) \in W$.

Следовательно, $\underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \mathbf{0}$. Так как $\underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = \mathbf{0}$, то

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Первое доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Возьмем $x \in V \cap W$.

W — подпространство, поэтому $x \in W \Rightarrow (-x) \in W$.

Следовательно, $\underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \mathbf{0}$. Так как $\underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = \mathbf{0}$, то

$$x \in V \cap W \Rightarrow \underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} \Rightarrow$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Первое доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Возьмем $x \in V \cap W$.

W — подпространство, поэтому $x \in W \Rightarrow (-x) \in W$.

Следовательно, $\underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \mathbf{0}$. Так как $\underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = \mathbf{0}$, то

$$x \in V \cap W \Rightarrow \underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} \Rightarrow$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Первое доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Возьмем $x \in V \cap W$.

W — подпространство, поэтому $x \in W \Rightarrow (-x) \in W$.

Следовательно, $\underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \mathbf{0}$. Так как $\underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = \mathbf{0}$, то

$$x \in V \cap W \Rightarrow \underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \mathbf{0}, \\ -x = \mathbf{0}. \end{array}\right.$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Первое доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Возьмем $x \in V \cap W$.

W — подпространство, поэтому $x \in W \Rightarrow (-x) \in W$.

Следовательно, $\underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \mathbf{0}$. Так как $\underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = \mathbf{0}$, то

$$\mathbf{x \in V \cap W} \Rightarrow \underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{(-x)}_{\in W} = \underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \mathbf{x = 0}, \\ -x = \mathbf{0}. \end{array}\right.$$ Ура!

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \leq U, \\ W \leq U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Второе доказательство достаточности.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \leq U, \\ W \leq U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Второе доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно.

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \leq U, \\ W \leq U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Второе доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Тогда

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Второе доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Тогда

$$x \in V \cap W \Rightarrow \underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = x = \underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{x}_{\in W} \Rightarrow$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Второе доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Тогда

$$x \in V \cap W \Rightarrow \underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = x = \underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{x}_{\in W} \Rightarrow$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Второе доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Тогда

$$x \in V \cap W \;\Rightarrow\; \underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = x = \underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{x}_{\in W} \;\Rightarrow\; x = \mathbf{0}.$$

IV.3.1. Критерий прямой суммы подпространств

Теорема 20.

$$\left\{\begin{array}{l} V \le U, \\ W \le U, \\ V \cap W = \{\mathbf{0}\} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left(\left\{\begin{array}{l} x = v' + w' = v'' + w'', \\ \{v', v''\} \subseteq V, \\ \{w', w''\} \subseteq W \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} v' = v'', \\ w' = w'' \end{array}\right.\right).$$

Второе доказательство достаточности.

Пусть каждый вектор из $V + W$ представляется в виде суммы вектора из V и W однозначно. Тогда

$$\mathbf{x \in V \cap W} \Rightarrow \underbrace{x}_{\in V} + \underbrace{\mathbf{0}}_{\in W} = x = \underbrace{\mathbf{0}}_{\in V} + \underbrace{x}_{\in W} \Rightarrow \mathbf{x = 0}.$$

Теорема доказана.

IV.3.2. Прямая сумма нескольких подпространств

Понятие прямой суммы подпространств естественным образом обобщается на случай суммы трех и более подпространств.

IV.3.2. Прямая сумма нескольких подпространств

Понятие прямой суммы подпространств естественным образом обобщается на случай суммы трех и более подпространств.

Определение 16. *Сумма подпространств* $V_1, \ldots, V_k$ *называется* **прямой** *тогда и только тогда, когда пересечение любого из* V_i *с суммой остальных слагаемых является нулевым пространством:*

$$V_i \cap (V_1 + V_2 + \ldots + V_{i-1} + V_{i+1} + \ldots + V_k) = \{\mathbf{0}\}.$$

Подпространство, являющееся прямой суммой подпространств $V_1, \ldots, V_k$*, записывают следующим образом:*

$$V_1 \oplus V_2 \oplus \ldots \oplus V_k.$$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. *Конечномерное линейное пространство раскладывается в прямую сумму одномерных подпространств.*

Много букафф...

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство.

Обозначим через **Б** базис линейного пространства U.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

Обозначим через $\mathbf{Б}$ базис линейного пространства U.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\text{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\text{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$$?$$

Надо доказать равенство

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\text{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;

2) равносильными преобразованиями равенств;

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\text{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;

2) равносильными преобразованиями равенств;

4) от противного.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;
2) равносильными преобразованиями равенств;
3) сведением к неравенствам $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$, или
4) от противного.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;
2) равносильными преобразованиями равенств;
3) сведением к неравенствам $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$, или включениям $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$;
4) от противного.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;
2) равносильными преобразованиями равенств;
3) сведением к неравенствам $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$, или включениям $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$;
4) от противного.

В качестве u_i возьмем

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;
2) равносильными преобразованиями равенств;
3) сведением к неравенствам $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$, или включениям $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$;
4) от противного.

В качестве u_i возьмем

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;
2) равносильными преобразованиями равенств;
3) сведением к неравенствам $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$, или включениям $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$;
4) от противного.

В качестве u_i возьмем e_i.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle ?$$

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;
2) равносильными преобразованиями равенств;
3) сведением к неравенствам $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$, или включениям $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$;
4) от противного.

В качестве u_i возьмем e_i.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Надо доказать равенство множеств.

Обычно равенство $L = R$ доказывается одним из следующих способов:

1) сведением к соответствующей теореме;
2) равносильными преобразованиями равенств;
3) сведением к неравенствам $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$, или включениям $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$;
4) от противного.

В качестве u_i возьмем e_i.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$$\langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \stackrel{?}{=} \{\mathbf{0}\}$$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \stackrel{?}{=} \{\mathbf{0}\}$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

$x =$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

$x =$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$$
$$x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n,$$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$$
$$= x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n,$$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

$\beta_i e_i = x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n,$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

$\beta_i e_i = x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n,$

$\alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} - \beta_i e_i + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n = \mathbf{0} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

$\beta_i e_i = x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n,$

$\alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} - \beta_i e_i + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n = \mathbf{0} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow$

В силу **линейной независимости** базиса...

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

$\beta_i e_i = x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n,$

$\alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} - \beta_i e_i + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n = \mathbf{0} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad \alpha_1 = \ldots = \alpha_{i-1} = -\beta_i = \alpha_{i+1} = \ldots = \alpha_n = 0.$

В силу **линейной независимости** базиса...

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

$\beta_i e_i = x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n,$

$\alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} - \beta_i e_i + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n = \mathbf{0} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad \alpha_1 = \ldots = \alpha_{i-1} = -\beta_i = \alpha_{i+1} = \ldots = \alpha_n = 0.$

Значит, сумма подпространств действительно является прямой суммой.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

Во-первых, докажем, что сумма $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$ является **прямой суммой.**

$x \in \langle e_i \rangle \cap (\langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_{i-1} \rangle + \langle e_{i+1} \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle) \Rightarrow$

$\beta_i e_i = x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n,$

$\alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_{i-1} e_{i-1} - \beta_i e_i + \alpha_{i+1} e_{i+1} + \ldots + \alpha_n e_n = \mathbf{0} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad \alpha_1 = \ldots = \alpha_{i-1} = -\beta_i = \alpha_{i+1} = \ldots = \alpha_n = 0.$

Значит, сумма подпространств действительно является прямой суммой.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \ \Rightarrow$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \;\Rightarrow\; x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \;\Rightarrow$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

$U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$? $\qquad$ $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \;\Rightarrow\; x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \;\Rightarrow x \in \langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

Доказали $U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$. $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \;\Rightarrow\; x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \;\Rightarrow x \in \langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

Доказали $U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$. $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \;\Rightarrow\; x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \;\Rightarrow x \in \langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

Доказали $U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$. $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \;\Rightarrow\; x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \;\Rightarrow x \in \langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$.

Обратное включение очевидно, поскольку

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

Доказали $U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$. $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \;\Rightarrow\; x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \;\Rightarrow x \in \langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$.

Обратное включение очевидно, поскольку

$$\begin{cases} e_1 \in U, \\ e_2 \in U, \\ \ldots \\ e_n \in U \end{cases} \Rightarrow$$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

Доказали $U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$. $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \;\Rightarrow\; x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \;\Rightarrow x \in \langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$.

Обратное включение очевидно, поскольку

$$\begin{cases} e_1 \in U, \\ e_2 \in U, \\ \ldots \\ e_n \in U \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \langle e_1 \rangle \subseteq U, \\ \langle e_2 \rangle \subseteq U, \\ \ldots \\ \langle e_n \rangle \subseteq U \end{cases} \Rightarrow$$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

Доказали $U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$. $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$?

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

$x \in U \;\Rightarrow\; x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \;\Rightarrow x \in \langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle$.

Обратное включение очевидно, поскольку

$$\begin{cases} e_1 \in U, \\ e_2 \in U, \\ \ldots \\ e_n \in U \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \langle e_1 \rangle \subseteq U, \\ \langle e_2 \rangle \subseteq U, \\ \ldots \\ \langle e_n \rangle \subseteq U \end{cases} \Rightarrow \langle e_1 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle \subseteq U.$$

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

Доказательство. **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис лин. пространства U.

Доказали $U \subseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$, $U \supseteq \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

Мы доказали, что $\langle e_1 \rangle + \langle e_2 \rangle + \ldots + \langle e_n \rangle = \langle e_1 \rangle \oplus \langle e_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle e_n \rangle$.

Теорема доказана.

IV.3.3. Теорема о разложении в прямую сумму одномерных подпространств

Теорема 21. $U = \langle u_1 \rangle \oplus \langle u_2 \rangle \oplus \ldots \oplus \langle u_n \rangle$.

В данном месте уместно было бы рассмотреть пример вычисления суммы и пересечения подпространств. Но решение примера затрудняется тем, что мы пока почти не владеем вычислительным аппаратом линейной алгебры. Как мы увидим из материала следующего раздела, в конечномерных линейных пространствах есть возможность эффективно применять аппарат *матричной алгебры*.

IV.4. Основные результаты

Реализован **алгебраический подход к представлению подпространств:**

1) в качестве базовых подпространств можно взять, например, одномерные подпространства;

2) систему типовых преобразований и типовых комбинаций составляют сумма и пересечение подпространств;

3) в качестве основы для механизма аппроксимирования можно использовать **теорему о вычислении суммы и пересечения подпространств** и **теорему о разложении в прямую сумму одномерных подпространств**.

IV.4. Основные результаты

К списку **ранее описанных главных достижений** теории линейных пространств добавляются следующие результаты.

Основные определения:

— определение **подпространства**;

— определение **линейной оболочки** системы векторов;

— **стандарные способы задания подпространств**;

— смысл **задания подпространства системой уравнений**;

— определение **суммы подпространств** и **прямой суммы подпространств**.

IV.4. Основные результаты

Получены следующие теоремы:

— критерий **подпространства**;

— теорема о **внутренней характеризации линейной оболочки**;

— теорема о **размерности суммы подпространств**;

— теорема о **вычислении суммы и пересечения подпространств**;

— **критерий прямой суммы подпространств**.

Рассмотрим пример?

V. Изоморфизм

В предыдущих разделах мы изучали отдельно взятое **линейное пространство**. В соответствии с логикой развития научных теорий (см. введение), одно из естественных направлений дальнейших исследований состоит в переходе к изучению *системы* линейных пространств. Для этого нам следует определить на совокупности различные отношения (предикаты) и функции (в частности, алгебраические операции).

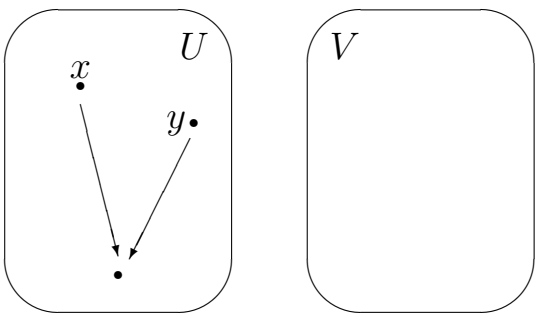
Мы начнем с отношения, играющего особую роль в теории линейных пространств — отношения изоморфности.

Рассмотрим пример?

V. Изоморфизм

В примере рассматриваемые **линейные пространства** с точки зрения теории линейных пространств являются «как бы одинаковыми», но отличаются только особенностями носителей. Иными словами, с точки зрения тех особенностей, которые являются значимыми для теории линейных пространств, эти два линейных пространства одинаковы, поскольку на особенности носителя рассматриваемая теория «внимания не обращает».

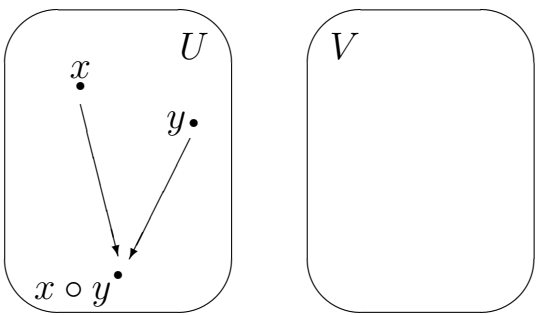
V.1. Линейная функция



Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент

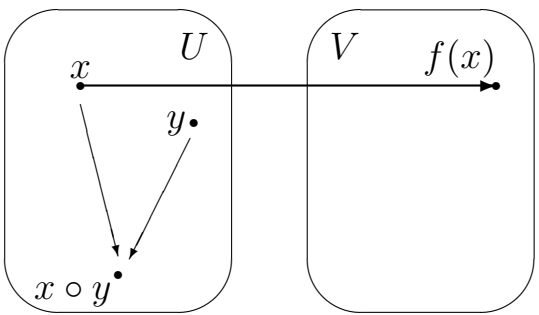
V.1. Линейная функция



Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

V.1. Линейная функция

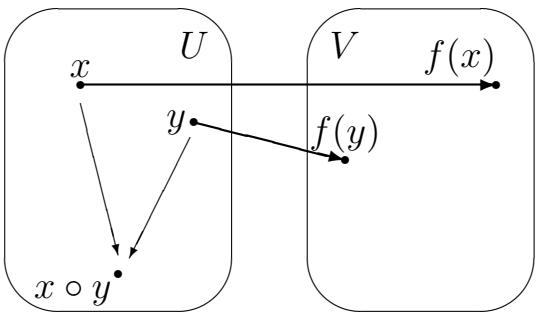


Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$

V.1. Линейная функция

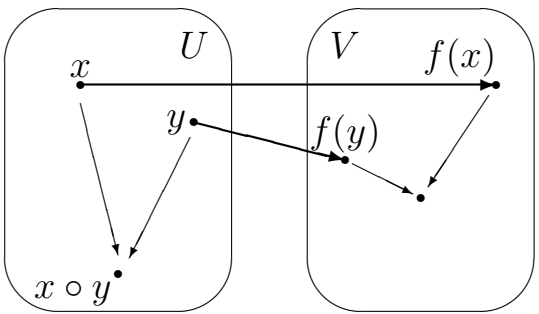


Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$

V.1. Линейная функция

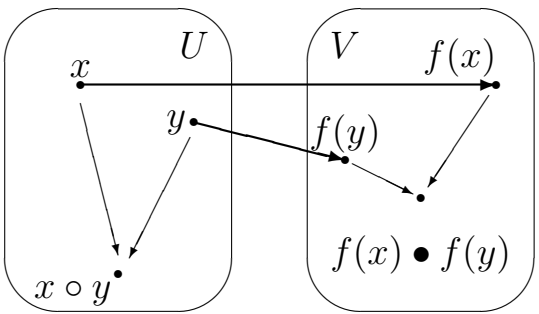


Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$ является

V.1. Линейная функция

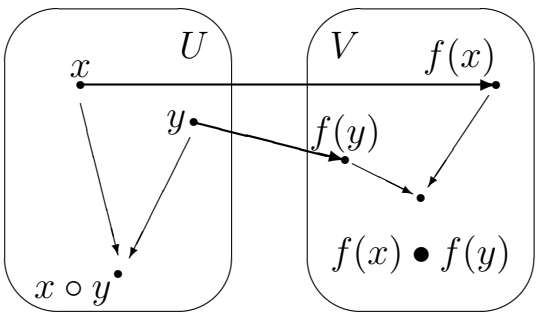


Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$ является $f(x) \bullet f(y)$.

V.1. Линейная функция



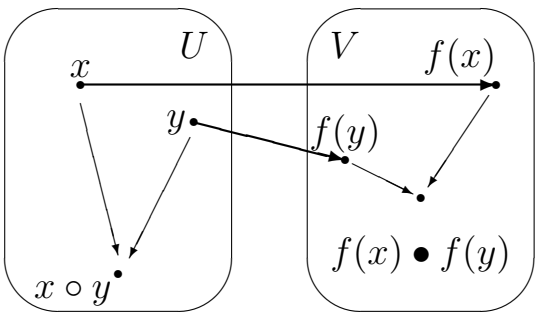
Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$ является $f(x) \bullet f(y)$.

Тогда образ вектора $x \circ y$, т.е.

V.1. Линейная функция



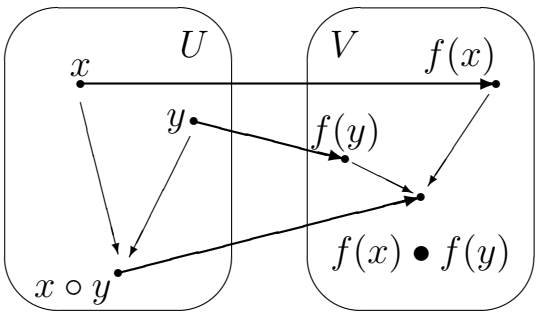
Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$ является $f(x) \bullet f(y)$.

Тогда образ вектора $x \circ y$, т.е. $f(x \circ y)$

V.1. Линейная функция



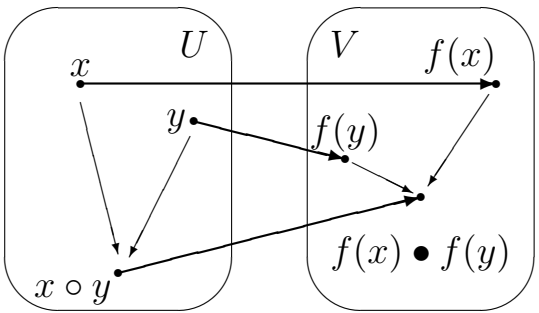
Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$ является $f(x) \bullet f(y)$.

Тогда образ вектора $x \circ y$, т.е. $f(x \circ y)$ должен совпасть с

V.1. Линейная функция



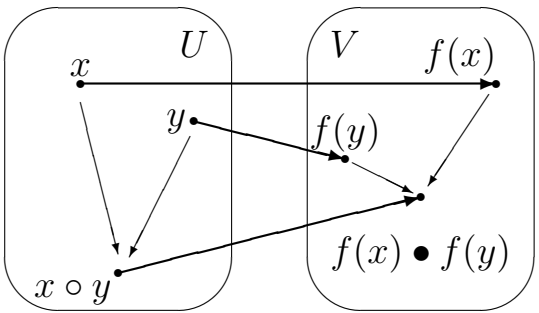
Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$ является $f(x) \bullet f(y)$.

Тогда образ вектора $x \circ y$, т.е. $f(x \circ y)$ должен совпасть с $f(x) \bullet f(y)$:

V.1. Линейная функция



Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

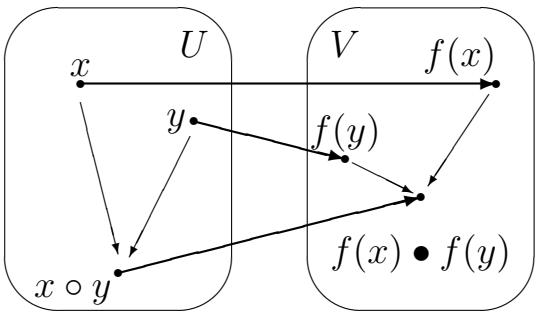
Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$ является $f(x) \bullet f(y)$.

Тогда образ вектора $x \circ y$, т.е. $f(x \circ y)$ должен совпасть с $f(x) \bullet f(y)$:

$$f(x \circ y) = f(x) \bullet f(y).$$

V.1. Линейная функция



Пусть операция «сложение» в U обозначается через $\circ$, а в V — через $\bullet$.

Суммой элементов x и y является элемент $x \circ y$.

Суммой элементов $f(x)$ и $f(y)$ является $f(x) \bullet f(y)$.

Тогда образ вектора $x \circ y$, т.е. $f(x \circ y)$ должен совпасть с $f(x) \bullet f(y)$:

$$f(x \circ y) = f(x) \bullet f(y).$$

В дальнейшем мы сумму векторов в пространствах U и V будем обозначать одним символом $+$, а не $\circ$ и $\bullet$, несмотря на то, что эти операции могут быть различными, как это было в **примере**.

V.1. Линейная функция

Определение 17. *Пусть U и V — **линейные пространства** над полем K и f — функция с $D(f) \subseteq U$, $E(f) \subseteq V$. Тогда f называется* **линейной функцией**, *если для любой линейной комбинации $\lambda_1 \cdot u_1 + \ldots + \lambda_m \cdot u_m \in D(f)$ такой, что $u_i \in D(f)$, имеет место равенство*

$$f(\lambda_1 \cdot u_1 + \ldots + \lambda_m \cdot u_m) = \lambda_1 \cdot f(u_1) + \ldots + \lambda_m \cdot f(u_m). \qquad (12)$$

Отметим, что, вообще говоря, операции $+$ и $\lambda_i \cdot$ могут быть различными в левой и правой частях последнего равенства. Например, в левой части этого равенства может стоять сложение матриц, а в правой — сложение, допустим, многочленов. Тем не менее, мы будем использовать для них одни и те же обозначения, поскольку из контекста ясно, какая именно операция имеется в данном случае в виду.

V.2. Изоморфизм. Изоморфные пространства

Определение 18. **Изоморфизмом** ***линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* *линейное* ***взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

V.2. Изоморфизм. Изоморфные пространства

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Определение 19. *Линейные пространства* U *и* V *называются* **изоморфными** *тогда и только тогда, когда существует изоморфизм* f *линейного пространства* U *на линейное пространство* V, *то есть у всякого вектора* $y \in V$ *есть прообраз в* U, *то есть такой вектор* x *в* U, *что* $f(x) = y$. *Изоморфность пространств* U *и* V *обозначается как* $U \simeq V$.

V.3. Лемма об образе нулевого вектора

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Лемма 2. *Если* f *— изоморфизм линейного пространства* U *в линейное пространство* V, *то* $f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V$.

Много нематематических символов...

V.3. Лемма об образе нулевого вектора

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Лемма 2. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V$.

Вот теперь хорошо...

V.3. Лемма об образе нулевого вектора

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Лемма 2. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V$.

Доказательство. Воспользуемся критерием нулевого вектора.

V.3. Лемма об образе нулевого вектора

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Лемма 2. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V$.

Доказательство. Воспользуемся критерием нулевого вектора. Надо доказать, что для некоторого вектора $y \in V$ имеет место равенство $y + f(\mathbf{0}_U) = y$.

V.3. Лемма об образе нулевого вектора

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Лемма 2. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V$.

Доказательство. Воспользуемся критерием нулевого вектора. Надо доказать, что для некоторого вектора $y \in V$ имеет место равенство $y + f(\mathbf{0}_U) = y$.

Возьмем произвольный вектор $x \in U$ (можно, например, взять $x = \mathbf{0}_U$).

V.3. Лемма об образе нулевого вектора

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Лемма 2. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V$.

Доказательство. Воспользуемся критерием нулевого вектора. Надо доказать, что для некоторого вектора $y \in V$ имеет место равенство $y + f(\mathbf{0}_U) = y$.

Возьмем произвольный вектор $x \in U$ (можно, например, взять $x = \mathbf{0}_U$). В силу линейности отображения f

$$= f(x + \mathbf{0}_U) =$$

V.3. Лемма об образе нулевого вектора

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Лемма 2. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V$.

Доказательство. Воспользуемся критерием нулевого вектора. Надо доказать, что для некоторого вектора $y \in V$ имеет место равенство $y + f(\mathbf{0}_U) = y$.

Возьмем произвольный вектор $x \in U$ (можно, например, взять $x = \mathbf{0}_U$). В силу линейности отображения f

$$= f(x + \mathbf{0}_U) = f(x) + f(\mathbf{0}_U).$$

V.3. Лемма об образе нулевого вектора

Определение 18. **Изоморфизмом *линейного пространства*** U *в линейное пространство* V *называется* ***линейное взаимно однозначное отображение*** *пространства* U *в* V.

Кратко это запишем в виде $U \overset{f}{\rightleftarrows} V$.

Лемма 2. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V$.

Доказательство. Воспользуемся критерием нулевого вектора. Надо доказать, что для некоторого вектора $y \in V$ имеет место равенство $y + f(\mathbf{0}_U) = y$.

Возьмем произвольный вектор $x \in U$ (можно, например, взять $x = \mathbf{0}_U$). По аксиоме 3 линейного пространства

$$f(x) = f(x + \mathbf{0}_U) = f(x) + f(\mathbf{0}_U).$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. *Если* ***изоморфизм*** *линейного пространства U в линейное пространство V, и g — **изоморфизм** линейного пространства V в линейное пространство W, то **суперпозиция (композиция)** $f \circ g$ функций f и g является изоморфизмом линейного пространства U в линейное пространство W.*

Много нематематических символов...

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\simeq} V, \\ V \overset{g}{\simeq} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f \circ g}{\simeq} W.$

Вот теперь хорошо...

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\simeq} V, \\ V \overset{g}{\simeq} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\simeq} W.$

Доказательство. Линейность и взаимная однозначность проверяются «без проблем», прямо по определению.

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\simeq} V, \\ V \overset{g}{\simeq} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\simeq} W.$

Доказательство. Например, проверим **линейность**:

$f \circ g(\lambda x + \mu y) =$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\simeq} V, \\ V \overset{g}{\simeq} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\simeq} W.$

Доказательство. Например, проверим **линейность**:

$$f \circ g(\lambda x + \mu y) =$$

$$= \lambda f \circ g(x) + \mu f \circ g(y).$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство. Например, проверим **линейность**:

$$f \circ g(\lambda x + \mu y) = g\Big(f(\lambda x + \mu y)\Big) =$$

$$= \lambda f \circ g(x) + \mu f \circ g(y).$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство. Например, проверим **линейность**:

$$f \circ g(\lambda x + \mu y) = g\Big(f(\lambda x + \mu y)\Big) = g\Big(\lambda f(x) + \mu f(y)\Big) =$$
$$= \lambda f \circ g(x) + \mu f \circ g(y).$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство. Например, проверим **линейность**:

$$f \circ g(\lambda x + \mu y) = g\Big(f(\lambda x + \mu y)\Big) = g\Big(\lambda f(x) + \mu f(y)\Big) =$$

$$= \lambda g\Big(f(x)\Big) + \mu g\Big(f(y)\Big) = \lambda f \circ g(x) + \mu f \circ g(y).$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\simeq} V, \\ V \overset{g}{\simeq} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f \circ g}{\simeq} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\simeq} V, \\ V \overset{g}{\simeq} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\simeq} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ \end{cases}$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{cases}$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{cases} \Rightarrow \big(f \circ g(x) = f \circ g(y) \Leftrightarrow x = y\big).$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{cases} \Rightarrow \big(g(f(x)) = g(f(y)) \Leftrightarrow x = y\big).$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{cases} \Rightarrow \big(g(f(x)) = g(f(y)) \Leftrightarrow x = y\big).$$

Доказательство однозначности:

$$x = y \Rightarrow$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{cases} \Rightarrow \big(g(f(x)) = g(f(y)) \Leftrightarrow x = y\big).$$

Доказательство однозначности:

$$x = y \Rightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\left\{ \begin{array}{l} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{array} \right. \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{array} \right. \Rightarrow \big(g(f(x)) = g(f(y)) \Leftrightarrow x = y\big).$$

Доказательство однозначности:

$$x = y \Rightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow g(f(x)) = g(f(y)).$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{cases} \Rightarrow \big(g(f(x)) = g(f(y)) \Leftrightarrow x = y\big).$$

Доказательство взаимной однозначности:

$$g(f(x)) = g(f(y)) \Rightarrow$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{cases} \Rightarrow \big(g(f(x)) = g(f(y)) \Leftrightarrow x = y\big).$$

Доказательство взаимной однозначности:

$$g(f(x)) = g(f(y)) \Rightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\rightleftarrows} V, \\ V \overset{g}{\rightleftarrows} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f\circ g}{\rightleftarrows} W.$

Доказательство взаимной однозначности.

Сформулируем теорему на «языке равенств и неравенств»:

$$\begin{cases} f(\alpha) = f(\beta) \Leftrightarrow \alpha = \beta, \\ g(s) = g(t) \Leftrightarrow s = t \end{cases} \Rightarrow \big(g(f(x)) = g(f(y)) \Leftrightarrow x = y\big).$$

Доказательство взаимной однозначности:

$$g(f(x)) = g(f(y)) \Rightarrow f(x) = f(y) \Rightarrow x = y.$$

V.4. Лемма о транзитивности отношения изоморфности

Лемма 3. $\begin{cases} U \overset{f}{\simeq} V, \\ V \overset{g}{\simeq} W \end{cases} \Rightarrow U \overset{f \circ g}{\simeq} W.$

Лемма доказана.

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. *Если f — **изоморфизм** линейного пространства U на линейное пространство V, то **обратная функция** f^{-1} является **изоморфизмом**.*

Много нематематических символов...

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U.$

Вот теперь хорошо...

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \Rightarrow V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U$.

Доказательство. Функция f является **взаимно однозначной**, поэтому

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U.$

Доказательство. Функция f является **взаимно однозначной**, поэтому

$$x = y \;\Leftrightarrow\; f(x) = f(y).$$

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U.$

Доказательство. Функция f является **взаимно однозначной**, поэтому

$$x = y \;\Leftrightarrow\; f(x) = f(y).$$

$$f^{-1}(x) = f^{-1}(y) \;\Leftrightarrow\; f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(f(y)).$$

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U.$

Доказательство. Функция f является **взаимно однозначной**, поэтому

$$x = y \;\Leftrightarrow\; f(x) = f(y).$$

$$f^{-1}(x) = f^{-1}(y) \;\Leftrightarrow\; f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(f(y)).$$

По определению **обратной функции**

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U.$

Доказательство. Функция f является **взаимно однозначной**, поэтому

$$x = y \;\Leftrightarrow\; f(x) = f(y).$$

$$f^{-1}(x) = f^{-1}(y) \;\Leftrightarrow\; f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(f(y)).$$

По определению **обратной функции**

$$f^{-1}(x) = f^{-1}(y) \;\Leftrightarrow\; x = y.$$

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U$.

Доказательство. Функция f является **взаимно однозначной**, поэтому

$$x = y \;\Leftrightarrow\; f(x) = f(y).$$

$$f^{-1}(x) = f^{-1}(y) \;\Leftrightarrow\; f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(f(y)).$$

По определению **обратной функции**

$$f^{-1}(x) = f^{-1}(y) \;\Leftrightarrow\; x = y.$$

Следовательно, функция f^{-1} является **взаимно однозначной**.

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightleftarrows} U$.

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U.$

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}\left(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k\right) =$$

Функция f отображает U **на** V**.**

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U$.

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k) =$$

Функция f отображает U **на** V**.**

Поэтому у каждого элемента из V есть **прообраз** в U.

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U.$

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}\left(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k\right) =$$

Функция f отображает U **на** V**.**

Поэтому у каждого элемента из V есть **прообраз** в U.

Следовательно, найдутся такие векторы $u_i \in U$, что

$$v_1 = f(u_1),\ \ldots;\ v_k = f(u_k).$$

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightleftarrows} U.$

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}\left(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k\right) = f^{-1}\Big(\alpha_1 f(u_1) + \ldots + \alpha_k f(u_k)\Big) =$$

Функция f отображает U **на** V**.**

Поэтому у каждого элемента из V есть **прообраз** в U.

Следовательно, найдутся такие векторы $u_i \in U$, что

$$v_1 = f(u_1),\ \ldots;\ v_k = f(u_k).$$

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightleftarrows} U.$

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}\left(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k\right) = f^{-1}\Big(\alpha_1 f(u_1) + \ldots + \alpha_k f(u_k)\Big) =$$

В силу **линейности** функции f имеем...

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightleftarrows} U.$

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}\left(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k\right) = f^{-1}\Big(\alpha_1 f(u_1) + \ldots + \alpha_k f(u_k)\Big) =$$

$$= f^{-1}\Big(f(\alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_k u_k)\Big) =$$

В силу **линейности** функции f имеем...

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightsquigarrow} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightsquigarrow} U.$

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}\left(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k\right) = f^{-1}\Big(\alpha_1 f(u_1) + \ldots + \alpha_k f(u_k)\Big) =$$

$$= f^{-1}\Big(f(\alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_k u_k)\Big) =$$

По определению **обратной функции**...

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightleftarrows} U.$

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}\left(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k\right) = f^{-1}\Big(\alpha_1 f(u_1) + \ldots + \alpha_k f(u_k)\Big) =$$

$$= f^{-1}\Big(f(\alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_k u_k)\Big) = \alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_k u_k =$$

По определению **обратной функции**...

V.5. Лемма об обратном изоморфизме

Лемма 4. $U \overset{f}{\rightleftarrows} V \;\Rightarrow\; V \overset{f^{-1}}{\rightleftarrows} U.$

Доказательство. Осталось проверить **линейность** функции f^{-1}:

$$f^{-1}\left(\alpha_1 v_1 + \ldots + \alpha_k v_k\right) = f^{-1}\Big(\alpha_1 f(u_1) + \ldots + \alpha_k f(u_k)\Big) =$$

$$= f^{-1}\Big(f(\alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_k u_k)\Big) = \alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_k u_k =$$

$$= \alpha_1 f^{-1}\left(v_1\right) + \ldots + \alpha_k f^{-1}\left(v_k\right).$$

Лемма доказана.

V.6. Основной вопрос аппарата линейной алгебры

Так как «правду» мы всегда будем «искать» в пространстве $\mathbb{R}^n$, то отныне главной нашей задачей при изучении этой теории является ответ на вопрос:

Как та или иная конструкция «выражается» в «стандартном» пространстве матриц-столбцов (пространстве координат)?

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть* f — ***изоморфизм линейного пространства*** U *в линейное пространство* V. *Тогда система векторов* $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ *линейного пространства* U ***линейно независима*** *если и только если* ***линейно независима*** *система векторов* $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.

Можно переформулировать теорему образно: *свойство быть линейно независимой системой наследуется при переходе к изоморфному образу.*

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

Доказательство. Надо доказать, что

тогда и только тогда, когда

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

Доказательство. Надо доказать, что

$$\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_k u_k = \mathbf{0}_U \;\Leftrightarrow\; \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0$$

тогда и только тогда, когда

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

Доказательство. Надо доказать, что

$$\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_k u_k = \mathbf{0}_U \;\Leftrightarrow\; \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0$$

тогда и только тогда, когда

$$\lambda_1 f(u_1) + \lambda_2 f(u_2) + \ldots + \lambda_k f(u_k) = \mathbf{0}_V \;\Leftrightarrow\; \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0.$$

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

Доказательство. $\lambda_1 u_1 + \ldots + \lambda_k u_k = \mathbf{0}_U \Leftrightarrow \lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0$

$$\lambda_1 f(u_1) + \ldots + \lambda_k f(u_k) = \mathbf{0}_V \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0.$$

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

Доказательство. $\lambda_1 u_1 + \ldots + \lambda_k u_k = \mathbf{0}_U \Leftrightarrow \lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0$ в силу **взаимной однозначности** f и **леммы об образе нулевого вектора** равносильно

$$\lambda_1 f(u_1) + \ldots + \lambda_k f(u_k) = \mathbf{0}_V \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0.$$

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

Доказательство. $\lambda_1 u_1 + \ldots + \lambda_k u_k = \mathbf{0}_U \Leftrightarrow \lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0$ в силу **взаимной однозначности** f и **леммы об образе нулевого вектора** равносильно

$$f(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_k u_k) = f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0,$$

$$\lambda_1 f(u_1) + \ldots + \lambda_k f(u_k) = \mathbf{0}_V \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0.$$

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

Доказательство. $\lambda_1 u_1 + \ldots + \lambda_k u_k = \mathbf{0}_U \Leftrightarrow \lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0$ в силу **взаимной однозначности** f и **леммы об образе нулевого вектора** равносильно

$$f(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_k u_k) = f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0,$$

что, благодаря **линейности** f, эквивалентно формуле

$$\lambda_1 f(u_1) + \ldots + \lambda_k f(u_k) = \mathbf{0}_V \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0.$$

V.7. Теорема об образе системы векторов при изоморфизме

Теорема 22. *Пусть f — **изоморфизм линейного пространства** U в линейное пространство V. Тогда система векторов $\mathcal{A} = \{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ линейного пространства U **линейно независима** если и только если **линейно независима** система векторов $\mathcal{B} = \{f(u_1), f(u_2), \ldots, f(u_k)\}$.*

Доказательство. $\lambda_1 u_1 + \ldots + \lambda_k u_k = \mathbf{0}_U \Leftrightarrow \lambda_1 = \ldots = \lambda_k = 0$ в силу **взаимной однозначности** f и **леммы об образе нулевого вектора** равносильно

$$f(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \ldots + \lambda_k u_k) = f(\mathbf{0}_U) = \mathbf{0}_V \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0,$$

что, благодаря **линейности** f, эквивалентно формуле

$$\lambda_1 f(u_1) + \ldots + \lambda_k f(u_k) = \mathbf{0}_V \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0. \quad \text{Ура!}$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23. *Если U и V — конечномерные линейные пространства над полем* $\mathbf{K}$*, то U и V* ***изоморфны*** *тогда и только тогда, когда у них одинаковая размерность.*

Слишком много слов естественного языка...

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм линейного пространства U на линейное пространство V. Возьмем произвольный базис линейного пространства U: $\text{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм линейного пространства U на линейное пространство V. Возьмем произвольный базис линейного пространства U: $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм линейного пространства U на линейное пространство V. Возьмем произвольный базис линейного пространства U: $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V. Для этого, по **критерию базиса**, надо проверить, что $\mathbf{Б}_V$, во-первых, линейно независимая система, и, во-вторых, что каждый вектор из V является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_V$.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм линейного пространства U на линейное пространство V. Возьмем произвольный базис линейного пространства U: $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V. Для этого, по **критерию базиса**, надо проверить, что $\mathbf{Б}_V$, во-первых, линейно независимая система, и, во-вторых, что каждый вектор из V является линейной комбинацией векторов из $\mathbf{Б}_V$. Линейная независимость системы $\mathbf{Б}_V$ следует из **теоремы об образе системы векторов при изоморфизме**.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм, $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V.

Осталось проверить, полноту системы $\mathbf{Б}_V$,
то есть тот факт, что любой вектор y из V можно представить в виде $y = \lambda_1 f(e_1) + \ldots + \lambda_n f(e_n)$.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм, $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V.

Осталось проверить, полноту системы $\mathbf{Б}_V$.

Возьмем произвольный вектор $y \in V$.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм, $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V.

Осталось проверить, полноту системы $\mathbf{Б}_V$.

Возьмем произвольный вектор $y \in V$. Так как f — отображение пространства U **на** V, то у вектора y есть прообраз $x \in U$: $y = f(x)$.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм, $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V.

Осталось проверить, полноту системы $\mathbf{Б}_V$.

Возьмем произвольный вектор $y \in V$. Так как f — отображение пространства U **на** V, то у вектора y есть прообраз $x \in U$: $y = f(x)$. $\mathbf{Б}_U$ — базис, поэтому, по **критерию базиса**

$$= f(x) = f(\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n) =$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм, $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V.

Осталось проверить, полноту системы $\mathbf{Б}_V$.

Возьмем произвольный вектор $y \in V$. Так как f — отображение пространства U **на** V, то у вектора y есть прообраз $x \in U$: $y = f(x)$. $\mathbf{Б}_U$ — базис, поэтому, по **критерию базиса**

$$y = f(x) = f(\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n) =$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $f : U \to V$ — изоморфизм, $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U. Проверим, что $\mathbf{Б}_V = \{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$ — базис линейного пространства V.

Осталось проверить, полноту системы $\mathbf{Б}_V$.

Возьмем произвольный вектор $y \in V$. Так как f — отображение пространства U **на** V, то у вектора y есть прообраз $x \in U$: $y = f(x)$. $\mathbf{Б}_U$ — базис, поэтому, по **критерию базиса**

$$y = f(x) = f(\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n) = \lambda_1 f(e_1) + \ldots + \lambda_n f(e_n).$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть размерность пространств U и V равна n.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть размерность пространств U и V равна n. Пусть $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}_V = \{f_1, \ldots, f_n\}$ — базис линейного пространства V.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть размерность пространств U и V равна n. Пусть $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}_V = \{f_1, \ldots, f_n\}$ — базис линейного пространства V. Надо доказать, что существует изоморфизм $U \mapsto V$, то есть линейное **взаимно однозначное отображение** $f : U \mapsto V$.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть размерность пространств U и V равна n. Пусть $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис линейного пространства U, $\mathbf{Б}_V = \{f_1, \ldots, f_n\}$ — базис линейного пространства V. Надо доказать, что существует изоморфизм $U \mapsto V$, то есть линейное **взаимно однозначное отображение** $f : U \mapsto V$.

Мы зададим f явной формулой. Идея построения изоморфизма f очень проста: в разложении $\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n$ мы произведем «подмену»: заменим векторы e_i на f_i.

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность.

$$\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \lambda_3 e_3 + \ldots + \lambda_n e_n$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность.

$$\begin{array}{ccccccccc} \lambda_1 e_1 & + & \lambda_2 e_2 & + & \lambda_3 e_3 & + & \dots & + & \lambda_n e_n \\ \downarrow & & & & & & & & \\ \lambda_1 f_1 & + & & & & & & & \end{array}$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность.

$$\begin{array}{ccccccccccc} \lambda_1 e_1 & + & \lambda_2 e_2 & + & \lambda_3 e_3 & + & \dots & + & \lambda_n e_n \\ \downarrow & & \downarrow & & & & & & \\ \lambda_1 f_1 & + & \lambda_2 f_2 & + & & & & & \end{array}$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность.

$$\begin{array}{ccccccccc} \lambda_1 e_1 & + & \lambda_2 e_2 & + & \lambda_3 e_3 & + & \dots & + & \lambda_n e_n \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\ \lambda_1 f_1 & + & \lambda_2 f_2 & + & \lambda_3 f_3 & + & & & \end{array}$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность.

$$\begin{array}{ccccccccc} \lambda_1 e_1 & + & \lambda_2 e_2 & + & \lambda_3 e_3 & + & \dots & + & \lambda_n e_n \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\ \lambda_1 f_1 & + & \lambda_2 f_2 & + & \lambda_3 f_3 & + & \dots & + & \end{array}$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность.

$$\begin{array}{ccccccccc} \lambda_1 e_1 & + & \lambda_2 e_2 & + & \lambda_3 e_3 & + & \dots & + & \lambda_n e_n \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \downarrow \\ \lambda_1 f_1 & + & \lambda_2 f_2 & + & \lambda_3 f_3 & + & \dots & + & \lambda_n f_n \end{array}$$

V.8. Критерий изоморфности линейных пространств

Теорема 23.

$$\begin{cases} \dim U < \infty, \\ \dim V < \infty \end{cases} \Rightarrow (U \simeq V \Leftrightarrow \dim U = \dim V). \qquad (12)$$

Доказательство. Достаточность. Нетрудно показать, что отображение f, всякому вектору $x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n \in U$ ставящее в соответствие вектор

$$f(\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n) = \lambda_1 f_1 + \ldots + \lambda_n f_n, \qquad (13)$$

является **изоморфизмом**.

Взаимная однозначность следует из **теоремы о единственности разложения по базису**, а линейность очевидна.

V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство.

V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство. Линейность отображения f очевидна. Надо доказать, что $f\left(\alpha \sum\limits_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum\limits_{i=1}^{n} y_i e_i\right) =$

V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство. Линейность отображения f очевидна. Надо доказать, что $f\left(\alpha \sum\limits_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum\limits_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \alpha f\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum\limits_{i=1}^{n} y_i e_i\right)$.

V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство. Линейность отображения f очевидна. Надо доказать, что $f\left(\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \alpha f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right)$.

Левая часть: $f\left(\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} (\alpha x_i + \beta y_i)\, e_i\right) =$

V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство. Линейность отображения f очевидна. Надо доказать, что $f\left(\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \alpha f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right)$.

Левая часть: $f\left(\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} (\alpha x_i + \beta y_i) e_i\right) = \begin{pmatrix} \alpha x_1 + \beta y_1 \\ \alpha x_2 + \beta y_2 \\ \dots \\ \alpha x_n + \beta y_n \end{pmatrix}$.

V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство. Линейность отображения f очевидна. Надо доказать, что $f\left(\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \alpha f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right)$.

Правая часть: $\alpha f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \alpha \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$.

V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство. Линейность отображения f очевидна. Надо доказать, что $f\left(\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \alpha f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right)$.

Правая часть: $\alpha f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \begin{pmatrix} \alpha x_1 + \beta y_1 \\ \alpha x_2 + \beta y_2 \\ \dots \\ \alpha x_n + \beta y_n \end{pmatrix}$.

V.9. Теорема о стандартном изоморфизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство. Таким образом, линейность отображения f доказана:

$$f\left(\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \begin{pmatrix} \alpha x_1 + \beta y_1 \\ \alpha x_2 + \beta y_2 \\ \dots \\ \alpha x_n + \beta y_n \end{pmatrix} = \alpha f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right).$$

V.9. Теорема о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

Доказательство. Таким образом, линейность отображения f доказана:

$$f\left(\alpha \sum_{i=1}^{n} x_i e_i + \beta \sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right) = \begin{pmatrix} \alpha x_1 + \beta y_1 \\ \alpha x_2 + \beta y_2 \\ \dots \\ \alpha x_n + \beta y_n \end{pmatrix} = \alpha f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) + \beta f\left(\sum_{i=1}^{n} y_i e_i\right).$$

Взаимная однозначность следует из **теоремы о единственности разложения по базису**. Теорема доказана.

V.9. Теорема о стандартном изоморфизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

При этом изоморфизме согласно **формуле, определяющей столбец координат вектора**, имеем

$$f(e_1) = f(1 \cdot e_1 + 0 \cdot e_2 + 0 \cdot e_3 + \dots) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

V.9. Теорема о стандартном изоморфизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

При этом изоморфизме согласно **формуле, определяющей столбец координат вектора**, имеем

$$f(e_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \; f(e_2) = f(0 \cdot e_1 + 1 \cdot e_2 + 0 \cdot e_3 + \dots) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \; \dots$$

V.9. Теорема о стандартном изоморфизме в $\mathbb{R}^n$

Теорема 24. *Функция f, каждому вектору* ***Л.П.*** *U ставящая в соответствие столбец его* ***координат*** *в* ***базисе Б****:*

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i e_i\right]_{\mathbf{Б}}, \qquad (14)$$

является изоморфизмом.

При этом изоморфизме согласно **формуле, определяющей столбец координат вектора**, имеем

$$f(e_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \; f(e_2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \; f(e_3) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \; \dots$$

Рассмотрим пример?

VI. Матрица перехода в другой базис

Как согласовывать результаты, полученные в разных базисах? Например, как средствами матричной алгебры найти координаты вектора в другом базисе?

VI. Матрица перехода в другой базис

Как согласовывать результаты, полученные в разных базисах? Например, как средствами матричной алгебры найти координаты вектора в другом базисе?

Ясно, что надо знать связь между базисами **Б** и **Б'**. Надо эту связь задать стандартным образом. Что взять в качестве стандарта?

VI. Матрица перехода в другой базис

Как согласовывать результаты, полученные в разных базисах? Например, как средствами матричной алгебры найти координаты вектора в другом базисе?

Ясно, что надо знать связь между базисами **Б** и **Б'**. Надо эту связь задать стандартным образом. Что взять в качестве стандарта?

Мы договорились все проблемы решать в $\mathbb{R}^n$. Поэтому естественно зафиксировать

VI. Матрица перехода в другой базис

Как согласовывать результаты, полученные в разных базисах? Например, как средствами матричной алгебры найти координаты вектора в другом базисе?

Ясно, что надо знать связь между базисами **Б** и **Б'**. Надо эту связь задать стандартным образом. Что взять в качестве стандарта?

Мы договорились все проблемы решать в $\mathbb{R}^n$. Поэтому естественно зафиксировать *разложение векторов одного базиса в другом базисе.*

VI.1. Определение матрицы перехода в другой базис

Определение 19. *Пусть* **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$, **Б'** $= \{e'_1, \ldots, e'_n\}$ *— два базиса линейного пространства* U. **Матрицей перехода** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'** *называется матрица* $T = T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = (t_{ji})_{n\times n}$, *коэффициенты которой определяются равенствами:*

$$e'_i = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j. \tag{15}$$

VI.1. Определение матрицы перехода в другой базис

Определение 19. *Пусть* **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$, **Б'** $= \{e'_1, \ldots, e'_n\}$ *— два базиса линейного пространства* U. **Матрицей перехода** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'** *называется матрица* $T = T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = (t_{ji})_{n\times n}$, *коэффициенты которой определяются равенствами:*

$$e'_i = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j. \tag{15}$$

Таким образом, *i-й столбец матрицы перехода из* **Б** *в базис* **Б'** *представляет собой столбец координат вектора* e'_i *в базисе* **Б**.

Рассмотрим пример?

VI.1. Определение матрицы перехода в другой базис

Определение 19. *Пусть* **Б** $= \{e_1, \ldots, e_n\}$, **Б'** $= \{e'_1, \ldots, e'_n\}$ *— два базиса линейного пространства* U. **Матрицей перехода** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'** *называется матрица* $T = T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = (t_{ji})_{n\times n}$, *коэффициенты которой определяются равенствами:*

$$e'_i = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j. \tag{15}$$

Первая задача, в которой мы применим матрицу перехода и равенство (15), будет задача о координатах вектора.

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ *— **матрица перехода** из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б}'\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство.

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство. Воспроизводится из определений.

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство. Нам надо найти связь между координатами вектора x в базисах $\text{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ и $\text{Б'} = \{e'_1, \ldots, e'_n\}$. По определению координат, имеем

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство. По определению координат, имеем

$$= x = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство. По определению координат, имеем

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = x = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б}'\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. $\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = x = \sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$

Используя определение **матрицы перехода**, получаем

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j e_j = \sum_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i =$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. $\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = x = \sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$

Используя определение **матрицы перехода**, получаем

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j e_j = \sum_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda'_i \sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j =$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство. $\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = x = \sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$

Используя определение **матрицы перехода**, получаем

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j e_j = \sum_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda'_i \sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda'_i t_{ji} \right) e_j.$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б}'\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство. $\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = x = \sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$

Используя определение **матрицы перехода**, получаем

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j e_j = \sum_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda'_i \sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda'_i t_{ji} \right) e_j.$$

Хотелось бы отсюда получить равенство $\lambda_j = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i t_{ji}$. Однако...

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. $\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = x = \sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$

Хотелось бы отсюда получить равенство $\lambda_j = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i t_{ji}$. Однако, вообще говоря, из того, что равны суммы, не следует, что равны слагаемые. Например, $3 \cdot 4 + 5 \cdot 2 = 2 \cdot 4 + 7 \cdot 2$, но $3 \neq 2$ и $5 \neq 7$.

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство. $\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = x = \sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$

Но в равенстве $\sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j e_j = \sum\limits_{j=1}^{n} \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i t_{ji} \right) e_j$ мы имеем два разложения вектора x по одному и тому же *базису*. Поэтому равенство $\lambda_j = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i t_{ji}$ следует из **теоремы о единственности разложения по базису**. *Это рассуждение является стандартным при доказательстве теорем теории линейных пространств.*

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. $\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda'_i e'_i = x = \sum\limits_{j=1}^{n} \lambda_j e_j.$

Доказанное равенство $\lambda_j = \sum\limits_{i=1}^{n} t_{ji}\lambda'_i$ в матричном виде запишется, как $[x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б}\to\text{Б'}}[x]_{\text{Б'}}$. Из этого равенства получаем доказываемую формулу (16).

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство. С помощью умножения матриц «на макроуровне» Это доказательство основано на теореме о стандартном изоморфизме в $\mathbb{R}^n$ и **формуле из определения изоморфизма в $\mathbb{R}^n$**, а также умножении матриц «на макроуровне».

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. С помощью умножения матриц «на макроуровне» Это доказательство основано на теореме о стандарном изоморфизме в $\mathbb{R}^n$ и **формуле из определения изоморфизма в $\mathbb{R}^n$**, а также умножении матриц «на макроуровне».

В самом деле, тот факт, что $[x]_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ \dots \\ x'_n \end{pmatrix}$, означает, согласно **формуле из определения столбца координат**, что

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ *— **матрица перехода** из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б}'\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. С помощью умножения матриц «на макроуровне» Это доказательство основано на теореме о стандарном изоморфизме в $\mathbb{R}^n$ и **формуле из определения изоморфизма в $\mathbb{R}^n$**, а также умножении матриц «на макроуровне». В самом деле, тот факт, что $[x]_{\text{Б}'} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ \dots \\ x'_n \end{pmatrix}$, означает, согласно **формуле из определения столбца координат**, что

$$x = x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n.$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. Перейдем в равенстве $x = x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n$ к образам векторов при стандартном изоморфизме, порожденном базисом **Б**, по **формуле из определения изоморфизма в $\mathbb{R}^{\mathbf{n}}$**:

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot [x]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. Перейдем в равенстве $x = x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n$ к образам векторов при стандартном изоморфизме, порожденном базисом **Б**, по **формуле из определения изоморфизма в $\mathbb{R}^n$**:

$$[x]_{\mathbf{Б}} = [x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n]_{\mathbf{Б}} =$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot [x]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство. Перейдем в равенстве $x = x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n$ к образам векторов при стандартном изоморфизме, порожденном базисом **Б**, по **формуле из определения изоморфизма в $\mathbb{R}^{\mathbf{n}}$**:

$$[x]_{\mathbf{Б}} = [x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n]_{\mathbf{Б}} = x'_1 [e'_1]_{\mathbf{Б}} + \ldots + x'_n [e'_n]_{\mathbf{Б}}.$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б}'\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство.

$$[x]_{\text{Б}} = [x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n]_{\text{Б}} = x'_1 [e'_1]_{\text{Б}} + \ldots + x'_n [e'_n]_{\text{Б}} =$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство.

$$[x]_{\text{Б}} = [x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n]_{\text{Б}} = x'_1 [e'_1]_{\text{Б}} + \ldots + x'_n [e'_n]_{\text{Б}} =$$

$$= \begin{pmatrix} [e'_1]_{\text{Б}} & \ldots & [e'_n]_{\text{Б}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_1 \\ \ldots \\ x'_n \end{pmatrix} =$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б}'\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \tag{16}$$

Доказательство.

$$[x]_{\text{Б}} = [x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n]_{\text{Б}} = x'_1 [e'_1]_{\text{Б}} + \ldots + x'_n [e'_n]_{\text{Б}} =$$

$$= \begin{pmatrix} [e'_1]_{\text{Б}} & \ldots & [e'_n]_{\text{Б}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_1 \\ \ldots \\ x'_n \end{pmatrix} = T_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}'},$$

VI.2. Теорема о координатах вектора в разных базисах

Теорема 25. *Если* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — ***матрица перехода*** *из базиса* **Б** *в базис* **Б'**, *для любого вектора* x *справедлива формула*

$$[x]_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}} = T_{\text{Б}'\to\text{Б}} \cdot [x]_{\text{Б}}. \qquad (16)$$

Доказательство.

$$[x]_{\text{Б}} = [x'_1 e'_1 + \ldots + x'_n e'_n]_{\text{Б}} = x'_1 [e'_1]_{\text{Б}} + \ldots + x'_n [e'_n]_{\text{Б}} =$$

$$= \begin{pmatrix} [e'_1]_{\text{Б}} & \ldots & [e'_n]_{\text{Б}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_1 \\ \ldots \\ x'_n \end{pmatrix} = T_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot [x]_{\text{Б}'},$$

откуда следует формула (16). Теорема доказана.

Рассмотреть пример?

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$*, удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве**:

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

Функцию $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$ называют **скалярным произведением**.

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

Примером евклидова пространства является **пространство геометрических векторов**, $(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = |\overrightarrow{\mathbf{x}}| \cdot |\overrightarrow{\mathbf{y}}| \cos\varphi$, где φ — угол между векторами $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{y}}$.

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

Примером евклидова пространства является **арифметическое пространство** $U = \mathbb{R}^n$, где
$(X, Y) = \det(X^t Y) = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n y_n$.

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

Пространство функций, непрерывных на отрезке $[a, b]$, и $(f, g) = \int\limits_a^b \rho(x) f(x) g(x)\, dx$, где ρ — положительная на (a, b) функция, называемая **весовой функцией**.

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

Рассмотреть пример?

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

В качестве *длины вектора* можно взять $\sqrt{(x, x)}$.

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

Если обобщить формулу $(x, y) = |x| \cdot |y| \cos\varphi$ на произвольные евклидовы пространства, то косинус угла между векторами следует определить формулой $\dfrac{(x, y)}{\sqrt{(x, x)(y, y)}}$.

VII. Евклидово пространство

Определение 20. ***Линейное пространство*** U *над* $\mathbb{R}$ *называется* **евклидовым пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена функция* $(,) : U \times U \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая трем* **аксиомам скалярного произведения в евклидовом пространстве***:*

1) $(x, y) = (y, x)$ *(коммутативность);*

2) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$ *(линейность);*

3) $(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$ *(положительная определенность).*

В связи с этим естественно определить ортогональность векторов:

Определение 21. *Векторы* x, y *называются* **ортогональными** *тогда и только тогда, когда* $(x, y) = 0$.

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство.

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

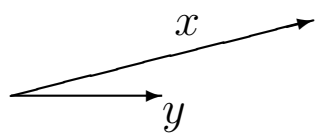
Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. Идею доказательства можно почерпнуть из алгебры геометрических векторов. Дело в том, что, если x, y — геометрические векторы, то доказываемое неравенство Коши-Буняковского можно переписать в виде $|y|\mathrm{пр}_y x \leq |x| \cdot |y|$, то есть, при ненулевом y, $\mathrm{пр}_y x \leq |x|$. Геометрически это означает, что вектор x не короче своей проекции.

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

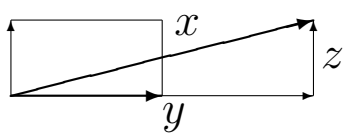
Доказательство. Оказывается, можно получить неравенство Коши-Буняковского с помощью вычисления «площади прямоугольника», образованного вектором y и вектором, проецирующим вектор x на y.



VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

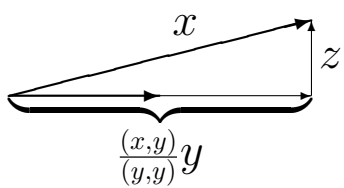
Доказательство. Оказывается, можно получить неравенство Коши-Буняковского с помощью вычисления «площади прямоугольника», образованного вектором y и вектором, проецирующим вектор x на y.



VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. Оказывается, можно получить неравенство Коши-Буняковского с помощью вычисления «площади прямоугольника», образованного вектором y и вектором, проецирующим вектор x на y.

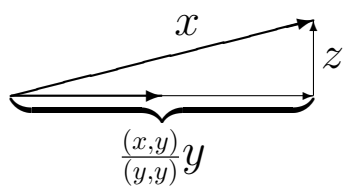


Геометрическая проекция вектора x на y, как нетрудно понять, имеет вид $\dfrac{(x, y)}{(y, y)}y$.

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. Оказывается, можно получить неравенство Коши-Буняковского с помощью вычисления «площади прямоугольника», образованного вектором y и вектором, проецирующим вектор x на y.



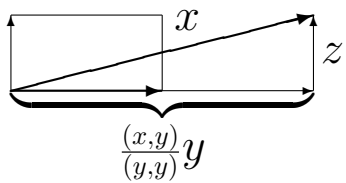
Геометрическая проекция вектора x на y, как нетрудно понять, имеет вид $\dfrac{(x, y)}{(y, y)} y$.

Значит, «проецирующий вектор» z равен $x - \frac{(x,y)}{(y,y)} y$.

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. Оказывается, можно получить неравенство Коши-Буняковского с помощью вычисления «площади прямоугольника», образованного вектором y и вектором, проецирующим вектор x на y.



Площадь прямоугольника со сторонами, полученными откладыванием векторов y и z, равна

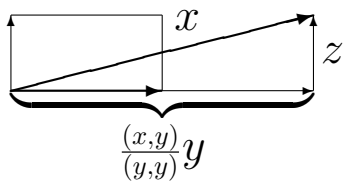
$$|y| \cdot |z| = \sqrt{(y, y)\,(z, z)},$$

где $z = x - \frac{(x,y)}{(y,y)}y$.

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. Оказывается, можно получить неравенство Коши-Буняковского с помощью вычисления «площади прямоугольника», образованного вектором y и вектором, проецирующим вектор x на y.



Поэтому площадь прямоугольника со сторонами, полученными откладыванием векторов y и z, равна

$$\sqrt{(y, y)\left(x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y,\ x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y\right)}.$$

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. В силу **положительной определенности скалярного произведения**

$$0 \leq (y, y)\left(x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y, x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y\right) =$$

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. В силу **положительной определенности скалярного произведения**

$$0 \leq (y, y)\left(x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y, x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y\right) =$$

$$= (y, y)\left((x, x) - 2\frac{(x, y)}{(y, y)}(x, y) + \frac{(x, y)^2}{(y, y)^2}(y, y)\right) =$$

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. В силу **положительной определенности скалярного произведения**

$$0 \leq (y, y)\left(x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y, x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y\right) =$$

$$= (y, y)\left((x, x) - 2\frac{(x, y)}{(y, y)}(x, y) + \frac{(x, y)^2}{(y, y)^2}(y, y)\right) =$$

$$= (x, x)(y, y) - (x, y)^2.$$

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. В силу **положительной определенности скалярного произведения**

$$0 \leq (y, y)\left(x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y, x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y\right) =$$

$$= (y, y)\left((x, x) - 2\frac{(x, y)}{(y, y)}(x, y) + \frac{(x, y)^2}{(y, y)^2}(y, y)\right) =$$

$$= (x, x)(y, y) - (x, y)^2.$$

Поэтому $(x, y) \ldots$

VII.1. Неравенство Коши-Буняковского

Теорема 26. *В* ***евклидовом пространстве*** *для любых векторов* x, y *выполняется неравенство (неравенство Коши-Буняковского):* $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$.

Доказательство. В силу **положительной определенности скалярного произведения**

$$0 \leq (y, y)\left(x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y, x - \frac{(x, y)}{(y, y)}y\right) =$$

$$= (y, y)\left((x, x) - 2\frac{(x, y)}{(y, y)}(x, y) + \frac{(x, y)^2}{(y, y)^2}(y, y)\right) =$$

$$= (x, x)(y, y) - (x, y)^2.$$

Поэтому $(x, y) \leq \sqrt{(x, x)(y, y)}$, что и требовалось доказать.

VII.2. Матрица Грама

В соответствии со сформулированным нами принципом, мы должны понять, как «переадресовать» вопросы о скалярном произведении в *произвольном* **евклидовом пространстве** в пространство $\mathbb{R}^n$ (то есть «пространство координат»).

С чего начать?

VII.2. Матрица Грама

В соответствии со сформулированным нами принципом, мы должны понять, как «переадресовать» вопросы о скалярном произведении в *произвольном* **евклидовом пространстве** в пространство $\mathbb{R}^n$ (то есть «пространство координат»).

С чего начать? Естественно, *начинаем с введения базиса*. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U. Тогда

VII.2. Матрица Грама

В соответствии со сформулированным нами принципом, мы должны понять, как «переадресовать» вопросы о скалярном произведении в *произвольном* **евклидовом пространстве** в пространство $\mathbb{R}^n$ (то есть «пространство координат»).

С чего начать? Естественно, *начинаем с введения базиса*. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U. Тогда

$$(x, y) =$$

VII.2. Матрица Грама

В соответствии со сформулированным нами принципом, мы должны понять, как «переадресовать» вопросы о скалярном произведении в *произвольном* **евклидовом пространстве** в пространство $\mathbb{R}^n$ (то есть «пространство координат»).

С чего начать? Естественно, *начинаем с введения базиса*. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U. Тогда

$$(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) =$$

VII.2. Матрица Грама

В соответствии со сформулированным нами принципом, мы должны понять, как «переадресовать» вопросы о скалярном произведении в *произвольном* **евклидовом пространстве** в пространство $\mathbb{R}^n$ (то есть «пространство координат»).

С чего начать? Естественно, *начинаем с введения базиса*. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U. Тогда

$$(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i (e_i, e_j) y_j. \qquad (16)$$

VII.2. Матрица Грама

В соответствии со сформулированным нами принципом, мы должны понять, как «переадресовать» вопросы о скалярном произведении в *произвольном* **евклидовом пространстве** в пространство $\mathbb{R}^n$ (то есть «пространство координат»).

С чего начать? Естественно, *начинаем с введения базиса*. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U. Тогда

$$(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i (e_i, e_j) y_j. \qquad (16)$$

Заметим, что величины (e_i, e_j) не зависят от векторов x, y, а представляют собой характеристику базиса.

VII.2. Матрица Грама

Определение 22. *Матрица* $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} (e_1, e_1) & (e_1, e_2) & \dots & (e_1, e_n) \\ (e_2, e_1) & (e_2, e_2) & \dots & (e_2, e_n) \\ & & \dots & \\ (e_n, e_1) & (e_n, e_2) & \dots & (e_n, e_n) \end{pmatrix}$

называется **матрицей Грама** *базиса* **Б**.

Рассмотреть пример?

VII.2. Матрица Грама

Определение 22. *Матрица* $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} (e_1,e_1) & (e_1,e_2) & \dots & (e_1,e_n) \\ (e_2,e_1) & (e_2,e_2) & \dots & (e_2,e_n) \\ & & \dots & \\ (e_n,e_1) & (e_n,e_2) & \dots & (e_n,e_n) \end{pmatrix}$ *называется* **матрицей Грама** *базиса* **Б**.

Полученное ранее равенство

$$(x,y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i (e_i,e_j) y_j. \qquad (16)$$

можно записать в **матричном виде**, что мы сделаем, оформив результат в виде теоремы:

VII.3. Теорема о вычислении скалярного произведения

Теорема 27. *Если* **Б** *— базис* ***евклидова пространства*** U*, и* $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ *—* ***матрица Грама*** *этого базиса, то для любых векторов* $x, y \in U$ *имеет место равенство:*

$$(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) = \det \left([x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} \right). \qquad (17)$$

VII.3. Теорема о вычислении скалярного произведения

Теорема 27. *Если* **Б** *— базис* ***евклидова пространства*** U*, и* $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ *—* ***матрица Грама*** *этого базиса, то для любых векторов* $x, y \in U$ *имеет место равенство:*

$$(x,y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) = \det \left([x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} \right). \qquad (17)$$

Эта теорема уже доказана ранее:

$$(x,y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i (e_i, e_j) y_j.$$

VII.3. Теорема о вычислении скалярного произведения

Теорема 27. *Если* $\mathbf{Б}$ *— базис* ***евклидова пространства*** U*, и* $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ *—* ***матрица Грама*** *этого базиса, то для любых векторов* $x, y \in U$ *имеет место равенство:*

$$(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) = \det \left([x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} \right). \qquad (17)$$

Учитывая, что матрица $[x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$ — однокомпонентная, часто в правой части равенства (17) функцию det не пишут, получая формулу $(x, y) = [x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

VII.3. Теорема о вычислении скалярного произведения

Теорема 27. *Если* **Б** *— базис* ***евклидова пространства*** U, *и* $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ *—* ***матрица Грама*** *этого базиса, то для любых векторов* $x, y \in U$ *имеет место равенство:*

$$(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) = \det \left([x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} \right). \qquad (17)$$

При записи формулы (17) в виде $(x, y) = \left([x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} \right)$ однокомпонентную матрицу отождествляют с ее единственным элементом. Это, в принципе, может привести к проблемам при записи матричных операций (скаляр можно умножить на матрицу любой размерности, а матрицу размерности 1×1 можно умножить на матрицу далеко не любой размерности).

VII.3. Теорема о вычислении скалярного произведения

Теорема 27. *Если* $\mathbf{Б}$ *— базис* ***евклидова пространства*** U*, и* $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ *—* ***матрица Грама*** *этого базиса, то для любых векторов* $x, y \in U$ *имеет место равенство:*

$$(x, y) = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i e_i, \sum_{j=1}^{n} y_j e_j \right) = \det \left([x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} \right). \qquad (17)$$

При записи формулы (17) в виде $(x, y) = \left([x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} \right)$ однокомпонентную матрицу отождествляют с ее единственным элементом. Однако в рассматриваемой теории эта некорректность практически никогда не вызывает недоразумений, *поэтому мы тоже будем записывать формулу (17) в виде* $(x, y) = [x]_{\mathbf{Б}}^t \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

Рассмотреть пример?

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

2) **Матрица Грама** любого базиса евклидова[3] пространства симметричная, то есть $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \Gamma_{\mathbf{Б}}^t$.

Доказательство.

[3] Для **унитарных пространств** матрица Грама любого базиса обладает свойством $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \overline{\Gamma_{\mathbf{Б}}^t}$ (здесь $\overline{\ }$ — комплексное сопряжение).

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U, **матрица Грама** в этом базисе. Рассмотрим СЛУ

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}$$

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U, **матрица Грама** в этом базисе. Имеем

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow$$

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U, **матрица Грама** в этом базисе. Имеем

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad (x_1\ x_2;\ \ldots\ x_n)\, \Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = (0) \quad \Rightarrow$$

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U, **матрица Грама** в этом базисе. Имеем

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad (x_1\ x_2;\ \ldots\ x_n)\,\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = (0) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (x_1e_1 + \ldots + x_ne_n,\ x_1e_1 + \ldots + x_ne_n) = 0 \quad \Rightarrow$$

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U, **матрица Грама** в этом базисе. Имеем

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad (x_1\ x_2;\ \ldots\ x_n)\,\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = (0) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (x_1e_1 + \ldots + x_ne_n,\ x_1e_1 + \ldots + x_ne_n) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0.$$

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U, **матрица Грама** в этом базисе. Имеем

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad (x_1\ x_2;\ \ldots\ x_n)\,\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = (0) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (x_1e_1 + \ldots + x_ne_n,\ x_1e_1 + \ldots + x_ne_n) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0.$$

Следовательно, по **теореме о размерности пространства решений ОСЛУ**

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U, **матрица Грама** в этом базисе. Имеем

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad (x_1\ x_2;\ \ldots\ x_n)\,\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = (0) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n,\ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0.$$

Следовательно, по **теореме о размерности пространства решений ОСЛУ** $\operatorname{Rg}(\Gamma_{\mathbf{Б}}) = n \ \Rightarrow$

VII.4. Свойства матрицы Грама

1) **Матрица Грама** любого базиса **евклидова пространства** является **невырожденной.**

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U, **матрица Грама** в этом базисе. Имеем

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad (x_1\ x_2;\ \ldots\ x_n)\,\Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix} = (0) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n,\ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0.$$

Следовательно, по **теореме о размерности пространства решений ОСЛУ** $\operatorname{Rg}(\Gamma_{\mathbf{Б}}) = n \Rightarrow \det(\Gamma_{\mathbf{Б}}) \neq 0.$

VII.4. Свойства матрицы Грама

2) **Матрица Грама** любого базиса евклидова[4] пространства симметричная, то есть $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \Gamma_{\mathbf{Б}}^t$.

Доказательство.

[4] Для унитарных пространств, рассмотренных в разделе XI, стр.899, матрица Грама любого базиса обладает свойством $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \overline{\Gamma_{\mathbf{Б}}^t}$ (здесь $^-$ — комплексное сопряжение).

VII.4. Свойства матрицы Грама

2) **Матрица Грама** любого базиса евклидова пространства симметричная, то есть $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \Gamma_{\mathbf{Б}}^t$.

Доказательство.

Очевидно, так как по аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**

$$\gamma_{ij} =$$

VII.4. Свойства матрицы Грама

2) **Матрица Грама** любого базиса евклидова пространства симметричная, то есть $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \Gamma_{\mathbf{Б}}^t$.

Доказательство.

Очевидно, так как по аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**

$$\gamma_{ij} = (e_i, e_j) =$$

VII.4. Свойства матрицы Грама

2) **Матрица Грама** любого базиса евклидова пространства симметричная, то есть $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \Gamma_{\mathbf{Б}}^t$.

Доказательство.

Очевидно, так как по аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**

$$\gamma_{ij} = (e_i, e_j) = (e_j, e_i) =$$

VII.4. Свойства матрицы Грама

2) **Матрица Грама** любого базиса евклидова пространства симметричная, то есть $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \Gamma_{\mathbf{Б}}^t$.

Доказательство.

Очевидно, так как по аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**

$$\gamma_{ij} = (e_i, e_j) = (e_j, e_i) = \gamma_{ji}.$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство.

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. Мы приведем два доказательства формулы (18). В первом случае переход к матричной алгебре проведем в последний момент, а во втором случае начнем с перехода к матричной алгебре.

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ и $e'_p = \sum\limits_{q=1}^{n} t_{qp} e_q$.

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Первый способ.* Надо доказать *равенство матриц*. Следовательно, надо доказать равенство соответствующих компонентов матрицы.

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Первый способ.* Имеем

$$\gamma'_{ij} =$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Первый способ.* Имеем

$$\gamma'_{ij} = \left(e'_i, e'_j\right) =$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Первый способ.* Имеем

$$\gamma'_{ij} = (e'_i, e'_j) = \left(\sum_{p=1}^{n} t_{pi} e_p, \sum_{q=1}^{n} t_{qj} e_q \right) =$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Первый способ.* Имеем

$$\gamma'_{ij} = \left(e'_i, e'_j\right) = \left(\sum_{p=1}^{n} t_{pi} e_p, \sum_{q=1}^{n} t_{qj} e_q\right) = \sum_{p=1}^{n}\sum_{q=1}^{n} t_{pi} t_{qj} \left(e_p, e_q\right) =$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Первый способ.* Имеем

$$\gamma'_{ij} = \left(e'_i, e'_j\right) = \left(\sum_{p=1}^{n} t_{pi} e_p, \sum_{q=1}^{n} t_{qj} e_q\right) = \sum_{p=1}^{n}\sum_{q=1}^{n} t_{pi} t_{qj} \left(e_p, e_q\right) =$$

$$= \sum_{p=1}^{n}\sum_{q=1}^{n} t_{pi} \gamma_{pq} t_{qj}.$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Первый способ.* В матричной форме записи полученное равенство

$$\gamma'_{ij} = \sum_{p=1}^{n}\sum_{q=1}^{n} t_{pi}\gamma_{pq}t_{qj}.$$

«превращается» в формулу (18). В данном случае «оформление» доказательства сводится к «удалению лишних рассуждений», сделайте это сами.

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Перейдем в «пространство координат» на самом первом этапе. Согласно формуле (17) для вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама, для любых векторов $x, y \in U$ имеем, с одной стороны,

$$(x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}'}\, \Gamma_{\mathbf{Б}'}\, [y]_{\mathbf{Б}'}\,.$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Перейдем в «пространство координат» на самом первом этапе. Согласно формуле (17) для вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама, для любых векторов $x, y \in U$ имеем, с одной стороны,

$$(x, y) = [x]^t_{\text{Б}'}\, \Gamma_{\text{Б}'}\, [y]_{\text{Б}'}\,.$$

С другой стороны,

$$(x, y) = [x]^t_{\text{Б}}\, \Gamma_{\text{Б}}\, [y]_{\text{Б}}\,.$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Итак,

$$[x]^t_{\mathbf{Б}'}\, \Gamma_{\mathbf{Б}'}\, [y]_{\mathbf{Б}'} = (x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}}\, \Gamma_{\mathbf{Б}}\, [y]_{\mathbf{Б}}\,.$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Итак,

$$[x]^t_{\text{Б}'}\,\Gamma_{\text{Б}'}\,[y]_{\text{Б}'} = (x,y) = [x]^t_{\text{Б}}\,\Gamma_{\text{Б}}\,[y]_{\text{Б}}\,.$$

В выражении $[x]^t_{\text{Б}}\,\Gamma_{\text{Б}}\,[y]_{\text{Б}}$ перейдем к координатам векторов в базисе $\text{Б}'$ с помощью **формулы для вычисления координат вектора в другом базисе**.

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Итак,

$$[x]^t_{\mathbf{Б}'}\,\Gamma_{\mathbf{Б}'}\,[y]_{\mathbf{Б}'} = (x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[y]_{\mathbf{Б}}\,.$$

Согласно **свойствам транспонирования матриц** $[x]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[y]_{\mathbf{Б}} =$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Итак,

$$[x]^t_{\mathbf{Б}'}\,\Gamma_{\mathbf{Б}'}\,[y]_{\mathbf{Б}'} = (x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[y]_{\mathbf{Б}}\,.$$

Согласно **свойствам транспонирования матриц** $[x]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[y]_{\mathbf{Б}} =$

$$= \left(T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\,[x]_{\mathbf{Б}'}\right)^t \Gamma_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\,[y]_{\mathbf{Б}'} =$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Итак,

$$[x]^t_{\text{Б}'}\,\Gamma_{\text{Б}'}\,[y]_{\text{Б}'} = (x,y) = [x]^t_{\text{Б}}\,\Gamma_{\text{Б}}\,[y]_{\text{Б}}\,.$$

Согласно **свойствам транспонирования матриц** $[x]^t_{\text{Б}}\,\Gamma_{\text{Б}}\,[y]_{\text{Б}} =$

$$= \left(T_{\text{Б}\to\text{Б}'}\,[x]_{\text{Б}'}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'}\,[y]_{\text{Б}'} = [x]^t_{\text{Б}'}\,T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'}\Gamma_{\text{Б}}T_{\text{Б}\to\text{Б}'}\,[y]_{\text{Б}'}\,.$$

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Итак, получили равенство

$$[x]^t_{\mathbf{Б}'}\, \Gamma_{\mathbf{Б}'}\, [y]_{\mathbf{Б}'} = [x]^t_{\mathbf{Б}'}\, T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \Gamma_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\, [y]_{\mathbf{Б}'}\,.$$

Конечно, хотелось бы «сократить на матрицы» $[x]_{\mathbf{Б}'}$ и $[y]_{\mathbf{Б}'}$. К сожалению, это не так просто.

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\text{Б}}$ и $\Gamma_{\text{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов Б и $\text{Б}'$ соответственно, $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса Б в базис $\text{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot T_{\text{Б}\to\text{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* Например

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = (0) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

но, разумеется, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$, то есть «сокращать на матрицы» $\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ нельзя.

VII.5. Теорема о матрице Грама в разных базисах

Теорема 28. *Пусть U — **евклидово пространство**, $\Gamma_{\mathbf{Б}}$ и $\Gamma_{\mathbf{Б}'}$ — **матрицы Грама** базисов $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — **матрица перехода** из базиса $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$. Тогда*

$$\Gamma_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} \cdot T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}, \tag{18}$$

Доказательство. *Второй способ.* В нашем случае «положение спасает» один «нюансик»: обсуждаемое равенство

$$[x]^t_{\mathbf{Б}'}\,\Gamma_{\mathbf{Б}'}\,[y]_{\mathbf{Б}'} = [x]^t_{\mathbf{Б}'}\,T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\Gamma_{\mathbf{Б}}T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\,[y]_{\mathbf{Б}'}$$

справедливо *для любых* матриц $[x]_{\mathbf{Б}'}$ и $[y]_{\mathbf{Б}'}$ соответствующей размерности. Поэтому мы можем сослаться на **лемму о сокращении на произвольную матрицу**. Теорема доказана.

VIII. Ортогональность

Стратегия приоритетного изучения экстремальных ситуаций позволяет в геометрии (в том числе аналитической геометрии) выделить параллельность и перпендикулярность объектов (векторов, прямых, плоскостей) в качестве конфигураций, наиболее перспективных для изучения и использования. В аналитической геометрии понятие ортогональности играет даже большую роль, чем параллельность.

Введение скалярного произведения со свойствами, зафиксированными в определении **евклидова** пространства, позволяет перенести на произвольные евклидовы и унитарные пространства геометрическое отношение ортогональности и соответствующие инструменты.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

В геометрии огромную роль играет прямоугольная декартова система координат. Система ортов координатных осей называется, как известно, *ортонормированным базисом*. Его главная черта: базисные векторы взаимно ортогональны и их длина равна 1, то есть $\sqrt{(x,x)}=1$. Многие выкладки в такой системе координат значительно упрощаются. Дело в том, что **матрица Грама** такого базиса — единичная, и формула (17) преобразуется к виду $(x,y)=\det\left([x]^t_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}}\right)$ или, с учетом принятого соглашения об отождествлении матрицы размерности 1×1 с ее единственным элементом, $(x,y)=[x]^t_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}}$.

В геометрии очень полезным оказалось понятие *ортонормированного базиса*, сокращенно ОНБ. Это понятие оказывается достаточно удобным и для произвольного **евклидова пространства**.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Определение 23. *Базис* $\text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ ***евклидова пространства*** U *называется* **ортонормированным базисом** *(ОНБ) тогда и только тогда, когда для любых* $1 \leq i, j \leq n$ *имеем* $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$, *где* $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{при } i \neq j \\ 1, & \text{при } i = j \end{cases}$ — *так называемый* **символ Кронекера** *или* δ**-символ Кронекера**.

Доказательство.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Определение 23. *Базис* $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ ***евклидова пространства*** U *называется* **ортонормированным базисом** *(ОНБ) тогда и только тогда, когда для любых* $1 \leq i, j \leq n$ *имеем* $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$, *где* $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{при } i \neq j \\ 1, & \text{при } i = j \end{cases}$ — *так называемый* **символ Кронекера** *или* δ**-символ Кронекера**.

Но сейчас все упирается в ответ на вопрос: *в любом ли (конечномерном)* ***евклидовом пространстве*** *есть ортонормированный базис?*

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Но сейчас все упирается в ответ на вопрос: *в любом ли (конечномерном)* ***евклидовом пространстве*** *есть ортонормированный базис?*

Как можно было бы доказать, что в **евклидовом пространстве** есть **ОНБ**? Есть два пути: первый — «от противного» (косвенный путь), и второй — найти **ОНБ** («прямой, конструктивный путь»).

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Но сейчас все упирается в ответ на вопрос: *в любом ли (конечномерном)* ***евклидовом пространстве*** *есть ортонормированный базис?*

Как можно было бы доказать, что в **евклидовом пространстве** есть **ОНБ**? Есть два пути: первый — «от противного» (косвенный путь), и второй — найти **ОНБ** («прямой, конструктивный путь»).

Второй путь, разумеется, предпочтительнее.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Но сейчас все упирается в ответ на вопрос: *в любом ли (конечномерном)* ***евклидовом пространстве*** *есть ортонормированный базис?*

Как можно было бы доказать, что в **евклидовом пространстве** есть **ОНБ**? Есть два пути: первый — «от противного» (косвенный путь), и второй — найти **ОНБ** («прямой, конструктивный путь»).

По-видимому, начинать придется с произвольного базиса. Для того, чтобы «превратить» его в **ОНБ**, нужна какая-то процедура. Такая процедура по именам авторов называется **процессом ортогонализации Грама-Шмидта**.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Но сейчас все упирается в ответ на вопрос: *в любом ли (конечномерном)* ***евклидовом пространстве*** *есть ортонормированный базис?*

Сначала мы построим **ортогональный базис**, то есть базис, в котором все векторы попарно ортогональны (но их модуль может быть отличен от 1).

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Но сейчас все упирается в ответ на вопрос: *в любом ли (конечномерном)* ***евклидовом пространстве*** *есть ортонормированный базис?*

Сначала мы построим **ортогональный базис**, то есть базис, в котором все векторы попарно ортогональны (но их модуль может быть отличен от 1).

Процедура построения ортогонального базиса носит индуктивный характер.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Мы будем строить ортогональный базис $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

База. Положим $e_1 = v_1$.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \leq i \leq m$ и для любых j, k с условиями $1 \leq j < k \leq m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \leq i \leq m$ и для любых j, k с условиями $1 \leq j < k \leq m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

Если $m = n$, то искомый базис уже получен.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \leq i \leq m$ и для любых j, k с условиями $1 \leq j < k \leq m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

Осталось рассмотреть случай $m < n$.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \le i \le m$ и для любых j, k с условиями $1 \le j < k \le m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

Построим вектор e_{m+1} таким образом, чтобы сохранить выполнение требований 1)-2). Для этого будем искать этот вектор в виде

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \qquad (19)$$

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \leq i \leq m$ и для любых j, k с условиями $1 \leq j < k \leq m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \qquad (19)$$

Первое условие при этом выполняется «автоматически».

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \le i \le m$ и для любых j, k с условиями $1 \le j < k \le m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \qquad (19)$$

Из второго условия имеем:

$0 = (e_{m+1}, e_k) =$

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \le i \le m$ и для любых j, k с условиями $1 \le j < k \le m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \qquad (19)$$

Из второго условия имеем:

$$0 = (e_{m+1}, e_k) = (v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m, e_k) =$$

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \le i \le m$ и для любых j, k с условиями $1 \le j < k \le m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \qquad (19)$$

Из второго условия имеем:

$$0 = (e_{m+1}, e_k) = (v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m, e_k) =$$

$$= (v_{m+1}, e_k) + \alpha_{m+1,1}(e_1, e_k) + \alpha_{m+1,2}(e_2, e_k) + \ldots + \alpha_{m+1,m}(e_m, e_k) =$$

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \le i \le m$ и для любых j, k с условиями $1 \le j < k \le m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \qquad (19)$$

Из второго условия имеем:

$$0 = (e_{m+1}, e_k) = (v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m, e_k) =$$

$$= (v_{m+1}, e_k) + \alpha_{m+1,1}(e_1, e_k) + \alpha_{m+1,2}(e_2, e_k) + \ldots + \alpha_{m+1,m}(e_m, e_k) =$$

$$= (v_{m+1}, e_k) + \alpha_{m+1,k}(e_k, e_k).$$

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \le i \le m$ и для любых j, k с условиями $1 \le j < k \le m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \qquad (19)$$

Из второго условия имеем:

$$0 = (v_{m+1}, e_k) + \alpha_{m+1,k} (e_k, e_k).$$

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \le i \le m$ и для любых j, k с условиями $1 \le j < k \le m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \qquad (19)$$

Из второго условия имеем:

$$0 = (v_{m+1}, e_k) + \alpha_{m+1,k} (e_k, e_k).$$

Следовательно, *получаем формулу для вычисления коэффициентов в формуле (19)*:

$$\alpha_{m+1,k} = -\frac{(v_{m+1}, e_k)}{(e_k, e_k)}. \qquad (20)$$

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Шаг. Пусть уже построены векторы $e_1, e_2, \ldots, e_m$, причем для любого i с условием $1 \le i \le m$ и для любых j, k с условиями $1 \le j < k \le m$ справедливы утверждения (предположение индукции): 1) $e_j \in \langle v_1, v_2, \ldots, v_j \rangle$; 2) $(e_j, e_k) = 0$.

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1} e_1 + \alpha_{m+1,2} e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m} e_m. \tag{19}$$

$$\alpha_{m+1,k} = -\frac{(v_{m+1}, e_k)}{(e_k, e_k)}. \tag{20}$$

Нетрудно показать, что при таком выборе этих коэффициентов предположение индукции выполняется.

IX. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта

Пусть $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ — произвольный базис **евклидова пространства** U.

Значит, на шаге с номером $m = n$ получим искомый ортогональный базис, состоящий из векторов вида

$$e_{m+1} = v_{m+1} + \alpha_{m+1,1}e_1 + \alpha_{m+1,2}e_2 + \ldots + \alpha_{m+1,m}e_m \quad \text{где} \tag{19}$$

$$\alpha_{m+1,k} = -\frac{(v_{m+1}, e_k)}{(e_k, e_k)}. \tag{20}$$

Остается **нормировать** его, то есть построить базис $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$, где $e'_i = \dfrac{1}{\sqrt{(e_i, e_i)}} \cdot e_i$.

X. Теорема о существовании ОНБ в евклидовом пространстве

Теорема 29. *Если U — конечномерное* ***евклидово пространство****, то существует* ***ортонормированный базис*** *пространства U.*

Рассмотреть пример построения ОНБ?

X.1. Ортогональное дополнение

К настоящему моменту сложились условия, благоприятные для применения

стратегии

X.1. Ортогональное дополнение

К настоящему моменту сложились условия, благоприятные для применения

стратегии перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

X.1. Ортогональное дополнение

К настоящему моменту сложились условия, благоприятные для применения

стратегии перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

Рассмотрим некоторое множество M векторов **евклидова пространства** U. Какое расположение векторов из U относительно M наиболее интересно для изучения?

X.1. Ортогональное дополнение

К настоящему моменту сложились условия, благоприятные для применения

стратегии перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

Рассмотрим некоторое множество M векторов **евклидова пространства** U. Какое расположение векторов из U относительно M наиболее интересно для изучения?

Наиболее перспективным представляется применение

стратегии

X.1. Ортогональное дополнение

К настоящему моменту сложились условия, благоприятные для применения

стратегии перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

Рассмотрим некоторое множество M векторов **евклидова пространства** U. Какое расположение векторов из U относительно M наиболее интересно для изучения?

Наиболее перспективным представляется применение

стратегии перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

X.1. Ортогональное дополнение

К настоящему моменту сложились условия, благоприятные для применения

стратегии перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

Рассмотрим некоторое множество M векторов **евклидова пространства** U. Какое расположение векторов из U относительно M наиболее интересно для изучения?

«Экстремальным» расположением векторов является коллинеарность и ортогональность.

X.1. Ортогональное дополнение

К настоящему моменту сложились условия, благоприятные для применения

стратегии перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

Рассмотрим некоторое множество M векторов **евклидова пространства** U. Какое расположение векторов из U относительно M наиболее интересно для изучения?

«Экстремальным» расположением векторов является коллинеарность и ортогональность.

Поэтому наиболее интересны векторы, по отношению к векторам из M

X.1. Ортогональное дополнение

К настоящему моменту сложились условия, благоприятные для применения

стратегии перехода от изучения отдельного объекта к изучению системы объектов.

Рассмотрим некоторое множество M векторов **евклидова пространства** U. Какое расположение векторов из U относительно M наиболее интересно для изучения?

«Экстремальным» расположением векторов является коллинеарность и ортогональность.

Поэтому наиболее интересны векторы, по отношению к векторам из M ***ортогональные***.

X.1. Ортогональное дополнение

Определение 24. *Пусть M — подмножество (не обязательно подпространство!)* ***евклидова пространства*** *U. Тогда* **ортогональным дополнением** *к M называется множество $M^\perp$ всех векторов из U, ортогональных ко всем векторам из M, то есть*

$$M^\perp = \left\{ u \,\middle|\, u \in U \quad \text{и} \quad \forall v \in M \quad (u, v) = 0 \right\}. \tag{20}$$

X.2. Свойства ортогонального дополнения

Естественно изучить свойства ортогонального дополнения.

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^{\perp}$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство.

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^\perp$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Очевидное следствие **критерия подпространства**.

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^{\perp}$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Действительно, надо проверить, что если

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^\perp$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Действительно, надо проверить, что если $x, y \in M^\perp$, то $\lambda x + \mu y \in M^\perp$.

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^\perp$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Действительно, надо проверить, что если $x, y \in M^\perp$, то $\lambda x + \mu y \in M^\perp$. Множество $M^\perp$ задано *характеристическим свойством* (см. равенство (20)) выполнение которого для элемента $\lambda x + \mu y$ легко проверяется:

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^\perp$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Действительно, надо проверить, что если $x, y \in M^\perp$, то $\lambda x + \mu y \in M^\perp$. Множество $M^\perp$ задано *характеристическим свойством* (см. равенство (20)) выполнение которого для элемента $\lambda x + \mu y$ легко проверяется: для любого $v \in M$

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^\perp$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Действительно, надо проверить, что если $x, y \in M^\perp$, то $\lambda x + \mu y \in M^\perp$. Множество $M^\perp$ задано *характеристическим свойством* (см. равенство (20)) выполнение которого для элемента $\lambda x + \mu y$ легко проверяется: для любого $v \in M$

$$(\lambda x + \mu y, v) =$$

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^\perp$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Действительно, надо проверить, что если $x, y \in M^\perp$, то $\lambda x + \mu y \in M^\perp$. Множество $M^\perp$ задано *характеристическим свойством* (см. равенство (20)) выполнение которого для элемента $\lambda x + \mu y$ легко проверяется: для любого $v \in M$

$$(\lambda x + \mu y, v) = \lambda(x, v) + \mu(y, v) =$$

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^\perp$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Действительно, надо проверить, что если $x, y \in M^\perp$, то $\lambda x + \mu y \in M^\perp$. Множество $M^\perp$ задано *характеристическим свойством* (см. равенство (20)) выполнение которого для элемента $\lambda x + \mu y$ легко проверяется: для любого $v \in M$

$$(\lambda x + \mu y, v) = \lambda(x, v) + \mu(y, v) = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 0 =$$

X.2.1. Теорема об ортогональном дополнении

Теорема 30. *$M^\perp$ является подпространством* ***евклидова пространства*** *U.*

Доказательство. Действительно, надо проверить, что если $x, y \in M^\perp$, то $\lambda x + \mu y \in M^\perp$. Множество $M^\perp$ задано *характеристическим свойством* (см. равенство (20)) выполнение которого для элемента $\lambda x + \mu y$ легко проверяется: для любого $v \in M$

$$(\lambda x + \mu y, v) = \lambda(x, v) + \mu(y, v) = \lambda \cdot 0 + \mu \cdot 0 = 0.$$

X.2.2. Теорема о дополнении к линейной оболочке

Теорема 31. *В любом конечномерном* ***евклидовом пространстве*** *имеет место равенство* $\langle v_1, v_2 \ldots \rangle^\perp = \{v_1, v_2 \ldots\}^\perp$.

Доказательство.

X.2.2. Теорема о дополнении к линейной оболочке

Теорема 31. *В любом конечномерном* ***евклидовом пространстве*** *имеет место равенство* $\langle v_1, v_2 \ldots \rangle^\perp = \{v_1, v_2 \ldots\}^\perp$.

Доказательство. Это очевидное следствие **теоремы о внутренней характеризации линейной оболочки**.

X.2.3. Следствие об ортогональном дополнении к базису подпространства

Следствие 2. *Если* $\mathbf{Б}$ *— базис подпространства* V *линейного пространства* U*, то* $\mathbf{Б}^{\perp} = V^{\perp}$.

Доказательство.

X.2.3. Следствие об ортогональном дополнении к базису подпространства

Следствие 2. *Если* $\mathbf{Б}$ *— базис подпространства* V *линейного пространства* U*, то* $\mathbf{Б}^{\perp} = V^{\perp}$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

X.2.3. Следствие об ортогональном дополнении к базису подпространства

Следствие 2. *Если* $\mathbf{Б}$ *— базис подпространства* V *линейного пространства* U*, то* $\mathbf{Б}^{\perp} = V^{\perp}$.

Доказательство. Следует доказать включения $\mathbf{Б}^{\perp} \subseteq V^{\perp}$ и $V^{\perp} \subseteq \mathbf{Б}^{\perp}$.

X.2.3. Следствие об ортогональном дополнении к базису подпространства

Следствие 2. *Если* $\mathbf{Б}$ *— базис подпространства* V *линейного пространства* U*, то* $\mathbf{Б}^{\perp} = V^{\perp}$.

Доказательство. Следует доказать включения $\mathbf{Б}^{\perp} \subseteq V^{\perp}$ и $V^{\perp} \subseteq \mathbf{Б}^{\perp}$.

Сделайте это самостоятельно.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то $U = V \oplus V^{\perp}$.*

Доказательство. V, как подпространство **евклидова пространства**, является евклидовым пространством. Значит, у него есть ОНБ.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство **евклидова пространства** U, то $U = V \oplus V^{\perp}$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б}_V = \{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — ОНБ подпространства V.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б}_V = \{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — ОНБ подпространства V. Продолжим его до базиса пространства U, получим базис $\mathbf{Б}' = \{e_1, \ldots, e_k, f_{k+1}, \ldots, f_n\}$.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б}_V = \{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — ОНБ подпространства V. Продолжим его до базиса пространства U, получим базис $\mathbf{Б}' = \{e_1, \ldots, e_k, f_{k+1}, \ldots, f_n\}$.

Применим к полученному базису **процесс ортогонализации Грама-Шмидта**. При этом первые векторы не изменятся, поэтому получим базис $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U. Очевидно, что для $i > k$ имеем $e_i \in V^{\perp}$.

Следовательно $\langle e_{k+1}, \ldots, e_n \rangle \subseteq V^{\perp}$.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U. Очевидно, что для $i > k$ имеем $e_i \in V^{\perp}$.

Следовательно $\langle e_{k+1}, \ldots, e_n \rangle \subseteq V^{\perp}$.

По определению суммы подпространств имеем $U = V + V^{\perp}$. Действительно,

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U. Очевидно, что для $i > k$ имеем $e_i \in V^{\perp}$.

Следовательно $\langle e_{k+1}, \ldots, e_n \rangle \subseteq V^{\perp}$.

По определению суммы подпространств имеем $U = V + V^{\perp}$. Действительно, по теореме о линейных комбинациях базисных векторов для любого вектора x из U

$x = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_k e_k + \alpha_{k+1} e_{k+1} + \ldots + \alpha_n e_n$.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U. Очевидно, что для $i > k$ имеем $e_i \in V^{\perp}$.

Следовательно $\langle e_{k+1}, \ldots, e_n \rangle \subseteq V^{\perp}$.

По определению суммы подпространств имеем $U = V + V^{\perp}$. Действительно, по теореме о линейных комбинациях базисных векторов для любого вектора x из U

$$x = \underbrace{\alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_k e_k}_{V} + \underbrace{\alpha_{k+1} e_{k+1} + \ldots + \alpha_n e_n}_{V^{\perp}}.$$

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U. Очевидно, что для $i > k$ имеем $e_i \in V^{\perp}$.

Следовательно $\langle e_{k+1}, \ldots, e_n \rangle \subseteq V^{\perp}$.

По определению суммы подпространств имеем $U = V + V^{\perp}$. Действительно, по теореме о линейных комбинациях базисных векторов для любого вектора x из U

$$x = \underbrace{\alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_k e_k}_{V} + \underbrace{\alpha_{k+1} e_{k+1} + \ldots + \alpha_n e_n}_{V^{\perp}}.$$

Значит, равенство $U = V + V^{\perp}$ доказано.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U. Очевидно, что для $i > k$ имеем $e_i \in V^{\perp}$.

Следовательно $\langle e_{k+1}, \ldots, e_n \rangle \subseteq V^{\perp}$.

Мы доказали, что по определению суммы подпространств $U = V + V^{\perp}$.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U.

Мы доказали, что по определению суммы подпространств $U = V + V^{\perp}$. Осталось проверить, что $V \cap V^{\perp} = \{\mathbf{0}\}$.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U.

Мы доказали, что по определению суммы подпространств $U = V + V^{\perp}$. Осталось проверить, что $V \cap V^{\perp} = \{\mathbf{0}\}$.

Пусть $x \in V \cap V^{\perp}$. Тогда, как вектор из V, вектор x ортогонален к любому вектору из $V^{\perp}$, в частности, к x.

X.2.4. Теорема о сумме подпространства и его ортогонального дополнения

Теорема 32. *Если $V \leq U$, то есть V — подпространство* ***евклидова пространства*** U, *то* $U = V \oplus V^{\perp}$.

Доказательство. Получили ОНБ $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_k, e_{k+1}, \ldots, e_n\}$ пространства U.

Мы доказали, что по определению суммы подпространств $U = V + V^{\perp}$. Осталось проверить, что $V \cap V^{\perp} = \{\mathbf{0}\}$.

Пусть $x \in V \cap V^{\perp}$. Тогда, как вектор из V, вектор x ортогонален к любому вектору из $V^{\perp}$, в частности, к x.

Поэтому x ортогонален к x, то есть $(x, x) = 0$, что по аксиомам евклидова пространства означает, что $x = \mathbf{0}$.

Теорема доказана.

X.2.5. Теорема о дополнении к дополнению

Теорема 33. *Если V — подпространство* ***евклидова пространства*** *U, то $\left(V^{\perp}\right)^{\perp} = V$.*

Доказательство.

X.2.5. Теорема о дополнении к дополнению

Теорема 33. *Если V — подпространство* ***евклидова пространства*** *U, то $\left(V^{\perp}\right)^{\perp} = V$.*

Доказательство. Очевидно: надо доказать два включения: $\left(V^{\perp}\right)^{\perp} \subseteq V$ и $\left(V^{\perp}\right)^{\perp} \supseteq V$, что не вызывает никаких проблем.

Рассмотреть пример поиска ортогонального дополнения?

X.3. Ортогональная проекция

Определение 25. *Пусть U — евклидово пространство и V — его подпространство и $x \in U$. По теореме 32 о сумме подпространства и его ортогонального дополнения существуют такие векторы $v \in V$ и $w \in V^{\perp}$, что $x = v + w$. Тогда v называется* **ортогональной проекцией** *вектора x на подпространство V, а вектор w — его* **ортогональной составляющей**.

X.3. Ортогональная проекция

Определение 25. *Пусть U — евклидово пространство и V — его подпространство и $x \in U$. По теореме 32 о сумме подпространства и его ортогонального дополнения существуют такие векторы $v \in V$ и $w \in V^{\perp}$, что $x = v + w$. Тогда v называется* **ортогональной проекцией** *вектора x на подпространство V, а вектор w — его* **ортогональной составляющей**.

Важную роль играют **неравенство Коши-Буняковского**, для сумм называемое **неравенством Коши**:

$$(x; y) \leq \sqrt{(x; x)}\sqrt{(y; y)}. \tag{19}$$

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Говоря о евклидовых пространствах, мы ограничивались только случаем поля действительных чисел $\mathbb{R}$ в качестве основного поля линейного пространства U. Однако, во многих приложениях (в частности, в физике и в радиоэлектронике) важную роль играет поле комплексных чисел $\mathbb{C}$ в качестве основного поля. Понятно, что такая полезная конструкция, как скалярное произведение, в случае удачного переноса ее на линейные пространства над $\mathbb{C}$ существенно обогатит соответствующие теории и, в частности, математический аппарат.

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Что надо изменить в определении евклидова пространства, чтобы сохранить «все самое ценное» в скалярном произведении для пространств над $\mathbb{C}$?

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Что надо изменить в определении евклидова пространства, чтобы сохранить «все самое ценное» в скалярном произведении для пространств над $\mathbb{C}$?

Ясно, что теперь скалярное произведение должно отображать $U \times U$ в $\mathbb{C}$. Поэтому основное внимание следует уделить аксиомам скалярного произведения.

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Что надо изменить в определении евклидова пространства, чтобы сохранить «все самое ценное» в скалярном произведении для пространств над $\mathbb{C}$?

Ясно, что теперь скалярное произведение должно отображать $U \times U$ в $\mathbb{C}$. Поэтому основное внимание следует уделить аксиомам скалярного произведения.

Коммутативность хотелось бы сохранить. В крайнем случае, если это не удастся, надо хотя бы ее «не очень испортить».

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Что надо изменить в определении евклидова пространства, чтобы сохранить «все самое ценное» в скалярном произведении для пространств над $\mathbb{C}$?

Ясно, что теперь скалярное произведение должно отображать $U \times U$ в $\mathbb{C}$. Поэтому основное внимание следует уделить аксиомам скалярного произведения.

Линейность по первому множителю тоже желательно оставить: $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$.

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Что надо изменить в определении евклидова пространства, чтобы сохранить «все самое ценное» в скалярном произведении для пространств над $\mathbb{C}$?

Ясно, что теперь скалярное произведение должно отображать $U \times U$ в $\mathbb{C}$. Поэтому основное внимание следует уделить аксиомам скалярного произведения.

Наибольшие проблемы доставляет третья аксиома:

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$.

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$.

Дело в том, что, вообще говоря, число (x, x) теперь является комплексным, а для комплексных чисел отношение $\geq$ не определено! Значит, из аксиом должно следовать, что $(x, x) \in \mathbb{R}$.

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$.

Дело в том, что, вообще говоря, число (x, x) теперь является комплексным, а для комплексных чисел отношение $\geq$ не определено! Значит, из аксиом должно следовать, что $(x, x) \in \mathbb{R}$.

Сложность в том, что попытка, например, добавить это требование в качестве аксиомы при сохранении первых двух аксиом обречена на провал.

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$.

Дело в том, что, вообще говоря, число (x, x) теперь является комплексным, а для комплексных чисел отношение $\geq$ не определено! Значит, из аксиом должно следовать, что $(x, x) \in \mathbb{R}$.

Если $(x, x) = k \in \mathbb{R}$, то

$$((1+i)x, (1+i)x) =$$

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$.

Дело в том, что, вообще говоря, число (x, x) теперь является комплексным, а для комплексных чисел отношение $\geq$ не определено! Значит, из аксиом должно следовать, что $(x, x) \in \mathbb{R}$.

Если $(x, x) = k \in \mathbb{R}$, то

$$((1+i)x, (1+i)x) = (1+i)^2(x, x) =$$

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$.

Дело в том, что, вообще говоря, число (x, x) теперь является комплексным, а для комплексных чисел отношение $\geq$ не определено! Значит, из аксиом должно следовать, что $(x, x) \in \mathbb{R}$.

Если $(x, x) = k \in \mathbb{R}$, то

$$((1+i)x, (1+i)x) = (1+i)^2(x, x) = 2i(x, x) =$$

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$.

Дело в том, что, вообще говоря, число (x, x) теперь является комплексным, а для комплексных чисел отношение $\geq$ не определено! Значит, из аксиом должно следовать, что $(x, x) \in \mathbb{R}$.

Если $(x, x) = k \in \mathbb{R}$, то

$$((1+i)x, (1+i)x) = (1+i)^2(x, x) = 2i(x, x) = 2ki \notin \mathbb{R}(!?)$$

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Что надо изменить в определении евклидова пространства, чтобы сохранить «все самое ценное» в скалярном произведении для пространств над $\mathbb{C}$?

Ясно, что теперь скалярное произведение должно отображать $U \times U$ в $\mathbb{C}$. Поэтому основное внимание следует уделить аксиомам скалярного произведения.

Значит, для сохранения третьей аксиомы:

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$

придется отказаться хотя бы от одной из первых двух аксиом.

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Что надо изменить в определении евклидова пространства, чтобы сохранить «все самое ценное» в скалярном произведении для пространств над $\mathbb{C}$?

Ясно, что теперь скалярное произведение должно отображать $U \times U$ в $\mathbb{C}$. Поэтому основное внимание следует уделить аксиомам скалярного произведения.

Значит, для сохранения третьей аксиомы:

$(x, x) \geq 0$, *причем* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$

придется отказаться хотя бы от одной из первых двух аксиом.

Линейность «жалко до слез», уж лучше мы «испортим» коммутативность!

XI. Унитарные (эрмитовы) пространства

Что надо изменить в определении евклидова пространства, чтобы сохранить «все самое ценное» в скалярном произведении для пространств над $\mathbb{C}$?

Ясно, что теперь скалярное произведение должно отображать $U \times U$ в $\mathbb{C}$. Поэтому основное внимание следует уделить аксиомам скалярного произведения.

Значит, для сохранения третьей аксиомы:

$$(x, x) \geq 0, \textit{ причем } (x, x) = 0 \textit{ тогда и только тогда, когда } x = \mathbf{0}$$

придется отказаться хотя бы от одной из первых двух аксиом.

Оказывается, достаточно положить $(x, y) = \overline{(y, x)}$. В частности, меняя местами сомножители в выражении (x, x), получаем $(x, x) = \overline{(x, x)}$, откуда $(x, x) \in \mathbb{R}$. Итак, получили следующее определение.

XI.1. Определение унитарного пространства

Определение 26. Унитарным *или* **эрмитовым** *пространством называется линейное пространство U над полем $\mathbb{C}$ комплексных чисел, на котором определена функция $(,) : U \times U \mapsto \mathbb{C}$, называемая* **скалярным произведением** *(в унитарном пространстве), для которой выполняются следующие утверждения, называемые* **аксиомами скалярного произведения** *в унитарном пространстве:*

1. $(x, y) = \overline{(y, x)}$;
2. *(линейность по первому множителю)* $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$;
3. $(x, x) \geq 0$, *кроме того,* $(x, x) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$.

XI.2. Некоторые отличия унитарных пространств от евклидовых

Почти все утверждения, которые мы доказали для евклидовых пространств, после небольших исправлений становятся справедливыми для унитарных пространств. В этом разделе мы укажем эти исправления.

XI.2. Некоторые отличия унитарных пространств от евклидовых

Во-первых, скалярное произведение в унитарных пространствах не является линейным по второму множителю. Точнее, вместо линейности для второго множителя получаем следующее свойство:

$$(x, \lambda y + \mu z) = \overline{\lambda}(x, y) + \overline{\mu}(x, z). \qquad (20)$$

XI.2. Некоторые отличия унитарных пространств от евклидовых

Во-вторых, матрица Грама для базиса $\mathbf{Б}$ не является, вообще говоря, симметричной, точнее, имеем равенство $\Gamma_{\mathbf{Б}}^t = \overline{\Gamma_{\mathbf{Б}}}$, где для матрицы $X_{m\times n}$ под $\overline{X_{m\times n}}$ понимается такая матрица $Y_{m\times n}$, что для $(i,j) \in \{1,2,\dots m\} \times \{1,2,\dots,n\}$ имеем

$$y_{ij} = \overline{x_{ij}}.$$

XI.2. Некоторые отличия унитарных пространств от евклидовых

В-третьих, формула (17) для вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама в унитарном пространстве имеет вид:

$$(x, y) = [x]_{\text{Б}}^{t} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}}. \qquad (21)$$

XI.2. Некоторые отличия унитарных пространств от евклидовых

В-третьих, формула (17) для вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама в унитарном пространстве имеет вид:

$$(x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \overline{[y]_{\mathbf{Б}}}. \qquad (21)$$

Как и прежде, в этой формуле мы опустили операцию, извлекающую из однокомпонентной матрицы $[x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \overline{[y]_{\mathbf{Б}}}$ ее единственную компоненту. В качестве такой операции можно взять det или tr, то есть формула 21 на самом деле имеет вид $(x, y) = \det\left([x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \overline{[y]_{\mathbf{Б}}}\right)$ или $(x, y) = \operatorname{tr}\left([x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \overline{[y]_{\mathbf{Б}}}\right)$.

XI.2. Некоторые отличия унитарных пространств от евклидовых

В-четвертых, при переходе в другой базис формула (18) для унитарного пространства изменяется следующим образом:

$$\Gamma_{\text{Б}'} = T^{t}_{\text{Б}\to\text{Б}'} \cdot \Gamma_{\text{Б}} \cdot \overline{T_{\text{Б}\to\text{Б}'}}, \qquad (22)$$

XI.2. Некоторые отличия унитарных пространств от евклидовых

В-пятых, в формуле (20) из процесса ортогонализации Грама-Шмидта порядок сомножителей для унитарного пространства, в отличие от евклидова, важен!

XII. Нормированные и метрические пространства

Мы рассмотрим обобщения понятий «расстояние между точками», «длина», «площадь» и др.

XII.1. Метрические пространства

Скалярное произведение позволяет применять в евклидовых пространствах математический аппарат метрических и нормированных пространств. В этих линейных пространствах введены специальные математические конструкции, обобщающие понятие «длины вектора» или «расстояния между точками». В некоторых приложениях линейной алгебры обобщение понятия «длина вектора», основанное на формуле $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ является неудобным.

Расстояние между точками (концами радиус-векторов) обобщает определенная ниже *метрика*.

XII.1. Метрические пространства

Определение 27. *Линейное пространство U над полем $\mathbb{R}$ называется* **метрическим пространством** *тогда и только тогда, когда в нем определена такая функция $\rho : U \times U \to \mathbb{R}$, для которой выполняются следующие утверждения (аксиомы метрики):*

1. $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ *(симметричность);*
2. $\rho(x, y) \geq 0$, *причем* $\rho(x, y) = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = y$ *(невырожденность);*
3. $\rho(x, y) \leq \rho(x, z) + \rho(z, y)$ *(неравенство треугольника).*

При этом функция ρ называется **метрикой**.

XII.1. Метрические пространства

Метрическими пространствами являются следующие алгебры.

1. Пространство геометрических векторов, $\rho(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = |\overrightarrow{\mathbf{x}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}|$.

XII.1. Метрические пространства

Метрическими пространствами являются следующие алгебры.

1. Пространство геометрических векторов, $\rho(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = |\overrightarrow{\mathbf{x}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}|$.

2. U — произвольное конечномерное линейное пространство, $\rho(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{при} \quad x \neq y \\ 0, & \text{при} \quad x = y \end{cases}$ Такое метрическое пространство называется **дискретным**.

XII.2. Нормированные пространства

Определенное ниже понятие *нормы* обобщает длину вектора. Отметим, что во многих случаях, когда речь идет о евклидовом пространстве, требуется, чтобы норма была «естественной» для такого пространства, то есть $||x|| = \sqrt{(x, x)}$.

XII.2. Нормированные пространства

Определение 28. *Линейное пространство U называется* **нормированным** *тогда и только тогда, когда в нем определена такая функция $||\bullet|| : U \to \mathbb{R}$, что выполняются следующие утверждения (аксиомы нормы):*

1. $||\lambda x|| = |\lambda| \cdot ||x||$ *(однородность нормы);*
2. $||x|| \geq 0$, *причем* $||x|| = 0$ *тогда и только тогда, когда* $x = \mathbf{0}$;
3. $||x + y|| \leq ||x|| + ||y||$ *(неравенство треугольника);*

При этом функция $||\bullet||$ называется **нормой**.

XII.2. Нормированные пространства

Рассмотрим линейное пространство векторов плоскости с ОНБ $\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}\right\}$. На этом пространстве обычно определяют одну из следующих норм:

1. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$;

XII.2. Нормированные пространства

Рассмотрим линейное пространство векторов плоскости с ОНБ $\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}\right\}$. На этом пространстве обычно определяют одну из следующих норм:

1. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$;
2. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = |x| + |y|$;

XII.2. Нормированные пространства

Рассмотрим линейное пространство векторов плоскости с ОНБ $\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}\right\}$. На этом пространстве обычно определяют одну из следующих норм:

1. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$;
2. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = |x| + |y|$;
3. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \max\{|x|, |y|\}$.

XII.2. Нормированные пространства

Рассмотрим линейное пространство векторов плоскости с ОНБ $\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}\right\}$. На этом пространстве обычно определяют одну из следующих норм:

1. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$;
2. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = |x| + |y|$;
3. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \max\{|x|, |y|\}$.

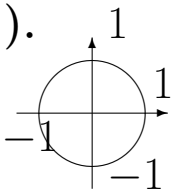
Для того, чтобы «геометрически» представить себе, что представляет собой каждая из этих норм, построим «единичный шар»: множество точек, концы радиусов-векторов которых удовлетворяют условию $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| \leq 1$. В силу **аксиомы 1** нормы «форма» этого шара не зависит от его «радиуса». Для каждой из перечисленных выше норм получаем:

XII.2. Нормированные пространства

1. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$;
2. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = |x| + |y|$;
3. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \max\{|x|, |y|\}$.

Построим «единичный шар»: множество точек, концы радиусов-векторов которых удовлетворяют условию $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| \leq 1$. В силу **аксиомы 1** нормы «форма» этого шара не зависит от его «радиуса».

1).

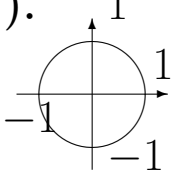


XII.2. Нормированные пространства

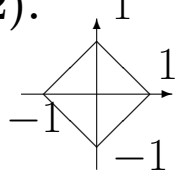
1. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$;
2. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = |x| + |y|$;
3. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \max\{|x|, |y|\}$.

Построим «единичный шар»: множество точек, концы радиусов-векторов которых удовлетворяют условию $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| \leq 1$. В силу **аксиомы 1** нормы «форма» этого шара не зависит от его «радиуса».

1).



2).

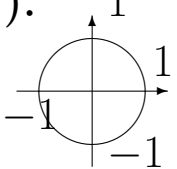


XII.2. Нормированные пространства

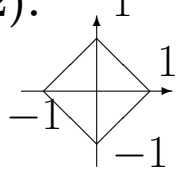
1. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$;
2. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = |x| + |y|$;
3. $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| = \max\{|x|, |y|\}$.

Построим «единичный шар»: множество точек, концы радиусов-векторов которых удовлетворяют условию $||x\overrightarrow{\mathbf{i}} + y\overrightarrow{\mathbf{j}}|| \leq 1$. В силу **аксиомы 1** нормы «форма» этого шара не зависит от его «радиуса».

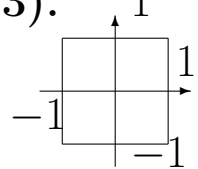
1).



2).



3).



XII.3. Теорема о норме противоположного вектор

Теорема 34. *Для любого вектора x линейного нормированного пространства U имеет место равенство $|| - x|| = ||x||$.*

Доказательство.

XII.3. Теорема о норме противоположного вектор

Теорема 34. *Для любого вектора x линейного нормированного пространства U имеет место равенство $||-x|| = ||x||$.*

Доказательство.

Согласно **аксиоме однородности нормы** и **аксиомам линейного пространства**, имеем

$$||-x|| =$$

XII.3. Теорема о норме противоположного вектор

Теорема 34. *Для любого вектора x линейного нормированного пространства U имеет место равенство* $||-x|| = ||x||$.

Доказательство.

Согласно **аксиоме однородности нормы** и **аксиомам линейного пространства**, имеем

$$||-x|| = ||(-1)\cdot x|| =$$

XII.3. Теорема о норме противоположного вектор

Теорема 34. *Для любого вектора x линейного нормированного пространства U имеет место равенство* $|| - x|| = ||x||$.

Доказательство.

Согласно **аксиоме однородности нормы** и **аксиомам линейного пространства**, имеем

$$|| - x|| = ||(-1) \cdot x|| = | - 1| \cdot ||x|| =$$

XII.3. Теорема о норме противоположного вектор

Теорема 34. *Для любого вектора x линейного нормированного пространства U имеет место равенство* $||-x|| = ||x||$.

Доказательство.

Согласно **аксиоме однородности нормы** и **аксиомам линейного пространства**, имеем

$$||-x|| = ||(-1)\cdot x|| = |-1|\cdot||x|| = ||x||,$$

XII.3. Теорема о норме противоположного вектор

Теорема 34. *Для любого вектора x линейного нормированного пространства U имеет место равенство* $||-x|| = ||x||$.

Доказательство.

Согласно **аксиоме однородности нормы** и **аксиомам линейного пространства**, имеем

$$||-x|| = ||(-1)\cdot x|| = |-1|\cdot||x|| = ||x||,$$

что и требовалось доказать.

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \leq ||x - y||.$$

Доказательство.

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \leq ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| =$$

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \leq ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \leq$$

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \leq ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \leq ||x - y|| + ||y|| - ||y|| =$$

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \leq ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \leq ||x - y|| + ||y|| - ||y|| = ||x - y||,$$

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \leq ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \leq ||x - y|| + ||y|| - ||y|| = ||x - y||,$$

$$-\,(||x|| - ||y||) =$$

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \leq ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \leq ||x - y|| + ||y|| - ||y|| = ||x - y||,$$

$$-\left(||x|| - ||y||\right) = -||x|| + ||y - x + x|| \leq$$

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \leq ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \leq ||x - y|| + ||y|| - ||y|| = ||x - y||,$$

$$-\left(||x|| - ||y||\right) = -||x|| + ||y - x + x|| \leq -||x|| + ||y - x|| + ||x|| =$$

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \le ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \le ||x - y|| + ||y|| - ||y|| = ||x - y||,$$

$$-\,(||x|| - ||y||) = -||x|| + ||y - x + x|| \le -||x|| + ||y - x|| + ||x|| = ||x - y||.$$

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \le ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \le ||x - y|| + ||y|| - ||y|| = ||x - y||,$$

$$-(||x|| - ||y||) = -||x|| + ||y - x + x|| \le -||x|| + ||y - x|| + ||x|| = ||x - y||.$$

Следовательно, $||x|| - ||y|| \le ||x - y||$ и $-(||x|| - ||y||) \le ||x - y||$,

XII.4. Теорема о норме разности

Теорема 35. *Для любых векторов x, y линейного нормированного пространства U*

$$\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \le ||x - y||.$$

Доказательство.

Согласно **неравенству треугольника** и **теореме о норме противоположного вектора**

$$||x|| - ||y|| = ||x - y + y|| - ||y|| \le ||x - y|| + ||y|| - ||y|| = ||x - y||,$$

$$-\,(||x|| - ||y||) = -||x|| + ||y - x + x|| \le -||x|| + ||y - x|| + ||x|| = ||x - y||.$$

Следовательно, $||x|| - ||y|| \le ||x - y||$ и $-\,(||x|| - ||y||) \le ||x - y||$, откуда $\Big|\,||x|| - ||y||\,\Big| \le ||x - y||$, что и требовалось доказать.

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

В нормированном пространстве естественным образом определяется метрика: $\rho(x, y) = ||x - y||$. На первый взгляд, в метрическом пространстве можно определить норму правилом $||x|| = \rho(x, \mathbf{0})$, однако **пример 2** метрического пространства показывает, что эта функция может не быть нормой, так как может нарушаться **аксиома 1** нормы. Поэтому понятие метрического пространства существенно обобщает понятие нормированного пространства. Оказывается, в евклидовом пространстве норму можно ввести естественным образом, описанным в следующей теореме (теореме о норме в евклидовом пространстве).

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

Это доказательство базируется на **неравенстве Коши-Буняковского**. Действительно,

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

$$||x+y|| =$$

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

$$||x+y|| = \sqrt{(x+y, x+y)} =$$

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

$$||x+y|| = \sqrt{(x+y,x+y)} = \sqrt{(x,x)+2(x,y)+(y,y)} \leq$$

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

$$||x+y|| = \sqrt{(x+y,x+y)} = \sqrt{(x,x)+2(x,y)+(y,y)} \leq$$

$$\leq \sqrt{(x,x)+2\sqrt{(x,x)}\sqrt{(y,y)}+(y,y)} =$$

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

$$||x+y|| = \sqrt{(x+y,x+y)} = \sqrt{(x,x)+2(x,y)+(y,y)} \leq$$

$$\leq \sqrt{(x,x)+2\sqrt{(x,x)}\sqrt{(y,y)}+(y,y)} =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{(x,x)}+\sqrt{(y,y)}\right)^2} =$$

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

$$||x+y|| = \sqrt{(x+y,x+y)} = \sqrt{(x,x)+2(x,y)+(y,y)} \leq$$

$$\leq \sqrt{(x,x)+2\sqrt{(x,x)}\sqrt{(y,y)}+(y,y)} =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{(x,x)}+\sqrt{(y,y)}\right)^2} = \sqrt{(x,x)}+\sqrt{(y,y)} =$$

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

$$||x+y|| = \sqrt{(x+y,x+y)} = \sqrt{(x,x)+2(x,y)+(y,y)} \le$$

$$\le \sqrt{(x,x)+2\sqrt{(x,x)}\sqrt{(y,y)}+(y,y)} =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{(x,x)}+\sqrt{(y,y)}\right)^2} = \sqrt{(x,x)}+\sqrt{(y,y)} = ||x||+||y||.$$

XII.5. Теорема о норме в евклидовом пространстве

Теорема 36. *Функция* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *задает в евклидовом пространстве* U ***норму.***

Доказательство.

Нетривиальным является только доказательство **неравенства треугольника**.

$$||x+y|| = \sqrt{(x+y,x+y)} = \sqrt{(x,x)+2(x,y)+(y,y)} \le$$

$$\le \sqrt{(x,x)+2\sqrt{(x,x)}\sqrt{(y,y)}+(y,y)} =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{(x,x)}+\sqrt{(y,y)}\right)^2} = \sqrt{(x,x)}+\sqrt{(y,y)} = ||x||+||y||.$$

Справедливость остальных аксиом нормы докажите самостоятельно.

Теорема доказана.

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство.

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = \\ \end{cases}$$

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = (f,f) + (g,g) + 2(f,g), \\ \end{cases}$$

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = ||f||^2 + ||g||^2 + 2(f,g), \\ \end{cases}$$

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = ||f||^2 + ||g||^2 + 2(f,g), \\ ||f-g||^2 = \end{cases}$$

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = ||f||^2 + ||g||^2 + 2(f,g), \\ ||f-g||^2 = (f-g, f-g) = \end{cases}$$

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = ||f||^2 + ||g||^2 + 2(f,g), \\ ||f-g||^2 = (f-g, f-g) = (f,f) + (g,g) - 2(f,g). \end{cases}$$

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = ||f||^2 + ||g||^2 + 2(f,g), \\ ||f-g||^2 = (f-g, f-g) = ||f||^2 + ||g||^2 - 2(f,g). \end{cases}$$

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = ||f||^2 + ||g||^2 + 2(f,g), \\ ||f-g||^2 = (f-g, f-g) = ||f||^2 + ||g||^2 - 2(f,g). \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получаем

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = ||f||^2 + ||g||^2 + 2(f,g), \\ ||f-g||^2 = (f-g, f-g) = ||f||^2 + ||g||^2 - 2(f,g). \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получаем
$||f+g||^2 - ||f-g||^2 = 4(f,g)$,

XII.6. Восстановление скалярного произведения по индуцированной им норме

Теорема 37. *Если в евкдидовом пространстве норма введена формулой* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$, *то*

$$(f,g) = \frac{1}{4}\left(||f+g||^2 - ||f-g||^2\right). \tag{23}$$

Доказательство. Для того, чтобы с помощью нормы получить выражение (f,g), естественно рассмотреть $||f \pm g||$.

$$\begin{cases} ||f+g||^2 = (f+g, f+g) = ||f||^2 + ||g||^2 + 2(f,g), \\ ||f-g||^2 = (f-g, f-g) = ||f||^2 + ||g||^2 - 2(f,g). \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, получаем
$||f+g||^2 - ||f-g||^2 = 4(f,g)$, откуда следует (23).

XII.7. Теорема Пифагора для евклидовых пространств

Теорема 38. *Для любых ортогональных векторов x, y евклидова пространства с нормой $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ справедливо равенство $||x||^2 + ||y||^2 = ||x+y||^2$.*

Доказательство.

XII.7. Теорема Пифагора для евклидовых пространств

Теорема 38. *Для любых ортогональных векторов x, y евклидова пространства с нормой $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ справедливо равенство $||x||^2 + ||y||^2 = ||x+y||^2$.*

Доказательство.

Так как по условию теоремы $(x, y) = 0$, то

$$||x+y||^2 =$$

XII.7. Теорема Пифагора для евклидовых пространств

Теорема 38. *Для любых ортогональных векторов x, y евклидова пространства с нормой $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ справедливо равенство $||x||^2 + ||y||^2 = ||x+y||^2$.*

Доказательство.

Так как по условию теоремы $(x, y) = 0$, то

$$||x+y||^2 = (x+y, x+y) =$$

XII.7. Теорема Пифагора для евклидовых пространств

Теорема 38. *Для любых ортогональных векторов x, y евклидова пространства с нормой $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ справедливо равенство $||x||^2 + ||y||^2 = ||x+y||^2$.*

Доказательство.

Так как по условию теоремы $(x,y) = 0$, то

$$||x+y||^2 = (x+y, x+y) = (x,x) + 2(x,y) + (y,y) =$$

XII.7. Теорема Пифагора для евклидовых пространств

Теорема 38. *Для любых ортогональных векторов x, y евклидова пространства с нормой $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ справедливо равенство* $||x||^2 + ||y||^2 = ||x+y||^2$.

Доказательство.

Так как по условию теоремы $(x,y) = 0$, то

$$||x+y||^2 = (x+y, x+y) = (x,x) + 2(x,y) + (y,y) =$$

$$= (x,x) + (y,y) =$$

XII.7. Теорема Пифагора для евклидовых пространств

Теорема 38. *Для любых ортогональных векторов x, y евклидова пространства с нормой $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ справедливо равенство* $||x||^2 + ||y||^2 = ||x+y||^2$.

Доказательство.

Так как по условию теоремы $(x,y) = 0$, то

$$||x+y||^2 = (x+y, x+y) = (x,x) + 2(x,y) + (y,y) =$$

$$= (x,x) + (y,y) = ||x||^2 + ||y||^2,$$

что и требовалось доказать.

XII.8. Эквивалентность норм

Понятие нормы активно используется при обобщении некоторых методов и понятий математического анализа на произвольные линейные пространства. Поэтому одним из основных вопросов в этой области является следующая проблема: верно ли, что если две точки «близки» в смысле одной нормы, то они «близки» и в смысле второй нормы?

XII.8. Эквивалентность норм

Понятие нормы активно используется при обобщении некоторых методов и понятий математического анализа на произвольные линейные пространства. Поэтому одним из основных вопросов в этой области является следующая проблема: верно ли, что если две точки «близки» в смысле одной нормы, то они «близки» и в смысле второй нормы?

«Близки» не в смысле конкретных значений нормы вектора, а в следующем понимании: пусть $u_1, u_2, u_3 \ldots$ — последовательность векторов линейного пространства U, на котором определены нормы $||\bullet||_1$ и $||\bullet||_2$.

XII.8. Эквивалентность норм

Понятие нормы активно используется при обобщении некоторых методов и понятий математического анализа на произвольные линейные пространства. Поэтому одним из основных вопросов в этой области является следующая проблема: верно ли, что если две точки «близки» в смысле одной нормы, то они «близки» и в смысле второй нормы?

«Близки» не в смысле конкретных значений нормы вектора, а в следующем понимании: пусть $u_1, u_2, u_3 \ldots$ — последовательность векторов линейного пространства U, на котором определены нормы $||\bullet||_1$ и $||\bullet||_2$.

Верно ли, что последовательность $||u_1||_1, ||u_2||_1, ||u_3||_1, \ldots$ стремится к нулю тогда и только тогда, когда последовательность $||u_1||_2, ||u_2||_2, ||u_3||_2, \ldots$ также стремится к нулю?

XII.8. Эквивалентность норм

Определение 29. *Нормы* $||\bullet||_1$ *и* $||\bullet||_2$ *линейного пространства* U *называются* **эквивалентными** *тогда и только тогда, когда существуют такие положительные числа* A *и* B*, что для любого вектора* x *из* U *имеют место неравенства* $||x||_1 \leq A \cdot ||x||_2$ *и* $||x||_2 \leq B \cdot ||x||_1$.

XII.8. Эквивалентность норм

Определение 29. *Нормы* $||\bullet||_1$ *и* $||\bullet||_2$ *линейного пространства* U *называются* **эквивалентными** *тогда и только тогда, когда существуют такие положительные числа* A *и* B*, что для любого вектора* x *из* U *имеют место неравенства* $||x||_1 \leq A \cdot ||x||_2$ *и* $||x||_2 \leq B \cdot ||x||_1$.

Целью данного раздела является доказательство теоремы об эквивалентности норм в конечномерном пространстве.

XII.9. Лемма о пределе нормы покоординатно бесконечно малой последовательности

Лемма 5. *Пусть V — конечномерное нормированное линейное пространство, $\{x_1, x_2, \dots, \}$ — последовательность векторов этого пространства, покоординатно сходящаяся к нулю (то есть для любого базиса и любого $1 \leq m \leq \dim(V)$ последовательность m-тых координат этих векторов стремится к 0). Тогда $||x_k|| \to 0$.*

Доказательство.

XII.9. Лемма о пределе нормы покоординатно бесконечно малой последовательности

Лемма 5. *Пусть V — конечномерное нормированное линейное пространство, $\{x_1, x_2, \dots, \}$ — последовательность векторов этого пространства, покоординатно сходящаяся к нулю (то есть для любого базиса и любого $1 \leq m \leq \dim(V)$ последовательность m-тых координат этих векторов стремится к 0). Тогда $||x_k|| \to 0$.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \dots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right\}$,

$$x_k = \lambda_{k,1}\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \dots + \lambda_{k,n}\overrightarrow{\mathbf{e}}_n.$$

XII.9. Лемма о пределе нормы покоординатно бесконечно малой последовательности

Лемма 5. *Пусть V — конечномерное нормированное линейное пространство, $\{x_1, x_2, \dots, \}$ — последовательность векторов этого пространства, покоординатно сходящаяся к нулю (то есть для любого базиса и любого $1 \leq m \leq \dim(V)$ последовательность m-тых координат этих векторов стремится к 0). Тогда $||x_k|| \to 0$.*

Доказательство. $x_k = \lambda_{k,1}\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_{k,n}\overrightarrow{\mathbf{e}}_n$.

$$||x_k|| \leq |\lambda_{k,1}| \cdot ||\overrightarrow{\mathbf{e}}_1|| + \ldots + |\lambda_{k,n}| \cdot ||\overrightarrow{\mathbf{e}}_n|| \to 0,$$

так как $||\overrightarrow{\mathbf{e}}_1||, \ldots, ||\overrightarrow{\mathbf{e}}_n||$ — константы и для любого i по условию $|\lambda_{k,i}| \to 0$.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \vec{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \vec{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M*, что из неравенства* $||\lambda_1 \vec{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \vec{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Применим метод доказательства «от противного».

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M*, что из неравенства* $||\lambda_1 \vec{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \vec{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Пусть V — контрпример, то есть нормированное пространство, для которого утверждение доказываемой леммы не выполняется.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n\right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \vec{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \vec{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Пусть V — контрпример, то есть нормированное пространство, для которого утверждение доказываемой леммы не выполняется. Пусть $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n\right\}$ — соответствующий базис, ε — соответствующее положительное число. Рассмотрим монотонно возрастающую неограниченную последовательность $M_1, M_2, \ldots$ положительных чисел.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M*, что из неравенства* $||\lambda_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Пусть V — контрпример, то есть нормированное пространство, для которого утверждение доказываемой леммы не выполняется. Пусть $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right\}$ — соответствующий базис, ε — соответствующее положительное число. Рассмотрим монотонно возрастающую неограниченную последовательность $M_1, M_2, \ldots$ положительных чисел. Обозначим через $\overrightarrow{\mathbf{x}}_k = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_{k,i} \overrightarrow{\mathbf{e}}_i$ такой вектор, что для некоторого $1 \leq m \leq n$ выполняется неравенство $|\lambda_{k,m}| > M_k$.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\text{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \vec{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \vec{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. $M_1, M_2, \ldots$ — монотонно возрастающая неограниченная последовательность положительных чисел, $\vec{\mathbf{x}}_k = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_{k,i} \vec{\mathbf{e}}_i$ такой вектор, что $(\exists m \quad |\lambda_{k,m}| > M_k)$.

У всех векторов $\vec{\mathbf{y}}_k = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2}} \vec{\mathbf{x}}_k$ все координаты не превышают 1. Очевидно, что $||\vec{\mathbf{y}}_k|| \to 0$, т.к. $||\vec{\mathbf{x}}_k|| < \varepsilon$ и

$$\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2} \geq |\lambda_{k,m}| > M_k \to +\infty.$$

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. $M_1, M_2, \ldots$ — монотонно возрастающая неограниченная последовательность положительных чисел, $\overrightarrow{\mathbf{x}}_k = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_{k,i} \overrightarrow{\mathbf{e}}_i$ такой вектор, что $(\exists m \quad |\lambda_{k,m}| > M_k)$, $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2}} \overrightarrow{\mathbf{x}}_k$, $\dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2}} \leq 1$, $||\overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| \to 0$. Поэтому, по лемме о сходящейся подпоследовательности ограниченной последовательности получаем, что существует покоординатно сходящаяся подпоследовательность последовательности векторов $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k$.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n \right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Мы показали, что существует покоординатно сходящаяся подпоследовательность последовательности векторов $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2}} \overrightarrow{\mathbf{x}}_k$. Удалив лишние векторы, можно считать, что последовательность $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k$ сходится к вектору $\overrightarrow{\mathbf{z}}$.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Мы показали, что существует покоординатно сходящаяся подпоследовательность последовательности векторов $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2}} \overrightarrow{\mathbf{x}}_k$. Удалив лишние векторы, можно считать, что последовательность $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k$ сходится к вектору $\overrightarrow{\mathbf{z}}$. По **лемме о пределе нормы покоординатно бесконечно малой последовательности векторов конечномерного пространства** получаем, что $||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| \to 0$.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n \right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Мы показали, что существует последовательность векторов $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2}} \overrightarrow{\mathbf{x}}_k$, покоординатно сходящаяся к $\overrightarrow{\mathbf{z}}$, причем $||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| \to 0$. Следовательно, для любого $T > 0$ найдется такой N, что для любого $k > N$ выполняются неравенства $||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| < T$, $||\overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| \leq T$,

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Мы показали, что существует последовательность векторов $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2}} \overrightarrow{\mathbf{x}}_k$, покоординатно сходящаяся к $\overrightarrow{\mathbf{z}}$, причем $||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| \to 0$. Следовательно, для любого $T > 0$ найдется такой N, что для любого $k > N$ выполняются неравенства $||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| < T$, $||\overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| \leq T$,
$||\overrightarrow{\mathbf{z}}|| \leq ||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| + ||\overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| < T + T = 2T$.

XII.10. Лемма об ограниченности окрестности

Лемма 6. *В конечномерном пространстве V для любого базиса* $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right\}$ *для любого* $\varepsilon > 0$ *существует такое число* M, *что из неравенства* $||\lambda_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n|| < \varepsilon$ *следует, что* $|\lambda_1| < M, \ldots, |\lambda_n| < M$.

Доказательство. Мы показали, что существует последовательность векторов $\overrightarrow{\mathbf{y}}_k = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{k,1}^2 + \ldots + \lambda_{k,n}^2}} \overrightarrow{\mathbf{x}}_k$, покоординатно сходящаяся к $\overrightarrow{\mathbf{z}}$, причем $||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| \to 0$. Следовательно, для любого $T > 0$ найдется такой N, что для любого $k > N$ выполняются неравенства $||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| < T$, $||\overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| \leq T$,
$||\overrightarrow{\mathbf{z}}|| \leq ||\overrightarrow{\mathbf{z}} - \overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| + ||\overrightarrow{\mathbf{y}}_k|| < T + T = 2T$.

Так как это равенство выполняется для сколь угодно малых T, то $||z|| = 0$, что противоречит второй аксиоме нормы. Лемма доказана.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. «От противного». Пусть $||\bullet||_1$, $||\bullet||_2$ — неэквивалентные нормы. Тогда, по определению,

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. «От противного». Пусть $||\bullet||_1$, $||\bullet||_2$ — неэквивалентные нормы. Тогда, по определению, существует такое положительное число ε, что для любых положительных чисел B, C множество $\left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < B\right\}$ не включается в $\left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < \varepsilon\right\}$, или $\left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < C\right\}$ не включается в $\left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < \varepsilon\right\}$.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. Возьмем сходящуюся к 0 последовательность положительных чисел $A_1, A_2, \ldots$, и положим $B_k = C_k = A_k$.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. Возьмем сходящуюся к 0 последовательность положительных чисел $A_1, A_2, \ldots,$ и положим $B_k = C_k = A_k$. Для каждого номера k выберем по элементу x_k из $\left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < A_k\right\} \setminus \left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < \varepsilon\right\}$ или y_k из $\left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < A_k\right\} \setminus \left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < \varepsilon\right\}$.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. Возьмем сходящуюся к 0 последовательность положительных чисел $A_1, A_2, \ldots,$ и положим $B_k = C_k = A_k$. Для каждого номера k выберем по элементу x_k из $\left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < A_k\right\} \setminus \left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < \varepsilon\right\}$ или y_k из $\left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < A_k\right\} \setminus \left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < \varepsilon\right\}$. Хотя бы одно из множеств $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ или $\left\{y_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ бесконечно. Пусть, для определенности, бесконечным является множество $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. Возьмем $A_1, A_2, \ldots \to 0$, положим $B_k = C_k = A_k$, $x_k \in \left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < A_k\right\} \setminus \left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < \varepsilon\right\}$ и $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ является бесконечным (те члены последовательности A_k, для которых выбирали y_k, удалим, и перенумеруем члены последовательности).

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. Возьмем $A_1, A_2, \ldots \to 0$, положим $B_k = C_k = A_k$, $x_k \in \left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < A_k\right\} \setminus \left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < \varepsilon\right\}$ и $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ является бесконечным (те члены последовательности A_k, для которых выбирали y_k, удалим, и перенумеруем члены последовательности).

По **лемме об ограниченности окрестности**, определяемой нормой, все координаты векторов x_k ограничены, так как для любого номера k имеем $||x_k||_2 < \varepsilon$. Значит, по лемме о сходящейся подпоследовательности ограниченной последовательности получаем, что существует подпоследовательность последовательности $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$, покоординатно сходящаяся к вектору z.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. Возьмем $A_1, A_2, \ldots \to 0$, положим $B_k = C_k = A_k$, $x_k \in \left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < A_k\right\} \setminus \left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < \varepsilon\right\}$ и $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ является бесконечным (те члены последовательности A_k, для которых выбирали y_k, удалим, и перенумеруем члены последовательности). Можно считать, что последовательности $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ покоординатно сходится к вектору z.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. Возьмем $A_1, A_2, \ldots \to 0$, положим $B_k = C_k = A_k$, $x_k \in \left\{x \,\middle|\, ||x||_1 < A_k\right\} \setminus \left\{x \,\middle|\, ||x||_2 < \varepsilon\right\}$ и $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ является бесконечным (те члены последовательности A_k, для которых выбирали y_k, удалим, и перенумеруем члены последовательности). Можно считать, что последовательности $\left\{x_k \,\middle|\, k \in \mathbb{N}\right\}$ покоординатно сходится к вектору z.

По **лемме о пределе нормы покоординатно бесконечно малой последовательности векторов конечномерного пространства** получаем, что $||z - x_k||_1 \to 0$. Кроме того, по свойствам предела, так как $A_k > 0$, $A_k \to 0$ и $||x_k||_1 < A_k$ то $||x_k||_1 \to 0$.

XII.11. Теорема об эквивалентности норм в конечномерном пространстве

Теорема 39. *Любые две нормы, определенные на конечномерном линейном пространстве, эквивалентны между собой.*

Доказательство. По **неравенству треугольника**

$$||z||_1 \leq ||z - x_k||_1 + ||x_k||_1.$$

Но выражение в правой части этого неравенства стремится к 0 при k стремящемся к бесконечности. Поэтому, так как $||z||_1$ — константа, то $||z||_1 = 0$. С другой стороны, хотя бы одна координата вектора z отлична от нуля, так как, по выбору x_k, для любого k имеем $||x_k||_2 \geq \varepsilon$. Таким образом, $||z||_1 = 0$, но $z \neq \mathbf{0}$, что противоречит первой аксиоме нормы.

Теорема доказана.

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение.

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 1 (коммутативность)**:

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)= \qquad\qquad = g(x,y)\boxplus f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 1 (коммутативность)**:

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y)= \qquad\qquad =g(x,y)\boxplus f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 1 (коммутативность)**:

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y)=g(x,y)\cdot f(x,y)=g(x,y)\boxplus f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 2 (ассоциативность)**:

$$f(x,y)\boxplus\left(g(x,y)\boxplus h(x,y)\right)=$$

$$=\left(f(x,y)\boxplus g(x,y)\right)\boxplus h(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 2 (ассоциативность)**:

$$f(x,y)\boxplus\left(g(x,y)\boxplus h(x,y)\right)=f(x,y)\cdot\left(g(x,y)\cdot h(x,y)\right)=$$
$$=\left(f(x,y)\boxplus g(x,y)\right)\boxplus h(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=(f(x,y))^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 2 (ассоциативность)**:

$$f(x,y)\boxplus(g(x,y)\boxplus h(x,y))=f(x,y)\cdot(g(x,y)\cdot h(x,y))=$$
$$=(f(x,y)\cdot g(x,y))\cdot h(x,y)=(f(x,y)\boxplus g(x,y))\boxplus h(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0y^0\boxplus f(x,y)=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0y^0\boxplus f(x,y)=x^0y^0\cdot f(x,y)=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0y^0\boxplus f(x,y)=x^0y^0\cdot f(x,y)=1\cdot f(x,y)=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0y^0\boxplus f(x,y)=x^0y^0\cdot f(x,y)=1\cdot f(x,y)=f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 3** (существование нулевого вектора):

$$x^0y^0\boxplus f(x,y)=x^0y^0\cdot f(x,y)=1\cdot f(x,y)=f(x,y).$$

Значит, функция $\mathbf{O}(x,y)=x^0y^0$ удовлетворяет требованию, предъявляемому к нулевому вектору линейного пространства.

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=x^{-a}\cdot x^a\cdot y^{-b}\cdot y^b=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=x^{-a}\cdot x^a\cdot y^{-b}\cdot y^b=1\cdot 1=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=x^{-a}\cdot x^a\cdot y^{-b}\cdot y^b=1\cdot 1=1=$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=x^{-a}\cdot x^a\cdot y^{-b}\cdot y^b=1\cdot 1=1=\mathbf{O}(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 4** (существование противоположного вектора): если $f(x,y)=x^a y^b\in U$, то

$$x^{-a}y^{-b}\boxplus f(x,y)=x^{-a}y^{-b}\cdot x^a y^b=x^{-a}\cdot x^a\cdot y^{-b}\cdot y^b=1\cdot 1=1=\mathbf{O}(x,y).$$

Значит, функция $g(x,y)=x^{-a}y^{-b}$ удовлетворяет требованию, предъявляемому к противоположному вектору.

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством****.*

Решение. **Аксиома 5**:

$$\lambda\boxdot\left(f(x,y)\boxplus g(x,y)\right)=$$

$$=\left(\lambda\boxdot f(x,y)\right)\boxplus\left(\lambda\boxdot g(x,y)\right).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 5**:

$$\lambda\boxdot\left(f(x,y)\boxplus g(x,y)\right)=\left(f(x,y)\cdot g(x,y)\right)^{\lambda}=$$
$$=\left(\lambda\boxdot f(x,y)\right)\boxplus\left(\lambda\boxdot g(x,y)\right).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 5**:

$$\lambda\boxdot\left(f(x,y)\boxplus g(x,y)\right)=\left(f(x,y)\cdot g(x,y)\right)^{\lambda}=$$

$$=f^{\lambda}(x,y)\cdot g^{\lambda}(x,y)=\left(\lambda\boxdot f(x,y)\right)\boxplus\left(\lambda\boxdot g(x,y)\right).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 6**:

$$(\lambda+\mu)\boxdot f(x)=$$

$$=(\lambda\boxdot f(x,y))\boxplus(\mu\boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 6**:

$$(\lambda+\mu)\boxdot f(x)=f^{(\lambda+\mu)}(x,y)=$$

$$=(\lambda\boxdot f(x,y))\boxplus(\mu\boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 6**:

$$(\lambda+\mu)\boxdot f(x)=f^{(\lambda+\mu)}(x,y)=$$

$$=f^{\lambda}(x,y)\cdot f^{\mu}(x,y)=(\lambda\boxdot f(x,y))\boxplus(\mu\boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y) = x^a y^b$, определенных для $x > 0$, $y > 0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y) = f(x,y)\cdot g(x,y), \quad \lambda\boxdot f(x,y) = f^{\lambda}(x,y) = \left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 7**:

$$(\lambda\cdot\mu)\boxdot f(x,y) = \qquad\qquad = \mu\boxdot(\lambda\boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 7**:

$$(\lambda\cdot\mu)\boxdot f(x,y)=f^{(\lambda\cdot\mu)}(x,y)= \qquad\qquad =\mu\boxdot(\lambda\boxdot f(x,y)).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 7**:

$$(\lambda\cdot\mu)\boxdot f(x,y)=f^{(\lambda\cdot\mu)}(x,y)=\left(f^{\lambda}(x,y)\right)^{\mu}=\mu\boxdot\left(\lambda\boxdot f(x,y)\right).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 8**:

$$1\boxdot f(x,y)= \qquad\qquad =f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. Аксиома 8:

$$1\boxdot f(x,y)=f^{1}(x,y)=f(x,y).$$

Пример 1. *Рассмотрим множество U функций $f(x,y)=x^a y^b$, определенных для $x>0$, $y>0$, с операциями «сложение» $\boxplus$ и «умножение на скаляр λ» $\lambda\boxdot$, введенных формулами:*

$$f(x,y)\boxplus g(x,y)=f(x,y)\cdot g(x,y),\quad \lambda\boxdot f(x,y)=f^{\lambda}(x,y)=\left(f(x,y)\right)^{\lambda}. \tag{24}$$

Докажите, что U с этими операциями является ***линейным пространством***.

Решение. **Аксиома 8**:

$$1\boxdot f(x,y)=f^{1}(x,y)=f(x,y).$$

Значит, U — линейное пространство.

Вернёмся к лекции?

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение.

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной:

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} & \text{коэффициент при } x^2 \\ & \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной:

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon= & \text{коэффициент при } x^2 \\ & \end{cases}$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ & \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ & \text{коэффициент при } x \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x \\ & \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x \\ & \text{коэффициент при } x^0 \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение. По определению **линейной зависимости** системы векторов

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

По **определению равенства многочленов** в левой и правой частях этого равенства должны совпадать коэффициенты при одинаковых степенях переменной: учитывая, что $0=0x^2+0x+0x^0$,

$$(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)x^2+(-2\alpha+2\beta+\varepsilon)x+(\alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon)\equiv 0.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. & \text{коэффициент при } x^0 \end{array}\right.$$

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\}$.

Решение. Система уравнений

$$\left\{\begin{array}{l|l} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x^2 \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, & \text{коэффициент при } x \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. & \text{коэффициент при } x^0 \end{array}\right.$$

имеет ненулевое решение (которое можно получить, например, **методом Гаусса**).

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. Итак, равенство

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

может выполняться при значениях коэффициентов, не все из которых равны 0.

Пример 2. *Проверьте, является ли* ***линейно зависимой*** *система многочленов* $\left\{(x-1)^2,\ (x+1)^2,\ x^2-1,\ x^2+1,\ x^2+x+1\right\}$.

Решение. Итак, равенство

$$\alpha(x-1)^2+\beta(x+1)^2+\gamma\left(x^2-1\right)+\delta\left(x^2+1\right)+\varepsilon\left(x^2+x+1\right)\equiv 0.$$

может выполняться при значениях коэффициентов, не все из которых равны 0.

Значит, система векторов **линейной зависима** по определению.

Вернёмся к лекции?

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. **По определению системы порождающих линейного пространства**

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. **По определению системы порождающих линейного пространства** любой многочлен из линейного пространства квадратичных форм должен раскладываться в

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. **По определению системы порождающих линейного пространства** любой многочлен из линейного пространства квадратичных форм должен раскладываться в линейную комбинацию векторов данной системы.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U.

Что значит «возьмем многочлен»?

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U.

Что значит «возьмем многочлен»?

В данном случае это означает введение идентификатора для этого многочлена.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U.

Что значит «возьмем многочлен»?

В данном случае это означает введение идентификатора для этого многочлена.

Можно обозначить сам многочлен, например, «возьмем многочлен $f(x,y)$».

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U.

Что значит «возьмем многочлен»?

В данном случае это означает введение идентификатора для этого многочлена.

Можно обозначить сам многочлен, например, «возьмем многочлен $f(x,y)$».

Но в данном случае уместнее обозначить его коэффициенты буквами, например, a, b, c.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:
$ax^2+bxy+cy^2$.

Что значит «возьмем многочлен»?

В данном случае это означает введение идентификатора для этого многочлена.

Можно обозначить сам многочлен, например, «возьмем многочлен $f(x,y)$».

Но в данном случае уместнее обозначить его коэффициенты буквами, например, a, b, c.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:
$ax^2+bxy+cy^2$.

Как понять, можно ли его разложить в линейную комбинацию указанных многочленов?

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:
$ax^2+bxy+cy^2$.

Как понять, можно ли его разложить в линейную комбинацию указанных многочленов?

Проблема вы том, что мы не знаем коэффициенты в разложении (если такое разложение есть!).

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:
$ax^2+bxy+cy^2$.

Как понять, можно ли его разложить в линейную комбинацию указанных многочленов?

Проблема вы том, что мы не знаем коэффициенты в разложении (если такое разложение есть!).

Обозначим коэффициенты разложения буквами...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$ax^2+bxy+cy^2 = \square\left(x^2+y^2\right)+\square\left(x^2-y^2\right)+\square(x+y)^2+\square(x-y)^2$.

Как понять, можно ли его разложить в линейную комбинацию указанных многочленов?

Проблема вы том, что мы не знаем коэффициенты в разложении (если такое разложение есть!).

Обозначим коэффициенты разложения буквами...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\ \left(x^2-y^2\right)+\ (x+y)^2+\ (x-y)^2\ .$

Как понять, можно ли его разложить в линейную комбинацию указанных многочленов?

Проблема вы том, что мы не знаем коэффициенты в разложении (если такое разложение есть!).

Обозначим коэффициенты разложения буквами...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\quad(x+y)^2+\quad(x-y)^2.$$

Как понять, можно ли его разложить в линейную комбинацию указанных многочленов?

Проблема вы том, что мы не знаем коэффициенты в разложении (если такое разложение есть!).

Обозначим коэффициенты разложения буквами...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma(x+y)^2+(x-y)^2.$$

Как понять, можно ли его разложить в линейную комбинацию указанных многочленов?

Проблема вы том, что мы не знаем коэффициенты в разложении (если такое разложение есть!).

Обозначим коэффициенты разложения буквами...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma(x+y)^2+\delta(x-y)^2.$$

Как понять, можно ли его разложить в линейную комбинацию указанных многочленов?

Проблема вы том, что мы не знаем коэффициенты в разложении (если такое разложение есть!).

Обозначим коэффициенты разложения буквами...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma(x+y)^2+\delta(x-y)^2.$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta(x-y)^2\ .$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{|l} x^2 \\ xy \\ y^2 \end{array}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{|l} x^2 \\ xy \\ y^2 \end{array} \qquad = a,$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta = a, \\ xy & \\ y^2 & \end{array}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta = a, \\ xy & \qquad\quad = b, \\ y^2 & \end{array}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \end{array}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta = a, \\ xy & 2\gamma-2\delta = b, \\ y^2 & \qquad\qquad = c \end{array}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta = a, \\ xy & 2\gamma-2\delta = b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta = c \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \gamma = \end{array} \right.$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{array} \right.$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2 = \alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta = a, \\ xy & 2\gamma-2\delta = b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta = c \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \beta = \\ \\ \gamma = \dfrac{b}{2}+\delta. \end{array} \right.$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \beta=\dfrac{a-c}{2}, \\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{cases}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \alpha= \\ \beta=\dfrac{a-c}{2}, \\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{cases}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=\dfrac{a+c-b}{2}-2\delta, \\ \beta=\dfrac{a-c}{2}, \\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{cases}$$

Сравним коэффициенты перед x^2, xy, y^2...

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a,\\ xy & 2\gamma-2\delta=b,\\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=\dfrac{a+c-b}{2}-2\delta,\\ \beta=\dfrac{a-c}{2},\\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{cases}$$

Последняя система линейных алгебраических уравнений имеет решение при любых значениях переменных a, b, c (т.е. для любых значений коэффициентов) и любом значении параметра δ.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=\dfrac{a+c-b}{2}-2\delta, \\ \beta=\dfrac{a-c}{2}, \\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{cases}$$

Значит, система векторов

Последняя система линейных алгебраических уравнений имеет решение при любых значениях переменных a, b, c (т.е. для любых значений коэффициентов) и любом значении параметра δ.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=\dfrac{a+c-b}{2}-2\delta, \\ \beta=\dfrac{a-c}{2}, \\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{cases}$$

Значит, система векторов

Последняя система линейных алгебраических уравнений имеет решение при любых значениях переменных a, b, c (т.е. для любых значений коэффициентов) и любом значении параметра δ.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases} \alpha=\dfrac{a+c-b}{2}-2\delta, \\ \beta=\dfrac{a-c}{2}, \\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{cases}$$

Значит, система векторов является системой порождающих.

Последняя система линейных алгебраических уравнений имеет решение при любых значениях переменных a, b, c (т.е. для любых значений коэффициентов) и любом значении параметра δ.

Пример 3. *Выяснить, является ли множество* $\left\{x^2+y^2,\ x^2-y^2,\ (x+y)^2,\ (x-y)^2\right\}$ ***системой порождающих*** *линейного* ***пространства*** U *квадратичных форм.*

Решение. Возьмем произвольный многочлен из U:

$$ax^2+bxy+cy^2=\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta\left(x^2-y^2\right)+\gamma\underbrace{(x+y)^2}_{x^2+2xy+y^2}+\delta\underbrace{(x-y)^2}_{x^2-2xy+y^2}.$$

$$\begin{array}{c|l} x^2 & \alpha+\beta+\gamma+\delta=a, \\ xy & 2\gamma-2\delta=b, \\ y^2 & \alpha-\beta+\gamma+\delta=c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=\dfrac{a+c-b}{2}-2\delta, \\ \beta=\dfrac{a-c}{2}, \\ \gamma=\dfrac{b}{2}+\delta. \end{cases}$$

Значит, система векторов является системой порождающих.

Вернёмся к лекции?

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти?

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ?

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса:

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. По условию эта матрица должна быть **симметричной**, т.е.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. По условию эта матрица должна быть **симметричной**, т.е.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. По условию эта матрица должна быть **симметричной**, т.е.

$$\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Нам надо найти **матрицы**. Матрица определяется **своими коэффициентами**. Поэтому **обозначим буквами** коэффициенты матрицы из базиса: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. По условию эта матрица должна быть **симметричной**, т.е. $\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Следовательно, $b = c$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Теперь мы доказались в непривычной ситуации «почти абсолютной свободы», так как требуемых базисов бесконечно много. Свобода приносит пользу только в том случае, если мы можем ей с толком распорядиться.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Произвольный вектор линейного пространства U определяется тремя *независимыми* параметрами a, b, d.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Произвольный вектор линейного пространства U определяется тремя *независимыми* параметрами a, b, d. «Протащим единичку через параметры», то есть положим равными нулю все параметры, кроме одного «исключительного», равного 1,

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Базис линейного пространства U.

В каком виде представим ответ? Перечислим базисные вектора в фигурных скобках.

Введем переменные. Получили, что произвольная матрица из U имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix}$.

Произвольный вектор линейного пространства U определяется тремя *независимыми* параметрами a, b, d. Положим равными нулю все параметры, кроме одного «исключительного», равного 1, и в качестве такого «исключительного параметра» по очереди будем назначать каждый из трех параметров.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} & b \\ b & d \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \\ & \end{pmatrix}; \qquad \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} & b \\ b & d \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \qquad \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & \mathbf{b} \\ \mathbf{b} & d \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \end{pmatrix}; \qquad \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & \mathbf{b} \\ \mathbf{b} & d \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & 0 \end{pmatrix}; \qquad \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & \mathbf{d} \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} & \\ & \mathbf{1} \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & \mathbf{d} \end{pmatrix} \qquad \text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix} \qquad \textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Базис (или **базу**), полученную таким «протаскиванием единички через параметры» мы будем в дальнейшем называть *естественным базисом* (термин нестандартный).

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система $\mathbf{Б}$ (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система $\mathbf{Б}$ (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Во-первых, надо убедиться, что система $\mathbf{Б}$ **линейно независима**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система $\mathbf{Б}$ (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Во-первых, надо убедиться, что система $\mathbf{Б}$ **линейно независима**.

Во-вторых, следует убедиться, что при добавлении в эту систему хотя бы одного вектора она становится **линейно зависимой**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система $\mathbf{Б}$ (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Докажем, что система $\mathbf{Б}$ **линейно независима**:

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система $\mathbf{Б}$ (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Докажем, что система $\mathbf{Б}$ **линейно независима**:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система $\mathbf{Б}$ (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Докажем, что система $\mathbf{Б}$ **линейно независима**:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Проверим, что система $\mathbf{Б}$ (будем считать ее упорядоченной) — действительно **базис**.

Докажем, что система $\mathbf{Б}$ **линейно независима**:

$$x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

откуда $x = y = z = 0$, что и требовалось доказать.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Теперь докажем **утверждение «во-вторых»**:

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Теперь докажем **утверждение «во-вторых»**: при добавлении в систему $\mathbf{Б}$ хотя бы одного вектора она становится **линейно зависимой**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Добавим в систему $\mathbf{Б}$ вектор $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Получим систему $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right\}$.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Получим систему $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right\}$.

$$a \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Получим систему $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right\}$.

$$a \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

— нетривиальная линейная комбинация, равная нулевому вектору.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Итак, получили **базу** (или **базис**, если считать, что вектора упорядочены) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Получим систему $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \right\}$.

$$a \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

— нетривиальная линейная комбинация, равная нулевому вектору.

Значит, при добавлении в систему $\mathbf{Б}$ произвольного вектора из U, она становится **линейно зависимой**.

Пример 4. *Найти какой-либо* ***базис*** *линейного* ***пространства*** U ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2.

Решение. Мы доказали, что система векторов

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

является **базой** (или **базисом**, если считать, что вектора упорядочены) линейного пространства U, состоящего из матриц вида $\begin{pmatrix} x & y \\ y & z \end{pmatrix}$.

Вернёмся к лекции или рассмотреть **другой пример**?

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение.

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. Произвольный вектор из U: $ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$ однозначно определяют четыре параметра a, b, c, d. Эти параметра независимы в том смысле, что значение каждого из них никаким образом не зависит от значения остальных параметров. Кроме того, вектор является линейной функцией от этих параметров, то есть

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. Произвольный вектор из U: $ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$ однозначно определяют четыре параметра a, b, c, d. Эти параметра независимы в том смысле, что значение каждого из них никаким образом не зависит от значения остальных параметров. Кроме того, вектор является линейной функцией от этих параметров, то есть если, например, положить $F(a, b, c, d) = ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$, то F является **функцией, линейной по каждому из этих параметров**.

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. Произвольный вектор из U: $ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$ однозначно определяют четыре параметра a, b, c, d. Эти параметра независимы в том смысле, что значение каждого из них никаким образом не зависит от значения остальных параметров. Кроме того, вектор является линейной функцией от этих параметров, то есть если, например, положить $F(a, b, c, d) = ax^0 + bx + cx^2 + dx^3$, то F является **функцией, линейной по каждому из этих параметров**.

Напомним, что, например, линейность по параметру определяется равенством $F(\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2, b, c, d) = \lambda_1 F(a_1, b, c, d) + \lambda_2 F(a_2, b, c, d)$.

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \Big\{ \qquad\qquad \Big\}$$

$$\underbrace{\mathbf{a}}_{=1}\cdot x^0 \;+\underbrace{b}_{=0}\cdot x \;+\underbrace{c}_{=0}\cdot x^2 \;+\underbrace{d}_{=0}\cdot x^3$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{ \quad \}$$
$$1 \cdot x^0 \quad +0 \cdot x \quad +0 \cdot x^2 \quad +0 \cdot x^3$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{x^0, \quad\}$$
$$\mathbf{1} \cdot x^0 \ +0 \cdot x \ +0 \cdot x^2 \ +0 \cdot x^3 \ = x^0$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\begin{array}{c} \mathbf{Б} = \{x^0, \qquad\qquad\} \\ 1 \cdot x^0 \;\; +0 \cdot x \;\; +0 \cdot x^2 \;\; +0 \cdot x^3 \;\; = x^0 \\ 0 \cdot x^0 \;\; +\mathbf{1} \cdot x \;\; +0 \cdot x^2 \;\; +0 \cdot x^3 \end{array}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{x^0, x, \quad\}$$
$$\begin{aligned} 1 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ +0 \cdot x^2 \ +0 \cdot x^3 \ &= x^0 \\ 0 \cdot x^0 \ &+\mathbf{1} \cdot x \ +0 \cdot x^2 \ +0 \cdot x^3 \ &= x \end{aligned}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{x^0, x, \quad\}$$

$$\begin{array}{llll} 1\cdot x^0 & +0\cdot x & +0\cdot x^2 & +0\cdot x^3 = x^0 \\ 0\cdot x^0 & +1\cdot x & +0\cdot x^2 & +0\cdot x^3 = x \\ 0\cdot x^0 & +0\cdot x & +\mathbf{1}\cdot x^2 & +0\cdot x^3 \end{array}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2, \quad\}$$

$$\begin{aligned} 1 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x^0 \\ 0 \cdot x^0 \ &+1 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x \\ 0 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+\mathbf{1} \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x^2 \end{aligned}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2, \quad\}$$

$$\begin{aligned}
1 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x^0 \\
0 \cdot x^0 \ &+1 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x \\
0 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+1 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x^2 \\
0 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+\mathbf{1} \cdot x^3 \ &
\end{aligned}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2, x^3\right\}$$

$$\begin{aligned}
1 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x^0 \\
0 \cdot x^0 \ &+1 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x \\
0 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+1 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x^2 \\
0 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+\mathbf{1} \cdot x^3 \ &= x^3
\end{aligned}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получаем систему векторов:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2, x^3\right\}$$

$$\begin{aligned}
1 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x^0 \\
0 \cdot x^0 \ &+1 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x \\
0 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+1 \cdot x^2 \ &+0 \cdot x^3 \ &= x^2 \\
0 \cdot x^0 \ &+0 \cdot x \ &+0 \cdot x^2 \ &+1 \cdot x^3 \ &= x^3
\end{aligned}$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получили систему векторов:

$$\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2, x^3\right\}.$$

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получили систему векторов:

$$\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2, x^3\right\}.$$

Линейная независимость этой системы векторов следует из свойств многочленов. Максимальность этой системы среди всех линейно независимых систем векторов очевидна.

Пример 5. *Найти какой-нибудь* ***базис*** *линейного пространства U многочленов степени не выше 3 с вещественными коэффициентами.*

Решение. «Протаскиванием единички через параметры» получили систему векторов:

$$\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2, x^3\right\}.$$

Линейная независимость этой системы векторов следует из свойств многочленов. Максимальность этой системы среди всех линейно независимых систем векторов очевидна.

Мы доказали, что система векторов Б является **базисом**.

Вернёмся к лекции?

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

Как обычно, начинаем с

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

Как обычно, начинаем с (компонент культуры работы с понятийным аппаратом)...

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

Как обычно, начинаем с определения координат вектора (компонент культуры работы с понятийным аппаратом)...

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

Как обычно, начинаем с определения координат вектора (компонент культуры работы с понятийным аппаратом)...

Координаты вектора — это

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

Как обычно, начинаем с определения координат вектора (компонент культуры работы с понятийным аппаратом)...

Координаты вектора — это коэффициенты в разложении вектора в

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение.

Как обычно, начинаем с определения координат вектора (компонент культуры работы с понятийным аппаратом)...

Координаты вектора — это коэффициенты в разложении вектора в линейную комбинацию базисных векторов.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} =$

Как обычно, начинаем с определения координат вектора (компонент культуры работы с понятийным аппаратом)...

Координаты вектора — это коэффициенты в разложении вектора в линейную комбинацию базисных векторов.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \blacksquare \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \blacksquare \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \blacksquare \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Как обычно, начинаем с определения координат вектора (компонент культуры работы с понятийным аппаратом)...

Координаты вектора — это коэффициенты в разложении вектора в линейную комбинацию базисных векторов.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \blacksquare \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \blacksquare \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \blacksquare \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \square \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$0 = \square \cdot 1 + \square \cdot 0 + \square \cdot 0.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \square \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$0 = \square \cdot 1 + * \cdot 0 + * \cdot 0.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \square \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$0 = 0 \cdot 1 + * \cdot 0 + * \cdot 0.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$0 = 0 \cdot 1 + * \cdot 0 + * \cdot 0.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \blacksquare \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \blacksquare \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$2 = \square \cdot 0 + \square \cdot 1 + \square \cdot 0.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$2 = * \cdot 0 + \square \cdot 1 + * \cdot 0.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + * \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + * \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$2 = * \cdot 0 + 2 \cdot 1 + * \cdot 0.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + * \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$2 = * \cdot 0 + 2 \cdot 1 + * \cdot 0.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$-1 = \square \cdot 0 + \square \cdot 0 + \square \cdot 1.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$-1 = \square \cdot 0 + \square \cdot 0 + \square \cdot 1.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$-1 = * \cdot 0 + * \cdot 0 + \square \cdot 1.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + * \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$-1 = * \cdot 0 + * \cdot 0 + (-1) \cdot 1.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$-1 = * \cdot 0 + * \cdot 0 + (-1) \cdot 1.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \\ \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \\ \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \\ \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ \\ \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Пример 6. *Найдите* ***координаты*** *вектора* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ *линейного пространства* ***симметричных матриц*** *в его* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Поэтому столбец координат матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $\left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **следующий пример**?

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение.

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение.

Уже должно войти в привычку для решения задачи в первую очередь обращаться

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение.

Уже должно войти в привычку для решения задачи в первую очередь обращаться к определению понятия.

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

Уже должно войти в привычку для решения задачи в первую очередь обращаться к определению понятия.

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$3-2x+\quad x^3=$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$3-2x+\quad x^3=\square\cdot x^0+\square\cdot x+\square\cdot x^2+\square\cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$3-2x+\quad x^3=\ \cdot x^0+\ \cdot x+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$3-2x+\quad x^3=3\cdot x^0+\quad\cdot x+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$3-2x+\quad x^3=3\cdot x^0+\quad\cdot x+\quad\cdot x^2+\quad\cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$3-2x+\quad x^3=3\cdot x^0+\quad\cdot x+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$3-2x+\quad x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$3-2x+\quad x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+\quad x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+\quad x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+\quad x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+\cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+\ \cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$5x^2-4x+7=$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$$

$$5x^2-4x+7=\ \cdot x^0+\ \ \cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$$

$$5x^2-4x+7=\ \cdot x^0+\qquad\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$$

$$5x^2-4x+7=\ \cdot x^0+\qquad\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$$

$$5x^2-4x+7=7\cdot x^0+\quad\cdot x^1+\quad\cdot x^2+\quad\cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$5x^2-4x+7=7\cdot x^0+\quad\cdot x^1+\quad\cdot x^2+\quad\cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$5x^2-4x+7=7\cdot x^0+\quad\cdot x^1+\quad\cdot x^2+\quad\cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$$

$$5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$$

$$5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+\square\cdot x^3;$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+\ \cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-\ x-3=$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-\ x-3=\ \ \cdot x^0+\ \ \cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-\ x-3=\ \cdot x^0+\ \ \cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-\ x-3=\ \cdot x^0+\ \cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-\ x-3=-3\cdot x^0+\ \ \ \cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-\ x-3=-3\cdot x^0+\square\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+\ \cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+\ \cdot x^2+\ \cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+\ \cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

$(x^2-1)(x+3)=\ x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+\ \cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+\ \cdot x^3$;

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}} = \begin{bmatrix} 3 \\ \\ \\ \end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\ \\ \\ \end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ \\ \end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ \\ \end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \\ \\ \end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\\ \end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3 = 3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7 = 7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3) = 1x^3+3x^2-1x-3 = -3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}\\\\\\\end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}\\\\\\\end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\\\\\\end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\\\\end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\\end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$\left[3-2x+x^3\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad \left[5x^2-4x+7\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};\quad \left[(x^2-1)(x+3)\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$\left[3-2x+x^3\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad \left[5x^2-4x+7\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};\quad \left[(x^2-1)(x+3)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}\\\\\\\end{bmatrix}.$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};\quad [(x^2-1)(x+3)]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}\\\\\\\end{bmatrix}.$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$$\left[3-2x+x^3\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad \left[5x^2-4x+7\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};\quad \left[(x^2-1)(x+3)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}-3\\\\\\\end{bmatrix}.$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$\left[3-2x+x^3\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad \left[5x^2-4x+7\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};\quad \left[(x^2-1)(x+3)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}-3\\-1\\\\\end{bmatrix}.$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3$;

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3$;

$$[3-2x+x^3]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad [5x^2-4x+7]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};\quad [(x^2-1)(x+3)]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}-3\\-1\\3\\\end{bmatrix}.$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$\left[3-2x+x^3\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad \left[5x^2-4x+7\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};\quad \left[(x^2-1)(x+3)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}-3\\-1\\3\\1\end{bmatrix}.$$

Пример 7. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $3-2x+x^3$, $5x^2-4x+7$ *и* $(x^2-1)(x+3)$ *в* ***естественном базисе*** $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2,x^3\}$ *линейного пространства многочленов степени не выше 3 от переменной* x.

Решение. ***Координаты вектора*** — *это коэффициенты в разложении вектора по базису.*

$0x^2+3-2x+1\cdot x^3=3\cdot x^0+(-2)\cdot x+0\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$0x^3+5x^2-4x+7=7\cdot x^0+(-4)\cdot x^1+5\cdot x^2+0\cdot x^3;$

$(x^2-1)(x+3)=1x^3+3x^2-1x-3=-3\cdot x^0+(-1)\cdot x^1+3\cdot x^2+1\cdot x^3;$

$$\left[3-2x+x^3\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}3\\-2\\0\\1\end{bmatrix};\quad \left[5x^2-4x+7\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}7\\-4\\5\\0\end{bmatrix};\quad \left[(x^2-1)(x+3)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{bmatrix}-3\\-1\\3\\1\end{bmatrix}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **следующий пример**?

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2 + 6xy - 2x^2$ *и* $14y^2 - 9xy + x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B} = \{(x-y)(x-2y), (x-y)(x-3y), (x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2 + 6xy - 2x^2$ *и* $14y^2 - 9xy + x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B} = \{(x-y)(x-2y), (x-y)(x-3y), (x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

Координаты вектора *в базисе — это*

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2 + 6xy - 2x^2$ *и* $14y^2 - 9xy + x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B} = \{(x-y)(x-2y), (x-y)(x-3y), (x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Имеются в виду коэффициенты в разложении в линейную комбинацию базисных векторов

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$-2y^2+6xy-2x^2=$

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$-2y^2+6xy-2x^2=$ ▢$(x-y)(x-2y)+$▢$(x-y)(x-3y)+$▢$(x-2y)(x-3y)$

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$-2y^2+6xy-2x^2=$ $(x-y)(x-2y)+$ $(x-y)(x-3y)+$ $(x-2y)(x-3y)$

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Вряд ли удастся подобрать...

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$-2y^2+6xy-2x^2=$ ▭$(x-y)(x-2y)+$▭$(x-y)(x-3y)+$▭$(x-2y)(x-3y)$

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Вряд ли удастся подобрать...

Обозначим коэффициенты буквами.

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1(x-y)(x-2y)+\alpha_2(x-y)(x-3y)+\alpha_3(x-2y)(x-3y)$$

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Вряд ли удастся подобрать...

Обозначим коэффициенты буквами.

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1(x-y)(x-2y)+\alpha_2(x-y)(x-3y)+\alpha_3(x-2y)(x-3y)$$

$$14y^2-9xy+x^2=$$

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Вряд ли удастся подобрать...

Обозначим коэффициенты буквами.

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1(x-y)(x-2y)+\alpha_2(x-y)(x-3y)+\alpha_3(x-2y)(x-3y)$$

$$14y^2-9xy+x^2=\quad(x-y)(x-2y)+\quad(x-y)(x-3y)+\quad(x-2y)(x-3y)$$

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Вряд ли удастся подобрать...

Обозначим коэффициенты буквами.

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1(x-y)(x-2y)+\alpha_2(x-y)(x-3y)+\alpha_3(x-2y)(x-3y)$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1(x-y)(x-2y)+\beta_2(x-y)(x-3y)+\beta_3(x-2y)(x-3y)$$

Координаты вектора *в базисе — это коэффициенты в разложении по базису.*

Вряд ли удастся подобрать...

Обозначим коэффициенты буквами.

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2(x-y)(x-3y)+\alpha_3(x-2y)(x-3y)$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1(x-y)(x-2y)+\beta_2(x-y)(x-3y)+\beta_3(x-2y)(x-3y)$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3(x-2y)(x-3y)$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1(x-y)(x-2y)+\beta_2(x-y)(x-3y)+\beta_3(x-2y)(x-3y)$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1(x-y)(x-2y)+\beta_2(x-y)(x-3y)+\beta_3(x-2y)(x-3y)$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

Эти равенства являются *тождествами* относительно x,y.

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

Эти равенства являются *тождествами* относительно x,y.

Значит, в левой и правой частях каждого равенства должны совпадать коэффициенты перед x^2,xy,y^2.

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{c|c|l} & & x^2 \\ & & xy \\ & & y^2 \end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{c|c|c} & & x^2 \\ & & xy \\ & & y^2 \end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} = -2 & x^2 \\ & xy \\ & y^2 \end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} = -2 & x^2 \\ & xy \\ & y^2 \end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & x^2\\ & xy\\ & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{cases}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \\ & \end{cases}\Bigg|\begin{matrix}x^2\\xy\\y^2\end{matrix}$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & x^2\\ \qquad\qquad\quad=6 & xy\\ & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x, y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & x^2\\ =6 & xy\\ & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & xy\\ & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6\end{array}\right.\Bigg|\begin{array}{l}x^2\\ xy\\ y^2\end{array}$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & xy\\ \qquad\qquad\quad =-2 & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & xy\\ \qquad\qquad\quad =-2 & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$\overbrace{-2y^2}^{x^2-3xy+2y^2}+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & =1 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & =1 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & \\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & & =-9 \\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & & \end{array}\right.\left|\begin{array}{l}x^2\\xy\\y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & =-9\ \Big|\ x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & & \Big|\ xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & & \Big|\ y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & -3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & -3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}
\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & x^2\\
-3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & -3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9 & xy\\
2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & =14 & y^2
\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & -3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & =14 & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & -3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & 2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14 & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\alpha_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\\\\\end{pmatrix},$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2&\beta_1+\beta_2+\beta_3=1&x^2\\-3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6&-3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9&xy\\2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2&2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14&y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\alpha_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\6\\-2\end{pmatrix},$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2 & \beta_1+\beta_2+\beta_3=1 & x^2\\ -3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6 & -3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9 & xy\\ 2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2 & 2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14 & y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&\\6&\\-2&\end{pmatrix},$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2&\beta_1+\beta_2+\beta_3=1&x^2\\-3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6&-3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9&xy\\2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2&2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14&y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2&\beta_1+\beta_2+\beta_3=1&x^2\\-3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6&-3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9&xy\\2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2&2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14&y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2&\beta_1+\beta_2+\beta_3=1&x^2\\-3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6&-3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9&xy\\2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2&2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14&y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=\alpha_1\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}+\alpha_2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\alpha_3\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&0\\1&3\end{pmatrix}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2&\beta_1+\beta_2+\beta_3=1&x^2\\-3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6&-3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9&xy\\2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2&2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14&y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=-\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}-2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=\beta_1\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+\beta_2\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+\beta_3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&0\\1&3\end{pmatrix}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2&\beta_1+\beta_2+\beta_3=1&x^2\\-3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6&-3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9&xy\\2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2&2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14&y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=-\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}-2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=-2\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+0\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&0\\1&3\end{pmatrix}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l|l}\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=-2&\beta_1+\beta_2+\beta_3=1&x^2\\-3\alpha_1-4\alpha_2-5\alpha_3=6&-3\beta_1-4\beta_2-5\beta_3=-9&xy\\2\alpha_1+3\alpha_2+6\alpha_3=-2&2\beta_1+3\beta_2+6\beta_3=14&y^2\end{array}\right.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=-\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}-2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=-2\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+0\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&0\\1&3\end{pmatrix}.$$

$$\left[-2y^2+6xy-2x^2\right]_{\mathbf{B}}=$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=-\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}-2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=-2\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+0\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&0\\1&3\end{pmatrix}.$$

$$\left[-2y^2+6xy-2x^2\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\1\end{pmatrix},$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=-\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}-2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=-2\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+0\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&0\\1&3\end{pmatrix}.$$

$$\left[-2y^2+6xy-2x^2\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\1\end{pmatrix},\quad\left[14y^2-9xy+x^2\right]_{\mathbf{B}}=$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=-\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}-2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=-2\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+0\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&0\\1&3\end{pmatrix}.$$

$$\left[-2y^2+6xy-2x^2\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\1\end{pmatrix},\quad\left[14y^2-9xy+x^2\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}-2\\0\\3\end{pmatrix}.$$

Пример 8. *Найдите* ***координаты*** *многочленов* $-2y^2+6xy-2x^2$ *и* $14y^2-9xy+x^2$ *в* ***базисе***

$$\mathbf{B}=\{(x-y)(x-2y),(x-y)(x-3y),(x-2y)(x-3y)\}$$

линейного пространства квадратичных форм от переменных x,y.

Решение.

$$-2y^2+6xy-2x^2=-\overbrace{(x-y)(x-2y)}^{x^2-3xy+2y^2}-2\overbrace{(x-y)(x-3y)}^{x^2-4xy+3y^2}+\overbrace{(x-2y)(x-3y)}^{x^2-5xy+6y^2}$$

$$14y^2-9xy+x^2=-2\underbrace{(x-y)(x-2y)}_{x^2-3xy+2y^2}+0\underbrace{(x-y)(x-3y)}_{x^2-4xy+3y^2}+3\underbrace{(x-2y)(x-3y)}_{x^2-5xy+6y^2}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1\\-3&-4&-5\\2&3&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\6&-9\\-2&14\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\alpha_1&\beta_1\\\alpha_2&\beta_2\\\alpha_3&\beta_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-2&0\\1&3\end{pmatrix}.$$

$$\left[-2y^2+6xy-2x^2\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\1\end{pmatrix},\quad\left[14y^2-9xy+x^2\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}-2\\0\\3\end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим другой пример?

Пример 9. *U — линейное пространство* ***симметричных матриц*** *размерности 2×2. В системе векторов* $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ *найти какую-либо максимальную* ***линейно независимую подсистему*** *$\mathcal{A}$ и выразить остальные вектора этой системы, как* ***линейную комбинацию*** *векторов системы $\mathcal{A}$. Проверить, является ли $\mathcal{A}$* ***базой*** *линейного* ***пространства*** *U.*

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Типовой план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1) ввести базис;

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Типовой план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1) ввести базис;

2) переформулировать задачи в терминах арифметического пространства $\mathbb{R}^n$ («пространства координат»), обычно это сведение к анализу системы линейных уравнений или матричного уравнения;

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$*, и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Типовой план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1) ввести базис;

2) переформулировать задачи в терминах арифметического пространства $\mathbb{R}^n$ («пространства координат»), обычно это сведение к анализу системы линейных уравнений или матричного уравнения;

3) решить полученную задачу для $\mathbb{R}^n$ (например, решить уравнения);

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Типовой план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1) ввести базис;

2) переформулировать задачи в терминах арифметического пространства $\mathbb{R}^n$ («пространства координат»), обычно это сведение к анализу системы линейных уравнений или матричного уравнения;

3) решить полученную задачу для $\mathbb{R}^n$ (например, решить уравнения);

4) интерпретировать результаты для исходного линейного пространства.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 1) **типового плана**: введем **базис**.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. **Естественный базис** линейного пространства U мы уже находили при решении **примера 4**:

$\mathbf{Б} = \left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**:

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$,

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**: $\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\ -3\\ 2\end{pmatrix},$

Пример 9. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix},$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**: $\begin{pmatrix}1\\ 2\\ -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\ -3\\ 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\ -1\\ -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\ 9\\ -3\end{pmatrix}$.

Пример 9. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 2) **типового плана**: переформулируем задачу для $\mathbb{R}^3$. Надо найти максимальную линейно независимую подсистему столбцов координат исходной системы векторов в **естественном базисе**: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Пример 9. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Результат выполнения пункт 2) **типового плана**: для $\mathbb{R}^3$ исходную задачу можно переформулировать как требование найти максимальную линейно независимую систему столбцов матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$*, и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Выполним пункт 3) **типового плана**: решим задачу в $\mathbb{R}^3$: найдем максимальную линейно независимую систему столбцов матрицы $\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 4\\ 2 & -3 & -1 & 9\\ -1 & 2 & -2 & -3\end{pmatrix}$. Элементарные преобразования строк не меняют зависимостей между столбцами.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 4\\ 2 & -3 & -1 & 9\\ -1 & 2 & -2 & -3\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 4\\ 0 & 1 & -3 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 1\end{pmatrix} \sim$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Прямой ход метода Гаусса закончен. Ясно, что **первые три столбца линейно независимы**.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -1 & 9 \\ -1 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Значит, первые три матрицы исходной системы образуют максимальную линейно независимую систему.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 4\\ 0 & 1 & -3 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \sim$$

Найдем разложение четвертого столбца в виде комбинации первых трех.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 4\\ 0 & 1 & -3 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & 0 & 5\\ 0 & 1 & 0 & -2\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \sim$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix}1 & -2 & 1 & 4\\ 0 & 1 & -3 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & -2 & 0 & 5\\ 0 & 1 & 0 & -2\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & -2\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix}.$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} =$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Теперь выполним пункт 4) **типового плана**:

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & -2\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}1\\ -2\\ -1\end{pmatrix} = 1\cdot\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} - 1\cdot\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\end{pmatrix}.$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Теперь выполним пункт 4) **типового плана**:

$$= 1 \cdot \qquad - 2 \cdot \qquad - 1 \cdot$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & -2\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}1\\ -2\\ -1\end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix}1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix}0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\end{pmatrix}.$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Теперь выполним пункт 4) **типового плана**:

$$\begin{pmatrix}4 & 9\\ 9 & -3\end{pmatrix} = 1\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix}-2 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix} - 1\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & -2\end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & -2\\ 0 & 0 & 1 & -1\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}1\\ -2\\ -1\end{pmatrix} = 1\cdot\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} - 1\cdot\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\end{pmatrix}.$$

Пример 9. $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$, *и выразить остальные вектора через* $\mathcal{A}$.

Решение. Линейно независима система из первых трех матриц, и

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение.

Пример 9. $\left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}\right\}$ — *найти максимальную* ***линейно независимую подсистему*** $\mathcal{A}$. *Проверить, является ли* $\mathcal{A}$ ***базой*** *линейного* ***пространства*** U.

Решение. Система $\mathcal{A}$ является линейно зависимой, поэтому она не является базисом.

Вернёмся к лекции?

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если*
$\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$,
$\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение.

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{c|l} & x^2 \\ & x \\ & x^0 \end{array} \right.$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} & x^2 \\ & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right.$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right.$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если*
$\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$,
$\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 0, \\ \qquad \stackrel{?}{=} 1 \end{cases}$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 0, \\ -1 - 0 \stackrel{?}{=} 1 \end{cases}$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 0, \\ -1 - 0 \stackrel{?}{=} 1 \end{cases}$$

Значит, требуемых α и β не существует. Поэтому $\mathcal{A} \stackrel{?}{\dashv} \mathcal{B}$.

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1). \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \beta = 0 & x^2 \\ \alpha = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = 0, \\ -1 - 0 \stackrel{?}{=} 1 \end{cases}$$

Значит, требуемых α и β не существует. Поэтому $\mathcal{A} \not\dashv \mathcal{B}$.

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если*
$\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$,
$\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) + ?(x^2+x), \\ x-1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) + ?(x^2+x) \end{cases}$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = ?(x-1) + ?(x^2-1) + ?(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \beta + \gamma = 0 & x^2 \\ \alpha + \gamma = 1 & x \quad \Rightarrow \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если*
$\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$,
$\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \beta + \gamma = 0 & x^2 \\ \alpha + \gamma = 1 & x \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если*
$\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$,
$\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \beta + \gamma = 0 & x^2 \\ \alpha + \gamma = 1 & x \quad \Rightarrow \\ -\alpha - \beta = 1 & x^0 \end{array}\right.$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = \alpha(x-1) + \beta(x^2-1) + \gamma(x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \beta+\gamma=0 & x^2 \\ \alpha+\gamma=1 & x \\ -\alpha-\beta=1 & x^0 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = -1, \\ \gamma = 1. \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = 0(x-1) - (x^2-1) + (x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \beta+\gamma=0 & x^2 \\ \alpha+\gamma=1 & x \\ -\alpha-\beta=1 & x^0 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1, \\ \beta = -1, \\ \gamma = 1. \end{cases}$$

Пример 10. *Верно ли, что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{B}$ *или что* $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$, *если* $\mathcal{A} = \{x+1,\ x-1\}$, $\mathcal{B} = \{x-1,\ x^2-1\}$, $\mathcal{C} = \{x-1,\ x^2-1,\ x^2+x\}$.

Решение. Верно ли, что $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$?

$$\begin{cases} x+1 = 0(x-1) - (x^2-1) + (x^2+x), \\ x-1 = 1(x-1) + 0(x^2-1) + 0(x^2+x). \end{cases}$$

Значит, $\mathcal{A} \dashv \mathcal{C}$.

Вернёмся к лекции?

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение.

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение. $V =$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ \qquad \middle| \qquad \right\} =$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ \quad \middle| \quad \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V = \left\{ \right. \Big| \left. \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$

Система уравнений, задающая подпространство V, *— это*

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ \left| \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right. \right\} =$$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о*

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V = \left\{ \right. \left| \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах*

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ \left| \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right. \right\} =$$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах произвольного вектора из подпространства* V*.*

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ \quad \middle| \quad \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах произвольного вектора из подпространства* V*.*

Координаты вектора — это

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V = \left\{ \right. \Big| \left. \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах произвольного вектора из подпространства* V*.*

Координаты вектора — это коэффициенты разложения вектора

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ \left| \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right. \right\} =$$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах произвольного вектора из подпространства* V*.*

Координаты вектора — это коэффициенты разложения вектора в линейную комбинацию базисных векторов

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ \quad \middle| \quad \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах произвольного вектора из подпространства* V*.*

Координаты вектора — это коэффициенты разложения вектора в линейную комбинацию базисных векторов (кратко — в разложении вектора по базису).

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V = \left\{ \right. \left| \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах произвольного вектора из подпространства* V*.*

Координаты вектора — это коэффициенты разложения вектора в линейную комбинацию базисных векторов (кратко — в разложении вектора по базису).

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ _(x-1) + _(x+1) + _(x^2-1) + _(x^3-1) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах произвольного вектора из подпространства* V*.*

Координаты вектора — это коэффициенты разложения вектора в линейную комбинацию базисных векторов (кратко — в разложении вектора по базису).

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c(x^2-1)+d(x^3-1) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

Система уравнений, задающая подпространство V*, — это утверждение о координатах произвольного вектора из подпространства* V*.*

Координаты вектора — это коэффициенты разложения вектора в линейную комбинацию базисных векторов (кратко — в разложении вектора по базису).

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений* $\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \\ \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c(x^2-1)+d(x^3-1) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \;\middle|\; \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & -9 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \qquad\qquad \middle| \qquad\qquad \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ C\big(\ (\qquad)+\qquad(\qquad)+\left(x^2-1\right)\big)+ \,\middle|\, \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ C\left(\quad (x-1)+ \quad (x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \,\middle|\, \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ C\left(5(x-1)+(-9)(x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \,\middle|\, \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} C\left(5\,(x-1)+(-9)\,(x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \\ +D\left(\ (\qquad)+\qquad(\qquad)+\left(x^3-1\right)\right) \end{array} \,\middle|\, \qquad\qquad \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} C\left(5\,(x-1)+(-9)\,(x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \\ +D\left(\ \ (x-1)+\qquad (x+1)+\left(x^3-1\right)\right) \end{array} \,\middle|\, \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} C\left(5\,(x-1)+(-9)\,(x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \\ +D\left(3\,(x-1)+(-5)\,(x+1)+\left(x^3-1\right)\right) \end{array} \,\middle|\, \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} C\left(5\,(x-1)+(-9)\,(x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \\ +D\left(3\,(x-1)+(-5)\,(x+1)+\left(x^3-1\right)\right) \end{array} \,\middle|\, \{C,\ D\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$

Тогда $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} C\left(5\,(x-1)+(-9)\,(x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \\ +D\left(3\,(x-1)+(-5)\,(x+1)+\left(x^3-1\right)\right) \end{array} \,\middle|\, \{C,\ D\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\langle 5\,(x-1)-9\,(x+1)+\left(x^2-1\right),\ \ 3\,(x-1)-5\,(x+1)+\left(x^3-1\right) \right\rangle.$$

Пример 11. *Пусть* ***подпространство*** V *линейного пространства многочленов степени не выше 3 задано в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{x-1,\ x+1,\ x^2-1,\ x^3-1\}$ *системой уравнений*

$$\begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0. \end{cases}$$ *Тогда* $V =$

Решение. $V =$

$$= \left\{ a(x-1)+b(x+1)+c\left(x^2-1\right)+d\left(x^3-1\right) \,\middle|\, \begin{cases} 2a+b-c-d=0, \\ 3a+2b+3c+d=0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} C\left(5\,(x-1)+(-9)\,(x+1)+\left(x^2-1\right)\right)+ \\ +D\left(3\,(x-1)+(-5)\,(x+1)+\left(x^3-1\right)\right) \end{array} \,\middle|\, \{C,\ D\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\langle 5\,(x-1)-9\,(x+1)+\left(x^2-1\right),\ \ 3\,(x-1)-5\,(x+1)+\left(x^3-1\right) \right\rangle.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **следующий пример?**

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

Нам надо доказать, что

$$\begin{cases} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y), \\ g(x+2y, x-2y) = g(2x+y, 2x-y) \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

Нам надо доказать, что

$$\begin{cases} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y), \\ g(x+2y, x-2y) = g(2x+y, 2x-y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \alpha f(x,y) + \beta g(x,y) \in V.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

$$\begin{cases} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

$$\begin{cases} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y), \\ g(x+2y, x-2y) = g(2x+y, 2x-y) \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

$$\left\{\begin{array}{l} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y), \\ g(x+2y, x-2y) = g(2x+y, 2x-y) \end{array}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha f(x+2y, x-2y) + \beta g(x+2y, x-2y) =$$

$$= \alpha f(2x+y, 2x-y) + \beta g(2x+y, 2x-y) \Rightarrow$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Для доказательства, что V — подпространство, воспользуемся **критерием подпространства**.

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x,y) \in V, \\ g(x,y) \in V \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y), \\ g(x+2y, x-2y) = g(2x+y, 2x-y) \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \alpha f(x+2y, x-2y) + \beta g(x+2y, x-2y) =$$

$$= \alpha f(2x+y, 2x-y) + \beta g(2x+y, 2x-y) \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \alpha f(x,y) + \beta g(x,y) \in V.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Типичный план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. Типичный план решения задачи по линейной алгебре состоит из следующих пунктов:

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.
2. Свести решение полученной задачи к системе линейных уравнений или матричному уравнению.
3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение.

1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$. Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

Какова стандартная процедура перехода в пространство $\mathbb{R}^n$?

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе. Например, для вектора — это столбец координат. Для подпространства — система линейных уравнений или задание с помощью базиса.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$a\cdot\ x^2\ \ +b\cdot\ \ xy\ \ +c\cdot\ \ y^2$$
$$\downarrow$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot\ x^2 & +b\cdot\ xy & +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow & & & \\ 1\cdot & & & \end{array}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & & & & \\ 1\cdot & x^2 & & & & \end{array}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 1\cdot & x^2 & & & & \end{array}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot\ xy & +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & \end{array}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy \quad +c\cdot \quad y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy \end{array}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & & \end{array}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +0\cdot & \end{array}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{lllllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +0\cdot & y^2 \end{array}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 1\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +0\cdot & y^2 \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$a\cdot\ x^2\ \ +b\cdot\ xy\ \ +c\cdot\ y^2$$
$$\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot \ xy & +c\cdot \ y^2 \\ \downarrow & & & \\ 0\cdot & & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot\ xy & +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot\ xy & +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot\ xy & +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{lllll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot \quad y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & +0\cdot \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{ccccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & +0\cdot & y^2 & \end{array} \qquad \mathbf{Б}=\{x^2,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{ccccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +1\cdot & xy & +0\cdot & y^2 \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$a\cdot\ x^2\ \ +b\cdot\ xy\ \ +c\cdot\ y^2$$
$$\downarrow \qquad\qquad\qquad\qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{l} a\cdot\ x^2\ +b\cdot\ xy\ +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow \\ 0\cdot \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{l} a\cdot\ x^2\ +b\cdot\ xy\ +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow \\ 0\cdot\ x^2 \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot\ xy & +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot\ xy & +c\cdot\ y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{llll} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{cccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{ccccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +1\cdot & \end{array} \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{ccccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +1\cdot & y^2 \end{array} \qquad \mathbf{Б}=\{x^2,\ xy,$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Ввести **базис** исходного линейного пространства.

Возьмем естественный базис:

$$\begin{array}{ccccccc} a\cdot & x^2 & +b\cdot & xy & +c\cdot & y^2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ 0\cdot & x^2 & +0\cdot & xy & +1\cdot & y^2 \end{array} \qquad \mathbf{Б}=\left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Надо задать подпространство V системой уравнений.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Надо задать подпространство V системой уравнений.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Что надо найти?

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Что надо найти? Подпространство.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Что надо найти? Подпространство. *В каком виде представим ответ?*

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Что надо найти? Подпространство. *В каком виде представим ответ?* Уравнениями.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это утверждение о

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это утверждение о ***координатах*** *произвольного вектора из V.*

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это утверждение о ***координатах*** *произвольного вектора из V.*

Обозначим буквами

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.

Система уравнений, задающая подпространство — это утверждение о ***координатах*** *произвольного вектора из V.*

Обозначим буквами **координаты** вектора из V: $ax^2 + bxy + cy^2$.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y,x-2y)=f(2x+y,2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б}=\{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные. Обозначим буквами координаты вектора из V:

$$\left[ax^2+bxy+cy^2\right]_{\{x^2,\,xy,\,y^2\}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$ax^2 + bxy + cy^2 \in V.$$

Составим уравнение.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество* $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. *Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$ax^2 + bxy + cy^2 \in V.$$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся характеристическим свойством подпространства V:

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество* $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. *Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

1 а) Получили естественный **базис** исходного линейного пространства: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

1 б) Использовать стандартное представление объекта в базисе.

$$ax^2 + bxy + cy^2 \in V.$$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? $a(x+2y)^2 + b(x+2y)(x-2y) + c(x-2y)^2 =$

$$= a(2x+y)^2 + b(2x+y)(2x-y) + c(2x-y)^2.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

$$a(x+2y)^2 + b(x+2y)(x-2y) + c(x-2y)^2 =$$
$$= a(2x+y)^2 + b(2x+y)(2x-y) + c(2x-y)^2.$$

Значение какой величины вычислим двумя способами? Двумя способами вычислим коэффициенты перед x^2 (первое уравнение):

$$\begin{cases} a + b + c = 4a + 4b + 4c, \\ \end{cases}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

$$a(x+2y)^2 + b(x+2y)(x-2y) + c(x-2y)^2 =$$
$$= a(2x+y)^2 + b(2x+y)(2x-y) + c(2x-y)^2$$

Значение какой величины вычислим двумя способами? Двумя способами вычислим коэффициенты перед xy (второе уравнение):

$$\begin{cases} a+b+c = 4a+4b+4c, \\ 4a-4c = 4a-4c, \end{cases}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$.

$$a(x+2y)^2 + b(x+2y)(x-2y) + c(x-2y)^2 =$$
$$= a(2x+y)^2 + b(2x+y)(2x-y) + c(2x-y)^2$$

Значение какой величины вычислим двумя способами? Двумя способами вычислим коэффициенты перед y^2 (третье уравнение):

$$\begin{cases} a+b+c = 4a+4b+4c, \\ 4a-4c = 4a-4c, \\ 4a-4b+4c = a-b+c. \end{cases}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$:

$$V = \left\{ ax^2 + bxy + cy^2 \;\middle|\; \begin{cases} a + b + c = 4a + 4b + 4c, \\ 4a - 4c = 4a - 4c, \\ 4a - 4b + 4c = a - b + c. \end{cases} \right\}.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

$$\begin{cases} a+b+c = 4a+4b+4c, \\ 4a-4c = 4a-4c, \\ 4a-4b+4c = a-b+c. \end{cases}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{cases} -3a - 3b - 3c = 0, \\ 0 = 0, \\ 3a - 3b + 3c = 0. \end{cases}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -1 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли фундаментальную систему решений полученной системы уравнений.

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли фундаментальную систему решений полученной системы уравнений.

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли фундаментальную систему решений полученной системы уравнений.

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. Используем определение столбца координат вектора.

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. По определению столбца координат вектора в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \to$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. По определению столбца координат вектора в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \to (-1) \cdot x^2 +$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. По определению столбца координат вектора в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \to (-1) \cdot x^2 + 0 \cdot xy +$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как* ***линейную оболочку*** *базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве. По определению столбца координат вектора в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \to (-1) \cdot x^2 + 0 \cdot xy + 1 \cdot y^2.$$

Пример 12. *Рассмотрим линейное пространство U квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$. Доказать, что подпространством является подмножество V таких квадратичных форм $f(x,y)$, что выполняется тождество $f(x+2y, x-2y) = f(2x+y, 2x-y)$. Задать подпространство V системой уравнений и как линейную оболочку базиса.*

Решение. 1. Переформулировать задачу для пространства $\mathbb{R}^n$: надо найти фундаментальную систему решений системы уравнений

2. Нашли ФСР полученной системы уравнений.

3. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

$$V = \left\{ ax^2 + bxy + cy^2 \;\middle|\; \begin{cases} a+b+c = 4a+4b+4c, \\ 4a-4b+4c = a-b+c \end{cases} \right\} = \left\langle -x^2 + y^2 \right\rangle .$$

Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I.2) заменить объекты из U на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U;	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I.2) заменить объекты из U на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I.3) заменить отношения в U на типовые отношения в $\mathbb{R}^n$.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I.3) заменить отношения в U на типовые отношения в $\mathbb{R}^n$.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Б =

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Б $= \left\{ \right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ & & \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Б $= \left\{ \right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Б $= \left\{ \right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & \\ & & \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Б $= \left\{ \right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ & & \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Б $= \left\{ \right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & & \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Б $= \left\{ \right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

Б $= \left\{ \right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Применим «протаскивание единички через параметры»:

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$=$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 симметричных матриц размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 симметричных матриц размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 симметричных матриц размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 симметричных матриц размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 симметричных матриц размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (-4) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (-4) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (-4) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (-4)\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (-4) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Вектору ставим в соответствие столбец его координат: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + (-4) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix},$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix},$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix},$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix},$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix},$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix},$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений, т.е.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений, т.е. утверждением о

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений, т.е. утверждением о координатах a, b, c, d, e, f вектора из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами:

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1\\ 1\\ 2\\ -4\\ 2\\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5\\ -1\\ -2\\ -8\\ 4\\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2\\ 1\\ 2\\ 6\\ -4\\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3\\ 2\\ 4\\ 2\\ -3\\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d+\varepsilon e+\varphi f=0$.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} 1\\ 1\\ 2\\ -4\\ 2\\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5\\ -1\\ -2\\ -8\\ 4\\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2\\ 1\\ 2\\ 6\\ -4\\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3\\ 2\\ 4\\ 2\\ -3\\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d+\varepsilon e+\varphi f=0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right.$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1\\ 1\\ 2\\ -4\\ 2\\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5\\ -1\\ -2\\ -8\\ 4\\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2\\ 1\\ 2\\ 6\\ -4\\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3\\ 2\\ 4\\ 2\\ -3\\ 1 \end{pmatrix} \right.$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d+\varepsilon e+\varphi f=0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha+\beta+2\gamma-4\delta+2\varepsilon+8\varphi=0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1\\ 1\\ 2\\ -4\\ 2\\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5\\ -1\\ -2\\ -8\\ 4\\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2\\ 1\\ 2\\ 6\\ -4\\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3\\ 2\\ 4\\ 2\\ -3\\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d+\varepsilon e+\varphi f=0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha+\beta+2\gamma-4\delta+2\varepsilon+8\varphi=0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1\\ 1\\ 2\\ -4\\ 2\\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5\\ -1\\ -2\\ -8\\ 4\\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2\\ 1\\ 2\\ 6\\ -4\\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3\\ 2\\ 4\\ 2\\ -3\\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d+\varepsilon e+\varphi f=0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Подпространство зададим системой уравнений. Обозначим коэффициенты уравнения буквами: $\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e + \varphi f = 0$. Подставим координаты векторов из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Решив полученную систему линейных алгебраических уравнений, получаем...

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} =$$

Решив полученную систему линейных алгебраических уравнений, получаем...

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}$$

Решив полученную систему линейных алгебраических уравнений, получаем...

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$V = \left\{ \quad \middle| \quad \right\}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha+\beta+2\gamma-4\delta+2\varepsilon+8\varphi=0,\\ -5\alpha-\beta-2\gamma-8\delta+4\varepsilon+4\varphi=0,\\ 2\alpha+\beta+2\gamma+6\delta-4\varepsilon-5\varphi=0,\\ 3\alpha+2\beta+4\gamma+2\delta-3\varepsilon+\varphi=0, \end{cases} \begin{pmatrix} \alpha\\ \beta\\ \gamma\\ \delta\\ \varepsilon\\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3\\ -2 & -21\\ 1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & -14\\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P\\ Q \end{pmatrix}$$

$$V=\left\{ \quad \middle| \quad \begin{cases} -2b+c=0,\\ -3a-21b+d-14e+7f=0 \end{cases} \right\}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha+\beta+2\gamma-4\delta+2\varepsilon+8\varphi=0,\\ -5\alpha-\beta-2\gamma-8\delta+4\varepsilon+4\varphi=0,\\ 2\alpha+\beta+2\gamma+6\delta-4\varepsilon-5\varphi=0,\\ 3\alpha+2\beta+4\gamma+2\delta-3\varepsilon+\varphi=0, \end{cases} \begin{pmatrix} \alpha\\ \beta\\ \gamma\\ \delta\\ \varepsilon\\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3\\ -2 & -21\\ 1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & -14\\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P\\ Q \end{pmatrix}$$

$$V=\left\{ \quad \middle| \quad \begin{cases} -2b+c=0,\\ -3a-21b+d-14e+7f=0 \end{cases} \right\}$$

Система уравнений — это

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$V = \left\{ \quad \middle| \quad \begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0 \end{cases} \right\}$$

Система уравнений — это утверждение о

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$V = \left\{ \quad \middle| \quad \begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0 \end{cases} \right\}$$

Система уравнений — это утверждение о координатах вектора из V.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha + \beta + 2\gamma - 4\delta + 2\varepsilon + 8\varphi = 0, \\ -5\alpha - \beta - 2\gamma - 8\delta + 4\varepsilon + 4\varphi = 0, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma + 6\delta - 4\varepsilon - 5\varphi = 0, \\ 3\alpha + 2\beta + 4\gamma + 2\delta - 3\varepsilon + \varphi = 0, \end{cases} \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \varepsilon \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -21 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -14 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$V = \left\{ \quad \middle| \quad \begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0 \end{cases} \right\}$$

Система уравнений — это утверждение о координатах вектора из V. Базис естественный...

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha+\beta+2\gamma-4\delta+2\varepsilon+8\varphi=0,\\ -5\alpha-\beta-2\gamma-8\delta+4\varepsilon+4\varphi=0,\\ 2\alpha+\beta+2\gamma+6\delta-4\varepsilon-5\varphi=0,\\ 3\alpha+2\beta+4\gamma+2\delta-3\varepsilon+\varphi=0, \end{cases} \begin{pmatrix} \alpha\\ \beta\\ \gamma\\ \delta\\ \varepsilon\\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3\\ -2 & -21\\ 1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & -14\\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P\\ Q \end{pmatrix}$$

$$V=\left\{ \begin{pmatrix} a & b & c\\ b & d & e\\ c & e & f \end{pmatrix} \middle| \begin{cases} -2b+c=0,\\ -3a-21b+d-14e+7f=0 \end{cases} \right\}$$

Система уравнений — это утверждение о координатах вектора из V. Базис естественный...

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Первое решение. (посмотреть **второе решение?**)

$$\textbf{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{cases} \alpha+\beta+2\gamma-4\delta+2\varepsilon+8\varphi=0,\\ -5\alpha-\beta-2\gamma-8\delta+4\varepsilon+4\varphi=0,\\ 2\alpha+\beta+2\gamma+6\delta-4\varepsilon-5\varphi=0,\\ 3\alpha+2\beta+4\gamma+2\delta-3\varepsilon+\varphi=0, \end{cases} \begin{pmatrix} \alpha\\ \beta\\ \gamma\\ \delta\\ \varepsilon\\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3\\ -2 & -21\\ 1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & -14\\ 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P\\ Q \end{pmatrix}$$

$$V=\left\{ \begin{pmatrix} a & b & c\\ b & d & e\\ c & e & f \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} -2b+c=0,\\ -3a-21b+d-14e+7f=0 \end{cases} \right\}$$

Система уравнений — это утверждение о координатах вектора из V. Базис естественный...

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Каждому вектору сопоставим столбец его координат.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Каждому вектору сопоставим столбец его координат.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Отношение $\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \in V$ представим равенством с помощью **теоремы о внутренней характеризации линейной оболочки**...

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Отношение $\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \in V$ представим равенством с помощью **теоремы о внутренней характеризации линейной оболочки**...

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Отношение $\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} \in V$ представим равенством с помощью **теоремы о внутренней характеризации линейной оболочки**...

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -2 \\ -8 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 6 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & 4 \\ -4 & -8 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & -4 & -3 \\ 8 & 4 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & 4 \\ -4 & -8 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & -4 & -3 \\ 8 & 4 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}.$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & 4 \\ -4 & -8 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & -4 & -3 \\ 8 & 4 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}.$$

«Притворимся», что мы пытаемся решить эту систему относительно неизвестных $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & 4 \\ -4 & -8 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & -4 & -3 \\ 8 & 4 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}.$$

«Притворимся», что мы пытаемся решить эту систему относительно неизвестных $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. На самом деле нам интересуют условия на a, b, c, d, e, f, при которых это решение существует.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array}\right), \quad \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 2 & 4 \\ -4 & -8 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & -4 & -3 \\ 8 & 4 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}.$$

«Притворимся», что мы пытаемся решить эту систему относительно неизвестных $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. На самом деле нам интересуют условия на a, b, c, d, e, f, при которых это решение существует.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V=\left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & -4 & 2\\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2\\ -1 & -8 & 4\\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2\\ 1 & 6 & -4\\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4\\ 2 & 2 & -3\\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б}=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a\\ 1 & -1 & 1 & 2 & b\\ 2 & -2 & 2 & 4 & c\\ -4 & -8 & 6 & 2 & d\\ 2 & 4 & -4 & -3 & e\\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array}\right), \quad \left(\begin{array}{cccc|l} 1 & -5 & 2 & 3 & a\\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c\\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d\\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array}\right)$$

«Притворимся», что мы пытаемся решить эту систему относительно неизвестных $\alpha,\beta,\gamma,\delta$. На самом деле нам интересуют условия на a,b,c,d,e,f, при которых это решение существует.

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cccc|l} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array} \right)$$

V в базисе **Б** задается системой $\left\{ \right.$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cccc|l} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array} \right)$$

V в базисе **Б** задается системой $\left\{ \right.$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3 **симметричных матриц** размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cccc|l} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array} \right)$$

V в базисе **Б** задается системой $\begin{cases} -2b + c = 0, \end{cases}$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cccc|l} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array} \right)$$

V в базисе **Б** задается системой $\begin{cases} -2b + c = 0, \end{cases}$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cccc|l} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array} \right)$$

V в базисе **Б** задается системой

$$\begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0. \end{cases}$$

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array}\right), \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array}\right)$$

V в базисе **Б** задается системой

$$\begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0. \end{cases}$$

Здесь системы уравнений, полученные **первым** и вторым способами не просто равносильны, но полностью совпали!

Пример 13. *Задайте системой уравнений подпространство V пространства SM_3* ***симметричных матриц*** *размерности 3×3:*

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -1 & -2 \\ -1 & -8 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \\ 2 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Второе решение (посмотреть **первое решение?**)

$$\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 1 & -1 & 1 & 2 & b \\ 2 & -2 & 2 & 4 & c \\ -4 & -8 & 6 & 2 & d \\ 2 & 4 & -4 & -3 & e \\ 8 & 4 & -5 & 1 & f \end{array}\right), \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 2 & 3 & a \\ 0 & 4 & -1 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2b+c \\ 0 & 0 & 7 & 7 & -3a+7b+d \\ 0 & 0 & 0 & -14 & -6a+14b+9d+14e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3a-21b+d-14e+7f \end{array}\right)$$

V в базисе **Б** задается системой

$$\begin{cases} -2b + c = 0, \\ -3a - 21b + d - 14e + 7f = 0. \end{cases}$$

Вернёмся к лекции?

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \,\middle|\, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:		

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:		

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U;	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2:

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\qquad\qquad\qquad\qquad\right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\qquad\qquad\qquad\qquad\right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\right.$ $\left.\right\}$.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V + W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \right.$ $\left. \right\}$.

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\qquad\right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного** SM_3
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V \cap W$, *где*

$$V = \left\{ X \;\middle|\; \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного** SM_3
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\quad\right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\quad\right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного** SM_3

Базис линейного пространства матриц размерности 2×2 получим «протаскиванием единички через параметры».

Возьмем произвольную матрице размерности 2×2: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного** SM_3

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного** SM_3

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\qquad\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\square\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U;		
I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$		
I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного** SM_3

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad \begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

Вектору $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ сопоставим столбец координат...

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$V=$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$V=\left\{\begin{array}{c|c}&\\&\\&\end{array}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\qquad\qquad\right\}=\right.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\qquad\qquad\right\}=\right.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\qquad\qquad\right\}=\right.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$: I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad\qquad\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\qquad\qquad\right\}=\right.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad =\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\qquad\qquad\right\}=\right.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}\qquad\qquad\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\qquad\qquad\right\}=\right.$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}a+2c&\\&\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\left\{\begin{array}{l}a+2c=0,\\ \\ \\ \end{array}\right.\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}a+2c&\\&\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\\\\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}a+2c&b+2d\\\\\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}a+2c&b+2d\\&\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}a+2c&b+2d\\2a+4c&\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X \;\middle|\; \begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle \begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}a+2c&b+2d\\2a+4c&\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}a+2c&b+2d\\2a+4c&2b+4d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}a+2c&b+2d\\2a+4c&2b+4d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}&&1&0\\&&0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\1&0&&\\0&1&&\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-2&\\0&\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-2&\\0&\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-2&0\\0&-2\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\Big\langle\qquad\qquad\Big\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-2&0\\0&-2\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\Big\langle\qquad\qquad\Big\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-2&0\\0&-2\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\qquad\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-2&0\\0&-2\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\qquad\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-2&0\\0&-2\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\\2&0&4&0\\0&2&0&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&2&0\\0&1&0&2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-2&0\\0&-2\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},$$

Зададим W системой уравнений.

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad \alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad\begin{cases}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\end{cases}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad\begin{cases}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\end{cases}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad\begin{cases}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\end{cases}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad\begin{array}{l}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\end{array}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad \begin{array}{l}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\end{array}\quad\begin{cases}-8\beta-5\gamma=0\end{cases}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad \begin{array}{l}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\end{array}\quad\begin{cases}8\alpha+6\gamma+8\delta=0,\\-8\beta-5\gamma=0\end{cases}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad \begin{array}{l}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\end{array}\quad \begin{cases}8\alpha+6\gamma+8\delta=0,\\-8\beta-5\gamma=0\end{cases}\quad \begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\\\delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\\\\\\\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad \begin{array}{l}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\end{array}\quad \begin{cases}8\alpha+6\gamma+8\delta=0,\\-8\beta-5\gamma=0\end{cases}\quad \begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\\\delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\\8\\0\\\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad \begin{array}{l}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\end{array}\quad\begin{cases}8\alpha+6\gamma+8\delta=0,\\-8\beta-5\gamma=0\end{cases}\quad\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\\\delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&0\\0&8\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad \begin{matrix}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\end{matrix}\quad\begin{cases}8\alpha+6\gamma+8\delta=0,\\-8\beta-5\gamma=0\end{cases}\quad\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\\\delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6&\\-5&\\8&0\\0&8\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\qquad \alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\quad \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\quad\begin{cases}8\alpha+6\gamma+8\delta=0,\\-8\beta-5\gamma=0\end{cases}\quad \begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\\\delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6&-8\\-5&0\\8&0\\0&8\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

I) переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$:	**II) решить полученную «матричную задачу»**	**III) интерпретировать результат для исходного SM_3**
I.1) ввести базис для U; I.2) объект из U $\to$ его типовой образ в $\mathbb{R}^n$ I.3) отношение в U $\to$ типовое отношение в $\mathbb{R}^n$		

$$\left[\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix},\quad \begin{matrix}\alpha a+\beta b+\gamma c+\delta d=0,\\ \begin{cases}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta=0,\\3\alpha-2\beta+\gamma+3\delta=0\end{cases}\end{matrix}\quad \begin{cases}8\alpha+6\gamma+8\delta=0,\\-8\beta-5\gamma=0\end{cases}\quad \begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\\\delta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6&-8\\-5&0\\8&0\\0&8\end{pmatrix}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$V+W=$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\qquad\qquad\qquad\qquad\right\rangle.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\qquad\qquad\qquad\qquad\right\rangle.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\qquad\qquad\right\rangle.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\qquad\right\rangle.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$V\cap W=$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\qquad\qquad\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{array}{c|c}&\\&\\&\end{array}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}\\\\\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}\\\\\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\\\\\\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\\\\\\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\end{cases}\right\}$$

«Зеленые уравнения» являются следствием первых двух.

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\6a+5b-8c=0,\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\6a+5b-8c=0,\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\6a+5b-8c=0,\\a-d=0\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\6a+5b-8c=0,\\a-d=0\end{cases}\right\}$$

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\;\middle|\;\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\6a+5b-8c=0,\\a-d=0\end{cases}\right\}$$

Мы не стали удалять лишние векторы и уравнения.

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\6a+5b-8c=0,\\a-d=0\end{cases}\right\}$$

Так как это пересечение — не нулевое, то сумма $U+V$ не является прямой суммой пространств U и V.

Пример 14. *Найдите* $V+W$ *и* $V\cap W$, *где*

$$V=\left\{X\,\middle|\,\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\right\},\quad W=\left\langle\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Решение. $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\2a+4c=0,\\2b+4d=0\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle,\quad W:\begin{cases}6a+5b-8c=0,\\a-d=0.\end{cases}$$

$$V+W=\left\langle\begin{pmatrix}-2&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-2\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&2\\2&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}3&-2\\1&3\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$V\cap W=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{cases}a+2c=0,\\b+2d=0,\\6a+5b-8c=0,\\a-d=0\end{cases}\right\}$$

Вернёмся к лекции?

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение.

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \Leftrightarrow V \subseteq W$.

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \Leftrightarrow V \subseteq W$. Действительно,

$$V \cap W = V \Rightarrow$$

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \Leftrightarrow V \subseteq W$. Действительно,

$$V \cap W = V \Rightarrow (x \in V \Rightarrow x \in V \cap W) \Rightarrow$$

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \Leftrightarrow V \subseteq W$. Действительно,

$$V \cap W = V \Rightarrow (x \in V \Rightarrow x \in V \cap W) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x \in V \Rightarrow x \in W) \Rightarrow$$

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V \cap W = V \Leftrightarrow V \subseteq W$. Действительно,

$$V \cap W = V \Rightarrow (x \in V \Rightarrow x \in V \cap W) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x \in V \Rightarrow x \in W) \Rightarrow V \subseteq W.$$

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V + W = V \Leftrightarrow W \subseteq V$.

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V + W = V \Leftrightarrow W \subseteq V$. Действительно,

$V + W = V \Rightarrow$

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V + W = V \Leftrightarrow W \subseteq V$. Действительно,

$$V + W = V \Rightarrow \left(\forall v, w \; \exists v' \left(\left\{ \begin{array}{l} v \in V, \\ w \in W, \\ v' \in V \end{array} \right. \Rightarrow v + w = v' \right) \right) \Rightarrow$$

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V + W = V \Leftrightarrow W \subseteq V$. Действительно,

$$V + W = V \Rightarrow \left(\forall v, w \; \exists v' \left(\left\{ \begin{array}{l} v \in V, \\ w \in W, \\ v' \in V \end{array} \right. \Rightarrow v + w = v' \right) \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = v' - v \in V \Rightarrow$$

Пример 15. *Пусть V и W — подпространства линейного пространства U. В каком случае $V \cap W = V$, а в каком — $V + W = V$?*

Решение. Ясно, что $V + W = V \Leftrightarrow W \subseteq V$. Действительно,

$$V + W = V \Rightarrow \left(\forall v, w \; \exists v' \left(\left\{ \begin{array}{l} v \in V, \\ w \in W, \\ v' \in V \end{array} \right. \Rightarrow v + w = v' \right) \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = v' - v \in V \Rightarrow W \subseteq V.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1) $x =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1) $x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1) $x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k + 0e_{k+1} + 0e_{k+2} + \ldots + 0e_n$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1) $x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k + 0e_{k+1} + 0e_{k+2} + \ldots + 0e_n$.

a.2) $[x]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1) $x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k + 0e_{k+1} + 0e_{k+2} + \ldots + 0e_n$.

a.2) $[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1) $x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k + 0e_{k+1} + 0e_{k+2} + \ldots + 0e_n.$

a.2) $[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_k \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}.$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1) $x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k + 0e_{k+1} + 0e_{k+2} + \ldots + 0e_n$.

a.2) $[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_k \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}$. **a.3)** $x \in$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* ***b) c) d) e) f)***

a.1) $x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k + 0e_{k+1} + 0e_{k+2} + \ldots + 0e_n$.

a.2) $[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_k \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}$. **a.3)** $x \in \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)**

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$ $\square$ $\langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.
b.3) $e_i \in$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.
b.3) $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.
b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $e_i =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.
b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.
b.4) $e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.
b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.
b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{В}} =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{В}} = \begin{pmatrix} t_{11} \\ \ldots \\ t_{m1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ \ldots & \ldots \\ t_{m1} & t_{m2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{m1} & t_{m2} & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{m1} & t_{m2} & \ldots & t_{mk} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} & t_{1,k+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{m1} & t_{m2} & \ldots & t_{mk} & t_{m,k+1} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{m+1,k+1} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{n,k+1} \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} & t_{1,k+1} & t_{1,k+2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{m1} & t_{m2} & \ldots & t_{mk} & t_{m,k+1} & t_{m,k+2} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{m+1,k+1} & t_{m+1,k+2} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{n,k+1} & t_{n,k+2} \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} & t_{1,k+1} & t_{1,k+2} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{m1} & t_{m2} & \ldots & t_{mk} & t_{m,k+1} & t_{m,k+2} & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{m+1,k+1} & t_{m+1,k+2} & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{n,k+1} & t_{n,k+2} & \ldots \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)***

b.1) $k \leqslant m$. **b.2)** $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \leqslant \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

b.4) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{mi} f_m + 0 t_{m+1,i} f_{m+1} + \ldots + 0 f_n$.

b.5) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} & t_{1,k+1} & t_{1,k+2} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{m1} & t_{m2} & \ldots & t_{mk} & t_{m,k+1} & t_{m,k+2} & \ldots & t_{mn} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{m+1,k+1} & t_{m+1,k+2} & \ldots & t_{m+1,n} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{n,k+1} & t_{n,k+2} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$ $\square$ $\langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $e_i \in$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $e_i =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\}$ $e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

c.4) $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{В}} =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

c.4) $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & & \\ \ldots & & \\ t_{k1} & & \\ 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

c.4) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ \ldots & \ldots \\ t_{k1} & t_{k2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

c.4) $\mathbf{T}_{\mathbf{Б} \to \mathbf{В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{k1} & t_{k2} & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

c.4) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{k1} & t_{k2} & \ldots & t_{kk} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

c.4) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} & t_{1,k+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{k1} & t_{k2} & \ldots & t_{kk} & t_{k,k+1} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{k+1,k+1} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{n,k+1} \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

c.4) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} & t_{1,k+1} & t_{1,k+2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{k1} & t_{k2} & \ldots & t_{kk} & t_{k,k+1} & t_{k,k+2} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{k+1,k+1} & t_{k+1,k+2} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{n,k+1} & t_{n,k+2} \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

c.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

c.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

c.4) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} & t_{1,k+1} & t_{1,k+2} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{k1} & t_{k2} & \ldots & t_{kk} & t_{k,k+1} & t_{k,k+2} & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{k+1,k+1} & t_{k+1,k+2} & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{n,k+1} & t_{n,k+2} & \ldots \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; ***d)*** ***e)*** ***f)***

с.1) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle = \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

с.2) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i \in \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$.

с.3) $\forall i \in \{1; 2; \ldots; k\} \quad e_i = t_{1i} f_1 + \ldots + t_{ki} f_k + 0 t_{k+1,i} f_{k+1} + \ldots + 0 f_n$.

с.4) $\mathbf{T_{Б \to В}} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1k} & t_{1,k+1} & t_{1,k+2} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{k1} & t_{k2} & \ldots & t_{kk} & t_{k,k+1} & t_{k,k+2} & \ldots & t_{kn} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{k+1,k+1} & t_{k+1,k+2} & \ldots & t_{k+1,n} \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & t_{n,k+1} & t_{n,k+2} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{E} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e)*** ***f)***

d.1)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a) b) c) d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e) f)***

d.1) $V \leqslant$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a) b) c) d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e) f)***

d.1) $V \leqslant \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a) b) c) d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e) f)***

d.1) $V \leqslant \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **d.2)** $V \cap \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{E} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a) b) c) d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e) f)***

d.1) $V \leqslant \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **d.2)** $V \cap \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle = \{\mathbf{0}\}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a) b) c) d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e) f)***

d.1) $V \leqslant \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **d.2)** $V \cap \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle = \{\mathbf{0}\}$.
d.3) $x \in V \;\Rightarrow$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a) b) c) d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e) f)***

d.1) $V \leqslant \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **d.2)** $V \cap \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle = \{\mathbf{0}\}$.

d.3) $x \in V \;\Rightarrow\; x =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a) b) c) d)*** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; ***e) f)***

d.1) $V \leqslant \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **d.2)** $V \cap \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle = \{\mathbf{0}\}$.

d.3) $x \in V \;\Rightarrow\; x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)***

e.1)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{В} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)***

e.1) $V =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)***

e.1) $V = \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)***

e.1) $V = \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **e.2)** $U =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)***

e.1) $V = \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **e.2)** $U = V \oplus \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)***

e.1) $V = \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **e.2)** $U = V \oplus \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle$.
e.3) $x \in V \ \Rightarrow$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)***

e.1) $V = \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **e.2)** $U = V \oplus \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle$.
e.3) $x \in V \;\Rightarrow\; x =$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; ***f)***

e.1) $V = \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$. **e.2)** $U = V \oplus \langle e_{k+1}, e_{k+2}, \ldots, e_n \rangle$.
e.3) $x \in V \;\Rightarrow\; x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\begin{cases} \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \left\{ \begin{array}{c} \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{array} \right.$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle \neq \{\mathbf{0}\}$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle \neq \{\mathbf{0}\}$.

f.3)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle \neq \{\mathbf{0}\}$.

f.3) $\mathbf{0} \neq x \in \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle \neq \{\mathbf{0}\}$.

f.3) $\exists x \; \mathbf{0} \neq x \in \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle \neq \{\mathbf{0}\}$.

f.3) $\exists x \; \mathbf{0} \neq x \in \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

f.4)

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle \neq \{\mathbf{0}\}$.

f.3) $\exists x \; \mathbf{0} \neq x \in \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

f.4) $\mathbf{0} \neq x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k = \beta_1 f_1 + \beta_2 f_2 + \ldots + \beta_m e_m$,

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* ***a)*** ***b)*** ***c)*** ***d)*** ***e)*** ***f)*** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

f.1) $\exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{k+m} \begin{cases} \exists i \in \{1; 2; \ldots; k+m\} \quad \lambda_i \neq 0, \\ \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_k e_k + \lambda_{k+1} f_1 + \lambda_{k+2} f_2 + \ldots + \lambda_{k+m} e_m = \mathbf{0}. \end{cases}$

f.2) $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle \neq \{\mathbf{0}\}$.

f.3) $\exists x \; \mathbf{0} \neq x \in \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle \cap \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$.

f.4) $\exists x \; \mathbf{0} \neq x = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \ldots + \alpha_k e_k = \beta_1 f_1 + \beta_2 f_2 + \ldots + \beta_m e_m,$

Пример 16. *Пусть* $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\boldsymbol{B} = \{f_1, f_2, \ldots, f_n\}$ — *базисы линейного пространства* U, $V \leqslant U$. *Переведите на «язык равенств и теоретико-множественных включений» следующие утверждения:* **a)** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, x\}$ *линейно зависима;* **b)** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_m \rangle$; **c)** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\} \subseteq \langle f_1, f_2, \ldots, f_k \rangle$; **d)** $V \subseteq \langle e_1, e_2, \ldots, e_k \rangle$; **e)** $\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ — *базис подпространства* V; **f)** *система* $\{e_1, e_2, \ldots, e_k, f_1, f_2, \ldots f_m\}$ *линейно зависима.*

Вернемся к лекции?

Пример 17. *Рассмотрим линейные пространства U и V над полем действительных чисел, где U — линейное пространство многочленов степени не выше 1 от переменной t, а V — линейное пространство диагональных матриц размерности 2×2. Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textbf{многочлен } a + bt \textbf{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Пример 17. *Рассмотрим линейные пространства U и V над полем действительных чисел,где U — линейное пространство многочленов степени не выше 1 от переменной t, а V — линейное пространство диагональных матриц размерности 2×2. Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textbf{многочлен } a + bt \textbf{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Доказывать это утверждение мы не будем, а только проверим на конкретной формуле.

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$2\cdot \quad (2-t) \quad +3\cdot \quad (2+4t) \quad = \quad 10\cdot \quad (1+t)$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$2\cdot \quad (2-t) \quad +3\cdot \quad (2+4t) \quad = \quad 10\cdot \quad (1+t)$$

$$2\cdot$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$2\cdot \quad (2-t) \quad +3\cdot \quad (2+4t) \quad = \quad 10\cdot \quad (1+t)$$

$$\downarrow$$

$$2\cdot$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & & & & & \end{array}$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & & & & \end{array}$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & & & & \end{array}$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & & & \end{array}$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & & \end{array}$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & 10\cdot & \end{array}$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \downarrow \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & 10\cdot & \end{array}$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \downarrow \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & 10\cdot & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Пример 17. *Если в формуле теории линейных пространств, верной для пространства U, заменить многочлены на матрицы следующим образом:*

$$\textit{многочлен } a+bt \textit{ заменим на матрицу } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \qquad (25)$$

то получим формулу, верную для V.

Например, после такого преобразования верной формулы

$$\begin{array}{ccccccccc} 2\cdot & (2-t) & +3\cdot & (2+4t) & = & 10\cdot & (1+t) \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \downarrow \\ 2\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & +3\cdot & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} & = & 10\cdot & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

получим верную формулу.

Вернёмся к лекции?

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение.

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**.

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:
$a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{a}\,x^2 + b\,xy + c\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{\mathbf{1}\,x^2 + 0\,xy + 0\,y^2,$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x, y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{a}\,x^2 + b\,xy + c\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:
$a\,x^2 + \mathbf{b}\,xy + c\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ 0\,x^2 + \mathbf{1}\,xy + 0\,y^2,$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:

$a\,x^2 + \mathbf{b}\,xy + c\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U:

$a\,x^2 + b\,xy + \mathbf{c}\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ 0\,x^2 + 0\,xy + \mathbf{1}\,y^2,$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $a\,x^2 + b\,xy + \mathbf{c}\,y^2, \qquad \mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \qquad \right\}$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{a} & b \\ -\mathbf{a} & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & 0 \\ -\mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & \mathbf{b} \\ -a & 0 & c \\ \mathbf{-b} & -c & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & \mathbf{c} \\ -b & -\mathbf{c} & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & -\mathbf{1} & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выберем естественный **базис** пространства U: $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$.

Выберем естественный **базис** пространства V:

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\text{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\textbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \textbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм?

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\text{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос:

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\text{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос:
что такое изоморфизм?

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос:
что такое изоморфизм? Изоморфизм — это функция.

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос:
что такое изоморфизм? Изоморфизм — это функция.
Наиболее применяемый способ задания функции —

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

Как зададим изоморфизм? Для этого надо ответить на вопрос:
что такое изоморфизм? Изоморфизм — это функция.
Наиболее применяемый способ задания функции — формула.

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства* U *квадратичных форм* $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ *и линейного пространства* V ***кососимметричных матриц*** *размерности* 3×3.

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\textbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \textbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) =$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\text{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\text{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

$$= a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

$$= a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} +$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

$$= a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

$$= a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 18. *Докажите* ***изоморфность*** *линейного пространства U квадратичных форм $p(x,y) = a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ и линейного пространства V* ***кососимметричных матриц*** *размерности 3×3.*

Решение. Обычно решение задач по линейной алгебре начинается **со введения базиса**. Выбрали базисы пространств U и V:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2, xy, y^2\right\},\ \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$$

$$f\left(a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2\right) = a\,f\left(x^2\right) + b\,f\left(xy\right) + c\,f\left(y^2\right) =$$

$$= a\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение.

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ — *базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ — *базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i =$$

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 =$$

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ *— базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n$$

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ — *базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T_{Б \to Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n =$$

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ — *базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n = (-1)m +$$

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ — *базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n = (-1)m +$$

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ — *базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n = (-1)m + 5n.$$

Пример 19. *Пусть* $\mathbf{Б} = \{m, n\}$ *и* $\mathbf{Б'} = \{p, q\}$ — *базисы линейного пространства* U, *и* $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. *Найдите разложение вектора* q *по базису* $\mathbf{Б}$.

Решение. Положим $e_1 = m, \quad e_2 = n$.

По определению матрицы перехода имеем

$$q = \sum_{i=1}^{2} t_{i2} e_i = t_{12} e_1 + t_{22} e_2 = t_{12} m + t_{22} n = (-1)m + 5n.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 20. *Известно, что* $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ — ***базис*** *линейного пространства* U, *и* $s = p - q$, $t = q - 2p$. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В} = \{s, t\}$ *и обратно. Найдите* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$.

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$		

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис.

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Например,

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Например, вектор заменить на

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Например, вектор заменить на столбец координат,

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Например, вектор заменить на столбец координат, подпространство — на

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Например, вектор заменить на столбец координат, подпространство — на соответствующую **систему уравнений** или

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Например, вектор заменить на столбец координат, подпространство — на соответствующую **систему уравнений** или столбцы координат базиса подпространства.

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат,

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр —

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр,

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству —

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$$x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$$x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$$x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$$

$[x]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то
$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$[x]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

$$2e_1 - e_4 = \quad e_1 + \quad e_2 + \quad e_3 + \quad e_4.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

$$2e_1 - e_4 = 2e_1 + \square e_2 + \square e_3 + \square\square e_4.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

$$2e_1 - e_4 = 2e_1 + 0e_2 + \square e_3 + \square\square e_4.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

$2e_1 - e_4 = 2e_1 + 0e_2 + 0e_3 + \square\, e_4.$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

$$2e_1 - e_4 = 2e_1 + 0e_2 + 0e_3 + (-1)e_4.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \\ 0 & \\ 0 & \\ -1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix},$$

$2e_1 - e_4 = 2e_1 + 0e_2 + 0e_3 + (-1)e_4.$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix},$$

$$e_2 + 4e_3 + 5e_4 = \ e_1 + \ e_2 + \ e_3 + \ e_4.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \\ 0 & \\ 0 & \\ -1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix},$$

$e_2 + 4e_3 + 5e_4 = 0e_1 + \ e_2 + \ e_3 + \ e_4.$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \\ 0 & \\ 0 & \\ -1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix},$$

$e_2+4e_3+5e_4 = 0e_1+1e_2+\ \ e_3+\ \ e_4.$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \\ 0 & \\ 0 & \\ -1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix},$$

$$e_2 + 4e_3 + 5e_4 = 0e_1 + 1e_2 + 4e_3 + e_4.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \\ 0 & \\ 0 & \\ -1 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix},$$

$e_2 + 4e_3 + 5e_4 = 0e_1 + 1e_2 + 4e_3 + 5e_4.$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix},$$

$$e_2 + 4e_3 + 5e_4 = 0e_1 + 1e_2 + 4e_3 + 5e_4.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix},$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}, \qquad x =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}, \qquad x = \square(2e_1 - e_4) + \quad (e_2 + 4e_3 + 5e_4).$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix},$$

$$x = C(2e_1 - e_4) + D(e_2 + 4e_3 + 5e_4).$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}, \qquad x = C(2e_1 - e_4) + D(e_2 + 4e_3 + 5e_4)\,.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Сумме векторов соответствует сумма столбцов координат, произведению вектора на скаляр — произведение столбца координат на этот скаляр, принадлежность вектора подпространству — система равенств для координат этого вектора и произведение матрицы из столбцов координат системы порождающих этого подпространства на столбец коэффициентов.

Например, если $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ — базис линейного пространства, то

$\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 + \alpha_4 e_4 = x \in \{2e_1 - e_4, e_2 + 4e_3 + 5e_4\} \quad \Rightarrow$

$$[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 4 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + D \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}. \quad x = C(2e_1 - e_4) + D(e_2 + 4e_3 + 5e_4).$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \left(\qquad \right),$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$s = \quad p + \quad q =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s = t_{11}p + \quad q =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s = t_{11}p + t_{21}q =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$s = t_{11}p + t_{21}q = p + \qquad q,$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + \quad q,$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q,$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q,$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = \quad p + \quad q =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = t_{12}p + \quad q =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами
$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = t_{12}p + t_{22}q =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = t_{12}p + t_{22}q = \quad p + \quad q,$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = t_{12}p + t_{22}q = (-2)p + \ q,$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ -1 & \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = t_{12}p + t_{22}q = (-2)p + 1q,$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = t_{12}p + t_{22}q = (-2)p + 1q,$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = t_{12}p + t_{22}q = (-2)p + 1q,$

т.е. *столбцами матрицы перехода являются*

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

Коэффициенты матрицы перехода определены равенствами

$$s = t_{11}p + t_{21}q = 1p + (-1)q, \quad t = t_{12}p + t_{22}q = (-2)p + 1q,$$

т.е. *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат «нового» базиса* $\boldsymbol{B}$ *в «старом» базисе* $\boldsymbol{Б}$.

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} =$$

Обратную матрицу можно найти

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} =$$

Обратную матрицу можно найти **методом Гаусса** или с помощью **присоединенной матрицы.**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

Обратную матрицу можно найти **методом Гаусса** или с помощью **присоединенной матрицы.**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$[2p + q]_{\mathbf{В}} =$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$[2p + q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p + q]_{\mathbf{Б}},$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$[2p + q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p + q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q - p]_{\mathbf{В}} =$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$[2p + q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p + q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q - p]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[q - p]_{\mathbf{Б}},$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\left([2p+q]_{\mathbf{В}} \right) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} \left([2p+q]_{\mathbf{Б}} \right)$$

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p+q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q-p]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}},$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\left([2p+q]_{\mathbf{В}} \right) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} \left([2p+q]_{\mathbf{Б}} \right)$$

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p+q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q-p]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}},$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}} \quad\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}} \quad\big)$$

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p+q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q-p]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}},$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}} \quad\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}} \quad\big)$$

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p+q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q-p]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}},$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} =$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}} \quad\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}} \quad\big)$$

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p+q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q-p]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}},$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big)$$

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p+q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q-p]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}},$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[2p+q]_{\mathbf{Б}}, \quad [q-p]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}},$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах...**

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & & \\ -3 & & \end{pmatrix}.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & \\ -3 & 0 & \end{pmatrix}.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$[2p + q]_{\mathbf{В}} =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$[2p+q]_{\mathbf{В}} =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$[2p + q]_{\mathbf{В}} =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$[2p + q]_{\mathbf{В}} =$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = \quad (p-q) + \quad (q-2p)]_{\mathbf{В}}$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}}$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \quad (p-q) + \ -(p-q)]_{\mathbf{В}}$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}}$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \quad (p-q) + \ (q-2p)]_{\mathbf{В}}$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = [-3\,(p-q) + 2\,(q-2p)]_{\mathbf{В}}$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = [-3\,(p-q) + 2\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} =$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = [-3\,(p-q) + 2\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [p+$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = [-3\,(p-q) + 2\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q, \quad q - p, \quad p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = [-3\,(p-q) + 2\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

Пример 20. $\mathbf{Б} = \{p, q\}$ *и* $\mathbf{В} = \{s, t\} = \{p - q, q - 2p\}$ — ***базисы*** *лин. пр-ва* U. *Найдите* ***матрицы перехода*** *из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{В}$ *и обратно, и* ***координаты*** *векторов* $2p + q$, $q - p$, $p + q$ *в* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{В}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\big([2p+q]_{\mathbf{В}}[q-p]_{\mathbf{В}}[p+q]_{\mathbf{В}}\big) = \mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\,\big([2p+q]_{\mathbf{Б}}[q-p]_{\mathbf{Б}}[p+q]_{\mathbf{Б}}\big) =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$ Проверим:

$$[2p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} = [-4\,(p-q) + (-3)\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [2p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[q-p]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = [-1\,(p-q) + 0 - (p-q)]_{\mathbf{В}} = [-p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

$$[p+q]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = [-3\,(p-q) + 2\,(q-2p)]_{\mathbf{В}} = [p+q]_{\mathbf{В}}\,.$$

Вернемся к лекции или рассмотрим **пример 21?**

Пример 21. *Пусть U — линейное пространство матриц размерности 2×2. Найдите* ***базис*** *его подпространства*

$$V = \left\{ X \in U \,\middle|\, X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X \right\}. \tag{26}$$

Среди векторов

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

выберите все векторы из V и найдите их ***координаты*** *в построенном вами базисе пространства V.*

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)* *Среди* $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)* *Среди* $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$		

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)* *Среди* $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)* *Среди* $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)* *Среди* $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)* *Среди* $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)* *Среди* $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)* *Среди* $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)
Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*
Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.
Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*
Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.
Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей:

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*
Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.
Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.
Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\quad\right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\quad\right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\quad\right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\quad\right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\quad\right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\quad\right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\quad\right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Возьмем произвольный вектор из U, т.е. представим его моделью.

Здесь модели в виде буквенного идентификатора будет недостаточно.

Представим матрицу из U таблицей: $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Как обычно, естественный базис получим «единицу через параметры».

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b & \\ & \end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\ \end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\quad&\quad\\\quad&\quad\end{pmatrix}$,

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&\\&\end{pmatrix}$,

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\ \end{pmatrix}$,

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&\end{pmatrix}$,

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \;\middle|\; X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix}$,

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix}$,

$\left\{\right.$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix}$,

$\begin{cases}2a+4b=\\ \\ \\ \end{cases}$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix}$,

$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\end{cases}$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix}$,

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=a+2c,\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=a+2c,\\ c+2d=\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=a+2c,\\ c+2d=b+2d.\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=a+2c,\\ c+2d=b+2d.\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=a+2c,\\ c+2d=b+2d.\end{cases}\quad\begin{cases}4b-4c=0,\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=a+2c,\\ c+2d=b+2d.\end{cases}\quad\begin{cases}4b-4c=0,\\ a-4d=0,\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=a+2c,\\ c+2d=b+2d.\end{cases}\quad\begin{cases}4b-4c=0,\\ a-4d=0,\\ -a+4d=0,\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\ a+2b=2b+4d,\\ 2c+4d=a+2c,\\ c+2d=b+2d.\end{cases}\quad\begin{cases}4b-4c=0,\\ a-4d=0,\\ -a+4d=0,\\ -b+c=0.\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix}$,

$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\a+2b=2b+4d,\\2c+4d=a+2c,\\c+2d=b+2d.\end{cases}$ $\begin{cases}4b-4c=0,\\a-4d=0,\\-a+4d=0,\\-b+c=0.\end{cases}$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\ \end{cases}$

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix}$,

$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\a+2b=2b+4d,\\2c+4d=a+2c,\\c+2d=b+2d.\end{cases}$ $\begin{cases}4b-4c=0,\\a-4d=0,\\-a+4d=0,\\-b+c=0.\end{cases}$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix}2a+4b&a+2b\\2c+4d&c+2d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4c&2b+4d\\a+2c&b+2d\end{pmatrix},$$

$$\begin{cases}2a+4b=2a+4c,\\a+2b=2b+4d,\\2c+4d=a+2c,\\c+2d=b+2d.\end{cases}\quad\begin{cases}4b-4c=0,\\a-4d=0,\\-a+4d=0,\\-b+c=0.\end{cases}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\begin{pmatrix}1&\\&\end{pmatrix}$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\begin{pmatrix}1&0\\&\end{pmatrix}$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\begin{pmatrix}1&0&0&\\&&&\end{pmatrix}$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases} a-4d=0,\\ b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\ b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet&\\\bullet&\\&\\&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\ b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet&\\\bullet&\\1&\\0&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&\bullet\\1&\bullet\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&\bullet\\1&\bullet\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases} a-4d=0,\\ b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases} a-4d=0,\\ b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Б$=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\quad\right\}$,

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\quad\right\}$,

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\right\}$,

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\right\}$,

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}&&&&&\\&&&&&\\&&&&&\\&&&&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}&&&&&\\&&&&&\\&&&&&\\&&&&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\&&&&&\\&&&&&\\&&&&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\&&&&&\\&&&&&\\&&&&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\&&&&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{В}$ до базиса $\mathbf{С}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\&&&&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&-4\\&&&&&\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&-4\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&-4\\0&0&0&1&-1&0\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&-4\\0&0&0&1&-1&0\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$,

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\left(\begin{array}{cccccc}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cccccc}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&-4\\0&0&0&1&-1&0\end{array}\right)$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\right\}$.

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&-4\\0&0&0&1&-1&0\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\quad\right\}$.

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&-4\\0&0&0&1&-1&0\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

Дополним $\mathbf{B}$ до базиса $\mathbf{C}$ всего пространства.

$$\begin{pmatrix}0&4&1&0&0&0\\1&0&0&1&0&0\\1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0&1\\0&0&1&0&0&-4\\0&0&0&1&-1&0\end{pmatrix}$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.* (26)

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1\\1&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{С\to Б}}\begin{pmatrix}-1\\2\\2\\-4\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{С\to Б}}\begin{pmatrix}-1\\2\\2\\-4\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{С\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4\\2&1\\2&1\\-4&1\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{С\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4\\2&1\\2&1\\-4&1\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8\\2&1&1\\2&1&1\\-4&1&-2\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8\\2&1&1\\2&1&1\\-4&1&-2\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8\\2&1&1&4\\2&1&1&4\\-4&1&-2&-1\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8\\2&1&1&4\\2&1&1&4\\-4&1&-2&-1\end{pmatrix}=$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U \,\middle|\, X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V \Leftrightarrow \begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=$

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=$

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$,

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$,

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$,

$$\mathbf{T}_{\mathbf{C}\to\mathbf{Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$, $\left[\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}\right]=$

$$\mathbf{T_{С\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2*:* $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$*.(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$*.*

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$, $\left[\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}=$

$$\mathbf{T_{C\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$, $\left[\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$.

$$\mathbf{T_{С\to Б}}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&-4\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&4&-8&-8&-4\\2&1&1&4&4\\2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1&4&4\\-4&1&-2&-1&-2\\15&0&0&-4&4\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}.$$

Вектор принадлежит V, когда ненулевыми могут быть только первые 2 координаты.

Пример 21. *Найдите* ***базис*** $\boldsymbol{B}$ *подпространства* V *лин. пр-ва* U *матриц размерности* 2×2: $V=\left\{X\in U\,\middle|\,X\begin{pmatrix}2&1\\4&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&4\\1&2\end{pmatrix}X\right\}$. *(26)*

Среди $\begin{pmatrix}-1&2\\2&-4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-8&4\\4&-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-4&4\\4&-2\end{pmatrix}$ *выберите все векторы из* V *и найдите их* ***координаты*** *в* $\boldsymbol{B}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{cases}a-4d=0,\\b-c=0.\end{cases}$ $\mathbf{T_{Б\to C}}=\begin{pmatrix}0&4&1&0\\1&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix}$

$\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\right\}$.

$\left[\begin{pmatrix}4&1\\1&1\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$, $\left[\begin{pmatrix}-8&1\\1&-2\end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}=\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}4&0\\0&1\end{pmatrix}\right]$.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$		

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{\quad\quad\}$,

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{\quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{\quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{\quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{\quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{\quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Поэтому представим многочлен выражением $a + bx + cx^2$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{\quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Поэтому представим многочлен выражением $a + bx + cx^2$.

Естественный базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{\quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Поэтому представим многочлен выражением $a + bx + cx^2$.

Естественный базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, \quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Поэтому представим многочлен выражением $a + bx + cx^2$.

Естественный базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, \quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Поэтому представим многочлен выражением $a + bx + cx^2$.

Естественный базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, \quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Поэтому представим многочлен выражением $a + bx + cx^2$.

Естественный базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, \quad\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Поэтому представим многочлен выражением $a + bx + cx^2$.

Естественный базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$,

Для того, чтобы построить естественный базис, возьмем вектор рассматриваемого линейного пространства многочленов степени не выше 2.

Что значит «возьмем вектор»?

Это означает рассмотреть некоторую модель этого вектора.

Буквенного идентификатора (например, $f(x)$) сейчас явно недостаточно.

Поэтому представим многочлен выражением $a + bx + cx^2$.

Естественный базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{В} = \{x^0, x, x^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}})=$

Исходные многочлены разложены по степеням $(x+2)$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{В}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=$

Исходные многочлены разложены по степеням $(x+2)$.

Естественно ввести еще один базис $\mathbf{C}$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{\quad\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}) =$

Исходные многочлены разложены по степеням $(x+2)$.

Естественно ввести еще один базис $\mathbf{C}$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{(x+2)^0, \quad\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}) =$

Исходные многочлены разложены по степеням $(x+2)$.

Естественно ввести еще один базис $\mathbf{C}$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{(x+2)^0, x+2, \quad\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}) =$

Исходные многочлены разложены по степеням $(x+2)$.

Естественно ввести еще один базис $\mathbf{C}$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}) =$

Исходные многочлены разложены по степеням $(x+2)$.

Естественно ввести еще один базис $\mathbf{C}$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$,
$f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,
$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}) =$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...
По **определению матрицы перехода**

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются*

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат*

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{В}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{С}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$=\left([1]_{\mathbf{В}}\ [x+2]_{\mathbf{В}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{В}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{В}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{С}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$=\left([1]_{\mathbf{В}}\ [x+2]_{\mathbf{В}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{В}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{В}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{С}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{С}}=\left([1]_{\mathbf{В}}\ [x+2]_{\mathbf{В}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{В}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{В}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{С}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{С}}=\left([1]_{\mathbf{В}}\ [x+2]_{\mathbf{В}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{В}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\cdot$

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left(\quad\right)^{-1}\left(\quad\right)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right) = \mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right) =$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right) = \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} \cdot \left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right) = \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} =$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\,([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}) =$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = ([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} \cdot ([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} =$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}})=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\cdot$

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}&&\\&&\\&&\end{pmatrix}=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}})=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\cdot$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\ & \\ \ & \\ \ & \end{pmatrix}=$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}})=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\cdot$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\ & \\ \ & \\ \ & \end{pmatrix}=$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{В}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{С}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{С}}=\left([1]_{\mathbf{В}}\ [x+2]_{\mathbf{В}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{В}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}\cdot$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{С}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\ & \ & \ \\ \ & \ & \ \\ \ & \ & \ \end{pmatrix}=$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{В}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{С}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{С}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{С}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{С}}=\left([1]_{\mathbf{В}}\ [x+2]_{\mathbf{В}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{В}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{С}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{В}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{В}\to\mathbf{С}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\ & \ & \ \\ \ & \ & \ \\ \ & \ & \ \end{pmatrix}=$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\cdot$

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\,([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}) =$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = ([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} \cdot ([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix} =$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x) = 1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x) = (x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x) = 1-(x+2)^2$, $f_4(x) = 2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б} = \{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C} = \{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\,([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}) =$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = ([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} \cdot ([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}) = \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$, $(x+2)^2=$
$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}=$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$, $(x+2)^2=x^2+4x+4$.

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2\\0&1\\0&0\end{pmatrix}=$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$, $(x+2)^2=x^2+4x+4$.

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\cdot$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}\ldots$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}})=$

$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\ \\ \ \\ \ \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\ \\ \ \\ \ \end{pmatrix}=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\cdot$

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}$...

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0, x, x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$...

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}})=$

$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1\\1&3\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}&\\&\\&\end{pmatrix}=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}})=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\cdot$

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}$...

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 9\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\ & \ & \ & \ \\ \ & \ & \ & \ \\ \ & \ & \ & \ \end{pmatrix}=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$...

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\ &\ &\ \\\ &\ &\ \\\ &\ &\ \end{pmatrix}=$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}$.

$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}$...

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&&\\-1&&\\2&&\end{pmatrix}=$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 9\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & & \\ -1 & & \\ 2 & & \end{pmatrix}=$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 9\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -3 & & \\ -1 & 1 & & \\ 2 & 1 & & \end{pmatrix}=$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&\\-1&1&\\2&1&\end{pmatrix}=$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 9\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -3 & 1\\ -1 & 1 & 0\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}=$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1\\-1&1&0\\2&1&-1\end{pmatrix}=$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&&&\\8&&&\\2&&&\end{pmatrix}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 9\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -3 & 1 & 2\\ -1 & 1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 1/2\\ 8 & 9/2\\ 2 & 1\end{pmatrix}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1, x+1, x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0, x+2, (x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & -1 & -1\\ 1 & 3 & 9\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -3 & 1 & 2\\ -1 & 1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 1/2 & 0\\ 8 & 9/2 & -4\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 4\\ 0 & 1 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения* $f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$, $f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах**...

По **определению матрицы перехода** *столбцами матрицы перехода являются столбцы координат векторов «нового базиса» в «старом базисе»:*

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\left([1]_{\mathbf{B}}\ [x+2]_{\mathbf{B}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{B}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\cdot\left([1]_{\mathbf{Б}}\ [x+2]_{\mathbf{Б}}\ [(x+2)^2]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}.$$

$$\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}=\mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}}\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&4\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}...$$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7$,

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7$,
$1-(x+2)+2(x+2)^2=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7$,
$1-(x+2)+2(x+2)^2=-x-1+2\left(x^2+4x+4\right)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7$,
$1-(x+2)+2(x+2)^2=-x-1+2\left(x^2+4x+4\right)=2x^2+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7$,
$1-(x+2)+2(x+2)^2=-x-1+2\left(x^2+4x+4\right)=2x^2+7x+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7$,
$1-(x+2)+2(x+2)^2=-x-1+2\left(x^2+4x+4\right)=2x^2+7x+7$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7$,
$1-(x+2)+2(x+2)^2=-x-1+2\left(x^2+4x+4\right)=2x^2+7x+7$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$1-(x+2)+2(x+2)^2=-x-1+2\left(x^2+4x+4\right)=2x^2+7x+7$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.

$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.

$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.

$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.

$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3$,

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:

$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.

$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3$,

$(x+2)-3+(x+2)^2=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3$,
$(x+2)-3+(x+2)^2=x+2-3+(x^2+4x+4)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3$,
$(x+2)-3+(x+2)^2=x+2-3+(x^2+4x+4)=x^2+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3$,
$(x+2)-3+(x+2)^2=x+2-3+(x^2+4x+4)=x^2+5x+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3$,
$(x+2)-3+(x+2)^2=x+2-3+(x^2+4x+4)=x^2+5x+3$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3$,
$(x+2)-3+(x+2)^2=x+2-3+(x^2+4x+4)=x^2+5x+3$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$(x+2)-3+(x+2)^2=x+2-3+(x^2+4x+4)=x^2+5x+3$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)$,

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)$,
$1-(x+2)^2=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)$,
$1-(x+2)^2=1-(x^2+4x+4)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)$,
$1-(x+2)^2=1-(x^2+4x+4)=-x^2+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)$,
$1-(x+2)^2=1-(x^2+4x+4)=-x^2+(-4)x+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)$,
$1-(x+2)^2=1-(x^2+4x+4)=-x^2+(-4)x+(-3)$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)$,
$1-(x+2)^2=1-(x^2+4x+4)=-x^2+(-4)x+(-3)$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$1-(x+2)^2=1-(x^2+4x+4)=-x^2+(-4)x+(-3)$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8$,

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8$,
$2+(x+2)+(x+2)^2=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8$,
$2+(x+2)+(x+2)^2=x+4+(x^2+4x+4)=$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8$,
$2+(x+2)+(x+2)^2=x+4+(x^2+4x+4)=x^2+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8$,
$2+(x+2)+(x+2)^2=x+4+(x^2+4x+4)=x^2+5x+$

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1,x+1,x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8$,
$2+(x+2)+(x+2)^2=x+4+(x^2+4x+4)=x^2+5x+8$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\{x-1,x+1,x^2-1\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{C}=\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\}$,

$$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8$,
$2+(x+2)+(x+2)^2=x+4+(x^2+4x+4)=x^2+5x+8$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8=2+(x-2)+(x+2)^2$.
$2+(x+2)+(x+2)^2=x+4+(x^2+4x+4)=x^2+5x+8$.

Пример 22. *Используя* ***матрицу перехода*** *найти разложения*
$f_1(x)=1-(x+2)+2(x+2)^2$, $f_2(x)=(x+2)-3+(x+2)^2$, $f_3(x)=1-(x+2)^2$,
$f_4(x)=2+(x+2)+(x+2)^2$ *по базису* $\mathbf{Б}=\left\{x-1, x+1, x^2-1\right\}$.

1. Переформулировать задачу в $\mathbb{R}^n$	2. Решить задачу в $\mathbb{R}^n$	3. Интерпретировать рез-ты в U

1.1. Ввести базис. 1.2. Объекты заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.
1.3. Отношения заменить на стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

$\mathbf{B}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$, $\mathbf{C}=\left\{(x+2)^0,x+2,(x+2)^2\right\}$,

$\left([f_1(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{Б}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{Б}}\right)=\mathbf{T}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{C}}\left([f_1(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_2(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_3(x)]_{\mathbf{C}}\ [f_4(x)]_{\mathbf{C}}\right)=$

$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\1&3&9\\0&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&1&2\\-1&1&0&1\\2&1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1/2&0&-2\\8&9/2&-4&7\\2&1&-1&1\end{pmatrix}.$$

Проверим:
$-(x-1)+8(x+1)+2(x^2-1)=-x+1+8x+8+2x^2-2=2x^2+7x+7=1-(x+2)+2(x+2)^2$.
$\frac{1}{2}(x-1)+\frac{9}{2}(x+1)+(x^2-1)=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}+\frac{9x}{2}+\frac{9}{2}+x^2-1=x^2+5x+3=(x+2)-3+(x+2)^2$.
$-4(x+1)-(x^2-1)=-4x-4-x^2+1=-x^2+(-4)x+(-3)=1-(x+2)^2$.
$-2(x-1)+7(x+1)+(x^2-1)=-2x+2+7x+7+x^2-1=x^2+5x+8=2+(x-2)+(x+2)^2$.

Вернёмся к лекции?

Задания для самостоятельного выполнения

Задача XIII.1. (Ответ приведен на стр.5445.) На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Задача XIII.2. (Ответ приведен на стр.5473.) Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Задача XIV.3. (Ответ приведен на стр.5609.) Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Задача XIV.4. (Ответ приведен на стр.5613.) Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Задача XIV.5. (Ответ приведен на стр.5617.) Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Задача XIV.6. (Ответ приведен на стр.5632.) Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц

$$\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Задача XV.7. (Ответ приведен на стр.5645.) Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача XV.8. (Ответ приведен на стр.5651.) Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача XVI.9. (Ответ приведен на стр.5657.) Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Задача XVI.10. (Ответ приведен на стр.5665.) Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Задача XVI.11. (Ответ приведен на стр.5673.) На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Задача XVII.12. (Ответ приведен на стр.5710.) Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах

Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах

Б' $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах

В $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача XVII.13. (Ответ приведен на стр.5722.) Найдите **координаты** многочлена $\left(x^2 - x\right)$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x - 1, x^2 - 1\right\}$.

Задача XVIII.14. (Ответ приведен на стр.5732.) Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Задача XVIII.15. (Ответ приведен на стр.5746.) Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Задача XIX.16. (Ответ приведен на стр.5786.) Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Задача XIX.17. (Ответ приведен на стр.5809.) Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Задача XIX.18. (Ответ приведен на стр.5815.) Пусть $X = \left\langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \right\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Задача XIX.19. (Ответ приведен на стр.5844.) Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Задача XIX.20. (Ответ приведен на стр.5848.) Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Задача XIX.21. (Ответ приведен на стр.5884.) В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Задача XIX.22. (Ответ приведен на стр.5905.) В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Задача XIX.23. (Ответ приведен на стр.5928.) В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Задача XX.24. (Ответ приведен на стр.5946.) Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \mid \ldots \right\}$.

Задача XX.25. (Ответ приведен на стр.5955.) Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q=\left\{\ldots \;\middle|\; \ldots\right\}$.

Задача XX.26. (Ответ приведен на стр.5966.) Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \;\middle|\; \begin{cases} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{cases} \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Задача XXI.27. (Ответ приведен на стр.5970.) **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Задача XXI.28. (Ответ приведен на стр.5982.) Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Задача XXI.29. (Ответ приведен на стр.5997.) Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q}<\mathcal{P}_3(x,y)$, где $p(x,y)\in\mathcal{Q} \Leftrightarrow \dfrac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\dfrac{\partial}{\partial x}p(x,x^2)$.

Задача XXI.30. (Ответ приведен на стр.6023.) В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Задача XXII.31. (Ответ приведен на стр.6057.) Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\text{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\text{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\text{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\text{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\text{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\text{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\text{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\text{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Задача XXII.32. (Ответ приведен на стр.6070.) Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$.

Задача XXII.33. (Ответ приведен на стр.6103.) Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Пример 23. *Докажите, что формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *на* ***линейном пространстве*** $U = S_{2\times 2}$ ***симметричных матриц*** *размерности* 2×2 *с вещественными коэффициентами, где* tr — ***след матрицы***, $\bullet^t$ — ***транспонирование*** *матрицы.*

Решение.

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X, Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Надо проверить, что введенное скалярное произведение удовлетворяет аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**.

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X, Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Надо проверить, что введенное скалярное произведение удовлетворяет аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**.

Выполнение **первой** и **второй аксиом**

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X, Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Надо проверить, что введенное скалярное произведение удовлетворяет аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**.

Выполнение **первой** $(X, Y) = (Y, X)$ и **второй аксиом**

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Надо проверить, что введенное скалярное произведение удовлетворяет аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**.

Выполнение **первой** $(X,Y) = (Y,X)$ и **второй аксиом** $(\lambda X + \mu Y, Z) = \lambda(X,Z) + \mu(Y,Z)$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Надо проверить, что введенное скалярное произведение удовлетворяет аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**.

Выполнение **первой** $(X,Y) = (Y,X)$ и **второй аксиом** $(\lambda X + \mu Y, Z) = \lambda(X,Z) + \mu(Y,Z)$ следует из

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Надо проверить, что введенное скалярное произведение удовлетворяет аксиомам скалярного произведения в **евклидовом пространстве**.

Выполнение **первой** $(X,Y) = (Y,X)$ и **второй аксиом** $(\lambda X + \mu Y, Z) = \lambda(X,Z) + \mu(Y,Z)$ следует из свойств операций транспонирования матриц и умножения матриц.

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**:

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$,

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X, Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X, X) \geqslant 0$, причем

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$a(a-b)+b(-a+3b) =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$a(a-b)+b(-a+3b) = a^2-2ab+3b^2,$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$a(a-b)+b(-a+3b) = a^2-2ab+3b^2, \quad b(a-b)+c(-a+3b) =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$a(a-b)+b(-a+3b) = a^2-2ab+3b^2, \quad b(a-b)+c(-a+3b) = ab-b^2-ac+3bc,$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$a(a-b)+b(-a+3b) = a^2-2ab+3b^2$, $\quad b(a-b)+c(-a+3b) = ab-b^2-ac+3bc$,

$a(b-c)+b(-b+3c) =$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$a(a-b)+b(-a+3b) = a^2-2ab+3b^2$, $\quad b(a-b)+c(-a+3b) = ab-b^2-ac+3bc$,

$a(b-c)+b(-b+3c) = ab-b^2-ac+3bc$,

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$a(a-b)+b(-a+3b) = a^2-2ab+3b^2$, $\quad b(a-b)+c(-a+3b) = ab-b^2-ac+3bc$,

$a(b-c)+b(-b+3c) = ab-b^2-ac+3bc$, $\quad b(b-c)+c(-b+3c) =$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a(a-b)+b(-a+3b) & b(a-b)+c(-a+3b) \\ a(b-c)+b(-b+3c) & b(b-c)+c(-b+3c) \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$a(a-b)+b(-a+3b) = a^2-2ab+3b^2$, $\quad b(a-b)+c(-a+3b) = ab-b^2-ac+3bc$,

$a(b-c)+b(-b+3c) = ab-b^2-ac+3bc$, $\quad b(b-c)+c(-b+3c) = b^2-2bc+3c^2$.

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a^2-2ab+3b^2 & ab-b^2-ac+3bc \\ ab-b^2-ac+3bc & b^2-2bc+3c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$a(a-b)+b(-a+3b) = a^2-2ab+3b^2$, $\quad b(a-b)+c(-a+3b) = ab-b^2-ac+3bc$,

$a(b-c)+b(-b+3c) = ab-b^2-ac+3bc$, $\quad b(b-c)+c(-b+3c) = b^2-2bc+3c^2$.

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a^2-2ab+3b^2 & ab-b^2-ac+3bc \\ ab-b^2-ac+3bc & b^2-2bc+3c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a^2-2ab+3b^2 & ab-b^2-ac+3bc \\ ab-b^2-ac+3bc & b^2-2bc+3c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a^2-2ab+3b^2 & ab-b^2-ac+3bc \\ ab-b^2-ac+3bc & b^2-2bc+3c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} a^2+b^2-2ac+6bc \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a^2-2ab+3b^2 & ab-b^2-ac+3bc \\ ab-b^2-ac+3bc & b^2-2bc+3c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} a^2+b^2-2ac+6bc & ab+b^2-ac-bc+6c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$= a^2+3b^2+12c^2+2ab-4ac+4bc+a^2+2b^2+c^2 =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a-b & -a+3b \\ b-c & -b+3c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\begin{pmatrix} a^2+b^2 & ab+bc \\ ab+bc & b^2+c^2 \end{pmatrix} =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a^2-2ab+3b^2 & ab-b^2-ac+3bc \\ ab-b^2-ac+3bc & b^2-2bc+3c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$= \det\left(\begin{pmatrix} a^2+b^2-2ac+6bc & ab+b^2-ac-bc+6c^2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + a^2+2b^2+c^2 =$$

$$= a^2+3b^2+12c^2+2ab-4ac+4bc+a^2+2b^2+c^2 =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

Выделим полный квадрат с переменной a...

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2 + 5b^2 + 13c^2 + 2ab - 4ac + 4bc + a^2 =$$

$$= 2a^2 + 2ab - 4ac + 5b^2 + 13c^2 + 4bc =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= 2a^2+2ab-4ac+5b^2+13c^2+4bc = 2\left(a^2+2a\frac{b}{2}-2ac\right)+5b^2+13c^2+4bc =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2 + 5b^2 + 13c^2 + 2ab - 4ac + 4bc + a^2 =$$

$$= 2a^2 + 2ab - 4ac + 5b^2 + 13c^2 + 4bc = 2\left(a^2 + 2a\frac{b}{2} - 2ac\right) + 5b^2 + 13c^2 + 4bc =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2 + 5b^2 + 13c^2 + 2ab - 4ac + 4bc + a^2 =$$

$$= 2a^2 + 2ab - 4ac + 5b^2 + 13c^2 + 4bc = 2\left(a^2 + 2a\frac{b}{2} - 2ac\right) + 5b^2 + 13c^2 + 4bc =$$

$$\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= 2a^2+2ab-4ac+5b^2+13c^2+4bc = 2\left(a^2+2a\frac{b}{2}-2ac\right)+5b^2+13c^2+4bc =$$

$$\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2 = a^2+2a\frac{b}{2}-2ac+\frac{b^2}{4}-bc+c^2.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= 2a^2+2ab-4ac+5b^2+13c^2+4bc = 2\left(a^2+2a\frac{b}{2}-2ac\right)+5b^2+13c^2+4bc =$$

$$\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2 = a^2+2a\frac{b}{2}-2ac+\frac{b^2}{4}-bc+c^2.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2 + 5b^2 + 13c^2 + 2ab - 4ac + 4bc + a^2 =$$

$$= 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 +$$

$$= 2a^2 + 2ab - 4ac + 5b^2 + 13c^2 + 4bc = 2\left(a^2 + 2a\frac{b}{2} - 2ac\right) + 5b^2 + 13c^2 + 4bc =$$

$$\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 = a^2 + 2a\frac{b}{2} - 2ac + \frac{b^2}{4} - bc + c^2.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{9b^2}{2}+6bc+11c^2 =$$

$$= 2a^2+2ab-4ac+5b^2+13c^2+4bc = 2\left(a^2+2a\frac{b}{2}-2ac\right)+5b^2+13c^2+4bc =$$

$$\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2 = a^2+2a\frac{b}{2}-2ac+\frac{b^2}{4}-bc+c^2.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{9b^2}{2}+6bc+11c^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{1}{2}\left(9b^2+12bc\right)+11c^2 =$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{9b^2}{2}+6bc+11c^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{1}{2}\left(9b^2+12bc\right)+11c^2 = 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{1}{2}\left(3b+\quad\right)^2+$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{9b^2}{2}+6bc+11c^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{1}{2}\left(9b^2+12bc\right)+11c^2 = 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{1}{2}\left(3b+2c\right)^2+$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2a^2+5b^2+13c^2+2ab-4ac+4bc+a^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{9b^2}{2}+6bc+11c^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{1}{2}\left(9b^2+12bc\right)+11c^2 = 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2+\frac{1}{2}\left(3b+2c\right)^2+9c^2.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b+2c)^2 + 9c^2.$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2 + \frac{9b^2}{2} + 6bc + 11c^2 =$$

$$= 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2 + \frac{1}{2}\left(9b^2+12bc\right) + 11c^2 = 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b+2c)^2 + 9c^2.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых.

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} \end{cases}$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases}$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \frac{b}{2} - c = 0, \\ \end{cases}$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} - c = 0, \\ \end{cases}$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} - c = 0, \\ 3b + 2c = 0, \end{cases}$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} - c = 0, \\ 3b + 2c = 0, \end{cases}$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} - c = 0, \\ 3b + 2c = 0, \\ c = 0, \end{cases}$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X)\geqslant 0$, причем $(X,X)=0 \Leftrightarrow X=\mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a+\frac{b}{2}-c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b+2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a+\dfrac{b}{2}-c=0, \\ 3b+2c=0, \\ c=0, \end{cases}$$ откуда

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} - c = 0, \\ 3b + 2c = 0, \\ c = 0, \end{cases} \quad \text{откуда} \quad = c = 0.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} - c = 0, \\ 3b + 2c = 0, \\ c = 0, \end{cases} \quad \text{откуда} \quad = b = c = 0.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} - c = 0, \\ 3b + 2c = 0, \\ c = 0, \end{cases} \quad \text{откуда } a = b = c = 0.$$

Пример 23. *Докажите, что на* $U = S_{2\times 2}$ *формулой*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

определено ***скалярное произведение*** *евклидова пространства.*

Решение. Осталось проверить **положительную определенность**: $(X,X) \geqslant 0$, причем $(X,X) = 0 \Leftrightarrow X = \mathbf{0}$.

$$\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) +$$

$$+ \operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right) = 2\left(a + \frac{b}{2} - c\right)^2 + \frac{1}{2}(3b + 2c)^2 + 9c^2.$$

Последнее выражение неотрицательно, т.к. состоит из трех неотрицательных слагаемых. Более того, оно равно 0 только при

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} - c = 0, \\ 3b + 2c = 0, \\ c = 0, \end{cases}$$

откуда $a = b = c = 0$. **Вернемся к лекции?**

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \tag{27}$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & \\ & \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ & \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \qquad \right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}; \qquad \right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}; \qquad \right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}; \qquad \right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\qquad\qquad\right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix};\quad\right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix};\quad\right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\quad\right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\quad\right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right\}$.

Требование задачи некорректно, поскольку не указано, какому базису должна соответствовать искомая **матрица Грама**.

Значит, базис мы можем выбрать сами.

Симметричная матрица не меняется при транспонировании, поэтому имеет вид $\begin{pmatrix}a & b\\ b & c\end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единички через параметры» получаем «естественный базис».

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}&&\\&&\\&&\end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $\mathbf{Г_Б} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{11} =$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y)\qquad(27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}\blacksquare&&\\&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}&&\\&&\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}&&\\&&\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}\blacksquare&&\\&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}\blacksquare&&\\&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}\blacksquare&&\\&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}=\det(1)+$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}\blacksquare&&\\&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}=\det(1)+(1+0)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}\blacksquare&&\\&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}=\det(1)+(1+0)=2.$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&&\\&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}=\det(1)+(1+0)=2.$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & \\ & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{12}=\gamma_{21}=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}2 & \\ & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & \blacksquare\\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & \blacksquare\\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}2 & \blacksquare & \\ \blacksquare & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & \blacksquare\\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\ & \ \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}\ & \ \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&\blacksquare\\\blacksquare&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&\blacksquare\\\blacksquare&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y)\qquad(27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&\blacksquare&\\\blacksquare&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\det(-1+2)+$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&\blacksquare&\\\blacksquare&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\det(-1+2)+(0+0)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&\blacksquare\\\blacksquare&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\det(-1+2)+(0+0)=1.$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1\\1&\\&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1&1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\det(-1+2)+(0+0)=1.$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & \\ 1 & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{13}=\gamma_{31}=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & \\ 1 & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & \\ 1 & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&\\1&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y)\qquad(27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&\\1&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\quad&\quad\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}\quad&\quad\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & \\ 1 & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2&1&\\1&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&\blacksquare\\1&&\\\blacksquare&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&-1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y)\qquad(27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&\\1&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&-1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=\det(-2)+$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y)\qquad(27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&\\1&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&-1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=\det(-2)+(0+0)=$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&\\1&&\\&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&-1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=\det(-2)+(0+0)=-2.$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&&\\-2&&\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&-1\\0&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=\det(-2)+(0+0)=-2.$$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & \blacksquare & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & \blacksquare & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & \blacksquare & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=\left(\begin{pmatrix}\\ \end{pmatrix},\begin{pmatrix}\\ \end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & \blacksquare & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=\left(\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix},\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & \blacksquare & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & \blacksquare & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & \blacksquare & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=\ldots=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & \blacksquare & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=\ldots=5.$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{22}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)=\ldots=5.$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=\left(\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \tag{27}$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=\left(\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=\ldots=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & \\ -2 & & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=\ldots=2.$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{23}=\gamma_{32}=\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=\ldots=2.$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=\left(\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=\left(\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=\left(\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \square\end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=\left(\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\ & \ \\ \ & \ \end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23.***

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=\left(\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \blacksquare\end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=\left(\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=\ldots=$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & \blacksquare\end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=\left(\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=\ldots=13.$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & 13\end{pmatrix}$.

$\gamma_{33}=\left(\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=\ldots=13.$

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \tag{27}$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right\}$. $\mathbf{Г_Б}=\begin{pmatrix}2 & 1 & -2\\ 1 & 5 & 2\\ -2 & 2 & 13\end{pmatrix}$.

Матрица Грама найдена.

Пример 24. *Найдите* ***матрицу Грама,*** *если*

$$(X,Y) = \det\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot Y^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) + \operatorname{tr}(X^t \cdot Y) \qquad (27)$$

— ***скалярное произведение*** *на* $S_{2\times 2}$ *из* ***примера 23****.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $\mathbf{Г_Б} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 13 \end{pmatrix}$.

Матрица Грама найдена.

Вернуться к лекции?

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\right)$.

Решение.

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. Матрицу Грама мы **нашли**:

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\square\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\square^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\square^t\cdot\square\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\\\\\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}\\\\\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}-1&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}-1&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=9+$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}-1&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=9+(1+1)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}-1&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=9+(1+1)=11.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}-1&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=9+(1+1)=11.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$\left[\quad\right]^t_{\mathbf{Б}}\,\mathbf{\Gamma_Б}\left[\quad\right]_{\mathbf{Б}}=$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\quad\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&3&11\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&3&11\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=11.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&3&11\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=11.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=11.$$

$$\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&3&11\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=11.$$

Результаты совпали!

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\square\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\square^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\square^t\cdot\square\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\square^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\square\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\qquad\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\qquad\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\quad\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&5&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\text{Б}}^t\Gamma_{\text{Б}}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&5&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=3.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&5&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=3.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=3.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&5&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=3.$$

Результаты совпали!

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\square\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\square^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\square^t\cdot\square\right)=$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\square^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\square\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\qquad\right]^t_{\mathbf{Б}}\,\mathbf{\Gamma_Б}\left[\qquad\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\quad\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\qquad$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=6.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=6.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)=6.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=6.$$

Результаты совпали!

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}(X^t\cdot Y) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\square\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\square^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\square^t\cdot\square\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\square^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\square\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\text{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\quad\right]_{\mathbf{Б}}^t\,\mathbf{\Gamma_Б}\left[\quad\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\quad\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\qquad\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right)\qquad(27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=22.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=22.$$

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=22.$$

Результаты совпали!

Пример 25. *В* ***примере 23*** *со* ***скалярным произведением***

$$(X,Y)=\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot Y^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(X^t\cdot Y\right) \qquad (27)$$

найдите по определению и ***с помощью матрицы Грама*** *скалярные произведения* $\left(\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$,

$\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\right)$, $\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)$.

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $\mathbf{\Gamma_Б}=\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}$.

$$\det\left(\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&-1\\-1&3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right)+\operatorname{tr}\left(\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}^t\cdot\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right)=22.$$

$$\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}^t\mathbf{\Gamma_Б}\left[\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&1&-2\\1&5&2\\-2&2&13\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&7&15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=22.$$

Результаты совпали! **Вернемся к лекции?**

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f, g) = \int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f, g) = \int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Обозначим через **Б** естественный базис пространства многочленов степени не выше 2, т.е. многочленов вида

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Обозначим через **Б** естественный базис пространства многочленов степени не выше 2, т.е. многочленов вида $a+bx+cx^2$: $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$.

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$.

Найдем e_2 в виде $e_2=x+\alpha_{21}e_1=x+\alpha_{21}x^0$. Можно сразу воспользоваться формулой для коэффициентов, но мы повторим ее вывод.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$.

По выбору вектора e_2 имеем

$$0=(e_2,e_1)=$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$.

По выбору вектора e_2 имеем

$$0=(e_2,e_1)=\left(x+\alpha_{21}x^0,x^0\right)=$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$.

По выбору вектора e_2 имеем

$$0=(e_2,e_1)=\left(x+\alpha_{21}x^0,x^0\right)=\left(x,x^0\right)+\alpha_{21}\left(x^0,x^0\right),$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства U всех многочленов степени не выше 2 с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$.

По выбору вектора e_2 имеем

$$0=(e_2,e_1)=\left(x+\alpha_{21}x^0,x^0\right)=\left(x,x^0\right)+\alpha_{21}\left(x^0,x^0\right),$$

откуда $\alpha_{21}=-\dfrac{\left(x,x^0\right)}{\left(x^0,x^0\right)}$.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Первый способ: по определению. Имеем

$$(x,x^0)=$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Первый способ: по определению. Имеем

$$(x,x^0)=\int\limits_0^1 x\cdot x^0dx=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства U всех многочленов степени не выше 2 с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0,\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{\left(x,x^0\right)}{\left(x^0,x^0\right)}$.

Первый способ: по определению. Имеем

$$\left(x,x^0\right)=\int\limits_0^1 x\cdot x^0dx=\frac{1}{2},$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0,\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{\left(x,x^0\right)}{\left(x^0,x^0\right)}$.

Первый способ: по определению. Имеем

$$\left(x,x^0\right)=\int\limits_0^1 x\cdot x^0dx=\frac{1}{2},\quad \left(x^0,x^0\right)=$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Первый способ: по определению. Имеем

$$(x,x^0)=\int\limits_0^1 x\cdot x^0dx=\frac{1}{2},\quad (x^0,x^0)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x^0dx=1.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Первый способ: по определению. Имеем

$$(x,x^0)=\int\limits_0^1 x\cdot x^0dx=\frac{1}{2},\qquad (x^0,x^0)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x^0dx=1.$$

$$e_2=x+\frac{1/2}{}x^0.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Первый способ: по определению. Имеем

$$(x,x^0)=\int\limits_0^1 x\cdot x^0dx=\frac{1}{2},\qquad (x^0,x^0)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x^0dx=1.$$

$$e_2=x+\frac{1/2}{1}x^0.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Первый способ: по определению. Имеем

$$(x,x^0)=\int\limits_0^1 x\cdot x^0dx=\frac{1}{2},\qquad (x^0,x^0)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x^0dx=1.$$

$$e_2=x+\frac{1/2}{1}x^0.$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама. Обычно вычисление с помощью матрицы Грама является более легким и быстрым, чем вычисление по определению. Но, к сожалению, саму **матрицу Грама** еще надо вычислить. Однако, «игра стоит свеч», и затраты на ее вычисление «окупятся», так как нам придется много раз вычислять скалярное произведение в рамках рассматриваемой задачи (предстоит еще вычислить e_3 и нормировать векторы).

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}\gamma_{11}&\gamma_{12}&\gamma_{13}\\ \gamma_{21}&\gamma_{22}&\gamma_{23}\\ \gamma_{31}&\gamma_{32}&\gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{11}=(x^0,x^0)=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}\gamma_{11}&\gamma_{12}&\gamma_{13}\\ \gamma_{21}&\gamma_{22}&\gamma_{23}\\ \gamma_{31}&\gamma_{32}&\gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{11}=(x^0,x^0)=\int\limits_0^1 (x^0)^2\,dx=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}\gamma_{11}&\gamma_{12}&\gamma_{13}\\ \gamma_{21}&\gamma_{22}&\gamma_{23}\\ \gamma_{31}&\gamma_{32}&\gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{11}=(x^0,x^0)=\int\limits_0^1 (x^0)^2\,dx=1.$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{11}=(x^0,x^0)=\int\limits_0^1 (x^0)^2\,dx=1.$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$\gamma_{12}=\gamma_{21}=$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=(x^0,x)=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=(x^0,x)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x\,dx=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=(x^0,x)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x\,dx=1/2.$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & \gamma_{13}\\ 1/2 & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=(x^0,x)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x\,dx=1/2.$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1/2 & \gamma_{13}\\ 1/2 & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$\gamma_{13}=\gamma_{31}=$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & \gamma_{13} \\ 1/2 & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix}$:

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=(x^0,x^2)=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства U всех многочленов степени не выше 2 с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1/2 & \gamma_{13}\\ 1/2 & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$:

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=(x^0,x^2)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x^2dx=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & \gamma_{13} \\ 1/2 & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix}$:

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=(x^0,x^2)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x^2dx=1/3.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ 1/3 & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix}$:

$$\gamma_{13}=\gamma_{31}=(x^0,x^2)=\int\limits_0^1 x^0\cdot x^2dx=1/3.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1/2 & 1/3\\ 1/2 & \gamma_{22} & \gamma_{23}\\ 1/3 & \gamma_{32} & \gamma_{33}\end{pmatrix}$: Продолжая в том же духе (все эти вычисления легко проделать в уме), получаем

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix}$.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1/2 & 1/3\\ 1/2 & 1/3 & 1/4\\ 1/3 & 1/4 & 1/5\end{pmatrix}$. Таким образом,

$$(x,x^0)=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1/2 & 1/3\\ 1/2 & 1/3 & 1/4\\ 1/3 & 1/4 & 1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=1/2.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1/2 & 1/3\\ 1/2 & 1/3 & 1/4\\ 1/3 & 1/4 & 1/5\end{pmatrix}$. Таким образом, $(x,x^0)=1/2$.

И из умножения матриц «на макроуровне», и по определению матрицы Грама, получаем, что этот элемент равен γ_{12}. Но это просто более-менее случайный «подарок судьбы».

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Второй способ: с помощью матрицы Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3\\ 1/2 & 1/3 & 1/4\\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix}$. Таким образом, $(x,x^0)=1/2$.

Кроме того в данном случае щедрая судьба отвесила нам еще один подарочек: $(x^0,x^0)=\gamma_{11}=1$.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0$, $\quad e_2=x+\alpha_{21}x^0$, $\quad$ где $\alpha_{21}=-\dfrac{(x,x^0)}{(x^0,x^0)}$.

Таким образом, и этим, и другим способом получили $\alpha_{21}=-1/2$, откуда $e_2=x-\dfrac{1}{2}$.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2}$,
$e_3=\ldots$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2},\quad e_3=\ldots$

Осторожно! В этом месте обычно делают «стандартную ошибку». Обратите внимание, мы ищем e_3 не в виде $x^2+\alpha_{31}x^0+\alpha_{32}x$, а в виде $e_3=x^2+\alpha_{31}e_1+\alpha_{32}e_2$.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2},$

$e_3=x^2+\alpha_{31}e_1+\alpha_{32}e_2=x^2+\alpha_{31}x^0+\alpha_{32}\left(x-\frac{1}{2}\right).$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2}$,

$e_3=x^2+\alpha_{31}e_1+\alpha_{32}e_2=x^2+\alpha_{31}x^0+\alpha_{32}\left(x-\frac{1}{2}\right)$. Имеем

$$\alpha_{31}=-\frac{\left(x^2,e_1\right)}{(e_1,e_1)}=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2}$,

$e_3=x^2+\alpha_{31}e_1+\alpha_{32}e_2=x^2+\alpha_{31}x^0+\alpha_{32}\left(x-\frac{1}{2}\right)$. Имеем

$$\alpha_{31}=-\frac{\left(x^2,e_1\right)}{(e_1,e_1)}=-\frac{\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1/2&1/3\\1/2&1/3&1/4\\1/3&1/4&1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1/2&1/3\\1/2&1/3&1/4\\1/3&1/4&1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}}=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2}$,

$e_3=x^2+\alpha_{31}e_1+\alpha_{32}e_2=x^2+\alpha_{31}x^0+\alpha_{32}\left(x-\frac{1}{2}\right)$. Имеем

$$\alpha_{31}=-\frac{\left(x^2,e_1\right)}{(e_1,e_1)}=-\frac{\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1/2&1/3\\1/2&1/3&1/4\\1/3&1/4&1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1/2&1/3\\1/2&1/3&1/4\\1/3&1/4&1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}}=-1/3,$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2}$,

$e_3=x^2+\alpha_{31}e_1+\alpha_{32}e_2=x^2-\dfrac{1}{3}x^0+\alpha_{32}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$. Имеем

$$\alpha_{31}=-\frac{(x^2,e_1)}{(e_1,e_1)}=-\frac{\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1/2&1/3\\1/2&1/3&1/4\\1/3&1/4&1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1/2&1/3\\1/2&1/3&1/4\\1/3&1/4&1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}}=-1/3,$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2},\quad e_3=x^2-\dfrac{1}{3}x^0+\alpha_{32}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$.

$$\alpha_{32}=-\frac{(x^2,e_2)}{(e_2,e_2)}=$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2},\quad e_3=x^2-\dfrac{1}{3}x^0+\alpha_{32}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$.

$$\alpha_{32}=-\frac{(x^2,e_2)}{(e_2,e_2)}=-\frac{\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1/2&1/3\\1/2&1/3&1/4\\1/3&1/4&1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1/2\\1\\0\end{pmatrix}}{\begin{pmatrix}-1/2&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1/2&1/3\\1/2&1/3&1/4\\1/3&1/4&1/5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1/2\\1\\0\end{pmatrix}}=$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2},\quad e_3=x^2-\dfrac{1}{3}x^0+\alpha_{32}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$.

$$\alpha_{32}=-\frac{(x^2,e_2)}{(e_2,e_2)}=-\frac{-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}}{1/12}=$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2},\quad e_3=x^2-\dfrac{1}{3}x^0+\alpha_{32}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$.

$$\alpha_{32}=-\frac{(x^2,e_2)}{(e_2,e_2)}=-\frac{-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}}{1/12}=-1.$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2},\quad e_3=x^2-\dfrac{1}{3}x^0+(-1)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$.

$$\alpha_{32}=-\frac{(x^2,e_2)}{(e_2,e_2)}=-\frac{-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}}{1/12}=-1.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализуем базис $\mathbf{Б}=\left\{x^0,x,x^2\right\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта**, потом нормируем полученный базис.

Положим $e_1=x^0,\quad e_2=x-\dfrac{1}{2},\quad e_3=x^2-\dfrac{1}{3}x^0+(-1)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=$

$=x^2-x+\dfrac{1}{6}$.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализацией естественного базиса $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта** получили ортогональный базис

$$\mathbf{Б'}=\{e_1;\ e_2;\ e_3\}=\left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\}.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализацией естественного базиса $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта** получили ортогональный базис

$$\mathbf{Б'}=\{e_1;\ e_2;\ e_3\}=\left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\}.$$

Проверим ортогональность:

$$(e_1,e_2)=\int\limits_0^1 x^0\left(x-\frac{1}{2}\right)dx=0.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализацией естественного базиса $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта** получили ортогональный базис

$$\mathbf{Б'}=\{e_1;\ e_2;\ e_3\}=\left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\}.$$

Следующее скалярное произведение также легче вычислить по определению, без матрицы Грама:

$$(e_1,e_3)=\int\limits_0^1 x^0\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)dx=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=0.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализацией естественного базиса $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта** получили ортогональный базис

$$\mathbf{Б'}=\{e_1;\ e_2;\ e_3\}=\left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\}.$$

А следующее скалярное произведение легче вычислить с помощью матрицы Грама:

$$(e_2,e_3)=\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{6} \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}=$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Ортогонализацией естественного базиса $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$ с помощью **процесса Грама-Шмидта** получили ортогональный базис

$$\mathbf{Б'}=\{e_1;\ e_2;\ e_3\}=\left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\}.$$

А следующее скалярное произведение легче вычислить с помощью матрицы Грама:

$$(e_2,e_3)=\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{12} & \frac{1}{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{1}{6}\\ 1\\ 1\end{pmatrix}=0.$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Итак, проверено, что $\text{Б'}=\{e_1;\ e_2;\ e_3\}=\left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\}$ — *ортогональный* базис. Осталось его нормировать: $e_i'=\dfrac{1}{\sqrt{(e_i,e_i)}}e_i$. Вычислим скалярные произведения более удобным в каждом случае образом:

$$(e_1,e_1)=\int\limits_0^1 x^0x^0dx=1,$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ \frac{1}{\sqrt{(e_2,e_2)}}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{(e_3,e_3)}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_2,e_2) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ \frac{1}{\sqrt{(e_2,e_2)}}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{(e_3,e_3)}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_2,e_2) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{12} & \frac{1}{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\\ 1\\ 0\end{pmatrix} =$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ \frac{1}{\sqrt{(e_2,e_2)}}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{(e_3,e_3)}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_2,e_2) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{12} & \frac{1}{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\\ 1\\ 0\end{pmatrix} = \frac{1}{12}.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ \frac{1}{\sqrt{1/12}}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{(e_3,e_3)}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_2,e_2) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{12} & \frac{1}{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\\ 1\\ 0\end{pmatrix} = \frac{1}{12}.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ 2\sqrt{3}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{(e_3,e_3)}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_2,e_2) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{12} & \frac{1}{12}\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\\ 1\\ 0\end{pmatrix} = \frac{1}{12}.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ 2\sqrt{3}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{(e_3,e_3)}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_3,e_3) = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{6} \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ 2\sqrt{3}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{(e_3,e_3)}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_3,e_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{180}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{6}\\ -1\\ 1\end{pmatrix} =$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ 2\sqrt{3}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{(e_3,e_3)}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_3,e_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{180}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{6}\\ -1\\ 1\end{pmatrix} = \frac{1}{180}.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ 2\sqrt{3}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ \frac{1}{\sqrt{1/180}}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_3,e_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{180}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{6}\\ -1\\ 1\end{pmatrix} = \frac{1}{180}.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Имеем

$$\text{Б'} = \{e_1;\ e_2;\ e_3\} = \left\{x^0;\ x-\frac{1}{2};\ x^2-x+\frac{1}{6}\right\},\quad \text{Б''} = \{e_1';\ e_2';\ e_3'\} =$$

$$= \left\{x^0;\ 2\sqrt{3}\left(x-\frac{1}{2}\right);\ 6\sqrt{5}\left(x^2-x+\frac{1}{6}\right)\right\}.$$

$$(e_3,e_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{180}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{6}\\ -1\\ 1\end{pmatrix} = \frac{1}{180}.$$

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Следовательно, мы нашли один из ортонормированных базисов этого евклидова пространства:

$$\left\{x^0,\ \sqrt{3}(2x-1),\ \sqrt{5}\left(6x^2-6x+1\right)\right\}.$$

Пример 26. *Найти* ***ОНБ*** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Следовательно, мы нашли один из ортонормированных базисов этого евклидова пространства:

$$\left\{x^0,\ \sqrt{3}(2x-1),\ \sqrt{5}\left(6x^2-6x+1\right)\right\}.$$

Задача решена.

Пример 26. *Найти* **ОНБ** *евклидова пространства* U *всех многочленов степени не выше* 2 *с вещественными коэффициентами со скалярным произведением* $(f,g)=\int\limits_0^1 f(x)g(x)\,dx$.

Решение. Следовательно, мы нашли один из ортонормированных базисов этого евклидова пространства:

$$\left\{x^0,\ \sqrt{3}(2x-1),\ \sqrt{5}\left(6x^2-6x+1\right)\right\}.$$

Задача решена.

Вернемся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Сначала зададим подпространство V стандартным образом:

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Сначала зададим подпространство V стандартным образом: системой линейных уравнений и с помощью базиса.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Сначала зададим подпространство V стандартным образом: системой линейных уравнений и с помощью базиса.

Что надо найти?

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Сначала зададим подпространство V стандартным образом: системой линейных уравнений и с помощью базиса.

Что надо найти? Подпространство V.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Сначала зададим подпространство V стандартным образом: системой линейных уравнений и с помощью базиса.

Что надо найти? Подпространство V.

В каком виде запишем ответ?

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству V всех таких многочленов из U, что $f(-1) = f(1)$.*

Решение. Сначала зададим подпространство V стандартным образом: системой линейных уравнений и с помощью базиса.

Что надо найти? Подпространство V.

В каком виде запишем ответ? Системой уравнений и как линейную оболочку базиса.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Введем переменные.*

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Введем переменные.* Обозначим буквами коэффициенты в разложении вектора $f(x)$ по базису $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$: $f(x) = a + bx + cx^2$.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Введем переменные.* Обозначим буквами коэффициенты в разложении вектора $f(x)$ по базису $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$: $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим систему уравнений.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Введем переменные.* Обозначим буквами коэффициенты в разложении вектора $f(x)$ по базису $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$: $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим систему уравнений. Воспользуемся характеристическим свойством элементов из V:

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Введем переменные.* Обозначим буквами коэффициенты в разложении вектора $f(x)$ по базису $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$: $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим систему уравнений. Воспользуемся характеристическим свойством элементов из V: $a + b + c = a + b(-1) + c(-1)^2$.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$. **Фундаментальная система решений** этого уравнения имеет вид:

$$\left\{ \qquad \right\}.$$

Мы строим базис пространства решений системы $0a + 1b + 0c = 0$.

$(0\ 1\ 0)$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$. **Фундаментальная система решений** этого уравнения имеет вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Мы строим базис пространства решений системы $0a + 1b + 0c = 0$.
(0 1 0)

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$. **Фундаментальная система решений** этого уравнения имеет вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Мы строим базис пространства решений системы $0a + 1b + 0c = 0$.

(0 1 0)

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$. **Фундаментальная система решений** этого уравнения имеет вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Мы строим базис пространства решений системы $0a + 1b + 0c = 0$.

(0 1 0)

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$. **Фундаментальная система решений** этого уравнения имеет вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Мы строим базис пространства решений системы $0a + 1b + 0c = 0$.
$(0\ 1\ 0)$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$. **Фундаментальная система решений** этого уравнения имеет вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Мы строим базис пространства решений системы $0a + 1b + 0c = 0$.
$(0\ 1\ 0)$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$. **Фундаментальная система решений** этого уравнения имеет вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили систему из одного уравнения $b = 0$. **Фундаментальная система решений** этого уравнения имеет вид:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Это базис пространства решений системы $0a + 1b + 0c = 0$.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили столбцы координат

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству V всех таких многочленов из U, что $f(-1) = f(1)$.*

Решение. Получили столбцы координат

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$.

«Возвращаясь из $\mathbb{R}^3$ на родину», в U, получаем базис линейного пространства V: $\mathbf{Б}_V = \{1 \cdot x^0 +$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству V всех таких многочленов из U, что $f(-1) = f(1)$.*

Решение. Получили столбцы координат

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$.

«Возвращаясь из $\mathbb{R}^3$ на родину», в U, получаем базис линейного пространства V: $\mathbf{Б}_V = \{1 \cdot x^0 + 0 \cdot x +$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству V всех таких многочленов из U, что $f(-1) = f(1)$.*

Решение. Получили столбцы координат

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$.

«Возвращаясь из $\mathbb{R}^3$ на родину», в U, получаем базис линейного пространства V: $\mathbf{Б}_V = \{1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2,$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству V всех таких многочленов из U, что $f(-1) = f(1)$.*

Решение. Получили столбцы координат

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$.

«Возвращаясь из $\mathbb{R}^3$ на родину», в U, получаем базис линейного пространства V: $\mathbf{Б}_V = \{x^0, 0 \cdot x^0 +$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству V всех таких многочленов из U, что $f(-1) = f(1)$.*

Решение. Получили столбцы координат

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$.

«Возвращаясь из $\mathbb{R}^3$ на родину», в U, получаем базис линейного пространства V: $\mathbf{Б}_V = \{x^0, 0 \cdot x^0 + 0 \cdot x +$

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству V всех таких многочленов из U, что $f(-1) = f(1)$.*

Решение. Получили столбцы координат

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$.

«Возвращаясь из $\mathbb{R}^3$ на родину», в U, получаем базис линейного пространства V: $\mathbf{Б}_V = \left\{x^0, 0 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 1 \cdot x^2\right\}$.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Получили столбцы координат

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$.

«Возвращаясь из $\mathbb{R}^3$ на родину», в U, получаем базис линейного пространства V: $\mathbf{Б}_V = \left\{x^0, x^2\right\}$.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. Теперь займемся поиском **ортогонального дополнения**.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Что надо найти?*

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Что надо найти?* Подпространство (согласно **теореме об ортогональном дополнении**).

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Что надо найти?* Подпространство.

В каком виде запишем ответ?

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Что надо найти?* Подпространство.

В каком виде запишем ответ? Системой уравнений и как линейную оболочку базиса.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Что надо найти?* Подпространство.

В каком виде запишем ответ? Системой уравнений и как линейную оболочку базиса.

Введем переменные.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Что надо найти?* Подпространство.

В каком виде запишем ответ? Системой уравнений и как линейную оболочку базиса.

Введем переменные. Возьмем произвольный вектор из V, его координаты в базисе **Б** обозначим буквами: $g(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2$.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Составим систему уравнений.*

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Составим систему уравнений.* По следствию об ортогональном дополнении к базису подпространства $g(x)$ принадлежит $V^{\perp}$ тогда и только тогда, когда $g(x)$ ортогонален к базисным векторам пространства V.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Составим систему уравнений.* Поэтому можно двумя способами вычислить скалярное произведение многочлена $g(x)$ с базисными векторами пространства V.

Пример 27. *В условиях примера 26 найдите* ***ортогональное дополнение*** *к подпространству* V *всех таких многочленов из* U*, что* $f(-1) = f(1)$.

Решение. *Составим систему уравнений.* Поэтому можно двумя способами вычислить скалярное произведение многочлена $g(x)$ с базисными векторами пространства V. По теореме о вычислении скалярного произведения, используя найденную при решении примера 26 **матрицу Грама**, получаем

$$\begin{cases} 0 = (x^0, g(x)) = \\ \\ 0 = (x^2, g(x)) = \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}, \\ 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}, \\ 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}. \end{cases}$$

Получилась система уравнений

$$\begin{cases} \alpha + \dfrac{\beta}{2} + \dfrac{\gamma}{3} = 0, \\ \dfrac{\alpha}{3} + \dfrac{\beta}{4} + \dfrac{\gamma}{5} = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}, \\ 0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}. \end{cases}$$

Получилась система уравнений

$$\begin{cases} \alpha + \dfrac{\beta}{2} + \dfrac{\gamma}{3} = 0, \\ \dfrac{\alpha}{3} + \dfrac{\beta}{4} + \dfrac{\gamma}{5} = 0, \end{cases} \text{ с ФСР } \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -16 \\ 15 \end{pmatrix} \right\}.$$

$\begin{pmatrix} 3 \\ -16 \\ 15 \end{pmatrix}$ — это координаты базисного вектора одномерного пространства $V^\perp$, заданного ОСЛУ $\begin{cases} \alpha + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{3} = 0, \\ \frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{4} + \frac{\gamma}{5} = 0, \end{cases}$ поэтому

$V^\perp =$

$\begin{pmatrix} 3 \\ -16 \\ 15 \end{pmatrix}$ — это координаты базисного вектора одномерного пространства $V^{\perp}$, заданного ОСЛУ $\begin{cases} \alpha + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{3} = 0, \\ \frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{4} + \frac{\gamma}{5} = 0, \end{cases}$

поэтому

$$V^{\perp} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \;\middle|\; \begin{cases} \alpha + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{3} = 0, \\ \frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{4} + \frac{\gamma}{5} = 0 \end{cases} \right\} =$$

$\begin{pmatrix} 3 \\ -16 \\ 15 \end{pmatrix}$ — это координаты базисного вектора одномерного пространства $V^{\perp}$, заданного ОСЛУ $\begin{cases} \alpha + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{3} = 0, \\ \frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{4} + \frac{\gamma}{5} = 0, \end{cases}$ поэтому

$$V^{\perp} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \;\middle|\; \begin{cases} \alpha + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{3} = 0, \\ \frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{4} + \frac{\gamma}{5} = 0 \end{cases} \right\} = \langle 3 - 16x + 15x^2 \rangle.$$

Проверим правильность вычислений, вычислив скалярное произведение полученного многочлена с базисными векторами пространства V:

Проверим правильность вычислений, вычислив скалярное произведение полученного многочлена с базисными векторами пространства V:

$$\left(x^0, 3x^0 - 16x + 15x^2\right) = \int\limits_0^1 \left(3 - 16x + 15x^2\right)\, dx = 0,$$

Проверим правильность вычислений, вычислив скалярное произведение полученного многочлена с базисными векторами пространства V:

$$\left(x^0, 3x^0 - 16x + 15x^2\right) = \int\limits_0^1 \left(3 - 16x + 15x^2\right)\, dx = 0,$$

$$\left(x^2, 3x^0 - 16x + 15x^2\right) = \int\limits_0^1 x^2 \left(3 - 16x + 15x^2\right)\, dx = 0.$$

Проверим правильность вычислений, вычислив скалярное произведение полученного многочлена с базисными векторами пространства V:

$$\left(x^0, 3x^0 - 16x + 15x^2\right) = \int\limits_0^1 \left(3 - 16x + 15x^2\right)\, dx = 0,$$

$$\left(x^2, 3x^0 - 16x + 15x^2\right) = \int\limits_0^1 x^2\left(3 - 16x + 15x^2\right)\, dx = 0.$$

Результат подтвердился. Задача решена.

Вернуться к лекции?

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\text{Б}}$

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\text{Б}}$
Подпространство V	

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\text{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\text{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**
(x, y)	

XXIII. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**
(x, y)	$(x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$

Задача XXIV.34. (Ответ приведен на стр.6119.) Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\bigl(f(x),g(x)\bigr)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx$ является **евклидовым пространством**.

Задача XXIV.35. (Ответ приведен на стр.6155.) Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\bigl(f(x,y), g(x,y)\bigr) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Задача XXV.36. (Ответ приведен на стр.6187.) Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $\left(x^2;x^2\right)$, $\left(x^2;y^2\right)$, $\left(x^2+y^2;x^2-y^2\right)$, $\left(x^2+y^2;xy\right)$.

Задача XXVI.37. (Ответ приведен на стр.6216.) Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}Y\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача XXVI.38. (Ответ приведен на стр.6294.) Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Задача XXVI.39. (Ответ приведен на стр.6356.) Пусть в евклидовом пространстве квадратичных форм от переменных x, y скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x,y);g(x,y)\big) = \iint\limits_G f(x,y)\,g(x,y)\,dx\,dy$, где G — чертверть круга $\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 1. \end{cases}$ Найдите ортонормированный базис.

Задача XXVII.40. (Ответ приведен на стр.6360.) Если X — подпространство евклидова пространства Y, то $X^{\perp} = \ldots$

Задача XXVII.41. (Ответ приведен на стр.6363.) Если $P = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \rangle$ — подпространство евклидова пространства S, то $P^{\perp} = \ldots$

Задача XXVII.42. (Ответ приведен на стр.6370.) Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $M^{\perp} = \ldots$

Задача XXVII.43. (Ответ приведен на стр.6375.) Пусть $X \leq U$, $Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Задача XXVII.44. (Ответ приведен на стр.6385.) Пусть $X \leq U$, $Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Задача XXVII.45. (Ответ приведен на стр.6393.) Пусть $X \leq U$, $Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Задача XXVII.46. (Ответ приведен на стр.6403.) Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \ldots$

Задача XXVII.47. (Ответ приведен на стр.6410.) В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2 \rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5 \rangle$

ортогональное дополнение к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2 \rangle$.

Задача XXVII.48. (Ответ приведен на стр.6471.) Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна

$$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов

$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;\ 2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Задача XXVII.49. (Ответ приведен на стр.6550.) В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\bigl(f(x,y);\ g(x,y)\bigr) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^1 f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \bigl\{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\bigr\}$.

Задача XXVII.50. (Ответ приведен на стр.6563.) Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

XXVIII. Понятие линейного оператора

Мы изучили основы **теории линейных пространств.** Применяя **стратегии перехода от изучения отдельного объекта к исследованию системы объектов** и **стратегию построения модели** мы выделили в линейном пространстве подпространства и построили новую алгебру — алгебру подпространств. Исследование, представленное в этом разделе, можно рассматривать как применение к изучению линейного пространства **стратегии обогащения модели** и **стратегии смены ролей и приоритетов**. А именно, мы введем в линейном пространстве еще одну характеристику — **линейный оператор** или (синоним) **линейное отображение**.

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть* U *и* V — ***линейные пространства*** *над* ***полем*** K. **Оператором** *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется* ***функция*** $\hat{A}: U \to V$.

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть U и V — **линейные пространства** над **полем** K.* **Оператором** *линейного пространства U в линейное пространство V называется **функция** $\hat{A}: U \to V$.*

Определение 31. *Пусть U и V — **линейные пространства** над **полем** K.* **Линейным оператором** *линейного пространства U в линейное пространство V называется **линейная функция** $\hat{A}: U \to V$.*

Слишком много слов естественного языка...

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть* U *и* V — ***линейные пространства*** *над* ***полем*** K. **Оператором** *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется* ***функция*** $\hat{A}: U \to V$.

Определение 31. U *и* V — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть U и V — **линейные пространства** над **полем** K.* **Оператором** *линейного пространства U в линейное пространство V называется **функция** $\hat{A}: U \to V$.*

Определение 31. *U и V — **л.п.** над **полем** K,* $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

Особый интерес представляет частный случай, когда $U = V$:

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть* U *и* V — ***линейные пространства*** *над* ***полем*** K. **Оператором** *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется* ***функция*** $\hat{A}: U \to V$.

Определение 31. U *и* V — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

Определение 32. *Пусть* U — ***линейное пространство*** *над* ***полем*** K. **Линейным оператором** *линейного пространства* U *называется* ***линейная функция*** $\hat{A}: U \to U$.

Слишком много слов естественного языка...

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть* U *и* V — ***линейные пространства*** *над* ***полем*** K. **Оператором** *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется* ***функция*** $\hat{A}: U \to V$.

Определение 31. U *и* V — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

Определение 32. U — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to U$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (29)

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть* U *и* V — ***линейные пространства*** *над* ***полем*** K. **Оператором** *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется* ***функция*** $\hat{A}: U \to V$.

Определение 31. U *и* V — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

Определение 32. U — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to U$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (29)

Таким образом, линейный оператор — это произвольная функция $\hat{A}: U \to V$ такая, что для любых векторов $x, y \in U$ и любых скаляров λ, μ имеет место тождество $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$.

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть U и V — **линейные пространства** над **полем** K.* **Оператором** *линейного пространства U в линейное пространство V называется **функция** $\hat{A}: U \to V$.*

Определение 31. *U и V — **л.п.** над **полем** K,* $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

Определение 32. *U — **л.п.** над **полем** K,* $\hat{A}: U \to U$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (29)

Как разобраться с тем, что такое линейный оператор?

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть U и V — **линейные пространства** над **полем** K.* **Оператором** *линейного пространства U в линейное пространство V называется **функция** $\hat{A}: U \to V$.*

Определение 31. *U и V — **л.п.** над **полем** K,* $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

Определение 32. *U — **л.п.** над **полем** K,* $\hat{A}: U \to U$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (29)

Как разобраться с тем, что такое линейный оператор?

Есть два способа:

— рассмотреть достаточное число разнообразных примеров;

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть* U *и* V — ***линейные пространства*** *над* ***полем*** K. **Оператором** *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется* ***функция*** $\hat{A}: U \to V$.

Определение 31. U *и* V — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

Определение 32. U — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to U$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (29)

Как разобраться с тем, что такое линейный оператор?

Есть два способа:

— рассмотреть достаточное число разнообразных примеров;

— изучение определения, получение следствий.

XXVIII.1. Определение линейного оператора

Определение 30. *Пусть* U *и* V — ***линейные пространства*** *над* ***полем*** K. **Оператором** *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется* ***функция*** $\hat{A}: U \to V$.

Определение 31. U *и* V — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (28)

Определение 32. U — ***л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to U$ — **линейный оператор**, *если* $\hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \hat{A}(x) + \mu \hat{A}(y)$. (29)

Рассмотрим пример?

XXVIII.2. Примеры линейных операторов

Сначала, естественно, применим первый способ: рассмотрим примеры линейных операторов.

- Изоморфизм одного линейного пространства в другое.

XXVIII.2. Примеры линейных операторов

Сначала, естественно, применим первый способ: рассмотрим примеры линейных операторов.

- Изоморфизм одного линейного пространства в другое.
- Поворот плоскости на угол α вокруг начала координат. *При этом имеет место некая «симметрия»: во-первых, можно считать, что* ***базис*** *мы не меняли, а повернули все пространство, то есть изменили положение каждого вектора x. Во-вторых, можно, наоборот, считать, что все пространство неподвижно, и мы просто меняем* ***базис***. Во втором случае «поведение» **координат вектора** описывается матрицей перехода. Отсюда следует, что

XXVIII.2. Примеры линейных операторов

Сначала, естественно, применим первый способ: рассмотрим примеры линейных операторов.

- Изоморфизм одного линейного пространства в другое.
- Поворот плоскости на угол α вокруг начала координат. *При этом имеет место некая «симметрия»: во-первых, можно считать, что* ***базис*** *мы не меняли, а повернули все пространство, то есть изменили положение каждого вектора x. Во-вторых, можно, наоборот, считать, что все пространство неподвижно, и мы просто меняем* ***базис***. Во втором случае «поведение» **координат вектора** описывается матрицей перехода. Отсюда следует, что «поведение» координат образа вектора x относительно действия линейного оператора $\hat{A}$ должно описываться формулой, похожей на формулу вычисления координат вектора в новом базисе.

XXVIII.2. Примеры линейных операторов

Сначала, естественно, применим первый способ: рассмотрим примеры линейных операторов.

- Изоморфизм одного линейного пространства в другое.
- Поворот плоскости на угол α вокруг начала координат.
- Проецирование на ось, проходящую через начало координат.

XXVIII.2. Примеры линейных операторов

Сначала, естественно, применим первый способ: рассмотрим примеры линейных операторов.

- Изоморфизм одного линейного пространства в другое.
- Поворот плоскости на угол α вокруг начала координат.
- Проецирование на ось, проходящую через начало координат.
- Дифференцирование в пространстве многочленов.

XXVIII.2. Примеры линейных операторов

Сначала, естественно, применим первый способ: рассмотрим примеры линейных операторов.

- Изоморфизм одного линейного пространства в другое.
- Поворот плоскости на угол α вокруг начала координат.
- Проецирование на ось, проходящую через начало координат.
- Дифференцирование в пространстве многочленов.
- $\hat{A}(X) = SXT$ для некоторых матриц S, T в пространстве $m \times n$-матриц.

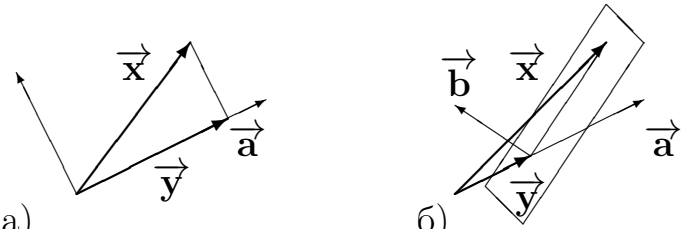
XXVIII.2. Примеры линейных операторов

Сначала, естественно, применим первый способ: рассмотрим примеры линейных операторов.

- Изоморфизм одного линейного пространства в другое.
- Поворот плоскости на угол α вокруг начала координат.
- Проецирование на ось, проходящую через начало координат.
- Дифференцирование в пространстве многочленов.
- $\hat{A}(X) = SXT$ для некоторых матриц S, T в пространстве $m \times n$-матриц.
- $\hat{A}(X) = XTX$ — не линейный оператор!

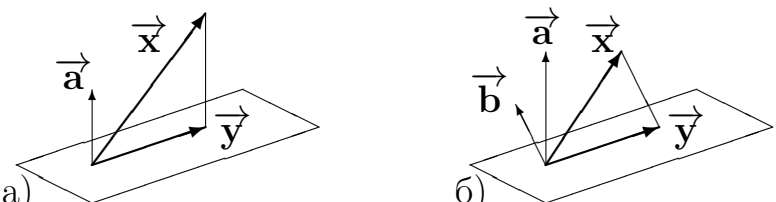
XXVIII.2. Примеры линейных операторов

Под *проекцией вектора* здесь будем понимать **геометрическую проекцию**. В курсе векторной алгебры вы рассматривали алгебраическую проекцию вектора $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ на $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, значение которой можно вычислить как $\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cos\left(\widehat{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}}\right)$. Строгую формулировку определений геометрической проекции вектора на ось параллельно плоскости и геометрической проекции вектора на плоскость вы можете получить самостоятельно, используя знание **структуры определения**, и соответствующие **«шаблоны»**, с использованием формул для операторов $\hat{P}_i$, полученных при **решении примеров**. Мы проиллюстрировали эти понятия рисунками **рис.3** и **рис.4**.



а) б)

Рис. 3. а) $\overrightarrow{\mathbf{y}}$ — ортогональная проекция вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{a}}$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{y}}$ — проекция вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ параллельно плоскости с нормальным вектором $\overrightarrow{\mathbf{b}}$.



а) б)

Рис. 4. а) $\overrightarrow{\mathbf{y}}$ — ортогональная проекция вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ на плоскость с нормальным вектором $\overrightarrow{\mathbf{a}}$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{y}}$ — проекция вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ на плоскость с нормальным вектором $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Полученные при решении примера на задание оператора, формулы обладают одним существенным недостатком: они недостаточно универсальны.

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Полученные при решении примера на задание оператора, формулы обладают одним существенным недостатком: они недостаточно универсальны.

Их нельзя использовать для произвольного линейного пространства, по крайней мере до тех пор, пока мы не введем каким-либо образом скалярное произведение.

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Полученные при решении примера на задание оператора, формулы обладают одним существенным недостатком: они недостаточно универсальны.

Их нельзя использовать для произвольного линейного пространства, по крайней мере до тех пор, пока мы не введем каким-либо образом скалярное произведение.

В соответствии с выдвинутой нами программой нам надо получить формулу, позволяющую задавать *любой* линейный оператор в $\mathbb{R}^n$ («координатном пространстве»).

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

По определению **координат вектора**, **матрицы линейного оператора** и в силу линейности оператора $\hat{A}$ получаем...

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$= \hat{A}(x)$$

По определению **координат вектора**, **матрицы линейного оператора** и в силу линейности оператора $\hat{A}$ получаем...

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x)$$

По определению **координат вектора**, **матрицы линейного оператора** и в силу линейности оператора $\hat{A}$ получаем...

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

По определению **координат вектора**, **матрицы линейного оператора** и в силу линейности оператора $\hat{A}$ получаем...

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) =$$

По определению **координат вектора**, **матрицы линейного оператора** и в силу линейности оператора $\hat{A}$ получаем...

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) =$$

По определению **координат вектора**, **матрицы линейного оператора** и в силу линейности оператора $\hat{A}$ получаем...

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{array} \right.$ $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) =$$

Отметим, что $\hat{A}(e_i)$ не зависит от x. Разложим его по базису $\mathbf{Б}'$:

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\hat{A}(e_i) = \sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) =$$

Отметим, что $\hat{A}(e_i)$ не зависит от x. Разложим его по базису $\mathbf{Б}'$:

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) =$

Отметим, что $\hat{A}(e_i)$ не зависит от x. Разложим его по базису $\mathbf{Б}'$:

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{array} \right.$ $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j =$

Отметим, что $\hat{A}(e_i)$ не зависит от x. Разложим его по базису $\mathbf{Б}'$:

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j =$

Соберем коэффициенты перед e'_j.

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j =$

Соберем коэффициенты перед e'_j.

Иными словами

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j =$

Соберем коэффициенты перед e'_j.

Иными словами переставим местами символы суммирования.

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \mathbf{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum\limits_{j=1}^{m} \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$

Соберем коэффициенты перед e'_j.

Иными словами переставим местами символы суммирования.

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

$$\text{Пусть } \begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases} \qquad [\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}, \quad x = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i.$$

$$\hat{A}(e_i) = \sum_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j. \qquad \sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sum_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$$

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum\limits_{j=1}^{m} \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$

В итоге получили выражение, зависящее только от координат λ_i вектора x и коэффициентов a_{ji}, определяемых равенством...

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\begin{cases} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{cases}$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum\limits_{j=1}^{m} \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$

В итоге получили выражение, зависящее только от координат λ_i вектора x и коэффициентов a_{ji}, определяемых равенством...

XXVIII.3. Матрица линейного оператора

Пусть $\left\{ \begin{array}{l} \text{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, \\ \text{Б}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_m\}, \end{array} \right.$ $[\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. $\sum\limits_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$

$= \hat{A}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum\limits_{j=1}^{m} \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$

В итоге получили выражение, зависящее только от координат λ_i вектора x и коэффициентов a_{ji}, определяемых равенством...

Равенство «на зеленом фоне» явилось основой для введения понятия матрицы линейного оператора.

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* U, V — ***линейные пространства*** *над* ***полем*** K, $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы*** *линейных пространств* U *и, соответственно,* V, $\hat{A}$ — ***линейный оператор*** *линейного пространства* U *в линейное пространство* V. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *коэффициенты которой определяются равенствами*

$$\hat{A}(e_i) = \sum_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j. \tag{30}$$

Слишком много слов естественного языка...

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A} : U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$**-**$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. (30)

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A} : U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$**-**$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. (30)

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

Итак, *i-тым столбцом матрицы оператора в базисах* $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *является*

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

Итак, *i-тым столбцом матрицы оператора в базисах* $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *является столбец координат*

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$**-**$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

Итак, *i-тым столбцом матрицы оператора в базисах* $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *является столбец координат* **образа** *i-того базисного вектора базиса* $\mathbf{Б}_U$.

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$**-**$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

Итак, *i-тым столбцом матрицы оператора в базисах* $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *является столбец координат в базисе* $\mathbf{Б}_V$ **образа** *i-того базисного вектора базиса* $\mathbf{Б}_U$.

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A} : U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$**-**$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j$. (30)

В случае, когда $U = V$, то есть когда $\hat{A}$ является линейным оператором линейного пространства U «по умолчанию» полагают $\mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V$. При этом говорят о *матрице оператора в базисе* $\mathbf{Б}_U$, и эта матрица определяется равенством

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

В случае, когда $U = V$, то есть когда $\hat{A}$ является линейным оператором линейного пространства U «по умолчанию» полагают $\mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V$. При этом говорят о *матрице оператора в базисе* $\mathbf{Б}_U$, и эта матрица определяется равенством

$$\hat{A}(e_i) = \sum_{j=1}^{n} a_{ji}e_j. \tag{31}$$

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

Таким образом, для линейного оператора линейного пространства U, т.е когда $\mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V$ и $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ji}e_j$, *$i$-тым столбцом матрицы оператора в базисе* $\mathbf{Б}$ *является*

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$**-**$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

Таким образом, для линейного оператора линейного пространства U, т.е когда $\mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V$ и $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ji}e_j$, *$i$-тым столбцом матрицы оператора в базисе* $\mathbf{Б}$ *является столбец координат в базисе* $\mathbf{Б}$

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

Таким образом, для линейного оператора линейного пространства U, т.е когда $\mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V$ и $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ji}e_j$, *$i$-тым столбцом матрицы оператора в базисе* $\mathbf{Б}$ *является столбец координат в базисе* $\mathbf{Б}$ *образа i-того базисного вектора базиса* $\mathbf{Б}$.

XXVIII.4. Определение матрицы линейного оператора

Определение 33. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *и* $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** *над* ***полем*** K, $\hat{A}: U \to V$ — ***лин.оператор***. *Тогда* **матрицей линейного оператора** $\hat{A}$ **в базисах** $\mathbf{Б}_U$-$\mathbf{Б}_V$ *называется матрица* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}$, *где* $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j$. (30)

Таким образом, для линейного оператора линейного пространства U, т.е когда $\mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V$ и $\hat{A}(e_i) = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ji}e_j$, *$i$-тым столбцом матрицы оператора в базисе* $\mathbf{Б}$ *является столбец координат в базисе* $\mathbf{Б}$ *образа i-того базисного вектора базиса* $\mathbf{Б}$.

Рассмотрим пример?

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть U и V — **линейные пространства** над **полем** K, $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — **базисы** этих пространств, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в этих **базисах** линейного пространства U. Тогда для любого $x \in U$*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \tag{32}$$

Слишком много слов естественного языка в формулировке...

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» доказательство.

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» доказательство. Прямое следствие из определений.

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$= \hat{A}(x) =$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A} \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i \right) =$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) =$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sum_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j =$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sum_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sum_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$$

Дальнейшие рассуждения стандартны, см. д-во **теоремы о координатах вектора в разных базисах**.

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sum_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$$

в силу **теоремы о единственности разложения по базису** получаем равенства $\mu_j = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}$.

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

«Стандартное» д-во. Пусть $[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \ldots \\ \mu_m \end{pmatrix}$, $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i e_i$.

$$\sum_{j=1}^{m} \mu_j e'_j = \hat{A}(x) =$$

$$= \hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \hat{A}(e_i) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \sum_{j=1}^{m} a_{ji} e'_j = \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i a_{ji}\right) e'_j.$$

В матричной записи эта система равенств имеет вид **формулы (32)**. «Стандартное» доказательство закончено.

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью **умножения матриц «на макроуровне».**

Тот факт, что $[x]_{\mathbf{Б}_U} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \ldots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$, означает по определению, что $x = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n$. Поэтому в силу линейности оператора $\hat{A}$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью **умножения матриц «на макроуровне».**

$$\hat{A}(x) = \hat{A}\left(\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n\right) =$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью **умножения матриц «на макроуровне».**

$$\hat{A}(x) = \hat{A}\left(\lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \lambda_1 \hat{A}\left(e_1\right) + \ldots + \lambda_n \hat{A}\left(e_n\right).$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью умножения матриц «на макроуровне». $\hat{A}(x) = \lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)$.

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью **умножения матриц «на макроуровне».** $\hat{A}(x) = \lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)$.

Перейдем в этом равенстве к образам векторов при стандартном изоморфизме, порожденном базисом $\mathbf{Б}_V$:

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью умножения матриц «на макроуровне». $\hat{A}(x) = \lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)$.

$$\left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}_V} = \left[\lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} =$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью **умножения матриц «на макроуровне».** $\hat{A}(x) = \lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)$.

$$\left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}_V} = \left[\lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} =$$

$$= \lambda_1 \left[\hat{A}(e_1)\right]_{\mathbf{Б}_V} + \ldots + \lambda_n \left[\hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} =$$

Формула (32) следует из умножения матриц на «макроуровне»:

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью умножения матриц «на макроуровне». $\hat{A}(x) = \lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)$.

$$\left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}_V} = \left[\lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} =$$

$$= \lambda_1 \left[\hat{A}(e_1)\right]_{\mathbf{Б}_V} + \ldots + \lambda_n \left[\hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} =$$

$$= \begin{pmatrix} \left[\hat{A}(e_1)\right]_{\mathbf{Б}_V} & \ldots & \left[\hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \ldots \\ \lambda_n \end{pmatrix} =$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Доказательство с помощью умножения матриц «на макроуровне». $\hat{A}(x) = \lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)$.

$$\left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}_V} = \left[\lambda_1 \hat{A}(e_1) + \ldots + \lambda_n \hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} =$$

$$= \lambda_1 \left[\hat{A}(e_1)\right]_{\mathbf{Б}_V} + \ldots + \lambda_n \left[\hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} =$$

$$= \begin{pmatrix} \left[\hat{A}(e_1)\right]_{\mathbf{Б}_V} & \ldots & \left[\hat{A}(e_n)\right]_{\mathbf{Б}_V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \ldots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} [x]_{\mathbf{Б}_U}.$$

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Теорема доказана.

XXVIII.5. Теорема о координатах образа вектора

Теорема 40. *Пусть* $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$ — ***базисы л.п.*** U *и* V *над* ***полем*** K, $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в этих базисах. Тогда*

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}_V} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V} \cdot [x]_{\mathbf{Б}_U}. \qquad (32)$$

Теорема доказана.

Если $U = V$, то (32) преобразуется к виду

$$[\hat{A}(x)]_{\mathbf{Б}} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}. \qquad (32')$$

Рассмотрим пример?

XXIX. Алгебра линейных операторов

Применим стратегию перехода от изучения отдельного объекта к системе объектов. На множестве всех линейных операторов пространства U в пространство V мы введем ряд естественных («само собой разумеющихся») операций.

XXIX.1. Сумма линейных операторов

Определение 34. Суммой операторов $\hat{A}$ *и* $\hat{B}$ *называется оператор* $\hat{A}+\hat{B}$*, определенный формулой:*

$$\left(\hat{A}+\hat{B}\right)(x)=\hat{A}(x)+\hat{B}(x). \tag{33}$$

XXIX.2. Произведение оператора на скаляр

Определение 34. Суммой операторов $\hat{A}$ *и* $\hat{B}$ *называется оператор* $\hat{A}+\hat{B}$*, определенный формулой:*

$$\left(\hat{A}+\hat{B}\right)(x)=\hat{A}(x)+\hat{B}(x). \tag{33}$$

Определение 35. Произведением оператора $\hat{A}$ **на скаляр** λ *называется оператор* $\lambda\hat{A}$*, определенный формулой:*

$$\left(\lambda\hat{A}\right)(x)=\lambda\left(\hat{A}(x)\right). \tag{34}$$

XXIX.3. Произведение операторов

Определение 34. Суммой операторов $\hat{A}$ *и* $\hat{B}$ *называется оператор* $\hat{A}+\hat{B}$*, определенный формулой:*

$$\left(\hat{A}+\hat{B}\right)(x)=\hat{A}(x)+\hat{B}(x). \tag{33}$$

Определение 35. Произведением оператора $\hat{A}$ **на скаляр** λ *называется оператор* $\lambda\hat{A}$*, определенный формулой:*

$$\left(\lambda\hat{A}\right)(x)=\lambda\left(\hat{A}(x)\right). \tag{34}$$

В случае $U=V$ можно ввести еще одну чрезвычайно полезную операцию.

Определение 36. *Если* $U=V$*, то* **произведением операторов** $\hat{A}$ *и* $\hat{B}$ *называется оператор* $\hat{A}\cdot\hat{B}$*, определенный формулой:*

$$\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)(x)=\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right). \tag{35}$$

XXIX.4. Теорема об алгебре линейных операторов

Теорема 41. *Пусть $\hat{A}$ и $\hat{B}$ — линейные операторы линейного пространства U в линейное пространство V. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1. *Сумма $\hat{A}+\hat{B}$ линейных операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$ является линейным оператором.*
2. *Произведение $\lambda\hat{A}$ линейного оператора на скаляр является линейным оператором.*
3. *Если $U=V$, то произведение $\hat{A}\cdot\hat{B}$ линейных операторов является линейным оператором.*

Доказательство.

XXIX.4. Теорема об алгебре линейных операторов

Теорема 41. *Пусть $\hat{A}$ и $\hat{B}$ — линейные операторы линейного пространства U в линейное пространство V. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1. *Сумма $\hat{A} + \hat{B}$ линейных операторов $\hat{A}$ и $\hat{B}$ является линейным оператором.*
2. *Произведение $\lambda\hat{A}$ линейного оператора на скаляр является линейным оператором.*
3. *Если $U = V$, то произведение $\hat{A} \cdot \hat{B}$ линейных операторов является линейным оператором.*

Доказательство. Очевидное следствие из определения операций.

XXIX.5. Теорема о линейном пространстве линейных операторов

Теорема 42. *Множество всех линейных операторов пространства U в линейное пространство V является линейным пространством относительно операций сложения операторов и умножения оператора на скаляр.*

Доказательство.

XXIX.5. Теорема о линейном пространстве линейных операторов

Теорема 42. *Множество всех линейных операторов пространства U в линейное пространство V является линейным пространством относительно операций сложения операторов и умножения оператора на скаляр.*

Доказательство сводится к проверке аксиом линейного пространства, проделайте это самостоятельно.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Пусть U, V — линейные пространства над полем K, $\mathbf{Б}_U$, $\mathbf{Б}_V$ — **базисы** этих пространств, W — линейное пространство линейных операторов пространства U в пространство V. Тогда отображение f, определенное формулой $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, является изоморфизмом линейного пространства W на линейное пространство всех матриц размерности $m \times n$ с коэффициентами из поля $\mathbf{K}$. Более того, если $U = V$, то $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$.*

Слишком много слов естественного языка...

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{А}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{А}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство.

Утверждение этой теоремы, как и предыдущих, является следствием определений.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство.

Утверждение этой теоремы, как и предыдущих, является следствием определений.

Пусть $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Утверждение этой теоремы, как и предыдущих, является следствием определений.

Пусть $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_V = \{e'_1, \ldots, e'_m\}$.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Взаимная однозначность f следует из **равенства (30) из определения матрицы оператора** и **теоремы о единственности разложения по базису.**

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{А}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Тот факт, что для каждой матрицы найдется прообраз, очевиден:

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Тот факт, что для каждой матрицы найдется прообраз, очевиден: пусть $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m\times n}$ — произвольная матрица. Тогда отображение $\hat{A}$, определенное формулой

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Тот факт, что для каждой матрицы найдется прообраз, очевиден: пусть $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m\times n}$ — произвольная матрица. Тогда отображение $\hat{A}$, определенное формулой

$$\hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i e_i\right) =$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Тот факт, что для каждой матрицы найдется прообраз, очевиден: пусть $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m\times n}$ — произвольная матрица. Тогда отображение $\hat{A}$, определенное формулой

$$\hat{A}\left(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i e_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i\sum_{j=1}^{m}a_{ji}e'_j,$$

является, очевидно, линейным оператором линейного пространства U в линейное пространство V, причем $f(\hat{A}) = \mathbf{A}$.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{А}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Осталось проверить линейность функции f. Надо проверить *равенство*

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Осталось проверить линейность функции f. Надо проверить *равенство*

$$f(\lambda\hat{A} + \mu\hat{B}) = \lambda f(\hat{A}) + \mu f(\hat{B}). \tag{36}$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим, что f — изоморфизм.

Осталось проверить линейность функции f. Надо проверить *равенство*

$$f(\lambda\hat{A} + \mu\hat{B}) = \lambda f(\hat{A}) + \mu f(\hat{B}). \tag{36}$$

Вычислим левую и правую часть этого равенства и приведем их тождественными алгебраическими преобразованиями к одному и тому же виду.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Пусть

$$f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}, \quad f(\hat{B}) = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (b_{ij})_{m\times n}, \quad \lambda,\mu \in K.$$

Обозначим левую часть доказываемого **равенства (36)** через $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$. Тогда для коэффициентов c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ имеем

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Пусть

$$f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}, \quad f(\hat{B}) = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (b_{ij})_{m\times n}, \quad \lambda,\mu \in K.$$

Обозначим левую часть доказываемого **равенства (36)** через $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$. Тогда для коэффициентов c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ имеем

$\sum\limits_{j=1}^{m} c_{ji}e'_j =$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Пусть

$$f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}, \quad f(\hat{B}) = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (b_{ij})_{m\times n}, \quad \lambda,\mu \in K.$$

Обозначим левую часть доказываемого **равенства (36)** через $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$. Тогда для коэффициентов c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ имеем

$$\sum_{j=1}^{m} c_{ji}e'_j = \left(\lambda\hat{A} + \mu\hat{B}\right)(e_i) =$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Пусть

$$f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}, \quad f(\hat{B}) = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (b_{ij})_{m\times n}, \quad \lambda,\mu \in K.$$

Обозначим левую часть доказываемого **равенства (36)** через $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$. Тогда для коэффициентов c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ имеем

$$\sum_{j=1}^{m} c_{ji}e'_j = \left(\lambda\hat{A} + \mu\hat{B}\right)(e_i) = \lambda\hat{A}(e_i) + \mu\hat{B}(e_i) =$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Пусть

$$f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}, \quad f(\hat{B}) = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (b_{ij})_{m\times n}, \quad \lambda,\mu \in K.$$

Обозначим левую часть доказываемого **равенства (36)** через $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$. Тогда для коэффициентов c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ имеем

$$\sum_{j=1}^{m} c_{ji}e'_j = \left(\lambda\hat{A} + \mu\hat{B}\right)(e_i) = \lambda\hat{A}(e_i) + \mu\hat{B}(e_i) =$$

$$= \lambda\sum_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j + \mu\sum_{j=1}^{m} b_{ji}e'_j =$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Пусть

$$f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}, \quad f(\hat{B}) = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (b_{ij})_{m\times n}, \quad \lambda,\mu \in K.$$

Обозначим левую часть доказываемого **равенства (36)** через $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$. Тогда для коэффициентов c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ имеем

$$\sum_{j=1}^{m} c_{ji}e'_j = \left(\lambda\hat{A} + \mu\hat{B}\right)(e_i) = \lambda\hat{A}(e_i) + \mu\hat{B}(e_i) =$$

$$= \lambda\sum_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j + \mu\sum_{j=1}^{m} b_{ji}e'_j = \sum_{j=1}^{m}\left(\lambda a_{ji} + \mu b_{ji}\right)e'_j.$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Пусть

$$f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}, \quad f(\hat{B}) = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (b_{ij})_{m\times n}, \quad \lambda,\mu \in K.$$

Обозначим левую часть доказываемого **равенства (36)** через $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$. Тогда для коэффициентов c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ имеем

$$\sum_{j=1}^{m} c_{ji}e'_j = \left(\lambda\hat{A}+\mu\hat{B}\right)(e_i) = \lambda\hat{A}(e_i)+\mu\hat{B}(e_i) =$$

$$= \lambda\sum_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j + \mu\sum_{j=1}^{m} b_{ji}e'_j = \sum_{j=1}^{m}\left(\lambda a_{ji}+\mu b_{ji}\right)e'_j.$$

По **теореме о единственности разложения по базису**,

$$c_{ji} = \lambda a_{ji} + \mu b_{ji}.$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Пусть

$$f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (a_{ij})_{m\times n}, \quad f(\hat{B}) = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V} = (b_{ij})_{m\times n}, \quad \lambda,\mu \in K.$$

Обозначим левую часть доказываемого **равенства (36)** через $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$. Тогда для коэффициентов c_{ij} матрицы $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$ имеем

$$\sum_{j=1}^{m} c_{ji}e'_j = \left(\lambda\hat{A}+\mu\hat{B}\right)(e_i) = \lambda\hat{A}(e_i)+\mu\hat{B}(e_i) =$$

$$= \lambda\sum_{j=1}^{m} a_{ji}e'_j + \mu\sum_{j=1}^{m} b_{ji}e'_j = \sum_{j=1}^{m}\left(\lambda a_{ji}+\mu b_{ji}\right)e'_j.$$

Значит, f — изоморфизм.

По **теореме о единственности разложения по базису**, $c_{ji} = \lambda a_{ji} + \mu b_{ji}$.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{А}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A} \cdot \hat{B} = \hat{C}$.

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A} \cdot \hat{B} = \hat{C}$.

$$= \hat{C}(e_i) = \left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)(e_i) =$$

По определению произведения операторов **(равенство (35))**, получаем...

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A}\cdot\hat{B} = \hat{C}$.

$$\sum_{k=1}^{n} c_{kj}e_k = \hat{C}(e_i) = \left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)(e_i) =$$

По определению произведения операторов **(равенство (35))**, получаем...

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A}\cdot\hat{B} = \hat{C}$.

$$\sum_{k=1}^{n} c_{kj}e_k = \hat{C}(e_i) = \left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)(e_i) = \hat{A}\left(\hat{B}(e_i)\right) =$$

По определению произведения операторов **(равенство (35))**, получаем...

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A}\cdot\hat{B} = \hat{C}$.

$$\sum_{k=1}^{n} c_{kj}e_k = \hat{C}(e_i) = \left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)(e_i) = \hat{A}\left(\hat{B}(e_i)\right) = \hat{A}\left(\sum_{j=1}^{n} b_{ji}e_j\right) =$$

По определению произведения операторов **(равенство (35))**, получаем...

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A} \cdot \hat{B} = \hat{C}$.

$$\sum_{k=1}^{n} c_{kj} e_k = \hat{C}(e_i) = \left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)(e_i) = \hat{A}\left(\hat{B}(e_i)\right) = \hat{A}\left(\sum_{j=1}^{n} b_{ji} e_j\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} b_{ji} \hat{A}\,(e_j) =$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A}\cdot\hat{B} = \hat{C}$.

$$\sum_{k=1}^{n} c_{kj}e_k = \hat{C}(e_i) = \left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)(e_i) = \hat{A}\left(\hat{B}(e_i)\right) = \hat{A}\left(\sum_{j=1}^{n} b_{ji}e_j\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} b_{ji}\hat{A}\,(e_j) = \sum_{j=1}^{n} b_{ji}\sum_{k=1}^{n} a_{kj}e_k =$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A} \cdot \hat{B} = \hat{C}$.

$$\sum_{k=1}^{n} c_{kj} e_k = \hat{C}(e_i) = \left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)(e_i) = \hat{A}\left(\hat{B}(e_i)\right) = \hat{A}\left(\sum_{j=1}^{n} b_{ji} e_j\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{n} b_{ji} \hat{A}(e_j) = \sum_{j=1}^{n} b_{ji} \sum_{k=1}^{n} a_{kj} e_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{kj} b_{ji}\right) e_k.$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U, \mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right) \cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A} \cdot \hat{B} = \hat{C}$.

$$\sum_{k=1}^{n} c_{kj} e_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{kj} b_{ji} \right) e_k.$$

XXIX.6. Теорема об изоморфности линейного пр-ва операторов и линейного пространства матриц

Теорема 43. *Если* $f(\hat{A}) = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}_U,\mathbf{Б}_V}$, *то* f — ***изоморфизм***, *причём при* $U = V$, *то* $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$.

Доказательство. Проверим $f\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right) = f\left(\hat{A}\right)\cdot f\left(\hat{B}\right)$ при $U = V$, $\mathbf{Б} = \mathbf{Б}_U = \mathbf{Б}_V = \{e_1, \ldots, e_n\}$.

Введем обозначение: $\hat{A}\cdot\hat{B} = \hat{C}$.

$$\sum_{k=1}^{n} c_{kj}e_k = \sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n} a_{kj}b_{ji}\right)e_k.$$

Следовательно, по **теореме о единственности разложения по базису**, $c_{ki} = \sum\limits_{j=1}^{n} a_{kj}b_{ji}$, то есть $\mathbf{C}_{\mathbf{Б}} = \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\mathbf{B}_{\mathbf{Б}}$, что и требовалось доказать.

XXIX.7. Следствие о размерности линейного пространства линейных операторов

Следствие 3. *Размерность линейного пространства всех линейных операторов линейного пространства U в линейное пространство V равна $m \cdot n$, где $n = \dim U$, $m = \dim V$.*

Доказательство.

XXIX.7. Следствие о размерности линейного пространства линейных операторов

Следствие 3. *Размерность линейного пространства всех линейных операторов линейного пространства U в линейное пространство V равна $m \cdot n$, где $n = \dim U$, $m = \dim V$.*

Доказательство.

Так как линейное пространство W всех линейных операторов линейного пространства U в линейное пространство V изоморфно линейному пространству $M_{m\times n}(K)$ всех $m \times n$-матриц с коэффициентами из K, то, по **критерию изоморфности линейных пространств**, имеем...

XXIX.7. Следствие о размерности линейного пространства линейных операторов

Следствие 3. *Размерность линейного пространства всех линейных операторов линейного пространства U в линейное пространство V равна $m \cdot n$, где $n = \dim U$, $m = \dim V$.*

Доказательство. $\dim W = \dim M_{m\times n}(K)$.

Так как линейное пространство W всех линейных операторов линейного пространства U в линейное пространство V изоморфно линейному пространству $M_{m\times n}(K)$ всех $m \times n$-матриц с коэффициентами из K, то, по **критерию изоморфности линейных пространств**, имеем...

XXIX.7. Следствие о размерности линейного пространства линейных операторов

Следствие 3. *Размерность линейного пространства всех линейных операторов линейного пространства U в линейное пространство V равна $m \cdot n$, где $n = \dim U$, $m = \dim V$.*

Доказательство. $\dim W = \dim M_{m\times n}(K)$.

Для любых i, j с условиями $1 \le i \le m$, $1 \le j \le n$, обозначим через E_{ij} матрицу, у которой все элементы нулевые, кроме элемента e_{ij}, который равен 1. Таким образом, $e_{pq} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \ne i \text{ или } q \ne j, \\ 1, & \text{если } p = i \text{ и } q = j. \end{cases}$

XXIX.7. Следствие о размерности линейного пространства линейных операторов

Следствие 3. *Размерность линейного пространства всех линейных операторов линейного пространства U в линейное пространство V равна $m \cdot n$, где $n = \dim U$, $m = \dim V$.*

Доказательство. $\dim W = \dim M_{m\times n}(K)$.

Для любых i, j с условиями $1 \le i \le m$, $1 \le j \le n$, обозначим через E_{ij} матрицу, у которой все элементы нулевые, кроме элемента e_{ij}, который равен 1. Таким образом, $e_{pq} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \ne i \text{ или } q \ne j, \\ 1, & \text{если } p = i \text{ и } q = j. \end{cases}$

Тогда система матриц E_{ij}, где $1 \le i \le m$, $1 \le j \le n$, очевидно, является базисом линейного пространства $M_{m\times n}(K)$.

XXIX.7. Следствие о размерности линейного пространства линейных операторов

Следствие 3. *Размерность линейного пространства всех линейных операторов линейного пространства U в линейное пространство V равна $m \cdot n$, где $n = \dim U$, $m = \dim V$.*

Доказательство. $\dim W = \dim M_{m\times n}(K)$.

Для любых i, j с условиями $1 \le i \le m$, $1 \le j \le n$, обозначим через E_{ij} матрицу, у которой все элементы нулевые, кроме элемента e_{ij}, который равен 1. Таким образом, $e_{pq} = \begin{cases} 0, & \text{если } p \ne i \text{ или } q \ne j, \\ 1, & \text{если } p = i \text{ и } q = j. \end{cases}$
Тогда система матриц E_{ij}, где $1 \le i \le m$, $1 \le j \le n$, очевидно, является базисом линейного пространства $M_{m\times n}(K)$.

Таким образом, $\dim W = \dim M_{m\times n}(K) = m \times n$.

Следствие доказано.

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Как мы уже отмечали, одним из «стандартных вопросов» в рассматриваемой теории является вопрос об изменении исследуемого объекта (в данном случае, матрицы оператора) при переходе в другой **базис**.

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. *Пусть U, V — линейные пространства над полем K, $\text{Б}_U, \text{Б}'_U$ — **базисы** линейного пространства U, $\text{Б}_V, \text{Б}'_V$ — **базисы** линейного пространства V, $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$ — **матрица перехода** из базиса Б_U в **базис** Б'_U, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — матрица перехода из базиса Б_V в **базис** Б'_V, $\hat{A}$ — линейный оператор, отображающий линейное пространство U в линейное пространство V. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Слишком много слов естественного языка...

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство.

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство.

$$= [\hat{A}(x)]_{\text{Б}'_V} =$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах** и **теореме о координатах образа вектора** имеем...

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство.

$$= T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot [\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = [\hat{A}(x)]_{\text{Б}'_V} =$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах** и **теореме о координатах образа вектора** имеем...

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство.

$$= T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot [x]_{\text{Б}_U} =$$

$$= T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot [\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = [\hat{A}(x)]_{\text{Б}'_V} =$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах** и **теореме о координатах образа вектора** имеем...

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство.

$$T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б}'_U} \cdot [x]_{\text{Б}'_U} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot [x]_{\text{Б}_U} =$$
$$= T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot [\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = [\hat{A}(x)]_{\text{Б}'_V} =$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах** и **теореме о координатах образа вектора** имеем...

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство.

$$T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б}'_U} \cdot [x]_{\text{Б}'_U} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot [x]_{\text{Б}_U} =$$
$$= T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot [\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = [\hat{A}(x)]_{\text{Б}'_V} = A_{\text{Б}'_U, \text{Б}'_V} \cdot [x]_{\text{Б}'_U}.$$

По **теореме о координатах вектора в разных базисах** и **теореме о координатах образа вектора** имеем...

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство. Следовательно, получили равенство

$$T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б}'_U} \cdot [x]_{\text{Б}'_U} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot [x]_{\text{Б}_U} =$$
$$= T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot [\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = [\hat{A}(x)]_{\text{Б}'_V} = A_{\text{Б}'_U, \text{Б}'_V} \cdot [x]_{\text{Б}'_U}.$$

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство. Следовательно, получили равенство

$$T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б}'_U} \cdot [x]_{\text{Б}'_U} = A_{\text{Б}'_U, \text{Б}'_V} \cdot [x]_{\text{Б}'_U}. \tag{38}$$

$$T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б}'_U} \cdot [x]_{\text{Б}'_U} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot [x]_{\text{Б}_U} =$$

$$= T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot [\hat{A}(x)]_{\text{Б}_V} = [\hat{A}(x)]_{\text{Б}'_V} = A_{\text{Б}'_U, \text{Б}'_V} \cdot [x]_{\text{Б}'_U}.$$

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство. Следовательно, получили равенство

$$T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б}'_U} \cdot [x]_{\text{Б}'_U} = A_{\text{Б}'_U, \text{Б}'_V} \cdot [x]_{\text{Б}'_U}. \tag{38}$$

К сожалению, «сокращать» на x в этом равенстве, вообще говоря, нельзя. **Терзают сомнения?**

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство. Следовательно, получили равенство

$$T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б}'_U} \cdot [x]_{\text{Б}'_U} = A_{\text{Б}'_U, \text{Б}'_V} \cdot [x]_{\text{Б}'_U}. \tag{38}$$

Положение спасает **лемма о сокращении на произвольную матрицу**, из которой следует доказываемое **равенство (37).**

XXIX.8. Теорема о матрице оператора в другом базисе

Теорема 44. $T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}$, $T_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V}$ — ***матрицы перехода***, $\hat{A} : U \to V$ — *линейный оператор. Тогда*

$$\mathbf{A}_{\text{Б'}_U, \text{Б'}_V} = T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б'}_V} \cdot \mathbf{A}_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б'}_U}. \tag{37}$$

Доказательство. Следовательно, получили равенство

$$T^{-1}_{\text{Б}_V \to \text{Б}'_V} \cdot A_{\text{Б}_U, \text{Б}_V} \cdot T_{\text{Б}_U \to \text{Б}'_U} \cdot [x]_{\text{Б}'_U} = A_{\text{Б}'_U, \text{Б}'_V} \cdot [x]_{\text{Б}'_U}. \tag{38}$$

Положение спасает **лемма о сокращении на произвольную матрицу**, из которой следует доказываемое **равенство (37).**

Теорема доказана.

Рассмотрим пример?

XXIX.9. Определение ядра линейного оператора

Сочетание **стратегии обогащения модели** и **стратегии приоритетного изучения экстремальных ситуаций** приводит к важному понятию линейной алгебры — понятию *ядра линейного оператора*.

Определение 37. Ядром *линейного оператора* $\hat{A}$ *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется множество всех таких векторов* x *из* U*, образ которых под действием оператора* $\hat{A}$ *— нулевой вектор линейного пространства* V*.*

XXIX.10. Определение ядра линейного оператора

Определение 37. Ядром *линейного оператора* $\hat{A}$ *линейного пространства* U *в линейное пространство* V *называется множество всех таких векторов* x *из* U*, образ которых под действием оператора* $\hat{A}$ *— нулевой вектор линейного пространства* V*.*

Ядро оператора мы будем обозначать через $\operatorname{Ker}\hat{A}$. Можно записать определение ядра с помощью равенства:

$$\operatorname{Ker}\hat{A} = \left\{ x \,\middle|\, \hat{A}(x) = \mathbf{0}_V \right\}. \tag{39}$$

Рассмотрим пример?

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство.

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A} : U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U*.*

Доказательство. По **критерию подпространства** достаточно проверить, что для любых двух векторов $x, y \in \operatorname{Ker} \hat{A}$ и любых двух скаляров $\lambda, \mu \in K$ имеет место включение $\lambda x + \mu y \in \operatorname{Ker} \hat{A}$.

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A} : U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U*.*

Доказательство. По **критерию подпространства** достаточно проверить, что

$$\begin{cases} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{cases} \overset{???}{\Rightarrow} \lambda x + \mu y \in \operatorname{Ker} \hat{A}.$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство. По **критерию подпространства** достаточно проверить, что

$$\begin{cases} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{cases} \overset{???}{\Rightarrow} \lambda x + \mu y \in \operatorname{Ker} \hat{A}.$$

$$\begin{cases} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{cases} \overset{???}{\Rightarrow} \hat{A}\left(\lambda x + \mu y\right) = \mathbf{0}.$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство. По **критерию подпространства** достаточно проверить, что

$$\begin{cases} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{cases} \overset{???}{\Rightarrow} \lambda x + \mu y \in \operatorname{Ker} \hat{A}.$$

$$\begin{cases} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}\left(\lambda x + \mu y\right) = \lambda \hat{A}\left(x\right) + \mu \hat{A}\left(y\right) =$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство. По **критерию подпространства** достаточно проверить, что

$$\begin{cases} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{cases} \overset{???}{\Rightarrow} \lambda x + \mu y \in \operatorname{Ker} \hat{A}.$$

$$\begin{cases} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \underbrace{\hat{A}(x)}_{\mathbf{0}} + \mu \underbrace{\hat{A}(y)}_{\mathbf{0}} =$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство. По **критерию подпространства** достаточно проверить, что

$$\begin{cases} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{cases} \overset{???}{\Rightarrow} \lambda x + \mu y \in \operatorname{Ker} \hat{A}.$$

$$\begin{cases} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{cases} \Rightarrow \hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \underbrace{\hat{A}(x)}_{\mathbf{0}} + \mu \underbrace{\hat{A}(y)}_{\mathbf{0}} = \mathbf{0}.$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A} : U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U*.*

Доказательство. Итак, оформим доказательство:

$$\begin{cases} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{cases} \Rightarrow$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A} : U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U*.*

Доказательство. Итак, оформим доказательство:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{array} \right. \Rightarrow$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A} : U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U*.*

Доказательство. Итак, оформим доказательство:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \hat{A}\left(\lambda x + \mu y\right) =$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство. Итак, оформим доказательство:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{A}\left(\lambda x + \mu y\right) = \lambda \hat{A}\left(x\right) + \mu \hat{A}\left(y\right) =$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство. Итак, оформим доказательство:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{A}\left(\lambda x + \mu y\right) = \lambda \underbrace{\hat{A}\left(x\right)}_{\mathbf{0}} + \mu \underbrace{\hat{A}\left(y\right)}_{\mathbf{0}} =$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство. Итак, оформим доказательство:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{A}\left(\lambda x + \mu y\right) = \lambda \underbrace{\hat{A}\left(x\right)}_{\mathbf{0}} + \mu \underbrace{\hat{A}\left(y\right)}_{\mathbf{0}} = \mathbf{0} \Rightarrow$$

XXIX.11. Теорема о ядре линейного оператора

Теорема 45. ***Ядро*** *линейного оператора* $\hat{A}: U \mapsto V$ *является* ***подпространством*** *линейного пространства* U.

Доказательство. Итак, оформим доказательство:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \in \operatorname{Ker} \hat{A}, \\ y \in \operatorname{Ker} \hat{A} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}(x) = \mathbf{0}, \\ \hat{A}(y) = \mathbf{0} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{A}(\lambda x + \mu y) = \lambda \underbrace{\hat{A}(x)}_{\mathbf{0}} + \mu \underbrace{\hat{A}(y)}_{\mathbf{0}} = \mathbf{0} \Rightarrow \lambda x + \mu y \in \operatorname{Ker} \hat{A}.$$

Теорема доказана.

XXIX.12. Ранг и дефект линейного оператора

Определение 38. *Размерность ядра оператора* $\hat{A}$ *называется* **дефектом** *линейного оператора. Размерность подпространства* $\hat{A}(U) = \left\{ \hat{A}(x) \,\middle|\, x \in U \right\}$, *т.е. образа пространства* U *относительно действия* $\hat{A}$, *называется* **рангом** *линейного оператора* $\hat{A}$.

XXIX.12. Ранг и дефект линейного оператора

Определение 38. *Размерность ядра оператора* $\hat{A}$ *называется* **дефектом** *линейного оператора. Размерность подпространства* $\hat{A}(U) = \left\{ \hat{A}(x) \,\middle|\, x \in U \right\}$, *т.е. образа пространства* U *относительно действия* $\hat{A}$, *называется* **рангом** *линейного оператора* $\hat{A}$.

Ранг линейного оператора $\hat{A}$ мы будем обозначать через $\mathrm{Rg}\,\hat{A}$, а дефект — через $\mathrm{d}(\hat{A})$.

XXIX.13. Теорема о ранге линейного оператора

Теорема 46. *Если* $A_{\mathbf{Б}}$ *— **матрица оператора*** $\hat{A}$ *в базисе* **Б** *линейного пространства* U*, то* $\operatorname{Rg} A_{\mathbf{Б}} = \operatorname{Rg} \hat{A}$.

Доказательство.

XXIX.13. Теорема о ранге линейного оператора

Теорема 46. *Если* $A_{\mathbf{Б}}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в базисе* $\mathbf{Б}$ *линейного пространства* U, *то* $\operatorname{Rg} A_{\mathbf{Б}} = \operatorname{Rg} \hat{A}$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$. Если $\mathbf{Б}_0 = \left\{\hat{A}(e_{i_1}), \ldots, \hat{A}(e_{i_r})\right\}$ — максимальная линейно независимая подсистема системы векторов $\mathbf{Б} = \left\{\hat{A}(e_1), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$, то, очевидно, $\mathbf{Б}_0$ является базисом линейного пространства $\hat{A}(U)$ (легко следует из **теоремы о линейных комбинациях базисных векторов**).

XXIX.13. Теорема о ранге линейного оператора

Теорема 46. *Если* $A_{\mathbf{Б}}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в базисе* $\mathbf{Б}$ *линейного пространства* U, *то* $\operatorname{Rg} A_{\mathbf{Б}} = \operatorname{Rg} \hat{A}$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$. Если $\mathbf{Б}_0 = \left\{\hat{A}(e_{i_1}), \ldots, \hat{A}(e_{i_r})\right\}$ — максимальная линейно независимая подсистема системы векторов $\mathbf{Б} = \left\{\hat{A}(e_1), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$, то, очевидно, $\mathbf{Б}_0$ является базисом линейного пространства $\hat{A}(U)$ (легко следует из **теоремы о линейных комбинациях базисных векторов**). Поэтому $r = \operatorname{Rg} \hat{A}$.

XXIX.13. Теорема о ранге линейного оператора

Теорема 46. *Если* $A_{\mathbf{Б}}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в базисе* **Б** *линейного пространства* U, *то* $\operatorname{Rg} A_{\mathbf{Б}} = \operatorname{Rg} \hat{A}$.

Доказательство. $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_0 = \left\{\hat{A}(e_{i_1}), \ldots, \hat{A}(e_{i_r})\right\}$ — максимальная линейно независимая подсистема системы векторов $\mathbf{Б} = \left\{\hat{A}(e_1), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$, $\mathbf{Б}_0$ — базис линейного пространства $\hat{A}(U)$, $r = \operatorname{Rg} \hat{A}$. С помощью **теоремы о линейных комбинациях базисных векторов** легко получить, что система столбцов координат векторов из $\mathbf{Б}_0$ является базисом линейной оболочки системы столбцов матрицы $A_{\mathbf{Б}}$.

XXIX.13. Теорема о ранге линейного оператора

Теорема 46. *Если* $A_{\mathbf{Б}}$ — ***матрица оператора*** $\hat{A}$ *в базисе* **Б** *линейного пространства* U, *то* $\operatorname{Rg} A_{\mathbf{Б}} = \operatorname{Rg} \hat{A}$.

Доказательство. $\mathbf{Б}_U = \{e_1, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{Б}_0 = \left\{\hat{A}(e_{i_1}), \ldots, \hat{A}(e_{i_r})\right\}$ — максимальная линейно независимая подсистема системы векторов $\mathbf{Б} = \left\{\hat{A}(e_1), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$, $\mathbf{Б}_0$ — базис линейного пространства $\hat{A}(U)$, $r = \operatorname{Rg} \hat{A}$. С помощью **теоремы о линейных комбинациях базисных векторов** легко получить, что система столбцов координат векторов из $\mathbf{Б}_0$ является базисом линейной оболочки системы столбцов матрицы $A_{\mathbf{Б}}$.

Следовательно, r равно столбцовому рангу матрицы $A_{\mathbf{Б}}$. По **теореме о совпадении трех рангов** столбцовый ранг матрицы $A_{\mathbf{Б}}$ равен ее рангу. Поэтому $\operatorname{Rg} A_{\mathbf{Б}} = r = \operatorname{Rg} \hat{A}$, что и требовалось доказать.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg} \hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg} \hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство.

Пусть $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, \ldots, e_d\}$ — базис ядра оператора $\hat{A}$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство.

Пусть $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, \ldots, e_d\}$ — базис ядра оператора $\hat{A}$.

Дополним его до базиса всего пространства U...

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, \quad\}$

Пусть $\text{Б}_0 = \{e_1, \ldots, e_d\}$ — базис ядра оператора $\hat{A}$.

Дополним его до базиса всего пространства U...

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Пусть $\text{Б}_0 = \{e_1, \ldots, e_d\}$ — базис ядра оператора $\hat{A}$.

Дополним его до базиса всего пространства U...

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

По **теореме о линейных комбинациях базисных векторов**, для этого достаточно доказать линейную независимость этой системы векторов и ее полноту.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n =$

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_d e_d$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_d e_d$.

$-\lambda_1 e_1 - \ldots - \lambda_d e_d + \lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \mathbf{0}_U$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_d e_d$.

$-\lambda_1 e_1 - \ldots - \lambda_d e_d + \lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \mathbf{0}_U$.

Из линейной независимости **Б**:

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_d e_d$.

$-\lambda_1 e_1 - \ldots - \lambda_d e_d + \lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \mathbf{0}_U$.

Из линейной независимости **Б**: $\lambda_1 = \ldots = \lambda_d = \lambda_{d+1} = \ldots = \lambda_n = 0$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_d e_d$.

$-\lambda_1 e_1 - \ldots - \lambda_d e_d + \lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \mathbf{0}_U$.

Из линейной независимости **Б**: $\lambda_1 = \ldots = \lambda_d = \lambda_{d+1} = \ldots = \lambda_n = 0$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Докажем линейную независимость. Пусть

$$\lambda_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \lambda_{d+2}\hat{A}(e_{d+2}) + \ldots + \lambda_n\hat{A}(e_n) = \mathbf{0}_V. \qquad (40)$$

$\hat{A}\left(\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n\right) = \mathbf{0}_V$, то есть

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n \in \operatorname{Ker}(\hat{A})$. Значит,

$\lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \lambda_1 e_1 + \ldots + \lambda_d e_d$.

$-\lambda_1 e_1 - \ldots - \lambda_d e_d + \lambda_{d+1}e_{d+1} + \lambda_{d+2}e_{d+2} + \ldots + \lambda_n e_n = \mathbf{0}_U$.

Из линейной независимости **Б**: $\lambda_1 = \ldots = \lambda_d = \lambda_{d+1} = \ldots = \lambda_n = 0$.

Значит, $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ линейно независимая система.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x:

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x: $\hat{A}(y) = x$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x: $\hat{A}(y) = x$.

$y = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$,

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x: $\hat{A}(y) = x$.

$y = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$,

$\hat{A}(y) = \mu_1\hat{A}(e_1) + \ldots + \mu_d\hat{A}(e_d) + \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n) =$

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x: $\hat{A}(y) = x$.

$y = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$,

$\hat{A}(y) = \mu_1\hat{A}(e_1) + \ldots + \mu_d\hat{A}(e_d) + \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n) =$

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x: $\hat{A}(y) = x$.

$y = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$,

$\hat{A}(y) = \underbrace{\mu_1\hat{A}(e_1) + \ldots + \mu_d\hat{A}(e_d)}_{=\mathbf{0}_V} + \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n) =$

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x: $\hat{A}(y) = x$.

$y = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$,

$\hat{A}(y) = \underbrace{\mu_1\hat{A}(e_1) + \ldots + \mu_d\hat{A}(e_d)}_{=\mathbf{0}_V} + \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n) =$

$= \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n)$,

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x: $\hat{A}(y) = x$.

$y = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$,

$\hat{A}(y) = \underbrace{\mu_1\hat{A}(e_1) + \ldots + \mu_d\hat{A}(e_d)}_{=\mathbf{0}_V} + \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n) =$

$= \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n)$,

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ — *линейный оператор* $U \to V$, *то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Осталось доказать, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

Возьмем $x \in \hat{A}(U)$. Пусть y — прообраз для x: $\hat{A}(y) = x$.

$y = \mu_1 e_1 + \ldots + \mu_n e_n$,

$\hat{A}(y) = \underbrace{\mu_1\hat{A}(e_1) + \ldots + \mu_d\hat{A}(e_d)}_{=\mathbf{0}_V} + \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n) =$

$= \mu_{d+1}\hat{A}(e_{d+1}) + \ldots + \mu_n\hat{A}(e_n)$, что мы и доказывали.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Доказали, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Докажем, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Доказали, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис Ker } \hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Доказали, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Проверили линейную независимость $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$.

Доказали, что $\left\langle \hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n) \right\rangle = \hat{A}(U)$.

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Доказали, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Значит, $\dim U =$

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. **Б** $= \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Доказали, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Значит, $\dim U = n =$

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Доказали, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Значит, $\dim U = n = d + (n - d) =$

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \mathrm{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\mathbf{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Доказали, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Значит, $\dim U = n = d + (n-d) = \mathrm{d}(\hat{A}) + \operatorname{Rg}\hat{A}$,

XXIX.14. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Теорема 47. *Если* $\hat{A}$ *— линейный оператор* $U \to V$*, то* $\operatorname{Rg}\hat{A} + \operatorname{d}(\hat{A}) = \dim U$.

Доказательство. $\text{Б} = \{\overbrace{e_1, \ldots, e_d}^{\text{базис } \operatorname{Ker}\hat{A}}, e_{d+1}, \ldots, e_n\}$ — базис пр-ва U.

Доказали, что $\left\{\hat{A}(e_{d+1}), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ является базисом пр-ва $\hat{A}(U)$.

Значит, $\dim U = n = d + (n-d) = \operatorname{d}(\hat{A}) + \operatorname{Rg}\hat{A}$, что и требовалось доказать.

XXIX.15. Замечание к теореме о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Замечание 2. *Даже при* $U = V$ *из этой теоремы* **не следует**, *что* U *является суммой подпространств* $\operatorname{Ker} \hat{A}$ *и* $\hat{A}(U)$.

XXIX.15. Замечание к теореме о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Замечание 2. *Даже при* $U = V$ *из этой теоремы* **не следует**, *что* U *является суммой подпространств* $\operatorname{Ker} \hat{A}$ *и* $\hat{A}(U)$.

В самом деле, рассмотрим в качестве $\hat{A}$ произведение оператора $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\frac{\pi}{2}$ против часовой стрелки на оператор $\hat{Q}$ проецирования плоскости на ось Ox.

XXIX.15. Замечание к теореме о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Замечание 2. *Даже при* $U = V$ *из этой теоремы* **не следует**, *что* U *является суммой подпространств* $\operatorname{Ker} \hat{A}$ *и* $\hat{A}(U)$.

В самом деле, рассмотрим в качестве $\hat{A}$ произведение оператора $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\frac{\pi}{2}$ против часовой стрелки на оператор $\hat{Q}$ проецирования плоскости на ось Ox.

Ядро оператора $\hat{A}$ совпадает с осью Ox (то есть состоит из всех векторов с началом в точке O и концом на оси Ox).

XXIX.15. Замечание к теореме о сумме ранга и дефекта линейного оператора

Замечание 2. *Даже при* $U = V$ *из этой теоремы* **не следует**, *что* U *является суммой подпространств* $\operatorname{Ker} \hat{A}$ *и* $\hat{A}(U)$.

В самом деле, рассмотрим в качестве $\hat{A}$ произведение оператора $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\frac{\pi}{2}$ против часовой стрелки на оператор $\hat{Q}$ проецирования плоскости на ось Ox.

Ядро оператора $\hat{A}$ совпадает с осью Ox (то есть состоит из всех векторов с началом в точке O и концом на оси Ox).

Образ пространства, то есть $\hat{A}(U) = \hat{P}\left(\hat{Q}(U)\right)$ тоже совпадает с осью Ox, то есть с $\operatorname{Ker} \hat{A}$.

XXIX.16. Вырожденные и обратимые операторы

Определение 39. *Линейный оператор* $\hat{A}$ *называется* **вырожденным** *тогда и только тогда, когда его* ***ядро*** *— ненулевое, то есть отлично от* $\{\mathbf{0}\}$. *В противном случае, то есть при* $\operatorname{Ker}\hat{A} = \{\mathbf{0}\}$, *линейный оператор* $\hat{A}$ *называется* **невырожденным**.

XXIX.17. Обратные операторы

Определение 40. *Линейный оператор* $\hat{A}^{-1}$ *называется* **обратным** *к оператору* $\hat{A}$ *тогда и только тогда, когда имеют место равенства* $\hat{A}\hat{A}^{-1} = \hat{E}$ *и* $\hat{A}^{-1}\hat{A} = \hat{E}$.

XXIX.17. Обратные операторы

Определение 40. *Линейный оператор* $\hat{A}^{-1}$ *называется* **обратным** *к оператору* $\hat{A}$ *тогда и только тогда, когда имеют место равенства* $\hat{A}\hat{A}^{-1} = \hat{E}$ *и* $\hat{A}^{-1}\hat{A} = \hat{E}$.

Следует отметить, что термин «обратный» обусловлен тем, что обратный линейный оператор $\hat{A}^{-1}$ является обратной к $\hat{A}$ функцией.

XXIX.18. Критерий невырожденности оператора

Теорема 48. *Линейный оператор $\hat{A}$ невырожденный тогда и только тогда, когда он обратим.*

XXIX.18. Критерий невырожденности оператора

Теорема 48. *Линейный оператор $\hat{A}$ невырожденный тогда и только тогда, когда он обратим.*

Это следствие из теоремы об **изоморфности пространства матриц и пространства линейных операторов**, и **критерия обратимости матрицы**.

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть* $\hat{L}$ *— линейный оператор линейного пространства* U, **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U. *Следующие утверждения эквивалентны:*

1) $\hat{L}$ *— вырожденный оператор;* *2)* $\operatorname{Ker}\hat{L} \neq \{\mathbf{0}\}$;

3) $\mathrm{d}(\hat{L}) \neq 0$; *4)* $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$;

5) $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$; *6)* $\det\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) = 0$;

7) существует линейно независимая система векторов $\{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ *такая, что система векторов* $\left\{\hat{L}(u_1), \hat{L}(u_2), \ldots, \hat{L}(u_k)\right\}$ *линейно зависима.*

8) $\hat{L}(U) < U$, *то есть* $\hat{L}(U) \neq U$.

Доказательство.

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть $\hat{L}$ — линейный оператор линейного пространства U,* **Б** *— **базис** линейного пространства U. Следующие утверждения эквивалентны:*

1) $\hat{L}$ *— вырожденный оператор;* *2)* $\operatorname{Ker}\hat{L} \neq \{\mathbf{0}\}$;

3) $\mathrm{d}(\hat{L}) \neq 0$; *4)* $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$;

5) $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$; *6)* $\det\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) = 0$;

7) существует линейно независимая система векторов $\{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ *такая, что система векторов* $\left\{\hat{L}(u_1), \hat{L}(u_2), \ldots, \hat{L}(u_k)\right\}$ *линейно зависима.*

8) $\hat{L}(U) < U$, *то есть* $\hat{L}(U) \neq U$.

Доказательство. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$. Очевидно, что 1) $\Leftrightarrow$ 2) $\Leftrightarrow$ 3). Эквивалентность 3) $\Leftrightarrow$ 4) следует из теоремы о сумме ранга и дефекта линейного оператора.

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть* $\hat{L}$ *— линейный оператор линейного пространства* U, **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U. *Следующие утверждения эквивалентны:*

1) $\hat{L}$ *— вырожденный оператор;* *2)* $\operatorname{Ker}\hat{L} \neq \{\mathbf{0}\}$;

3) $\mathrm{d}(\hat{L}) \neq 0$; *4)* $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$;

5) $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$; *6)* $\det\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) = 0$;

7) существует линейно независимая система векторов $\{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ *такая, что система векторов* $\left\{\hat{L}(u_1), \hat{L}(u_2), \ldots, \hat{L}(u_k)\right\}$ *линейно зависима.*

8) $\hat{L}(U) < U$, *то есть* $\hat{L}(U) \neq U$.

Доказательство. Тот факт, что 5) $\Leftrightarrow$ 6) следует из определения ранга оператора.

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть* $\hat{L}$ *— линейный оператор линейного пространства* U, **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U. *Следующие утверждения эквивалентны:*

1) $\hat{L}$ *— вырожденный оператор;* *2)* $\operatorname{Ker}\hat{L} \neq \{\mathbf{0}\}$;

3) $\mathrm{d}(\hat{L}) \neq 0$; *4)* $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$;

5) $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$; *6)* $\det\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) = 0$;

7) существует линейно независимая система векторов $\{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ *такая, что система векторов* $\left\{\hat{L}(u_1), \hat{L}(u_2), \ldots, \hat{L}(u_k)\right\}$ *линейно зависима.*

8) $\hat{L}(U) < U$, *то есть* $\hat{L}(U) \neq U$.

Доказательство. Утверждение 4) $\Leftrightarrow$ 7) следует из определения ранга оператора, в качестве системы векторов $\{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ можно взять базу линейного пространства U.

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть* $\hat{L}$ *— линейный оператор линейного пространства* U, **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U. *Следующие утверждения эквивалентны:*

1) $\hat{L}$ *— вырожденный оператор;* *2)* $\operatorname{Ker}\hat{L} \neq \{\mathbf{0}\}$;

3) $\mathrm{d}(\hat{L}) \neq 0$; *4)* $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$;

5) $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$; *6)* $\det\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) = 0$;

7) существует линейно независимая система векторов $\{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ *такая, что система векторов* $\left\{\hat{L}(u_1), \hat{L}(u_2), \ldots, \hat{L}(u_k)\right\}$ *линейно зависима.*

8) $\hat{L}(U) < U$, *то есть* $\hat{L}(U) \neq U$.

Доказательство. Наконец, 5) $\Leftrightarrow$ 8) следует из теоремы о размерности подпространства.

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть* $\hat{L}$ *— линейный оператор линейного пространства* U, **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U. *Следующие утверждения эквивалентны:*

1) $\hat{L}$ *— вырожденный оператор;* *2)* $\operatorname{Ker}\hat{L} \neq \{\mathbf{0}\}$;

3) $\mathrm{d}(\hat{L}) \neq 0$; *4)* $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$;

5) $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$; *6)* $\det\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) = 0$;

7) существует линейно независимая система векторов $\{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$ *такая, что система векторов* $\left\{\hat{L}(u_1), \hat{L}(u_2), \ldots, \hat{L}(u_k)\right\}$ *линейно зависима.*

8) $\hat{L}(U) < U$, *то есть* $\hat{L}(U) \neq U$.

Доказательство. Докажем 4) $\Leftrightarrow$ 5).

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть* $\hat{L}$ *— линейный оператор линейного пространства* U, **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U. *Следующие утверждения эквивалентны:*

. . . 4) $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$*; . . . 5)* $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$*;*

Доказательство. Докажем 4) $\Leftrightarrow$ 5).

Столбцами матрицы $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}}$ являются столбцы координат векторов $\hat{L}(e_k)$ в базисе **Б**. По **теореме о стандартном изомофизме в** $\mathbb{R}^n$ отображение $f(x) = [x]_{\mathbf{Б}}$ является изоморфизмом линейного пространства U в $\mathbb{R}^n$.

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть* $\hat{L}$ *— линейный оператор линейного пространства* U, **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U. *Следующие утверждения эквивалентны:*

. . . 4) $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$*; . . . 5)* $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$*;*

Доказательство. Докажем 4) $\Leftrightarrow$ 5).

Согласно **теореме об образе системы векторов при изоморфизме** система векторов $\{e_{k_1}, e_{k_2}, \ldots, e_{k_m}\}$ является *максимальной линейно независимой системой* векторов линейного пространства $\hat{L}(U)$ тогда и только тогда, когда система столбцов $\left\{[e_{k_1}]_{\mathbf{Б}}, [e_{k_2}]_{\mathbf{Б}}, \ldots, [e_{k_m}]_{\mathbf{Б}}\right\}$ является максимальной линейно независимой системой столбцов матрицы $\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}$.

XXIX.19. Критерий вырожденности оператора

Теорема 49. *Пусть* $\hat{L}$ *— линейный оператор линейного пространства* U, $\mathbf{Б}$ *—* ***базис*** *линейного пространства* U. *Следующие утверждения эквивалентны:*

. . . 4) $\operatorname{Rg}\hat{L} < \dim U$*; . . . 5)* $\operatorname{Rg}\left(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}\right) < \dim U$*;*

Доказательство. Докажем 4) $\Leftrightarrow$ 5).

Тот факт, что система векторов $\{e_{k_1}, e_{k_2}, \ldots, e_{k_m}\}$ является максимальной линейно независимой системой векторов линейного пространства $\hat{L}(U)$ означает, что $\operatorname{Rg} L = m$, а тот факт, что $\left\{[e_{k_1}]_{\mathbf{Б}}, [e_{k_2}]_{\mathbf{Б}}, \ldots, [e_{k_m}]_{\mathbf{Б}}\right\}$ является максимальной линейно независимой системой столбцов матрицы $\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}$, означает, в силу теоремы о совпадении трех рангов, что $\operatorname{Rg}(\mathbf{L}_{\mathbf{Б}}) = m$. Эквивалентность 4) $\Leftrightarrow$ 5) доказана.

Теорема доказана.

XXIX.20. Инвариантные подпространства

Определение 41. *Пусть* $\hat{A}$ *— линейный оператор линейного пространства* U*. Подпространство* V *линейного пространства* U *называется* $\hat{A}$**-инвариантным подпространством** *тогда и только тогда, когда для любого вектора* $x \in V$ *имеет место включение* $\hat{A}(x) \in V$*.*

XXIX.20. Инвариантные подпространства

Определение 41. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Подпространство V линейного пространства U называется* **$\hat{A}$-инвариантным подпространством** *тогда и только тогда, когда для любого вектора $x \in V$ имеет место включение $\hat{A}(x) \in V$.*

Иными словами, оператор $\hat{A}$ ни один из векторов подпространства V не «выбрасывает наружу», «за пределы» подпространства V.

XXIX.21. Теорема об алгебре инвариантных подпространств

Теорема 50. *Пусть $\hat{A}$ —линейный оператор линейного пространства U. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1. *сумма $\hat{A}$-инвариантных подпространств является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*
2. *пересечение $\hat{A}$-инвариантных подпространств является $\hat{A}$-инвариантным подпространством.*

Доказательство.

XXIX.21. Теорема об алгебре инвариантных подпространств

Теорема 50. *Пусть $\hat{A}$ —линейный оператор линейного пространства U. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1. *сумма $\hat{A}$-инвариантных подпространств является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*
2. *пересечение $\hat{A}$-инвариантных подпространств является $\hat{A}$-инвариантным подпространством.*

Доказательство. Очевидно.

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U с базисом $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$. Тогда справедливы следующие утверждения (здесь $\mathbf{0}_{p\times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$):*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

2. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{0}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{Q}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_{n-k+1}, e_{n-k+2}, \ldots, e_n\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством.*

Доказательство.

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U с базисом $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$. Тогда справедливы следующие утверждения (здесь $\mathbf{0}_{p\times q}$ — нулевая матрица размерности $p \times q$):*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

2. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{0}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{Q}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_{n-k+1}, e_{n-k+2}, \ldots, e_n\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством.*

Доказательство. Докажем только первое утверждение, поскольку рассуждения во втором случае аналогичны.

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Если **матрица оператора** имеет указанный в первом пункте вид, то для любого $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$, по определению **матрицы оператора** имеем

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Если **матрица оператора** имеет указанный в первом пункте вид, то для любого $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$, по определению **матрицы оператора** имеем

$\hat{A}\,(e_i) =$

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Если **матрица оператора** имеет указанный в первом пункте вид, то для любого $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$, по определению **матрицы оператора** имеем

$$\hat{A}\,(e_i) = p_{1i}e_1 + \ldots + p_{ki}e_k + 0 \cdot e_{k+1} + \ldots + 0 \cdot e_n \in$$

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Если **матрица оператора** имеет указанный в первом пункте вид, то для любого $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$, по определению **матрицы оператора** имеем

$$\hat{A}\,(e_i) = p_{1i}e_1 + \ldots + p_{ki}e_k + 0 \cdot e_{k+1} + \ldots + 0 \cdot e_n \in \langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle\,.$$

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Если **матрица оператора** имеет указанный в первом пункте вид, то для любого $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$, по определению **матрицы оператора** имеем

$$\hat{A}\,(e_i) = p_{1i}e_1 + \ldots + p_{ki}e_k + 0 \cdot e_{k+1} + \ldots + 0 \cdot e_n \in \langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle\,.$$

Значит, последнее подпространство является $\hat{A}$-инвариантным.

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Докажем достаточность.

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Докажем достаточность.

Если подпространство $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ является $\hat{A}$-инвариантным, то, по определению **матрицы оператора**,

$\hat{A}\,(e_i) =$

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Докажем достаточность.

Если подпространство $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ является $\hat{A}$-инвариантным, то, по определению **матрицы оператора**,

$\hat{A}\,(e_i) = a_{1i}e_1 + \ldots + a_{ki}e_k =$

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Докажем достаточность.

Если подпространство $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ является $\hat{A}$-инвариантным, то, по определению **матрицы оператора**,

$$\hat{A}\,(e_i) = a_{1i}e_1 + \ldots + a_{ki}e_k = a_{1i}e_1 + \ldots + a_{ki}e_k + 0\cdot e_{k+1} + \ldots + 0\cdot e_n,$$

XXIX.22. Критерий полураспавшейся матрицы оператора

Теорема 51. *$\hat{A}$ — л.о., $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис.*

1. $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{k\times k} & \mathbf{Q}_{k\times(n-k)} \\ \mathbf{0}_{(n-k)\times k} & \mathbf{R}_{(n-k)\times(n-k)} \end{pmatrix}$ *тогда и только тогда, когда* $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ *является $\hat{A}$-инвариантным подпространством;*

Доказательство. Докажем достаточность.

Если подпространство $\langle e_1, e_2, \ldots, e_k\rangle$ является $\hat{A}$-инвариантным, то, по определению **матрицы оператора**,

$$\hat{A}\,(e_i) = a_{1i}e_1 + \ldots + a_{ki}e_k = a_{1i}e_1 + \ldots + a_{ki}e_k + 0\cdot e_{k+1} + \ldots + 0\cdot e_n,$$

то есть **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет указанный вид.

XXX. Собственные векторы

При изучении инвариантных подпространств, как обычно, особый интерес представляют «крайние», «экстремальные», в некотором смысле, ситуации.

XXX. Собственные векторы

При изучении инвариантных подпространств, как обычно, особый интерес представляют «крайние», «экстремальные», в некотором смысле, ситуации.

В данном случае, когда речь идет о подпространстве, под «экстремальностью» можно понимать, например, «предельно возможные» значения *размерности* подпространства.

XXX. Собственные векторы

При изучении инвариантных подпространств, как обычно, особый интерес представляют «крайние», «экстремальные», в некотором смысле, ситуации.

В данном случае, когда речь идет о подпространстве, под «экстремальностью» можно понимать, например, «предельно возможные» значения *размерности* подпространства.

Случаи, когда размерность $\hat{A}$-инвариантного подпространства равна 0 или $\dim U$, неинтересны.

XXX. Собственные векторы

При изучении инвариантных подпространств, как обычно, особый интерес представляют «крайние», «экстремальные», в некотором смысле, ситуации.

В данном случае, когда речь идет о подпространстве, под «экстремальностью» можно понимать, например, «предельно возможные» значения *размерности* подпространства.

Случаи, когда размерность $\hat{A}$-инвариантного подпространства равна 0 или $\dim U$, неинтересны.

Поэтому рассмотрим одномерные $\hat{A}$-инвариантные подпространства. Что интересного можно сказать в этой ситуации?

XXX.1. Определение собственного вектора

Итак, пусть $V = \langle x \rangle$ — $\hat{A}$-инвариантное подпространство. Тогда, по определению $\hat{A}$-инвариантного подпространства, имеет место включение $\hat{A}(x) \in V = \langle x \rangle$, то есть

XXX.1. Определение собственного вектора

Итак, пусть $V = \langle x \rangle$ — $\hat{A}$-инвариантное подпространство. Тогда, по определению $\hat{A}$-инвариантного подпространства, имеет место включение $\hat{A}(x) \in V = \langle x \rangle$, то есть

$$\hat{A}(x) = \lambda x$$

для некоторого $\lambda \in K$.

XXX.1. Определение собственного вектора

Определение 42. *Вектор $x \in U$ называется* **собственным вектором** *линейного оператора $\hat{A}$, отвечающим* **собственному значению** λ *тогда и только тогда, когда, во-первых, x — ненулевой вектор, и, во-вторых, имеет место равенство $\hat{A}(x) = \lambda x$.*

Итак, пусть $V = \langle x \rangle$ — $\hat{A}$-инвариантное подпространство. Тогда, по определению $\hat{A}$-инвариантного подпространства, имеет место включение $\hat{A}(x) \in V = \langle x \rangle$, то есть

$$\hat{A}(x) = \lambda x \tag{41}$$

для некоторого $\lambda \in K$.

XXX.1. Определение собственного вектора

Определение 42. *Вектор $x \in U$ называется* **собственным вектором** *линейного оператора $\hat{A}$, отвечающим* **собственному значению** λ *тогда и только тогда, когда, во-первых, x — ненулевой вектор, и, во-вторых, имеет место равенство $\hat{A}(x) = \lambda x$.*

Итак, пусть $V = \langle x \rangle$ — $\hat{A}$-инвариантное подпространство. Тогда, по определению $\hat{A}$-инвариантного подпространства, имеет место включение $\hat{A}(x) \in V = \langle x \rangle$, то есть

$$\hat{A}(x) = \lambda x \tag{41}$$

для некоторого $\lambda \in K$.

Определение 43. *Множество всех собственных значений линейного оператора $\hat{A}$ называется его* **спектром**.

Спектр линейного оператора $\hat{A}$ мы будем обозначать, как $\operatorname{spec} \hat{A}$.

Рассмотрим пример?

XXX.2. Критерий собственного вектора

Теорема 52. *Ненулевой вектор $x \in U$ является* ***собственным вектором*** *линейного оператора $\hat{A}$ тогда и только тогда, когда $\langle x \rangle$ — это $\hat{A}$-инвариантное подпространство.*

Доказательство.

XXX.2. Критерий собственного вектора

Теорема 52. *Ненулевой вектор $x \in U$ является* ***собственным вектором*** *линейного оператора $\hat{A}$ тогда и только тогда, когда $\langle x \rangle$ — это $\hat{A}$-инвариантное подпространство.*

Доказательство. Это очевидное следствие из определений.

XXX.3. Собственное подпространство

Применим **стратегию перехода от изучения отдельного элемента к исследованию системы объектов.**

XXX.3. Собственное подпространство

Применим **стратегию перехода от изучения отдельного элемента к исследованию системы объектов.**

Пусть λ — собственное значение **линейного оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U, и x, y — **собственные векторы линейного оператора** $\hat{L}$, отвечающие собственному значению λ.

Тогда для любых $\alpha, \beta \in K$

XXX.3. Собственное подпространство

Применим **стратегию перехода от изучения отдельного элемента к исследованию системы объектов.**

Пусть λ — собственное значение **линейного оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U, и x, y — **собственные векторы линейного оператора** $\hat{L}$, отвечающие собственному значению λ.

Тогда для любых $\alpha, \beta \in K$

$$\hat{L}\left(\alpha x + \beta y\right) =$$

XXX.3. Собственное подпространство

Применим **стратегию перехода от изучения отдельного элемента к исследованию системы объектов.**

Пусть λ — собственное значение **линейного оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U, и x, y — **собственные векторы линейного оператора** $\hat{L}$, отвечающие собственному значению λ.

Тогда для любых $\alpha, \beta \in K$

$$\hat{L}(\alpha x + \beta y) = \alpha \hat{L}(x) + \beta \hat{L}(y) =$$

XXX.3. Собственное подпространство

Применим **стратегию перехода от изучения отдельного элемента к исследованию системы объектов.**

Пусть λ — собственное значение **линейного оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U, и x, y — **собственные векторы линейного оператора** $\hat{L}$, отвечающие собственному значению λ.

Тогда для любых $\alpha, \beta \in K$

$$\hat{L}(\alpha x + \beta y) = \alpha \hat{L}(x) + \beta \hat{L}(y) = \alpha\lambda x + \beta\lambda y =$$

XXX.3. Собственное подпространство

Применим **стратегию перехода от изучения отдельного элемента к исследованию системы объектов.**

Пусть λ — собственное значение **линейного оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U, и x, y — **собственные векторы линейного оператора** $\hat{L}$, отвечающие собственному значению λ.

Тогда для любых $\alpha, \beta \in K$

$$\hat{L}\left(\alpha x + \beta y\right) = \alpha \hat{L}\left(x\right) + \beta \hat{L}\left(y\right) = \alpha\lambda x + \beta\lambda y = \lambda\left(\alpha x + \beta y\right).$$

XXX.3. Собственное подпространство

Применим **стратегию перехода от изучения отдельного элемента к исследованию системы объектов.**

Пусть λ — собственное значение **линейного оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U, и x, y — **собственные векторы линейного оператора** $\hat{L}$, отвечающие собственному значению λ.

Тогда для любых $\alpha, \beta \in K$

$$\hat{L}\left(\alpha x + \beta y\right) = \alpha \hat{L}\left(x\right) + \beta \hat{L}\left(y\right) = \alpha\lambda x + \beta\lambda y = \lambda\left(\alpha x + \beta y\right).$$

Следует ли отсюда, что, согласно **критерию подпространства** множество **собственных векторов**, отвечающих **собственному значению** λ является **подпространством** линейного пространства U?

XXX.3. Собственное подпространство

Применим **стратегию перехода от изучения отдельного элемента к исследованию системы объектов.**

Пусть λ — собственное значение **линейного оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U, и x, y — **собственные векторы линейного оператора** $\hat{L}$, отвечающие собственному значению λ.

Тогда для любых $\alpha, \beta \in K$

$$\hat{L}(\alpha x + \beta y) = \alpha \hat{L}(x) + \beta \hat{L}(y) = \alpha\lambda x + \beta\lambda y = \lambda(\alpha x + \beta y).$$

Следует ли отсюда, что, согласно **критерию подпространства** множество **собственных векторов**, отвечающих **собственному значению** λ является **подпространством** линейного пространства U?

Собственный вектор является **ненулевым**!

XXX.3. Собственное подпространство

Теорема 53. *Пусть α — собственное значение* ***линейного оператора*** $\hat{L}$ *линейного пространства U, и V — множество всех* ***собственных векторов линейного оператора*** $\hat{L}$*, отвечающих собственному значению λ. Тогда $V \cup \{\mathbf{0}\}$ является* ***подпространством*** *линейного пространства U.*

Слишком много слов....

XXX.3. Собственное подпространство

Теорема 53. *Если* $\hat{L}$ *—* ***линейный оператор линейного пространства*** U *над полем* K*, то для любого* $\lambda \in K$ *имеем*

$$\left\{ x \;\middle|\; \begin{cases} \hat{L}(x) = \lambda x, \\ x \neq \mathbf{0} \end{cases} \right\} \cup \{\mathbf{0}\} < U.$$

Вот теперь хорошо!

XXX.3. Собственное подпространство

Теорема 53. *Если* $\hat{L}$ *—* ***линейный оператор линейного пространства*** U *над полем* K*, то для любого* $\lambda \in K$ *имеем*

$$\left\{ x \;\middle|\; \begin{cases} \hat{L}(x) = \lambda x, \\ x \neq \mathbf{0} \end{cases} \right\} \cup \{\mathbf{0}\} < U.$$

Доказательство. Это очевидное следствие из

XXX.3. Собственное подпространство

Теорема 53. *Если* $\hat{L}$ *—* ***линейный оператор линейного пространства*** U *над полем* K*, то для любого* $\lambda \in K$ *имеем*

$$\left\{ x \;\middle|\; \begin{cases} \hat{L}(x) = \lambda x, \\ x \neq \mathbf{0} \end{cases} \right\} \cup \{\mathbf{0}\} < U.$$

Доказательство. Это очевидное следствие из **критерия подпространства.**

XXX.3. Собственное подпространство

Теорема 53. *Если* $\hat{L}$ *—* ***линейный оператор линейного пространства*** U *над полем* K*, то для любого* $\lambda \in K$ *имеем*

$$\left\{ x \;\middle|\; \begin{cases} \hat{L}(x) = \lambda x, \\ x \neq \mathbf{0} \end{cases} \right\} \cup \{\mathbf{0}\} < U.$$

Определение 44. *Если* α *— собственное значение* ***линейного оператора*** $\hat{L}$ *линейного пространства* U*, то объединение множества всех* ***собственных векторов линейного оператора*** $\hat{L}$*, отвечающих собственному значению* λ*, и множества* $\{\mathbf{0}\}$ *называется* **собственным подпространством** *линейного оператора* $\hat{L}$*, отвечающим собственному значению* λ*.*

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

В соответствии со сформулированным нами правилом *развивать технику вычислений для задач о линейном пространстве только на языке пространства* $\mathbb{R}^n$ мы должны научиться находить *координаты* **собственного вектора** и собственные значения с помощью «объекта», соответствующего линейному оператору в $\mathbb{R}^n$. Таким «объектом» является **матрица оператора**.

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \ \Rightarrow$$

Перейдём к равенству для столбцов координат...

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

Перейдём к равенству для столбцов координат...

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

По **формуле для координат образа вектора**...

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

По **формуле для координат образа вектора**...

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

Осторожненько вынесем $[x]_{\mathbf{Б}}$ за скобку...

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

Осторожненько вынесем $[x]_{\mathbf{Б}}$ за скобку...

Не забудьте о некоммутативности умножения матриц...

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; (\qquad\qquad)\,[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

Осторожненько вынесем $[x]_{\mathbf{Б}}$ за скобку...

Не забудьте о некоммутативности умножения матриц...

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; (\qquad\qquad)\,[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

Осторожненько вынесем $[x]_{\mathbf{Б}}$ за скобку...

Не забудьте о некоммутативности умножения матриц и о необходимости представить $\lambda[x]_{\mathbf{Б}}$ в виде произведения квадратной матрицы на $[x]_{\mathbf{Б}}$.

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \left(\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

Осторожненько вынесем $[x]_{\mathbf{Б}}$ за скобку...

Не забудьте о некоммутативности умножения матриц и о необходимости представить $\lambda [x]_{\mathbf{Б}}$ в виде произведения квадратной матрицы на $[x]_{\mathbf{Б}}$.

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \left(\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow$$

Последняя **ОСЛУ** имеет ненулевое решение $[x]_{\mathbf{Б}}$, поэтому по **теореме Крамера** или по **теореме о размерности пространства решений...**

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \left(\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \det\left(\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right) = 0.$$

Последняя **ОСЛУ** имеет ненулевое решение $[x]_{\mathbf{Б}}$, поэтому по **теореме Крамера** или по **теореме о размерности пространства решений...**

XXX.4. Вычисление собственного вектора с помощью матрицы оператора

Итак, пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U и $A_{\mathbf{Б}}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$. Нам надо решить **уравнение (41)**: $\hat{A}(x) = \lambda x$ относительно элемента λ поля K и вектора x линейного пространства U.

$$\hat{A}(x) = \lambda x \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} = \lambda [x]_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\,[x]_{\mathbf{Б}} - \lambda [x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \left(\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)[x]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \det\left(\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right) = 0.$$

Определение 45. *Выражение* $\det\left(\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)$ *называется* **характеристическим полиномом** *или* **характеристическим многочленом** *оператора* $\hat{A}$ *в базисе* $\mathbf{Б}$.

XXX.5. План вычисления собственного вектора с помощью матрицы оператора

$$\left(\mathbf{A_Б} - \lambda E\right)[x]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}. \tag{42}$$

$$\det\left(\mathbf{A_Б} - \lambda E\right) = 0. \tag{43}$$

Итак, для нахождения **собственных векторов** и собственных значений линейного оператора $\hat{A}$ необходимо:

во-первых, из уравнения (43) найти все собственные значения оператора $\hat{A}$, то есть найти спектр линейного оператора $\hat{A}$;

во-вторых, для каждого из найденных собственных значений λ найти собственные векторы, как ФСР ОСЛУ (42).

в-третьих, найти векторы, интерпретируя найденные фундаментальные решения как столбцы их координат.

Рассмотрим пример?

XXXI. Инварианты линейного оператора

Во многих разделах математики особую роль играют функции, область допустимых значений которых содержится во множестве действительных или комплексных чисел. Существует даже специальное название для таких функций, они называются **функционалами**. В этом разделе мы рассмотрим близкий к функционалам класс функций, отображающих линейное пространство U над полем $\mathbf{K}$ в поле $\mathbf{K}$.

XXXI. Инварианты линейного оператора

Рассмотрим несколько примеров таких функций, но сначала обсудим, какого типа примеры нам нужны. Можно, конечно, брать конкретные линейные пространства (пространство матриц, пространство каких-либо многочленов, геометрических векторов и т.п.) и рассматривать конкретные функции, допустим, функционал $\mathcal{F}(f(x)) = f(1)$ для линейного пространства многочленов степени не выше 3, и т.п.

XXXI. Инварианты линейного оператора

Курс линейной алгебры основан на идее переноса «конструкций», возникающих в конкретных линейных пространствах размерности n, на «стандартные конструкции» линейного пространства $\mathbb{R}^n$.

XXXI. Инварианты линейного оператора

Курс линейной алгебры основан на идее переноса «конструкций», возникающих в конкретных линейных пространствах размерности n, на «стандартные конструкции» линейного пространства $\mathbb{R}^n$.

Для векторов это осуществлялось с помощью

XXXI. Инварианты линейного оператора

Курс линейной алгебры основан на идее переноса «конструкций», возникающих в конкретных линейных пространствах размерности n, на «стандартные конструкции» линейного пространства $\mathbb{R}^n$.

Для векторов это осуществлялось с помощью **изоморфизма**,

XXXI. Инварианты линейного оператора

Курс линейной алгебры основан на идее переноса «конструкций», возникающих в конкретных линейных пространствах размерности n, на «стандартные конструкции» линейного пространства $\mathbb{R}^n$.

Для векторов это осуществлялось с помощью **изоморфизма**,
для линейных операторов — с помощью изоморфизма в

XXXI. Инварианты линейного оператора

Курс линейной алгебры основан на идее переноса «конструкций», возникающих в конкретных линейных пространствах размерности n, на «стандартные конструкции» линейного пространства $\mathbb{R}^n$.

Для векторов это осуществлялось с помощью **изоморфизма**,
для линейных операторов — с помощью изоморфизма в алгебру матриц, каждому линейному оператору ставящего в соответствие матрицу этого оператора в базисе $\mathbf{Б}$, где коэффициенты матрицы определяются **равенствами (30)**.

XXXI. Инварианты линейного оператора

Курс линейной алгебры основан на идее переноса «конструкций», возникающих в конкретных линейных пространствах размерности n, на «стандартные конструкции» линейного пространства $\mathbb{R}^n$.

Для векторов это осуществлялось с помощью **изоморфизма**, для линейных операторов — с помощью изоморфизма в алгебру матриц, каждому линейному оператору ставящего в соответствие матрицу этого оператора в базисе $\mathbf{Б}$, где коэффициенты матрицы определяются **равенствами (30)**.

Поэтому будет совершенно естественно, если мы, рассматривая примеры функций, отображающих линейное пространство U над полем $\mathbf{K}$ в поле $\mathbf{K}$, будем задавать их с помощью *матрицы оператора* в некотором базисе.

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U, $\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Рассмотрим несколько функционалов.

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U, $\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Рассмотрим несколько функционалов.

1. $f_1\left(\hat{A}\right) = a_{11}$;

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U, $\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Рассмотрим несколько функционалов.

1. $f_1\left(\hat{A}\right) = a_{11}$;
2. $f_2\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ii}$;

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U, $\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Рассмотрим несколько функционалов.

1. $f_1\left(\hat{A}\right) = a_{11}$;
2. $f_2\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ii}$;
3. $f_3\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$;

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U, $\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Рассмотрим несколько функционалов.

1. $f_1\left(\hat{A}\right) = a_{11}$;
2. $f_2\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ii}$;
3. $f_3\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$;
4. $f_4\left(\hat{A}\right) = \det\left(\mathbf{A_Б}\right)$;

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U, $\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Рассмотрим несколько функционалов.

1. $f_1\left(\hat{A}\right) = a_{11}$;
2. $f_2\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ii}$;
3. $f_3\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$;
4. $f_4\left(\hat{A}\right) = \det\left(\mathbf{A_Б}\right)$;
5. $f_5\left(\hat{A}\right) = \mathrm{Rg}\left(\mathbf{A_Б}\right)$.

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U, $\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

1. $f_1\left(\hat{A}\right) = a_{11}$;
2. $f_2\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ii}$;
3. $f_3\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$;
4. $f_4\left(\hat{A}\right) = \det\left(\mathbf{A_Б}\right)$;
5. $f_5\left(\hat{A}\right) = \mathrm{Rg}\left(\mathbf{A_Б}\right)$.

Отметим, что эти функции можно разбить на два класса: функции, значение которых *зависит* от выбора базиса $\mathbf{Б}$, и функции, значение которых от выбора базиса $\mathbf{Б}$ *не зависит*.

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U, $\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

1. $f_1\left(\hat{A}\right) = a_{11}$;
2. $f_2\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ii}$;
3. $f_3\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$;
4. $f_4\left(\hat{A}\right) = \det\left(\mathbf{A_Б}\right)$;
5. $f_5\left(\hat{A}\right) = \mathrm{Rg}\left(\mathbf{A_Б}\right)$.

Отметим, что эти функции можно разбить на два класса: функции, значение которых *зависит* от выбора базиса $\mathbf{Б}$, и функции, значение которых от выбора базиса $\mathbf{Б}$ *не зависит*. Среди этих примеров к первому классу относятся функции f_1 и f_3,

XXXI. Инварианты линейного оператора

Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — **базис** линейного пространства U, $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U,

$\mathbf{A_Б} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & & \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$ — **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

1. $f_1\left(\hat{A}\right) = a_{11}$;
2. $f_2\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} a_{ii}$;
3. $f_3\left(\hat{A}\right) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$;
4. $f_4\left(\hat{A}\right) = \det\left(\mathbf{A_Б}\right)$;
5. $f_5\left(\hat{A}\right) = \mathrm{Rg}\left(\mathbf{A_Б}\right)$.

Отметим, что эти функции можно разбить на два класса: функции, значение которых *зависит* от выбора базиса $\mathbf{Б}$, и функции, значение которых от выбора базиса $\mathbf{Б}$ *не зависит*. Среди этих примеров к первому классу относятся функции f_1 и f_3, а ко второму, как мы увидим ниже, — функции $f_2, f_4.f_5$.

XXXI.1. Определение инварианта оператора

Определение 46. *Функция f от коэффициентов* ***матрицы оператора*** *в базисе* Б *называется* **инвариантом** ***линейного оператора****, если значения этой функции не зависят от выбора базиса* Б*.*

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Определение 46. *Функция f от коэффициентов* ***матрицы оператора*** *в базисе* $\mathbf{Б}$ *называется* **инвариантом** ***линейного оператора****, если значения этой функции не зависят от выбора базиса* $\mathbf{Б}$.

Теорема 54. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Функция p_k, ставящая матрице $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}}$ в соответствие коэффициент при λ^k* ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda\mathbf{E}\right|$, *является инвариантом линейного оператора $\hat{A}$.*

Доказательство.

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть* $\hat{A}$ *— линейный оператор линейного пространства* U*. Функция* p_k*, ставящая матрице* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}}$ *в соответствие коэффициент при* λ^k ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda\mathbf{E}\right|$*, является инвариантом линейного оператора* $\hat{A}$*.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{T}$ — матрица перехода из базиса $\mathbf{Б}$ в какой-либо **базис** $\mathbf{Б}'$ линейного пространства U. Тогда, согласно **теореме о матрице оператора в другом базисе**, то есть формуле (37), имеем

$$\left|\mathbf{A}_{\mathbf{Б}'} - \lambda\mathbf{E}\right| =$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть* $\hat{A}$ *— линейный оператор линейного пространства* U*. Функция* p_k*, ставящая матрице* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}}$ *в соответствие коэффициент при* λ^k ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda\mathbf{E}\right|$*, является инвариантом линейного оператора* $\hat{A}$*.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{T}$ — матрица перехода из базиса $\mathbf{Б}$ в какой-либо **базис** $\mathbf{Б}'$ линейного пространства U. Тогда, согласно **теореме о матрице оператора в другом базисе**, то есть формуле (37), имеем

$$\left|\mathbf{A}_{\mathbf{Б}'} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| =$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть* $\hat{A}$ *— линейный оператор линейного пространства* U*. Функция* p_k*, ставящая матрице* $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}}$ *в соответствие коэффициент при* λ^k ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} - \lambda\mathbf{E}\right|$*, является инвариантом линейного оператора* $\hat{A}$*.*

Доказательство. Пусть $\mathbf{T}$ — матрица перехода из базиса $\mathbf{Б}$ в какой-либо **базис** $\mathbf{Б}'$ линейного пространства U. Тогда, согласно **теореме о матрице оператора в другом базисе**, то есть формуле (37), имеем

$$\left|\mathbf{A}_{\mathbf{Б}'} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}_{\mathbf{Б}}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}\left(\lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right|.$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Функция p_k, ставящая матрице $\mathbf{A_Б}$ в соответствие коэффициент при λ^k* ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|$, *является инвариантом линейного оператора $\hat{A}$.*

Доказательство.

$$\left|\mathbf{A_{Б'}} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}\left(\lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right|.$$

Детерминант произведения матриц равен произведению детерминантов, поэтому

$$\left|\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right| =$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Функция p_k, ставящая матрице $\mathbf{A_Б}$ в соответствие коэффициент при λ^k* ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|$, *является инвариантом линейного оператора $\hat{A}$.*

Доказательство.

$$\left|\mathbf{A_{Б'}} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}\left(\lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right|.$$

Детерминант произведения матриц равен произведению детерминантов, поэтому

$$\left|\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}\right| =$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Функция p_k, ставящая матрице $\mathbf{A_Б}$ в соответствие коэффициент при λ^k* ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|$, *является инвариантом линейного оператора $\hat{A}$.*

Доказательство.

$$\left|\mathbf{A_{Б'}} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}\left(\lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right|.$$

Детерминант произведения матриц равен произведению детерминантов, поэтому

$$\left|\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot\left|\mathbf{T}\right| =$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Функция p_k, ставящая матрице $\mathbf{A_Б}$ в соответствие коэффициент при λ^k* ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|$, *является инвариантом линейного оператора $\hat{A}$.*

Доказательство.

$$\left|\mathbf{A_{Б'}} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}(\lambda\mathbf{E})\,\mathbf{T}\right|.$$

Детерминант произведения матриц равен произведению детерминантов, поэтому

$$\left|\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot|\mathbf{T}| = \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot|\mathbf{T}| =$$

$$= \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}\right| =$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Функция p_k, ставящая матрице $\mathbf{A_Б}$ в соответствие коэффициент при λ^k* ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|$, *является инвариантом линейного оператора $\hat{A}$.*

Доказательство.

$$\left|\mathbf{A_{Б'}} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}(\lambda\mathbf{E})\,\mathbf{T}\right|.$$

Детерминант произведения матриц равен произведению детерминантов, поэтому

$$\left|\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot|\mathbf{T}| = \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot|\mathbf{T}| =$$

$$= \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot|\mathbf{E}| =$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Функция p_k, ставящая матрице $\mathbf{A_Б}$ в соответствие коэффициент при λ^k* ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|$, *является инвариантом линейного оператора $\hat{A}$.*

Доказательство.

$$\left|\mathbf{A_{Б'}} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}\left(\lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right|.$$

Детерминант произведения матриц равен произведению детерминантов, поэтому

$$\left|\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}^{-1}\right|\cdot\left|\mathbf{T}\right| =$$

$$= \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|\cdot\left|\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|.$$

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

Теорема 54. *Пусть $\hat{A}$ — линейный оператор линейного пространства U. Функция p_k, ставящая матрице $\mathbf{A_Б}$ в соответствие коэффициент при λ^k* ***характеристического многочлена*** $\left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|$, *является инвариантом линейного оператора $\hat{A}$.*

Доказательство.

$$\left|\mathbf{A_{Б'}} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \lambda\mathbf{E}\right| = \left|\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A_Б}\mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1}\left(\lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right|.$$

Детерминант произведения матриц равен произведению детерминантов, поэтому

$$\left|\mathbf{T}^{-1}\left(\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right)\mathbf{T}\right| = \left|\mathbf{A_Б} - \lambda\mathbf{E}\right|.$$

Значит, при переходе в другой **базис характеристический полином** не изменяется. Теорема доказана.

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

В частности, **рассмотренные выше функции** f_2, f_4 ставят матрице оператора в соответствие следующие коэффициенты характеристического многочлена:

- функция f_2 — умноженный на $(-1)^{n-1}$ коэффициент при λ^{n-1};
- функция f_4 — коэффициент при λ^0.

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

В частности, **рассмотренные выше функции** f_2, f_4 ставят матрице оператора в соответствие следующие коэффициенты характеристического многочлена:

- функция f_2 — умноженный на $(-1)^{n-1}$ коэффициент при λ^{n-1};
- функция f_4 — коэффициент при λ^0.

Функция f_5 является инвариантом, поскольку ранг матрицы оператора равен размерности пространства $\hat{A}(U)$, то есть от выбора базиса не зависит.

XXXI.2. Теорема об инвариантности коэффициентов характеристического полинома

В частности, **рассмотренные выше функции** f_2, f_4 ставят матрице оператора в соответствие следующие коэффициенты характеристического многочлена:

- функция f_2 — умноженный на $(-1)^{n-1}$ коэффициент при λ^{n-1};
- функция f_4 — коэффициент при λ^0.

Функция f_5 является инвариантом, поскольку ранг матрицы оператора равен размерности пространства $\hat{A}(U)$, то есть от выбора базиса не зависит.

Соглашение 1. *В силу теоремы 54 говорят «характеристический полином линейного оператора» вместо «**характеристический полином** матрицы линейного оператора в таком-то базисе», так как этот полином не зависит от базиса.*

XXXII. Теорема Гамильтона-Кэли

Итак, в **теореме об инвариантности коэффициентов характеристического полинома**, мы выяснили, что коэффициенты **характеристического многочлена** матрицы линейного оператора являются инвариантами. Но, оказывается, справедлива удивительная теорема Гамильтона-Кэли, которую мы приведем без доказательства.

XXXII. Теорема Гамильтона-Кэли

Теорема 55. *Если* $f(\lambda) = |A - \lambda E|$ *— характеристический многочлен матрицы* A*, то* $f(A)$ *— нулевая матрица.*

XXXII. Теорема Гамильтона-Кэли

Теорема 55. *Если* $f(\lambda) = |A - \lambda E|$ *— характеристический многочлен матрицы* A*, то* $f(A)$ *— нулевая матрица.*

В частности, матрица A— квадратная, поэтому можно вычислить $A^2, A^3, \ldots$.

Рассмотрим пример применения линейной алгебры?

XXXIII. Задача выбора и построения канонической матрицы оператора

Мы договорились, что аналитический аппарат линейной алгебры создается, в основном, для арифметического пространства.

XXXIII. Задача выбора и построения канонической матрицы оператора

Мы договорились, что аналитический аппарат линейной алгебры создается, в основном, для арифметического пространства.

Ясно, что трудоемкость матричных операций нередко зависит от вида матриц: как правило, чем больше в матрице нулевых элементов, тем проще проводить вычисления.

XXXIII. Задача выбора и построения канонической матрицы оператора

Мы договорились, что аналитический аппарат линейной алгебры создается, в основном, для арифметического пространства.

Ясно, что трудоемкость матричных операций нередко зависит от вида матриц: как правило, чем больше в матрице нулевых элементов, тем проще проводить вычисления.

Вид матрицы оператора определяется соответствующим базисом.

XXXIII. Задача выбора и построения канонической матрицы оператора

Найти базис, в котором матрица оператора имеет максимально простую структуру, желательно с большим числом нулей.

Мы договорились, что аналитический аппарат линейной алгебры создается, в основном, для арифметического пространства.

Ясно, что трудоемкость матричных операций нередко зависит от вида матриц: как правило, чем больше в матрице нулевых элементов, тем проще проводить вычисления.

Вид матрицы оператора определяется соответствующим базисом.

XXXIII. Задача выбора и построения канонической матрицы оператора

Найти базис, в котором матрица оператора имеет максимально простую структуру, желательно с большим числом нулей.

Сначала попробуем найти базис, в котором матрица оператора диагональна.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

Два вопроса:

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?

Два вопроса:

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Два вопроса:

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Сначала попробуем ответить на второй вопрос, рассчитывая, что в процессе поиска найдем условия существования требуемого базиса.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Применим стратегию предвкушения.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?

2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ $A_{\mathbf{Б}} =$ диагональна:

Применим стратегию предвкушения.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?

2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

Применим стратегию предвкушения.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

v_i

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$\hat{A}(v_i) =$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$\hat{A}(v_i) = a_{1i}\ v_1 +$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = a_{1i}\ v_1 + \ldots + a_{i-1,i}\, v_{i-1} + a_{i,i}\ v_i + a_{i+1,i}\, v_{i+1} + \ldots + a_{ni}\ v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = a_{1i}\ v_1 + \ldots + a_{i-1,i}\, v_{i-1} + a_{i,i}\ v_i + a_{i+1,i}\, v_{i+1} + \ldots + a_{ni}\ v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \ldots + a_{i-1,i}\, v_{i-1} + \; a_{i,i} \; v_i + a_{i+1,i}\, v_{i+1} + \ldots + \; a_{ni} \; v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \ldots + a_{i-1,i}\, v_{i-1} + \; a_{i,i} \; v_i + a_{i+1,i}\, v_{i+1} + \ldots + \; a_{ni} \; v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \dots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + a_{i,i}\ v_i + a_{i+1,i}\, v_{i+1} + \dots + a_{ni}\ v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \dots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + a_{i,i}\ v_i + a_{i+1,i}\, v_{i+1} + \dots + a_{ni}\ v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \dots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + a_{i+1,i} v_{i+1} + \dots + a_{ni} v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \dots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + a_{i+1,i} v_{i+1} + \dots + a_{ni} v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \dots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + \underbrace{a_{i+1,i}}_{0} v_{i+1} + \dots + \underbrace{a_{ni}}_{0} v_n =$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \ldots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + \underbrace{a_{i+1,i}}_{0} v_{i+1} + \ldots + \underbrace{a_{ni}}_{0} v_n = \lambda_i v_i.$$

Вспомним, что столбцы **матрицы линейного оператора** — это столбцы координат образов базисных векторов.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \dots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + \underbrace{a_{i+1,i}}_{0} v_{i+1} + \dots + \underbrace{a_{ni}}_{0} v_n = \lambda_i v_i.$$

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

Матрица оператора диагональна только в базисе из

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?
2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \dots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + \underbrace{a_{i+1,i}}_{0} v_{i+1} + \dots + \underbrace{a_{ni}}_{0} v_n = \lambda_i v_i.$$

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

Матрица оператора диагональна только в базисе из ***собственных векторов*** *этого оператора.*

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?

2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \ldots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + \underbrace{a_{i+1,i}}_{0} v_{i+1} + \ldots + \underbrace{a_{ni}}_{0} v_n = \lambda_i v_i.$$

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

Матрица оператора диагональна только в базисе из ***собственных векторов*** *этого оператора.*

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?

2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \ldots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + \underbrace{a_{i+1,i}}_{0} v_{i+1} + \ldots + \underbrace{a_{ni}}_{0} v_n = \lambda_i v_i.$$

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

Матрица оператора диагональна только в базисе из ***собственных векторов*** *этого оператора.*

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?

2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \ldots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + \underbrace{a_{i+1,i}}_{0} v_{i+1} + \ldots + \underbrace{a_{ni}}_{0} v_n = \lambda_i v_i.$$

Таким образом, мы фактически доказали теорему о диагонализации оператора.

XXXIII.1. Диагонализация матрицы оператора

Матрица оператора диагональна только в базисе из ***собственных векторов*** *этого оператора.*

1) Всегда ли найдется базис, в котором матрица оператора диагональна?

2) Как найти базис, в котором матрица оператора диагональна?

Пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, ..., v_n\}$ **матрица оператора** $\hat{A}$ диагональна:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_i & \dots & 0 \\ & & \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(v_i) = \underbrace{a_{1i}}_{0} v_1 + \ldots + \underbrace{a_{i-1,i}}_{0} v_{i-1} + \underbrace{a_{i,i}}_{\lambda_i} v_i + \underbrace{a_{i+1,i}}_{0} v_{i+1} + \ldots + \underbrace{a_{ni}}_{0} v_n = \lambda_i v_i.$$

Связь между базисом из собственных векторов и оператором, для которого существует такой базис, в котором матрица этого оператора диагональна, фиксируется в **понятии оператора простой структуры** и **соответствующем критерии.**

XXXIII.2. Оператор простой структуры

Определение 47. *Линейный оператор $\hat{A}$ линейного пространства U называется* **оператором простой структуры** *тогда и только тогда, когда U имеет* ***базис****, состоящий из* ***собственных векторов*** *оператора $\hat{A}$.*

XXXIII.3. Критерий оператора простой структуры

Определение 47. *Линейный оператор $\hat{A}$ линейного пространства U называется* **оператором простой структуры** *тогда и только тогда, когда U имеет* ***базис****, состоящий из* ***собственных векторов*** *оператора $\hat{A}$.*

Теорема 56. *Линейный оператор $\hat{A}$ линейного пространства U является оператором* ***простой структуры*** *тогда и только тогда, когда в некотором базисе матрица этого оператора диагональна.*

Рассмотрим пример?

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| =$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим: $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим: $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 =$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим: $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим: $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим: $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

Почему?

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

Пусть v — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0:

(такой найдется)

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

Пусть v — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0: $\hat{A}(v) =$

(такой найдется)

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

Пусть v — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0: $\hat{A}(v) = 0 \cdot v =$

(такой найдется)

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

Пусть v — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0: $\hat{A}(v) = 0 \cdot v = \mathbf{0}$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

Пусть v — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0: $\hat{A}(v) = 0 \cdot v = \mathbf{0}$.

Значит, v является ненулевым вектором из ядра оператора $\hat{A}$, т.е. $\operatorname{Ker} \hat{A} \neq \{\mathbf{0}\}$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

По **теореме о сумме ранга и дефекта линейного оператора**...

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) + \dim \hat{A}^{\gamma}(U),$

По **теореме о сумме ранга и дефекта линейного оператора**...

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) + \dim \hat{A}^{\gamma}(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right)$ и $\hat{A}^{\gamma}(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Почему?

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \qquad\qquad\right) \Rightarrow$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) + \dim \hat{A}^{\gamma}(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right)$ и $\hat{A}^{\gamma}(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) \Rightarrow \qquad\qquad\qquad\qquad\right) \Rightarrow$

$\hat{A}^{\gamma}(x) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) + \dim \hat{A}^{\gamma}(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right)$ и $\hat{A}^{\gamma}(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) \Rightarrow \qquad\qquad\right) \Rightarrow$

$\hat{A}^{\gamma}(x) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{0} = \hat{A}(\mathbf{0}) =$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются $\hat{A}$**-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \qquad\qquad\right) \Rightarrow$

$\hat{A}^\gamma(x) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{0} = \hat{A}(\mathbf{0}) = \hat{A}\left(\hat{A}^\gamma(x)\right) =$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются $\hat{A}$**-инвариантными**.

$$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \qquad\qquad\right) \Rightarrow$$
$$\hat{A}^\gamma(x) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{0} = \hat{A}(\mathbf{0}) = \hat{A}\left(\hat{A}^\gamma(x)\right) = \hat{A}^\gamma\left(\hat{A}(x)\right)$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)\right) \Rightarrow$$

$$\hat{A}^\gamma(x) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{0} = \hat{A}(\mathbf{0}) = \hat{A}\left(\hat{A}^\gamma(x)\right) = \hat{A}^\gamma\left(\hat{A}(x)\right)$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)\right) \Rightarrow \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ — $\hat{A}$-инвариатно,

$\hat{A}^\gamma(x) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{0} = \hat{A}(\mathbf{0}) = \hat{A}\left(\hat{A}^\gamma(x)\right) = \hat{A}^\gamma\left(\hat{A}(x)\right)$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)\right) \Rightarrow \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ — $\hat{A}$-инвариатно,

$\left(x \in \hat{A}^\gamma(U) \Rightarrow \qquad\qquad\right) \Rightarrow$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)\right) \Rightarrow \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ — $\hat{A}$-инвариатно,

$\left(x \in \hat{A}^\gamma(U) \Rightarrow \qquad\qquad\right) \Rightarrow$

$\exists y \quad x = \hat{A}^\gamma(y) \quad \Rightarrow$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)\right) \Rightarrow \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ — $\hat{A}$-инвариатно,

$\left(x \in \hat{A}^\gamma(U) \Rightarrow \qquad\qquad\right) \Rightarrow$

$\exists y \quad x = \hat{A}^\gamma(y) \quad \Rightarrow \quad \hat{A}(x) = \hat{A}\left(\hat{A}^\gamma(y)\right) = \hat{A}^\gamma\left(\hat{A}(y)\right).$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)\right) \Rightarrow \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ — $\hat{A}$-инвариатно,

$\left(x \in \hat{A}^\gamma(U) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \hat{A}^\gamma(U)\right) \Rightarrow$

$\exists y \quad x = \hat{A}^\gamma(y) \quad \Rightarrow \quad \hat{A}(x) = \hat{A}\left(\hat{A}^\gamma(y)\right) = \hat{A}^\gamma\left(\hat{A}(y)\right).$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

$\left(x \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)\right) \Rightarrow \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ — $\hat{A}$-инвариатно,

$\left(x \in \hat{A}^\gamma(U) \Rightarrow \hat{A}(x) \in \hat{A}^\gamma(U)\right) \Rightarrow \hat{A}^\gamma(U)$ — $\hat{A}$-инвариатно,

$\exists y \quad x = \hat{A}^\gamma(y) \quad \Rightarrow \quad \hat{A}(x) = \hat{A}\left(\hat{A}^\gamma(y)\right) = \hat{A}^\gamma\left(\hat{A}(y)\right)$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис ядра оператора $\hat{A}$, т.е.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

Тогда матрица оператора $\hat{A}$ имеет вид (здесь «звездочками» $*$ обозначены числа, быть может, различные)

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1\beta} & * & \ldots & * \\ & \ldots & & & \ldots & \\ a_{\beta 1} & \ldots & a_{\beta\beta} & * & \ldots & * \\ 0 & \ldots & 0 & * & \ldots & * \\ & \ldots & & & \ldots & \\ 0 & \ldots & 0 & * & \ldots & * \end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

Характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\operatorname{Ker} \hat{A}$

↑По **теореме о детерминанте полураспавшейся матрицы**↑

Тогда матрица оператора $\hat{A}$ имеет вид (здесь «звездочками» $*$ обозначены числа, быть может, различные)

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1\beta} & * & \ldots & * \\ & \ldots & & & \ldots & \\ a_{\beta 1} & \ldots & a_{\beta\beta} & * & \ldots & * \\ 0 & \ldots & 0 & * & \ldots & * \\ & \ldots & & & \ldots & \\ 0 & \ldots & 0 & * & \ldots & * \end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

Характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\operatorname{Ker} \hat{A}$ (т.е. $(\lambda - 0)^\beta$)

↑По **теореме о детерминанте полураспавшейся матрицы**↑

Тогда матрица оператора $\hat{A}$ имеет вид (здесь «звездочками» $*$ обозначены числа, быть может, различные)

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1\beta} & * & \ldots & * \\ & \ldots & & & \ldots & \\ a_{\beta 1} & \ldots & a_{\beta\beta} & * & \ldots & * \\ 0 & \ldots & 0 & * & \ldots & * \\ & \ldots & & & \ldots & \\ 0 & \ldots & 0 & * & \ldots & * \end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

Характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\operatorname{Ker} \hat{A}$ (т.е. $(\lambda - 0)^\beta$) делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

↑По **теореме о детерминанте полураспавшейся матрицы**↑

Тогда матрица оператора $\hat{A}$ имеет вид (здесь «звездочками» $*$ обозначены числа, быть может, различные)

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1\beta} & * & \ldots & * \\ & \ldots & & & \ldots & \\ a_{\beta 1} & \ldots & a_{\beta\beta} & * & \ldots & * \\ 0 & \ldots & 0 & * & \ldots & * \\ & \ldots & & & \ldots & \\ 0 & \ldots & 0 & * & \ldots & * \end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

Характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\operatorname{Ker} \hat{A}$ (т.е. $(\lambda - 0)^\beta$) делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

Аналогично характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\hat{A}(U)$ делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) + \dim \hat{A}^\gamma(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^\gamma\right)$ и $\hat{A}^\gamma(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

Характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\operatorname{Ker} \hat{A}$ (т.е. $(\lambda - 0)^\beta$) делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

Аналогично характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\hat{A}(U)$ делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

Поэтому если $\beta < \alpha_1$, то ядро ограничения оператора $\hat{A}$ на $\hat{A}(U)$ ненулевое. Поэтому $\dim \operatorname{Ker} \hat{A} < \dim \operatorname{Ker} \hat{A}^2$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) + \dim \hat{A}^{\gamma}(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right)$ и $\hat{A}^{\gamma}(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

Характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\operatorname{Ker} \hat{A}$ (т.е. $(\lambda - 0)^{\beta}$) делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

Аналогично характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\hat{A}(U)$ делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

$\operatorname{Ker} \hat{A} < \operatorname{Ker} \hat{A}^2 < \ldots < \operatorname{Ker} \hat{A}^{\gamma} = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\gamma+1}$,

$U > \hat{A}(U) > \hat{A}^2(U) > \ldots > \hat{A}^{\gamma}(U) = \hat{A}^{\gamma+1}(U)$, где $\gamma \leqslant \alpha_1$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$$\forall \gamma \in \mathbb{N} \quad n = \dim U = \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) + \dim \hat{A}^{\gamma}(U), \quad \dim \operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right) \leqslant \alpha_1.$$

Подпространства $\operatorname{Ker}\left(\hat{A}^{\gamma}\right)$ и $\hat{A}^{\gamma}(U)$ являются **$\hat{A}$-инвариантными**.

Можно считать, что $\mathbf{Б}_0 = \{e_1, e_2, \ldots, e_\beta\}$ — базис $Ker\hat{A}$.

Характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\operatorname{Ker} \hat{A}$ (т.е. $(\lambda - 0)^{\beta}$) делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

Аналогично характеристический многочлен ограничения оператора $\hat{A}$ на $\hat{A}(U)$ делит нацело многочлен $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right|$.

$\operatorname{Ker} \hat{A} < \operatorname{Ker} \hat{A}^2 < \ldots < \operatorname{Ker} \hat{A}^{\gamma} = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\gamma+1}$,

$U > \hat{A}(U) > \hat{A}^2(U) > \ldots > \hat{A}^{\gamma}(U) = \hat{A}^{\gamma+1}(U)$, где $\gamma \leqslant \alpha_1$.

Значит, $\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \cap \hat{A}^{\alpha_1}(U) = \{\mathbf{0}\}$, откуда $U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$.

$\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ *называется* **корневым подпространством** *для* $\hat{A}$, *отвечающим собственному значению 0.*

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$.

$\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ *называется* **корневым подпространством** *для* $\hat{A}$, *отвечающим собственному значению 0.*

Оказывается, для $\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ можно найти такой базис, называемый **каноническим**, в котором матрица оператора $\hat{A}$ имеет **нормальную жорданову форму**

$$\begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \ldots & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$.

$\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ *называется* **корневым подпространством** *для* $\hat{A}$, *отвечающим собственному значению 0.*

Оказывается, для $\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ можно найти такой базис, называемый **каноническим**, в котором матрица оператора $\hat{A}$ имеет **нормальную жорданову форму**

$$\begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \ldots & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Жорданова клетка — максимальный блок вида

$$\begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$.

$\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ *называется* **корневым подпространством** *для* $\hat{A}$, *отвечающим собственному значению 0.*

Оказывается, для $\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ можно найти такой базис, называемый **каноническим**, в котором матрица оператора $\hat{A}$ имеет **нормальную жорданову форму**

Жорданова клетка — максимальный блок вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & \ldots & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$.

$\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ *называется* **корневым подпространством** *для* $\hat{A}$, *отвечающим собственному значению 0.*

Оказывается, для $\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ можно найти такой базис, называемый **каноническим**, в котором матрица оператора $\hat{A}$ имеет **нормальную жорданову форму**

$$\left(\begin{array}{ccccccccc}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \ldots & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Жорданова клетка — максимальный блок вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: пусть $\mu_1 = 0$. Тогда **ядро оператора** $\hat{A}$ ненулевое.

$U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$.

$\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ *называется* **корневым подпространством** *для* $\hat{A}$, *отвечающим собственному значению 0.*

Оказывается, для $\operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1}$ можно найти такой базис, называемый **каноническим**, в котором матрица оператора $\hat{A}$ имеет **нормальную жорданову форму**

$$\begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \ldots & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Жорданова клетка — максимальный блок вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Рассмотрим пример канонического базиса?

Рассмотрим решение задачи?

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим: $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Случай $\mu_i \neq 0$ сводится к рассмотренному случаю с помощью перехода к оператору $\hat{B} = \hat{A} - \mu_i \hat{E}$ (включая случай $\mu_1 \neq 0$).

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Случай $\mu_i \neq 0$ сводится к рассмотренному случаю с помощью перехода к оператору $\hat{B} = \hat{A} - \mu_i \hat{E}$ (включая случай $\mu_1 \neq 0$).

Корневым подпространством, отвечающим собственному значению μ_i, *называется* $U(\hat{A}, \mu_i) = \operatorname{Ker} (A - \mu_i)^{\alpha_i}$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Случай $\mu_i \neq 0$ сводится к рассмотренному случаю с помощью перехода к оператору $\hat{B} = \hat{A} - \mu_i \hat{E}$ (включая случай $\mu_1 \neq 0$).

Корневым подпространством, отвечающим собственному значению μ_i, *называется* $U(\hat{A}, \mu_i) = \operatorname{Ker} (A - \mu_i)^{\alpha_i}$.

$U = \operatorname{Ker} \hat{A}^{\alpha_1} \oplus \hat{A}^{\alpha_1}(U)$ обобщается до
$U = U(\hat{A}, \mu_1) \oplus U(\hat{A}, \mu_2) \oplus \ldots \oplus U(\hat{A}, \mu_k)$.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Жорданова нормальная форма:

$$\begin{pmatrix}
\boxed{\begin{matrix}\mu_1 & 1 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 1 \\ 0 & 0 & \mu_1\end{matrix}} & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & \boxed{\begin{matrix}\mu_1 & 1 \\ 0 & \mu_1\end{matrix}} & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \ddots & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\mu_k} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{\begin{matrix}\mu_k & 1 \\ 0 & \mu_k\end{matrix}} & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots
\end{pmatrix}$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Жорданова нормальная форма:

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} \mu_1 & 1 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 1 \\ 0 & 0 & \mu_1 \end{matrix}} & & & & \\ & \boxed{\begin{matrix} \mu_1 & 1 \\ 0 & \mu_1 \end{matrix}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \boxed{\mu_k} & \\ & & & & \boxed{\begin{matrix} \mu_k & 1 \\ 0 & \mu_k \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

Жорданова клетка — *максимальный блок вида*

$$\begin{pmatrix} \mu_i & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \mu_i & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \mu_i & \ldots & 0 \\ & & \ldots & & \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \mu_i \end{pmatrix}.$$

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Жорданова нормальная форма:

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} \mu_1 & 1 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 1 \\ 0 & 0 & \mu_1 \end{matrix}} & & & & \\ & \boxed{\begin{matrix} \mu_1 & 1 \\ 0 & \mu_1 \end{matrix}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \boxed{\mu_k} & \\ & & & & \boxed{\begin{matrix} \mu_k & 1 \\ 0 & \mu_k \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

Жорданова клетка — *максимальный блок вида*

$$\begin{pmatrix} \mu_i & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \mu_i & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \mu_i & \ldots & 0 \\ & & \ldots & & \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \mu_i \end{pmatrix}.$$

Канонический базис (в котором матрица оператора имеет жорданову нормальную форму) получается конкатенацией канонических базисов корневых подпространств.

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Жорданова нормальная форма:

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} \mu_1 & 1 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 1 \\ 0 & 0 & \mu_1 \end{matrix}} & & & & \\ & \boxed{\begin{matrix} \mu_1 & 1 \\ 0 & \mu_1 \end{matrix}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \boxed{\mu_k} & \\ & & & & \boxed{\begin{matrix} \mu_k & 1 \\ 0 & \mu_k \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

Жорданова клетка — *максимальный блок вида*

$$\begin{pmatrix} \mu_i & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \mu_i & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \mu_i & \ldots & 0 \\ & & \ldots & & \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \mu_i \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим решение задачи, когда одно из подпространств одномерное?

XXXIII.4. Жорданова нормальная форма

Пусть характеристический многочлен оператора вполне приводим:
$\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис и $\left|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right| = (\lambda - \mu_1)^{\alpha_1} \cdot (\lambda - \mu_2)^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot (\lambda - \mu_k)^{\alpha_k}$.

Жорданова нормальная форма:

$$\begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} \mu_1 & 1 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 1 \\ 0 & 0 & \mu_1 \end{matrix}} & & & & \\ & \boxed{\begin{matrix} \mu_1 & 1 \\ 0 & \mu_1 \end{matrix}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \boxed{\mu_k} & \\ & & & & \boxed{\begin{matrix} \mu_k & 1 \\ 0 & \mu_k \end{matrix}} \end{pmatrix}$$

Жорданова клетка — *максимальный блок вида*

$$\begin{pmatrix} \mu_i & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \mu_i & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \mu_i & \ldots & 0 \\ & & \ldots & & \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \mu_i \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим решение задачи для общего случая?

XXXIV. Линейные операторы и скалярное произведение

Выше мы обогатили линейное пространство новой конструкцией — скалярным произведением. Отметим, что помимо **евклидовых пространств**, имеются другие конструкции, например, скалярное произведение в сиплектических пространствах и др.

XXXIV.1. Сопряженный оператор

В связи с введением новой конструкции, как обычно, проблематика теории значительно обогащается. Мы сейчас рассмотрим только одну серию проблем, связанных со «взаимодействием» линейных операторов и скалярного произведения в **евклидовых** и **унитарных** пространствах. При этом, как мы увидим, неожиданно появляются новые относительно простые решения некоторых «посторонних» (но очень актуальных!) проблем.

XXXIV.1. Сопряженный оператор

В связи с введением новой конструкции, как обычно, проблематика теории значительно обогащается. Мы сейчас рассмотрим только одну серию проблем, связанных со «взаимодействием» линейных операторов и скалярного произведения в **евклидовых** и **унитарных** пространствах. При этом, как мы увидим, неожиданно появляются новые относительно простые решения некоторых «посторонних» (но очень актуальных!) проблем.

В данном случае речь пойдет о «перебрасывании» оператора из первого множителя скалярного произведения на второй. Точнее, в ряде ситуаций необходимо представить число $\left(\hat{A}(x), y\right)$ в виде скалярного произведения, в котором вектор x стоит «не под оператором», то есть в виде (x, z). Оказывается, справедлива следующая теорема

XXXIV.2. Теорема о существовании сопряженного оператора

Теорема 57. *Для любого линейного оператора $\hat{A}$ конечномерного* ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U *существует, причем единственный, такой оператор $\hat{B}$, что для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство*

$$\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{B}(y)\right).$$

XXXIV.2. Теорема о существовании сопряженного оператора

Теорема 57. *Для любого линейного оператора $\hat{A}$ конечномерного* ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U *существует, причем единственный, такой оператор $\hat{B}$, что для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство*

$$\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{B}(y)\right).$$

Доказательство этой теоремы мы приведем позже, после получения формулы для матрицы сопряженного оператора.

XXXIV.3. Определение сопряженного оператора

Определение 48. *Для линейного оператора $\hat{A}$ конечномерного* ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U **сопряженным оператором** *называется такой линейный оператор $\hat{A}^*$, что для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство*

$$\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right). \tag{44}$$

XXXIV.3. Определение сопряжённого оператора

Определение 48. *Для линейного оператора $\hat{A}$ конечномерного* ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U **сопряженным оператором** *называется такой линейный оператор $\hat{A}^*$, что для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство*

$$\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right). \tag{44}$$

Рассмотрим пример?

XXXIV.3. Определение сопряженного оператора

Определение 48. *Для линейного оператора $\hat{A}$ конечномерного* ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U **сопряженным оператором** *называется такой линейный оператор $\hat{A}^*$, что для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство*

$$\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right). \tag{44}$$

В каких направлениях развивать исследование?

XXXIV.3. Определение сопряженного оператора

Определение 48. *Для линейного оператора $\hat{A}$ конечномерного* ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** *U* **сопряженным оператором** *называется такой линейный оператор $\hat{A}^*$, что для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство*

$$\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right). \tag{44}$$

Как обычно, один из первых вопросов после введения нового понятия: как «реализовать» эту конструкцию в «пространстве координат», то есть в $\mathbb{R}^n$. В данном случае, поскольку речь идет о линейном операторе (сопряженный оператор — это линейный оператор!), этот вопрос трансформируется в проблему вычисления *матрицы сопряженного оператора*. Ответ на этот вопрос оформим в виде следующей теоремы.

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Здесь $\overline{X}$ *— операция покомпонентного* ***комплексного сопряжения****:* $\overline{(x_{pq} + iy_{pq})_{n\times n}} = (x_{pq} - iy_{pq})_{n\times n}$, $\Gamma_{\text{Б}}$ *—* ***матрица Грама****. В случае, когда* U *—* ***евклидово пространство****, в силу того, что комплексное сопряжение на множестве вещественных чисел является тождественным преобразованием, равенство (45) несколько упрощается:*

$$A^*_{\text{Б}} = \Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}.$$

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

В обозначениях, принятых в электронике, где мнимая единица обозначается символом j, это равенство записывается так: $\overline{(x_{pq} + jq_{pq})_{n\times n}} = (x_{pq} - jy_{pq})_{n\times n}$.

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство основано на использовании **типовых способов представления объектов в** $\mathbb{R}$.

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$$

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$$

Согласно теореме **о вычислении скалярного произведения**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$= \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$$

Согласно теореме **о вычислении скалярного произведения**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$= \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$$

Согласно теореме **о координатах образа вектора**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$= \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$$

Согласно теореме **о координатах образа вектора**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$= \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$$

Согласно **свойствам операции транспонирования**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$$

Согласно **свойствам операции транспонирования**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$$

Согласно теореме **о вычислении скалярного произведения**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\left[\hat{A}^*(y)\right]_{\text{Б}}} =$$

Согласно теореме **о вычислении скалярного произведения**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\left[\hat{A}^*(y)\right]_{\text{Б}}} =$$

Согласно теореме **о координатах образа вектора**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\left[\hat{A}^*(y)\right]_{\text{Б}}} =$$

Согласно теореме **о координатах образа вектора**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство.

$$[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\left[\hat{A}^*(y)\right]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}.$$

Согласно теореме **о координатах образа вектора**...

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство. Итак, $[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}$.

$$[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left(A_{\text{Б}}[x]_{\text{Б}}\right)^t \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = \left[\hat{A}(x)\right]_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} =$$

$$= \left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\left[\hat{A}^*(y)\right]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}.$$

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство. Итак, $[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}$.
Ура?

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство. Итак, $[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}$.
Можно ли «сократить на $[x]^t_{\text{Б}}$ и на $\overline{[y]_{\text{Б}}}$»?

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство. Итак, $[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}$.

Можно ли «сократить на $[x]^t_{\text{Б}}$ и на $\overline{[y]_{\text{Б}}}$»?

Нельзя:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство. Итак, $[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}$.

Можно ли «сократить на $[x]^t_{\text{Б}}$ и на $\overline{[y]_{\text{Б}}}$»?

Нельзя, но...

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство. Итак, $[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}$.
По **лемме о сокращении на произвольную матрицу** получаем

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство. Итак, $[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}$.
По **лемме о сокращении на произвольную матрицу** получаем

$$A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} = \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \Rightarrow$$

XXXIV.4. Теорема о матрице сопряженного оператора

Теорема 58. *Если* $A_{\text{Б}}$ *— матрица линейного оператора* $\hat{A}$ *в базисе* Б ***евклидова*** *или* ***унитарного пространства*** U*, то матрица* $A^*_{\text{Б}}$ ***сопряженного оператора*** $\hat{A}^*$ *имеет вид*

$$A^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}. \tag{45}$$

Доказательство. Итак, $[x]^t_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{[y]_{\text{Б}}} = [x]^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \overline{[y]_{\text{Б}}}$.
По **лемме о сокращении на произвольную матрицу** получаем

$$A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}} = \Gamma_{\text{Б}} \overline{\hat{A}^*_{\text{Б}}} \;\Rightarrow\; \hat{A}^*_{\text{Б}} = \overline{\Gamma^{-1}_{\text{Б}} A^t_{\text{Б}} \Gamma_{\text{Б}}}.$$

Теорема доказана.

Рассмотрим пример?

XXXIV.5. Доказательство теоремы о существовании сопряженного оператора

Из **теоремы о матрице сопряженного оператора** и **теоремы об изоморфности пространства линейных операторов и пространства матриц** следует существование и единственность **сопряженного оператора**, см. **теорему о существовании сопряженного оператора**.

Рассмотрим пример?

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

1. $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.
2. $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)^* = \hat{A}^* + \hat{B}^*$.
3. $\left(\lambda\hat{A}\right)^* = \overline{\lambda}\hat{A}^*$. Таким образом, для **евклидовых пространств** $\left(\lambda\hat{A}\right)^* = \lambda\hat{A}^*$.
4. **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker}\hat{A}^*$.
5. $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.
6. $\left(\hat{A}^{-1}\right)^* = \left(\hat{A}^*\right)^{-1}$.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По определению сопряженного оператора и определению произведения операторов $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) =$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По определению сопряженного оператора и определению произведения операторов $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По определению сопряженного оператора и определению произведения операторов $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

$$= \left(\hat{B}(x), \hat{A}^*(y)\right) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По **определению сопряженного оператора** и **определению произведения операторов** $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

$$= \left(\hat{B}(x), \hat{A}^*(y)\right) = \left(x, \hat{B}^*\left(\hat{A}^*(y)\right)\right) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По определению сопряженного оператора и определению произведения операторов $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

$$= \left(\hat{B}(x), \hat{A}^*(y)\right) = \left(x, \hat{B}^*\left(\hat{A}^*(y)\right)\right) = \left(x, \hat{B}^*\hat{A}^*(y)\right).$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По **определению сопряженного оператора** и **определению произведения операторов** $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

$$= \left(\hat{B}(x), \hat{A}^*(y)\right) = \left(x, \hat{B}^*\left(\hat{A}^*(y)\right)\right) = \left(x, \hat{B}^*\hat{A}^*(y)\right).$$

С другой стороны,

$$\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По определению сопряженного оператора и определению произведения операторов $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

$$= \left(\hat{B}(x), \hat{A}^*(y)\right) = \left(x, \hat{B}^*\left(\hat{A}^*(y)\right)\right) = \left(x, \hat{B}^*\hat{A}^*(y)\right).$$

С другой стороны,

$$\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(x, \left(\hat{A}\hat{B}\right)^*(y)\right).$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По **определению сопряженного оператора** и **определению произведения операторов** $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

$$= \left(\hat{B}(x), \hat{A}^*(y)\right) = \left(x, \hat{B}^*\left(\hat{A}^*(y)\right)\right) = \left(x, \hat{B}^*\hat{A}^*(y)\right).$$

С другой стороны,

$$\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(x, \left(\hat{A}\hat{B}\right)^*(y)\right).$$

Из **теоремы о существовании и единственности сопряженного оператора** следует доказываемое равенство.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По **определению сопряженного оператора** и **определению произведения операторов** $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

$$= \left(\hat{B}(x), \hat{A}^*(y)\right) = \left(x, \hat{B}^*\left(\hat{A}^*(y)\right)\right) = \left(x, \hat{B}^*\hat{A}^*(y)\right).$$

С другой стороны,

$$\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(x, \left(\hat{A}\hat{B}\right)^*(y)\right).$$

Из **теоремы о существовании и единственности сопряженного оператора** следует доказываемое равенство.

2) Доказательство аналогичное.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

1) $\left(\hat{A}\hat{B}\right)^* = \hat{B}^*\hat{A}^*$.

По **определению сопряженного оператора** и **определению произведения операторов** $\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(\hat{A}\left(\hat{B}(x)\right), y\right) =$

$$= \left(\hat{B}(x), \hat{A}^*(y)\right) = \left(x, \hat{B}^*\left(\hat{A}^*(y)\right)\right) = \left(x, \hat{B}^*\hat{A}^*(y)\right).$$

С другой стороны,

$$\left(\hat{A}\hat{B}(x), y\right) = \left(x, \left(\hat{A}\hat{B}\right)^*(y)\right).$$

Из **теоремы о существовании и единственности сопряженного оператора** следует доказываемое равенство.

2) Доказательство аналогичное.

3) Доказательство аналогичное.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать *равенство* множеств. Для этого надо

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать *равенство* множеств. Для этого надо показать два включения: $\hat{A}(U)^{\perp} \subseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$ и $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Возьмем

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать *равенство* множеств. Для этого надо показать два включения: $\hat{A}(U)^{\perp} \subseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$ и $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Возьмем вектор $x \in \hat{A}(U)^{\perp}$. По определению **ортогонального дополнения**, **сопряженного оператора** и образа пространства, для любого вектора $u \in U$ имеем

$$= \left(\hat{A}(u), x\right) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать *равенство* множеств. Для этого надо показать два включения: $\hat{A}(U)^{\perp} \subseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$ и $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Возьмем вектор $x \in \hat{A}(U)^{\perp}$. По определению **ортогонального дополнения**, **сопряженного оператора** и образа пространства, для любого вектора $u \in U$ имеем

$$0 = \left(\hat{A}(u), x\right) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать *равенство* множеств. Для этого надо показать два включения: $\hat{A}(U)^{\perp} \subseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$ и $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Возьмем вектор $x \in \hat{A}(U)^{\perp}$. По определению **ортогонального дополнения**, **сопряженного оператора** и образа пространства, для любого вектора $u \in U$ имеем

$$0 = \left(\hat{A}(u), x\right) = \left(u, \hat{A}^*(x)\right).$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать *равенство* множеств. Для этого надо показать два включения: $\hat{A}(U)^{\perp} \subseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$ и $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Возьмем вектор $x \in \hat{A}(U)^{\perp}$. По определению **ортогонального дополнения**, **сопряженного оператора** и образа пространства, для любого вектора $u \in U$ имеем

$$0 = \left(\hat{A}(u), x\right) = \left(u, \hat{A}^*(x)\right).$$

Значит, вектор $\hat{A}^*(x)$ ортогонален к любому вектору пространства U.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать *равенство* множеств. Для этого надо показать два включения: $\hat{A}(U)^{\perp} \subseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$ и $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Возьмем вектор $x \in \hat{A}(U)^{\perp}$. По определению **ортогонального дополнения**, **сопряженного оператора** и образа пространства, для любого вектора $u \in U$ имеем

$$0 = \left(\hat{A}(u), x\right) = \left(u, \hat{A}^*(x)\right).$$

Значит, вектор $\hat{A}^*(x)$ ортогонален к любому вектору пространства U.

В частности, он ортогонален к самому себе: $\left(\hat{A}^*(x), \hat{A}^*(x)\right) = 0$, откуда $\hat{A}^*(x) = \mathbf{0}$. Значит, $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Надо доказать *равенство* множеств. Для этого надо показать два включения: $\hat{A}(U)^{\perp} \subseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$ и $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Возьмем вектор $x \in \hat{A}(U)^{\perp}$. По определению **ортогонального дополнения**, **сопряженного оператора** и образа пространства, для любого вектора $u \in U$ имеем

$$0 = \left(\hat{A}(u), x\right) = \left(u, \hat{A}^*(x)\right).$$

Значит, вектор $\hat{A}^*(x)$ ортогонален к любому вектору пространства U.

В частности, он ортогонален к самому себе: $\left(\hat{A}^*(x), \hat{A}^*(x)\right) = 0$, откуда $\hat{A}^*(x) = \mathbf{0}$. Значит, $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Итак, доказано включение $\hat{A}(U)^{\perp} \subseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$. Это еще проще.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Пусть

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Пусть $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$. Тогда

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Пусть $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$. Тогда для любого вектора u из U имеем, с одной стороны:

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Пусть $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$. Тогда для любого вектора u из U имеем, с одной стороны:

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) = (u, \mathbf{0}) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Пусть $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$. Тогда для любого вектора u из U имеем, с одной стороны:

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) = (u, \mathbf{0}) = 0.$$

С другой стороны,

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Пусть $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$. Тогда для любого вектора u из U имеем, с одной стороны:

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) = (u, \mathbf{0}) = 0.$$

С другой стороны,

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) = \left(\hat{A}(u), x\right).$$

Значит,

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Пусть $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$. Тогда для любого вектора u из U имеем, с одной стороны:

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) = (u, \mathbf{0}) = 0.$$

С другой стороны,

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) = \left(\hat{A}(u), x\right).$$

Значит, для любого вектора $u \in U$ имеет место равенство $\left(\hat{A}(u), x\right) = 0$, то есть $x \in \hat{A}(U)^{\perp}$.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

4) **Теорема Фредгольма:** $\hat{A}(U)^{\perp} = \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Осталось доказать обратное включение, то есть $\hat{A}(U)^{\perp} \supseteq \operatorname{Ker} \hat{A}^*$.

Пусть $x \in \operatorname{Ker} \hat{A}^*$. Тогда для любого вектора u из U имеем, с одной стороны:

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) = (u, \mathbf{0}) = 0.$$

С другой стороны,

$$\left(u, \hat{A}^*(x)\right) = \left(\hat{A}(u), x\right).$$

Значит, для любого вектора $u \in U$ имеет место равенство $\left(\hat{A}(u), x\right) = 0$, то есть $x \in \hat{A}(U)^{\perp}$.

Теорема Фредгольма доказана.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} = \overline{\left(y, \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right)} =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} = \overline{\left(y, \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right)} = \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} = \overline{\left(y, \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right)} = \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Следовательно,

$$0 = \left(\hat{A}(x), y\right) - \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right) =$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} = \overline{\left(y, \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right)} = \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Следовательно,

$$0 = \left(\hat{A}(x), y\right) - \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right) = \left(\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} = \overline{\left(y, \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right)} = \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Следовательно,

$$0 = \left(\hat{A}(x), y\right) - \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right) = \left(\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Это равенство **выполняется для любых векторов** x, y.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} = \overline{\left(y, \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right)} = \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Следовательно,

$$0 = \left(\hat{A}(x), y\right) - \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right) = \left(\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Это равенство **выполняется для любых векторов** x, y.

Положим $y =$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} = \overline{\left(y, \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right)} = \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Следовательно,

$$0 = \left(\hat{A}(x), y\right) - \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right) = \left(\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Это равенство **выполняется для любых векторов** x, y.

Положим $y = \hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x)$. Тогда

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

Для любых векторов $x, y \in U$ $\left(\hat{A}(x), y\right) = \left(x, \hat{A}^*(y)\right) =$

$$= \overline{\left(\hat{A}^*(y), x\right)} = \overline{\left(y, \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right)} = \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Следовательно,

$$0 = \left(\hat{A}(x), y\right) - \left(\left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right) = \left(\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x), y\right).$$

Это равенство **выполняется для любых векторов** x, y.

Положим $y = \hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x)$. Тогда

$$0 = \left(\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x), \hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right).$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

$$0 = \left(\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x), \hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right).$$

Из **аксиом евклидова** и **унитарного пространств** получаем, что $\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x) = \mathbf{0}$, то есть имеет место тождество

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

5) $\left(\hat{A}^*\right)^* = \hat{A}$.

$$0 = \left(\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x), \hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x)\right).$$

Из **аксиом евклидова** и **унитарного пространств** получаем, что $\hat{A}(x) - \left(\hat{A}^*\right)^*(x) = \mathbf{0}$, то есть имеет место тождество

$$\hat{A}(x) = \left(\hat{A}^*\right)^*(x),$$

что и требовалось доказать.

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

6) $\left(\hat{A}^{-1}\right)^* = \left(\hat{A}^*\right)^{-1}$.

$$\hat{A}^* \left(\hat{A}^{-1}\right)^* = \left(\hat{A}^{-1}\hat{A}\right)^* = \hat{E}^* = \hat{E}.$$

XXXIV.6. Свойства сопряженного оператора

Доказательство.

6) $\left(\hat{A}^{-1}\right)^* = \left(\hat{A}^*\right)^{-1}$.

$$\hat{A}^* \left(\hat{A}^{-1}\right)^* = \left(\hat{A}^{-1}\hat{A}\right)^* = \hat{E}^* = \hat{E}.$$

Используя **определение обратной матрицы** и **теорему об однозначности обратной матрицы**, получаем доказатываемое равенство $\left(\hat{A}^{-1}\right)^* = \left(\hat{A}^*\right)^{-1}$.

XXXV. Нормальные операторы

Какие варианты взаимодействия линейного оператора с сопряжённым ему оператором наиболее перспективны для изучения?

XXXV. Нормальные операторы

Определение 49. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *или* ***унитарного*** *пространства* U *называется* **нормальным оператором** *тогда и только тогда, когда* $\hat{A}\hat{A}^* = \hat{A}^*\hat{A}$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

Здесь $\hat{A}$ — **нормальный оператор** евклидова или **унитарного** пространства U.

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

Здесь $\hat{A}$ — **нормальный оператор** евклидова или **унитарного** пространства U.

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

Здесь $\hat{A}$ — **нормальный оператор** евклидова или **унитарного** пространства U.

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

4') Если U — **унитарное** пространство, то существует ОНБ из **собственных векторов** нормального линейного оператора $\hat{A}$.

4")Если U — **евклидово пространство** и **характеристический полином нормального оператора** $\hat{A}$ представим в виде $|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E| = (\lambda - \rho_1)^{n_1} \dots (\lambda - \rho_m)^{n_m}$, где $\rho_i \in \mathbb{R}$ для всех $i = 1, 2, \dots, m$, то существует ОНБ **евклидова пространства** U, состоящий из **собственных векторов** линейного оператора $\hat{A}$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

5) Если $\hat{A}$ — **нормальный оператор** евклидова пространства U, то существует такой ОНБ $\mathbf{Б}$ пространства U, что **матрица** $A_{\mathbf{Б}}$ имеет клеточно-диагональный вид: $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} D_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_2 & \dots & \mathbf{0} \\ & & \dots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & D_k \end{pmatrix}$, причем диагональные клетки (то есть матрицы D_i) либо имеют размерность 1×1, либо имеют вид $D_i = \begin{pmatrix} a_i & -b_i \\ b_i & a_i \end{pmatrix}$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

По свойствам сопряженного оператора и определению **нормального оператора** $\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$

$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

По свойствам сопряженного оператора и определению **нормального оператора** $\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$

$$= \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

По свойствам сопряженного оператора и определению **нормального оператора** $\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$

$$= \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) = \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

По свойствам сопряженного оператора и определению **нормального оператора** $\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$

$$= \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) = \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$$

$$= \hat{A}^*\hat{A} - \lambda\hat{A}^*\hat{E} - \overline{\lambda}\hat{E}\hat{A} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E}\hat{E} =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

По свойствам сопряженного оператора и определению **нормального оператора** $\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$

$$= \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) = \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$$

$$= \hat{A}^*\hat{A} - \lambda\hat{A}^*\hat{E} - \overline{\lambda}\hat{E}\hat{A} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E}\hat{E} = \hat{A}\hat{A}^* - \lambda\hat{E}\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{A}\hat{E} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E} =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

По свойствам сопряженного оператора и определению **нормального оператора** $\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$

$$= \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) = \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$$

$$= \hat{A}^*\hat{A} - \lambda\hat{A}^*\hat{E} - \overline{\lambda}\hat{E}\hat{A} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E}\hat{E} = \hat{A}\hat{A}^* - \lambda\hat{E}\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{A}\hat{E} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E} =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)\left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right) =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

По свойствам сопряженного оператора и определению **нормального оператора** $\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$

$$= \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) = \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$$

$$= \hat{A}^*\hat{A} - \lambda\hat{A}^*\hat{E} - \overline{\lambda}\hat{E}\hat{A} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E}\hat{E} = \hat{A}\hat{A}^* - \lambda\hat{E}\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{A}\hat{E} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E} =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)\left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right) = \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)\left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right) =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Докажем сначала, что если $\hat{A}$ — **нормальный оператор**, то $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ тоже **нормальный оператор**.

По свойствам сопряженного оператора и определению **нормального оператора** $\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$

$$= \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) = \left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right)\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) =$$

$$= \hat{A}^*\hat{A} - \lambda\hat{A}^*\hat{E} - \overline{\lambda}\hat{E}\hat{A} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E}\hat{E} = \hat{A}\hat{A}^* - \lambda\hat{E}\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{A}\hat{E} + \lambda\overline{\lambda}\hat{E} =$$

$$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)\left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right) = \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)\left(\hat{A}^* - \overline{\lambda}\hat{E}\right) =$$

$= \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)^* \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)$, т.е. $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Обратное следует из того, что если $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**, то как мы уже доказали, линейный оператор

$$\hat{A} =$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Обратное следует из того, что если $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**, то как мы уже доказали, линейный оператор

$$\hat{A} = \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) - (-\lambda)\hat{E}$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Обратное следует из того, что если $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**, то как мы уже доказали, линейный оператор

$$\hat{A} = \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) - (-\lambda)\hat{E}$$

является **нормальным оператором.**

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

1) Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова** или **унитарного** пространства U является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**.

Доказательство. Обратное следует из того, что если $\hat{A} - \lambda\hat{E}$ — **нормальный оператор**, то как мы уже доказали, линейный оператор

$$\hat{A} = \left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right) - (-\lambda)\hat{E}$$

является **нормальным оператором.**

В доказанном ранее утверждении вместо $\hat{A}$ берем $\hat{A} - \lambda\hat{E}$, и вместо λ — число $(-\lambda)$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Очевидно, что $\hat{A}$ является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда **нормальным оператором** является $\hat{A}^*$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Очевидно, что $\hat{A}$ является **нормальным оператором** тогда и только тогда, когда **нормальным оператором** является $\hat{A}^*$.

Поэтому, в силу свойства $\hat{A} = \left(\hat{A}^*\right)^*$ **сопряженного оператора**, достаточно доказать только необходимость.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) =$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$,

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда

$\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) =$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$. Обозначим оператор $\hat{A} - \rho\hat{E}$ через $\hat{B}$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$. Обозначим оператор $\hat{A} - \rho\hat{E}$ через $\hat{B}$.

Тогда $\hat{B}(v) =$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$. Обозначим оператор $\hat{A} - \rho\hat{E}$ через $\hat{B}$.

Тогда $\hat{B}(v) = \mathbf{0}$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$. Обозначим оператор $\hat{A} - \rho\hat{E}$ через $\hat{B}$.

Тогда $\hat{B}(v) = \mathbf{0}$.

Следовательно, в силу доказанной выше нормальности оператора $\hat{B}$, получаем

$$= \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) =$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$. Обозначим оператор $\hat{A} - \rho\hat{E}$ через $\hat{B}$.

Тогда $\hat{B}(v) = \mathbf{0}$.

Следовательно, в силу доказанной выше нормальности оператора $\hat{B}$, получаем

$$0 = \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}^*\hat{B}(v)\right) =$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$. Обозначим оператор $\hat{A} - \rho\hat{E}$ через $\hat{B}$.

Тогда $\hat{B}(v) = \mathbf{0}$.

Следовательно, в силу доказанной выше нормальности оператора $\hat{B}$, получаем

$$0 = \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}^*\hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}\hat{B}^*(v)\right) =$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. Итак, пусть $v \in U$ — **собственный вектор**, отвечающий собственному значению ρ. Тогда $\hat{A}(v) = \rho v$, откуда $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$. Обозначим оператор $\hat{A} - \rho\hat{E}$ через $\hat{B}$.

Тогда $\hat{B}(v) = \mathbf{0}$.

Следовательно, в силу доказанной выше нормальности оператора $\hat{B}$, получаем

$$0 = \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}^*\hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}\hat{B}^*(v)\right) = \left(\hat{B}^*(v), \hat{B}^*(v)\right).$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. $\hat{A}(v) = \rho v, \quad \left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}, \quad \hat{B} = \hat{A} - \rho\hat{E},$ $\hat{B}(v) = \mathbf{0},$

$$0 = \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}^*\hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}\hat{B}^*(v)\right) = \left(\hat{B}^*(v), \hat{B}^*(v)\right).$$

По **аксиомам скалярного произведения** получаем $\hat{B}^*(v) = \mathbf{0}$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. $\hat{A}(v) = \rho v, \quad \left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}, \quad \hat{B} = \hat{A} - \rho\hat{E}, \quad \hat{B}(v) = \mathbf{0},$

$$0 = \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}^*\hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}\hat{B}^*(v)\right) = \left(\hat{B}^*(v), \hat{B}^*(v)\right).$$

По **аксиомам скалярного произведения** получаем $\hat{B}^*(v) = \mathbf{0}$.

Значит $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)^*(v) = \mathbf{0}$, то есть, в силу свойств сопряженного оператора,

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. $\hat{A}(v) = \rho v$, $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$, $\hat{B} = \hat{A} - \rho\hat{E}$, $\hat{B}(v) = \mathbf{0}$,

$$0 = \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}^*\hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}\hat{B}^*(v)\right) = \left(\hat{B}^*(v), \hat{B}^*(v)\right).$$

По **аксиомам скалярного произведения** получаем $\hat{B}^*(v) = \mathbf{0}$.

Значит $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)^*(v) = \mathbf{0}$, то есть, в силу свойств сопряженного оператора, $\left(\hat{A}^* - \overline{\rho}\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$, откуда

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. $\hat{A}(v) = \rho v$, $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$, $\hat{B} = \hat{A} - \rho\hat{E}$, $\hat{B}(v) = \mathbf{0}$,

$$0 = \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}^*\hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}\hat{B}^*(v)\right) = \left(\hat{B}^*(v), \hat{B}^*(v)\right).$$

По **аксиомам скалярного произведения** получаем $\hat{B}^*(v) = \mathbf{0}$.

Значит $\left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)^*(v) = \mathbf{0}$, то есть, в силу свойств сопряженного оператора, $\left(\hat{A}^* - \overline{\rho}\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}$, откуда $\hat{A}^*(v) = \overline{\rho}v$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

2) Вектор $v \in U$ является собственным вектором **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающим собственному значению ρ тогда и только тогда, когда v является собственным вектором линейного оператора $\hat{A}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$.

Доказательство. $\hat{A}(v) = \rho v, \quad \left(\hat{A} - \rho\hat{E}\right)(v) = \mathbf{0}, \quad \hat{B} = \hat{A} - \rho\hat{E},$ $\hat{B}(v) = \mathbf{0},$

$$0 = \left(\hat{B}(v), \hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}^*\hat{B}(v)\right) = \left(v, \hat{B}\hat{B}^*(v)\right) = \left(\hat{B}^*(v), \hat{B}^*(v)\right).$$

Итак, $\hat{A}^*(v) = \overline{\rho}v$.

Так как v — ненулевой вектор (он — собственный для $\hat{A}$), то v — **собственный вектор** для $\hat{A}^*$, что и требовалось доказать.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) =$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) = \alpha(u, v).$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) = \alpha(u, v).$$

С другой стороны, по **доказанному свойству** 2) **нормального оператора**,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) =$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) = \alpha(u, v).$$

С другой стороны, по **доказанному свойству** 2) **нормального оператора**,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = \left(u, \hat{A}^*(v)\right) =$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) = \alpha(u, v).$$

С другой стороны, по **доказанному свойству** 2) **нормального оператора**,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = \left(u, \hat{A}^*(v)\right) = \left(u, \overline{\beta} v\right) =$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) = \alpha(u, v).$$

С другой стороны, по **доказанному свойству** 2) **нормального оператора**,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = \left(u, \hat{A}^*(v)\right) = \left(u, \overline{\beta} v\right) = \beta(u, v).$$

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) = \alpha(u, v).$$

С другой стороны, по **доказанному свойству** 2) **нормального оператора**,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = \left(u, \hat{A}^*(v)\right) = \left(u, \overline{\beta} v\right) = \beta(u, v).$$

Значит, $\alpha(u, v) = \beta(u, v)$, откуда $(\alpha - \beta)(u, v) = 0$.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) = \alpha(u, v).$$

С другой стороны, по **доказанному свойству** 2) **нормального оператора**,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = \left(u, \hat{A}^*(v)\right) = \left(u, \overline{\beta} v\right) = \beta(u, v).$$

Значит, $\alpha(u, v) = \beta(u, v)$, откуда $(\alpha - \beta)(u, v) = 0$. Так как $\alpha - \beta \neq 0$, то

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

3) Если $u, v \in U$ — собственные векторы **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающие разным собственным значениям, то u и v — ортогональны.

Доказательство. Пусть $u \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению α и $v \in U$ — собственный вектор **нормального оператора** $\hat{A}$, отвечающий собственному значению β, причем $\alpha \neq \beta$. Тогда, с одной стороны,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = (\alpha u, v) = \alpha(u, v).$$

С другой стороны, по **доказанному свойству** 2) **нормального оператора**,

$$\left(\hat{A}(u), v\right) = \left(u, \hat{A}^*(v)\right) = \left(u, \overline{\beta} v\right) = \beta(u, v).$$

Значит, $\alpha(u, v) = \beta(u, v)$, откуда $(\alpha - \beta)(u, v) = 0$. Так как $\alpha - \beta \neq 0$, то $(u, v) = 0$, что и требовалось доказать.

XXXV.1. Свойства нормальных операторов

4) и 5) — без доказательства.

XXXV.2. Самосопряженные и эрмитовы операторы

Определение 50. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(соответственно,* ***унитарного****) пространства* U *называется* **самосопряженным оператором** *(соответственно,* **эрмитовым оператором***) тогда и только тогда, когда* $\hat{A}^* = \hat{A}$.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

1) **Самосопряженный** (эрмитов) оператор является **нормальным оператором**.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

1) **Самосопряженный** (эрмитов) оператор является **нормальным оператором**.

2) Характеристический полином самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ представим в виде

$$|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E| = (\lambda - \rho_1)^{n_1} \dots (\lambda - \rho_m)^{n_m},$$

где $\rho_i \in \mathbb{R}$ для всех $i = 1, 2, \dots, m$. В частности, **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ включается в $\mathbb{R}$.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$ (говорят еще, что в этом случае из $\hat{A}$ *извлекается квадратный корень*).

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$ (говорят еще, что в этом случае из $\hat{A}$ *извлекается квадратный корень*).

4) Если самосопряженный оператор $\hat{A}$ обладает свойством идемпотентности, то есть $\hat{A}\hat{A} = \hat{A}$, то $\hat{A}$ — либо тождественный оператор (то есть $\hat{A} = \hat{E}$), либо $\hat{A}$ — оператор ортогонального проецирования.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

1) **Самосопряженный** (эрмитов) оператор является **нормальным оператором**.

Доказательство. Очевидное следствие из определений.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) Характеристический полином самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ представим в виде

$$|A_{\mathbf{Б}} - \lambda E| = (\lambda - \rho_1)^{n_1} \dots (\lambda - \rho_m)^{n_m},$$

где $\rho_i \in \mathbb{R}$ для всех $i = 1, 2, \dots, m$. В частности, **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ включается в $\mathbb{R}$.

Доказательство. Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Если U — **унитарное пространство**, то положим $V = U$.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Если U — **унитарное пространство**, то положим $V = U$. Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Пусть теперь U — **евклидово пространство**. Проведем так называемую *комплексификацию* **евклидова пространства** U. Точнее, положим

$$V = \left\{ u_1 + iu_2 \,\middle|\, u_i \in U,\ i \in \{1, 2\} \right\},$$

и на множестве V операции $+$, $(\lambda_1 + i\lambda_2)\cdot$ и **скалярное произведение** $(\ldots, \ldots)_V$ определим формулами:

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Если U — **унитарное пространство**, то положим $V = U$. Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Пусть теперь U — **евклидово пространство**. Проведем так называемую *комплексификацию* **евклидова пространства** U. Точнее, положим

$$V = \left\{ u_1 + iu_2 \,\middle|\, u_i \in U,\ i \in \{1, 2\} \right\},$$

и на множестве V операции $+$, $(\lambda_1 + i\lambda_2)\cdot$ и **скалярное произведение** $(\ldots, \ldots)_V$ определим формулами:

$$(u_1 + iu_2) + (u_3 + iu_4) =$$
$$(\lambda_1 + i\lambda_2)\,(u_1 + iu_2) =$$
$$\big((u_1 + iu_2)\,,\,(u_3 + iu_4)\big)_V =$$

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Если U — **унитарное пространство**, то положим $V = U$. Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Пусть теперь U — **евклидово пространство**. Проведем так называемую *комплексификацию* **евклидова пространства** U. Точнее, положим

$$V = \left\{ u_1 + iu_2 \,\middle|\, u_i \in U,\ i \in \{1, 2\} \right\},$$

и на множестве V операции $+$, $(\lambda_1 + i\lambda_2)\cdot$ и **скалярное произведение** $(\ldots, \ldots)_V$ определим формулами:

$$(u_1 + iu_2) + (u_3 + iu_4) = (u_1 + u_3) + i\,(u_2 + u_4)\,,$$
$$(\lambda_1 + i\lambda_2)\,(u_1 + iu_2) =$$
$$\big((u_1 + iu_2)\,,\,(u_3 + iu_4)\big)_V =$$

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Если U — **унитарное пространство**, то положим $V = U$. Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Пусть теперь U — **евклидово пространство**. Проведем так называемую *комплексификацию* **евклидова пространства** U. Точнее, положим

$$V = \left\{ u_1 + iu_2 \,\middle|\, u_i \in U,\ i \in \{1, 2\} \right\},$$

и на множестве V операции $+$, $(\lambda_1 + i\lambda_2)\cdot$ и **скалярное произведение** $(\ldots, \ldots)_V$ определим формулами:

$$(u_1 + iu_2) + (u_3 + iu_4) = (u_1 + u_3) + i\,(u_2 + u_4)\,,$$
$$(\lambda_1 + i\lambda_2)\,(u_1 + iu_2) = (\lambda_1 u_1 - \lambda_2 u_2) + i\,(\lambda_2 u_1 + \lambda_1 u_2)\,,$$
$$\big((u_1 + iu_2)\,,\,(u_3 + iu_4)\big)_V =$$

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Если U — **унитарное пространство**, то положим $V = U$. Сначала сведем доказательство к случаю эрмитова оператора. Пусть теперь U — **евклидово пространство**. Проведем так называемую *комплексификацию* **евклидова пространства** U. Точнее, положим

$$V = \left\{ u_1 + iu_2 \,\middle|\, u_i \in U,\ i \in \{1, 2\} \right\},$$

и на множестве V операции $+$, $(\lambda_1 + i\lambda_2)\cdot$ и **скалярное произведение** $(\ldots, \ldots)_V$ определим формулами:

$$\begin{aligned}
&(u_1 + iu_2) + (u_3 + iu_4) = (u_1 + u_3) + i\,(u_2 + u_4)\,,\\
&(\lambda_1 + i\lambda_2)\,(u_1 + iu_2) = (\lambda_1 u_1 - \lambda_2 u_2) + i\,(\lambda_2 u_1 + \lambda_1 u_2)\,,\\
&\big((u_1 + iu_2)\,,\,(u_3 + iu_4)\big)_V = (u_1, u_3) + (u_2, u_4) + i\,\big((u_2, u_3)\ - (u_1, u_4)\big)\,.
\end{aligned}$$

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

$$(u_1 + iu_2) + (u_3 + iu_4) = (u_1 + u_3) + i\,(u_2 + u_4)$$
$$(\lambda_1 + i\lambda_2)\,(u_1 + iu_2) = (\lambda_1 u_1 - \lambda_2 u_2) + i\,(\lambda_2 u_1 + \lambda_1 u_2)\,,$$
$$\big((u_1 + iu_2)\,,\,(u_3 + iu_4)\big)_V = (u_1, u_3) + (u_2, u_4) + i\,\big((u_2, u_3)\; - (u_1, u_4)\big)\,.$$

Нетрудно проверить, что V с этими операциями и таким скалярным произведением является **унитарным пространством**, которое (сейчас рассматривается случай, когда U — **евклидово пространство**) называется **комплексификацией евклидова пространства** U. Положим

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

$$(u_1 + iu_2) + (u_3 + iu_4) = (u_1 + u_3) + i\,(u_2 + u_4)$$
$$(\lambda_1 + i\lambda_2)\,(u_1 + iu_2) = (\lambda_1 u_1 - \lambda_2 u_2) + i\,(\lambda_2 u_1 + \lambda_1 u_2)\,,$$
$$\big((u_1 + iu_2)\,,\,(u_3 + iu_4)\big)_V = (u_1, u_3) + (u_2, u_4) + i\,\big((u_2, u_3)\; - (u_1, u_4)\big)\,.$$

Нетрудно проверить, что V с этими операциями и таким скалярным произведением является **унитарным пространством**, которое (сейчас рассматривается случай, когда U — **евклидово пространство**) называется **комплексификацией евклидова пространства** U. Положим

$$\hat{B}\,(u_1 + iu_2) = \hat{A}\,(u_1) + i\hat{A}\,(u_2)\,.$$

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

$$(u_1 + iu_2) + (u_3 + iu_4) = (u_1 + u_3) + i\,(u_2 + u_4)$$
$$(\lambda_1 + i\lambda_2)\,(u_1 + iu_2) = (\lambda_1 u_1 - \lambda_2 u_2) + i\,(\lambda_2 u_1 + \lambda_1 u_2)\,,$$
$$\big((u_1 + iu_2)\,,\,(u_3 + iu_4)\big)_V = (u_1, u_3) + (u_2, u_4) + i\,\big((u_2, u_3)\ - (u_1, u_4)\big)\,.$$

$$\hat{B}\,(u_1 + iu_2) = \hat{A}\,(u_1) + i\hat{A}\,(u_2)\,.$$

Нетрудно проверить, что $\hat{B}$ является эрмитовым оператором. Пусть $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ — базис **евклидова пространства** U. **Очевидно**, что упорядоченная система векторов $\mathbf{Б}' = \{e_1 + i\mathbf{0}, \ldots, e_n + i\mathbf{0}\}$ является базисом **унитарного пространства** V, причем $\mathbf{A}_{\mathbf{Б}} = \mathbf{B}_{\mathbf{Б}'}$. В частности, **характеристический полином** оператора $\hat{B}$ совпадает с **характеристическим полиномом оператора** $\hat{A}$.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Итак, осталось доказать, что все корни **характеристического полинома эрмитова оператора** $\hat{B}$ **унитарного пространства** V являются вещественными числами. Характеристический полином, согласно основной теореме алгебры, **вполне приводим**. Пусть ρ — корень **характеристического полинома**, v — **собственный вектор** линейного оператора $\hat{B}$, отвечающий собственному значению ρ. Согласно свойствам сопряженного оператора v является собственным вектором оператора $\hat{B}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$. Но $\hat{B}^* = \hat{B}$, поэтому

$$= \hat{B}(v) = \hat{B}^*(v) =$$

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Итак, осталось доказать, что все корни **характеристического полинома эрмитова оператора** $\hat{B}$ **унитарного пространства** V являются вещественными числами. Характеристический полином, согласно основной теореме алгебры, **вполне приводим**. Пусть ρ — корень **характеристического полинома**, v — **собственный вектор** линейного оператора $\hat{B}$, отвечающий собственному значению ρ. Согласно свойствам сопряженного оператора v является собственным вектором оператора $\hat{B}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$. Но $\hat{B}^* = \hat{B}$, поэтому

$$\rho v = \hat{B}\,(v) = \hat{B}^*\,(v) =$$

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Итак, осталось доказать, что все корни **характеристического полинома эрмитова оператора** $\hat{B}$ **унитарного пространства** V являются вещественными числами. Характеристический полином, согласно основной теореме алгебры, **вполне приводим**. Пусть ρ — корень **характеристического полинома**, v — **собственный вектор** линейного оператора $\hat{B}$, отвечающий собственному значению ρ. Согласно свойствам сопряженного оператора v является собственным вектором оператора $\hat{B}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$. Но $\hat{B}^* = \hat{B}$, поэтому

$$\rho v = \hat{B}\,(v) = \hat{B}^*\,(v) = \overline{\rho} v,$$

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

2) **Доказательство.** Итак, осталось доказать, что все корни **характеристического полинома эрмитова оператора** $\hat{B}$ **унитарного пространства** V являются вещественными числами. Характеристический полином, согласно основной теореме алгебры, **вполне приводим**. Пусть ρ — корень **характеристического полинома**, v — **собственный вектор** линейного оператора $\hat{B}$, отвечающий собственному значению ρ. Согласно свойствам сопряженного оператора v является собственным вектором оператора $\hat{B}^*$, отвечающим собственному значению $\overline{\rho}$. Но $\hat{B}^* = \hat{B}$, поэтому

$$\rho v = \hat{B}\,(v) = \hat{B}^*\,(v) = \overline{\rho} v,$$

поэтому $\rho = \overline{\rho}$. Следовательно, ρ — вещественное число, что и требовалось доказать.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$.

Доказательство. Доказательство этого свойства представляет собой удачный пример использования **теоремы об изоморфизме пространства линейных операторов и пространства матриц**. Мы так перейдем в пространство матриц, что ответ там станет очевидным, а потом с победой вернемся «домой», в «родное» **евклидово пространство** U.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$.

Доказательство. По свойствам **нормального оператора** существует ОНБ **Б** из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$.

Доказательство. По свойствам **нормального оператора** существует ОНБ **Б** из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$.

В этом базисе **матрица A оператора** $\hat{A}$ диагональна, причем на диагонали стоят неотрицательные числа $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$.

Доказательство. По свойствам **нормального оператора** существует ОНБ **Б** из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$.

В этом базисе **матрица A оператора** $\hat{A}$ диагональна, причем на диагонали стоят неотрицательные числа $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$.

Обозначим через $\hat{B}$ оператор, матрица B которого в базисе **Б** диагональна, причем на диагонали стоят числа $\sqrt{\lambda_1}, \ldots, \sqrt{\lambda_n}$.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$.

Доказательство. Б — ОНБ из **собственных векторов** $\hat{A}$.

$$A_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}, \; B_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\lambda_n} \end{pmatrix},$$

$A_{\text{Б}} = B_{\text{Б}} \cdot B_{\text{Б}} \Rightarrow$

По **теореме об изоморфности пространства операторов и пространства матриц**...

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$.

Доказательство. Б — ОНБ из **собственных векторов** $\hat{A}$.

$$A_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}, \quad B_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\lambda_n} \end{pmatrix},$$

$A_{\text{Б}} = B_{\text{Б}} \cdot B_{\text{Б}} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{B}$.

По **теореме об изоморфности пространства операторов и пространства матриц**...

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

3) Если **спектр** самосопряженного (эрмитова) оператора $\hat{A}$ состоит только из неотрицательных чисел, то существует такой самосопряженный оператор $\hat{B}$, что $\hat{A} = \hat{B}\hat{B}$.

Доказательство. Б — ОНБ из **собственных векторов** $\hat{A}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}, \; B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_2} & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \sqrt{\lambda_n} \end{pmatrix},$$

$A_{\mathbf{Б}} = B_{\mathbf{Б}} \cdot B_{\mathbf{Б}} \;\Rightarrow\; \hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{B}$.

Самосопряженность оператора $\hat{B}$ следует из **формулы для вычисления матрицы сопряженного оператора** и того факта, что **матрица Грама** ОНБ **Б** — единичная.

XXXV.3. Свойства самосопряженных и эрмитовых операторов

4) Если самосопряженный оператор $\hat{A}$ обладает свойством идемпотентности, то есть $\hat{A}\hat{A} = \hat{A}$, то $\hat{A}$ — либо тождественный оператор (то есть $\hat{A} = \hat{E}$), либо $\hat{A}$ — оператор ортогонального проецирования.

Доказательство. Доказательство этого факта мы приводить не будем.

XXXV.4. Ортогональные и унитарные операторы

Определение 51. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(соответственно,* ***унитарного****) пространства* U *называется* **ортогональным оператором** *(соответственно,* **унитарным оператором***) тогда и только тогда, когда* $\hat{A}^* = \hat{A}^{-1}$.

XXXV.5. Свойства ортогональных и унитарных операторов

1. Ортогональный оператор является **нормальным оператором**.
2. **Критерий ортогональности нормального оператора.** Линейный оператор $\hat{A}$ **евклидова пространства** U является ортогональным тогда и только тогда, когда он, во-первых, нормальный, и, во-вторых, существует такой ОНБ **евклидова пространства** U, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ клеточно-диагональна, причем клетки имеют вид либо (1), либо (-1), либо $\begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$.
3. В любом базисе $\mathbf{Б}$ **детерминант** матрицы $A_{\mathbf{Б}}$ ортогонального оператора $\hat{A}$ равен 1 или (-1).

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Определение 52. *Оператор* $\hat{A}$ *нормированного линейного пространства* U *называется* **изометрическим** *тогда и только тогда, когда для любого вектора* x *имеет место равенство* $||x|| = ||\hat{A}(x)||$.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Определение 52. *Оператор $\hat{A}$ нормированного линейного пространства U называется* **изометрическим** *тогда и только тогда, когда для любого вектора x имеет место равенство $||x|| = ||\hat{A}(x)||$.*

Теорема 59. *Линейный оператор $\hat{A}$* ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства U является* ***изометрическим*** *относительно нормы $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Из ортогональности (унитарности) изометричность относительно указанной нормы следует с очевидностью:

$$\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) =$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Из ортогональности (унитарности) изометричность относительно указанной нормы следует с очевидностью:

$$\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) = \left(x, \hat{A}^* \left(\hat{A}(x)\right)\right) =$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Из ортогональности (унитарности) изометричность относительно указанной нормы следует с очевидностью:

$$\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) = \left(x, \hat{A}^* \left(\hat{A}(x)\right)\right) = \left(x, \hat{A}^{-1}\hat{A}(x)\right) =$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Из ортогональности (унитарности) изометричность относительно указанной нормы следует с очевидностью:

$$\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) = \left(x, \hat{A}^* \left(\hat{A}(x)\right)\right) = \left(x, \hat{A}^{-1}\hat{A}(x)\right) = (x,x),$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Из ортогональности (унитарности) изометричность относительно указанной нормы следует с очевидностью:

$$\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) = \left(x, \hat{A}^*\left(\hat{A}(x)\right)\right) = \left(x, \hat{A}^{-1}\hat{A}(x)\right) = (x,x),$$

то есть $||\hat{A}(x)|| =$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Из ортогональности (унитарности) изометричность относительно указанной нормы следует с очевидностью:

$$\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) = \left(x, \hat{A}^*\left(\hat{A}(x)\right)\right) = \left(x, \hat{A}^{-1}\hat{A}(x)\right) = (x,x),$$

то есть $||\hat{A}(x)|| = \sqrt{\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right)} =$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Из ортогональности (унитарности) изометричность относительно указанной нормы следует с очевидностью:

$$\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) = \left(x, \hat{A}^*\left(\hat{A}(x)\right)\right) = \left(x, \hat{A}^{-1}\hat{A}(x)\right) = (x,x),$$

то есть $||\hat{A}(x)|| = \sqrt{\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right)} = \sqrt{(x,x)} =$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Из ортогональности (унитарности) изометричность относительно указанной нормы следует с очевидностью:

$$\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) = \left(x, \hat{A}^*\left(\hat{A}(x)\right)\right) = \left(x, \hat{A}^{-1}\hat{A}(x)\right) = (x,x),$$

то есть $||\hat{A}(x)|| = \sqrt{\left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right)} = \sqrt{(x,x)} = ||x||.$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Осталось проверить ортогональность (унитарность) изметрического оператора. Это доказательство, в отличие от большинства предыдущих, требует специфического приема.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Доказательство. Пусть $\hat{A}$ — **изометрический** (относительно указанной нормы) оператор **евклидова** (унитарного) пространства. Тогда для любых векторов x, y и скаляра λ

$$\left(\hat{A}(x-\lambda y), \hat{A}(x-\lambda y)\right) = (x-\lambda y, x-\lambda y). \tag{46}$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во.

$$\ulcorner = \left(\hat{A}(x-\lambda y), \hat{A}(x-\lambda y)\right) = (x-\lambda y, x-\lambda y). \tag{46}$$

$=$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во.

$$= \left(\hat{A}(x-\lambda y), \hat{A}(x-\lambda y)\right) = (x-\lambda y, x-\lambda y). \qquad (46)$$

$$= \left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) - \lambda\left(\hat{A}(y), \hat{A}(x)\right) - \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) + \lambda\overline{\lambda}\left(\hat{A}(y), \hat{A}(y)\right) =$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во.

$$= \left(\hat{A}(x-\lambda y), \hat{A}(x-\lambda y)\right) = (x-\lambda y, x-\lambda y). \qquad (46)$$

$$= \left(\hat{A}(x), \hat{A}(x)\right) - \lambda\left(\hat{A}(y), \hat{A}(x)\right) - \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) + \lambda\overline{\lambda}\left(\hat{A}(y), \hat{A}(y)\right) =$$

$$= (x,x) - \lambda\overline{\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right)} - \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y)\,.$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $(x,x) - \lambda\overline{\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right)} - \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y) =$

$$= \left(\hat{A}(x-\lambda y), \hat{A}(x-\lambda y)\right) = (x-\lambda y, x-\lambda y) = \qquad (46)$$

$$=$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во.
$$(x,x) - \lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} - \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y) =$$

$$= \left(\hat{A}(x-\lambda y),\hat{A}(x-\lambda y)\right) = (x-\lambda y, x-\lambda y) = \tag{46}$$

$$= (x,x) - \lambda\,(y,x) - \overline{\lambda}\,(x,y) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y) =$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во.
$$(x,x) - \lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} - \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y) =$$

$$= \left(\hat{A}(x-\lambda y),\hat{A}(x-\lambda y)\right) = (x-\lambda y, x-\lambda y) = \tag{46}$$

$$= (x,x) - \lambda\,(y,x) - \overline{\lambda}\,(x,y) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y) =$$
$$= (x,x) - \lambda\overline{(x,y)} - \overline{\lambda}\,(x,y) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y)\,.$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $$(x,x) - \lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} - \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y) =$$

$$= (x,x) - \lambda\overline{(x,y)} - \overline{\lambda}\,(x,y) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y)\,.$$

Отсюда

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $(x,x) - \lambda\overline{\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right)} - \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y) =$

$$= (x,x) - \lambda\overline{(x,y)} - \overline{\lambda}\,(x,y) + \lambda\overline{\lambda}\,(y,y)\,.$$

Отсюда

$$\lambda\overline{\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,. \qquad (47)$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,.$ (47)

Положим $\lambda = 1$. Тогда равенство (47) преобразуется к виду

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,.$ (47)

Положим $\lambda = 1$. Тогда равенство (47) преобразуется к виду

$$\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \overline{(x,y)} + (x,y)\,,$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,.$ (47)

Положим $\lambda = 1$. Тогда равенство (47) преобразуется к виду

$$\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \overline{(x,y)} + (x,y)\,,$$

то есть $\mathrm{Re}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \mathrm{Re}\,(x,y)$.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\lambda\overline{\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,.$ (47)

$\mathrm{Re}\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = \mathrm{Re}\,(x,y).$

Если U — унитарное пространство, положим $\lambda = i$. Тогда равенство (47) имеет вид

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,.$ (47)

$\mathrm{Re}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \mathrm{Re}\,(x,y).$

Если U — унитарное пространство, положим $\lambda = i$. Тогда равенство (47) имеет вид

$$i\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} - i\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = i\overline{(x,y)} - i\,(x,y)\,,$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,.$ (47)

$\mathrm{Re}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \mathrm{Re}\,(x,y).$

Если U — унитарное пространство, положим $\lambda = i$. Тогда равенство (47) имеет вид

$$i\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} - i\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = i\overline{(x,y)} - i\,(x,y)\,,$$

то есть $\mathrm{Im}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \mathrm{Im}\,(x,y).$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,.$ (47)

При $\lambda = 1$ имеем $\mathrm{Re}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \mathrm{Re}\,(x,y)$. При $\lambda = i$ имеем $\mathrm{Im}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \mathrm{Im}\,(x,y)$.

Таким образом у комплексных чисел $\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)$ и (x,y) совпадают и действительные, и мнимые части.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\lambda\overline{\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)} + \overline{\lambda}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \lambda\overline{(x,y)} + \overline{\lambda}\,(x,y)\,.$ (47)

При $\lambda = 1$ имеем $\mathrm{Re}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \mathrm{Re}\,(x,y)$. При $\lambda = i$ имеем $\mathrm{Im}\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = \mathrm{Im}\,(x,y)$.

Таким образом у комплексных чисел $\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right)$ и (x,y) совпадают и действительные, и мнимые части.

Поэтому $\left(\hat{A}(x),\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

Следовательно, $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0$. Положим $x =$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

Следовательно, $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0$. Положим $x = \hat{A}^*\hat{A}(y) - y$.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

Следовательно, $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0$. Положим $x = \hat{A}^*\hat{A}(y) - y$.

$$\left(\hat{A}^*\hat{A}(y) - y, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0 \Rightarrow$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

Следовательно, $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0$. Положим $x = \hat{A}^*\hat{A}(y) - y$.

$$\left(\hat{A}^*\hat{A}(y) - y, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0 \Rightarrow$$

В силу **положительной определенности скалярного произведения**...

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

Следовательно, $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0$. Положим $x = \hat{A}^*\hat{A}(y) - y$.

$$\left(\hat{A}^*\hat{A}(y) - y, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0 \;\Rightarrow\; \hat{A}^*\hat{A}(y) - y = \mathbf{0}.$$

В силу **положительной определенности скалярного произведения**...

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

Следовательно, $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0$. Положим $x = \hat{A}^*\hat{A}(y) - y$.

$$\left(\hat{A}^*\hat{A}(y) - y, \hat{A}^*\hat{A}(y) - y\right) = 0 \;\Rightarrow\; \hat{A}^*\hat{A}(y) - y = \mathbf{0}.$$

Следовательно, $\hat{A}^* = \hat{A}^{-1}$, теорема доказана, хотя финал можно было провести иначе:

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства* U *является* ***изометрическим*** *относительно нормы* $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ *тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(\hat{A}(x), \hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$.

Перейдем на язык матриц. Для этого надо сначала *выбрать базис* $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ пространства U. Тогда доказанное тождество $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$ преобразуется к виду

$$[x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} A^*_{\mathbf{Б}} A_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} = [x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}.$$

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор $\hat{A}$* ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства U является* ***изометрическим*** *относительно нормы $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда

$$[x]^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}A^*_{\text{Б}}A_{\text{Б}}[y]_{\text{Б}} = [x]^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}[y]_{\text{Б}}.$$

Матрицы $[x]_{\text{Б}}$ и $[y]_{\text{Б}}$ — произвольные, поэтому по **лемме о сокращении на произвольную матрицу** имеем $\Gamma_{\text{Б}}A^*_{\text{Б}}A_{\text{Б}} = \Gamma_{\text{Б}}$, откуда, в силу невырожденности **матрицы Грама**, получаем $A^*_{\text{Б}}A_{\text{Б}} = E$, то есть $A^*_{\text{Б}} = A^{-1}_{\text{Б}}$.

XXXV.6. Теорема об ортогональности изометрического оператора

Теорема 59. *Линейный оператор $\hat{A}$* ***евклидова*** *(****унитарного****) пространства U является* ***изометрическим*** *относительно нормы $||x|| = \sqrt{(x,x)}$ тогда и только тогда, когда он ортогональный (унитарный).*

Док-во. $\left(x, \hat{A}^*\hat{A}(y)\right) = (x,y)$, откуда

$$[x]^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}A^*_{\text{Б}}A_{\text{Б}}[y]_{\text{Б}} = [x]^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}[y]_{\text{Б}}.$$

$$A^*_{\text{Б}} = A^{-1}_{\text{Б}}.$$

По **теореме об изоморфизме пространства матриц и пространства линейных операторов** получаем $\hat{A}^* = \hat{A}^{-1}$, то есть оператор $\hat{A}$ — ортогональный (унитарный).

Теорема доказана.

XXXV.7. Теорема об ортогональном операторе и ОНБ (критерий ортогональности оператора)

Теорема 60. *Линейный оператор* $\hat{A}$ ***евклидова пространства*** U *является ортогональным тогда и только тогда, когда он переводит ОНБ в ОНБ. Точнее, эквивалентны следующие утверждения:*

1. $\hat{A}$ *является ортогональным оператором;*
2. *существует ОНБ* $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *такой, что система векторов* $\left\{\hat{A}(e_1), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ *является ортонормированным базисом;*
3. *для любого ОНБ* $\mathbf{Б} = \{e_1, \ldots, e_n\}$ *система векторов* $\left\{\hat{A}(e_1), \ldots, \hat{A}(e_n)\right\}$ *является ортонормированным базисом.*

Без доказательства.

Рассмотрим пример?

XXXVI. Применение к матричной алгебре

В рассмотренных выше теоремах мы, в основном, применяли матричную алгебру для доказательства утверждений об операторах. Но, разумеется, с успехом осуществляется и «обратный процесс»: с помощью алгебры операторов доказываются утверждения для алгебры матриц. Одно из таких утверждений мы сейчас рассмотрим. Сначала отметим, что оказывается удобным перенести «операторную» терминологию на язык матриц, и ввести понятие нормальной, ортогональной и унитарной матрицы.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Определение 53. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой***) если и только если она является* ***матрицей одноименного оператора*** *в некотором ортонормированном базисе.*

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Определение 53. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой***) если и только если она является* ***матрицей одноименного оператора*** *в некотором ортонормированном базисе.*

Используя тот факт, что **матрица Грама** ортонормированного базиса — единичная, можно дать чисто матричную характеризацию этих матриц: матрица A — *нормальная* тогда и только тогда, когда $A^tA = AA^t$; матрица *ортогональная* (унитарная, эрмитова) тогда и только тогда, когда $A^t = A^{-1}$.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Утверждение о вещественности спектра матрицы A означает, что

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Утверждение о вещественности спектра матрицы A означает, что все корни **характеристического полинома** которой являются действительными числами

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. Рассмотрим **евклидово пространство**, возьмем в нем ОНБ **Б**, и рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе **Б** матрицу A: $A_{\mathbf{Б}} = A$.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. Рассмотрим **евклидово пространство**, возьмем в нем ОНБ $\mathbf{Б}$, и рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б}$ матрицу A: $A_{\mathbf{Б}} = A$.

Тогда $\hat{A}$ — **нормальный оператор**.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. Рассмотрим **евклидово пространство**, возьмем в нем ОНБ **Б**, и рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе **Б** матрицу A: $A_{\mathbf{Б}} = A$.

Тогда $\hat{A}$ — **нормальный оператор**.

По свойствам **нормального оператора**, в условиях доказываемой теоремы найдется ОНБ **В** из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. Рассмотрим **евклидово пространство**, возьмем в нем ОНБ **Б**, и рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе **Б** матрицу A: $A_{\mathbf{Б}} = A$.

Тогда $\hat{A}$ — **нормальный оператор**.

По свойствам **нормального оператора**, в условиях доказываемой теоремы найдется ОНБ **В** из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$.

Обозначим через T матрицу перехода из **Б** в базис **В**.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. Рассмотрим **евклидово пространство**, возьмем в нем ОНБ $\mathbf{Б}$, и рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б}$ матрицу A: $A_{\mathbf{Б}} = A$.

Тогда $\hat{A}$ — **нормальный оператор**.

По свойствам **нормального оператора**, в условиях доказываемой теоремы найдется ОНБ $\mathbf{В}$ из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$.

Обозначим через T матрицу перехода из $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{В}$.

Тогда $T^{-1}AT$ является матрицей оператора в базисе из **собственных векторов**, то есть диагональной матрицей.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. $T^{-1}AT$ является матрицей оператора в базисе из **собственных векторов**, то есть диагональной матрицей.

Осталось доказать, что T — ортогональная матрица.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. $T^{-1}AT$ является матрицей оператора в базисе из **собственных векторов**, то есть диагональной матрицей.

Осталось доказать, что T — ортогональная матрица.

Пусть $\hat{T}$ — линейный оператор, имеющий в базисе **Б** матрицу T.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. $T^{-1}AT$ является матрицей оператора в базисе из **собственных векторов**, то есть диагональной матрицей.

Осталось доказать, что T — ортогональная матрица.

Пусть $\hat{T}$ — линейный оператор, имеющий в базисе **Б** матрицу T.

Тогда $\hat{T}$ переводит ОНБ **Б** в ОНБ **В**, поэтому $\hat{T}$ — ортогональный оператор.

XXXVI. Применение к матричной алгебре

Теорема 61. *Для любой нормальной матрицы A с вещественным* ***спектром*** *найдется такая ортогональная матрица T, что матрица $T^{-1}AT$ — диагональная матрица.*

Доказательство. $T^{-1}AT$ является матрицей оператора в базисе из **собственных векторов**, то есть диагональной матрицей.

Осталось доказать, что T — ортогональная матрица.

Пусть $\hat{T}$ — линейный оператор, имеющий в базисе **Б** матрицу T.

Тогда $\hat{T}$ переводит ОНБ **Б** в ОНБ **В**, поэтому $\hat{T}$ — ортогональный оператор.

Следовательно, матрица T, как матрица ортогонального оператора в ОНБ, является ортогональной матрицей.

Теорема доказана.

XXXVII. Билинейные и квадратичные формы

Теория билинейных форм строится на основе, как минимум двух языков.

XXXVII. Билинейные и квадратичные формы

Теория билинейных форм строится на основе, как минимум двух языков.

Таким образом, билинейная форма может быть представлена в виде модели-диады, компонентами которой являются билинейная форма как

XXXVII. Билинейные и квадратичные формы

Теория билинейных форм строится на основе, как минимум двух языков.

Таким образом, билинейная форма может быть представлена в виде модели-диады, компонентами которой являются билинейная форма как функция на линейном пространстве и

XXXVII. Билинейные и квадратичные формы

Теория билинейных форм строится на основе, как минимум двух языков.

Таким образом, билинейная форма может быть представлена в виде модели-диады, компонентами которой являются билинейная форма как функция на линейном пространстве и билинейная форма как

XXXVII. Билинейные и квадратичные формы

Теория билинейных форм строится на основе, как минимум двух языков.

Таким образом, билинейная форма может быть представлена в виде модели-диады, компонентами которой являются билинейная форма как функция на линейном пространстве и билинейная форма как многочлен.

XXXVII.1. Билинейные формы на языке линейных пространств

Билинейная форма в теории **линейных пространств** определяется следующим образом:

XXXVII.1. Билинейные формы на языке линейных пространств

Билинейная форма в теории **линейных пространств** определяется следующим образом:

Определение 54. *Пусть U — линейное пространство. Тогда функция $f : U \times U \mapsto K$ называется* **билинейной формой** *тогда и только тогда, когда она линейна по каждому из аргументов, то есть $f(\lambda\overrightarrow{\mathbf{x}} + \mu\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{z}}) = \lambda f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{z}}) + \mu f(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{z}})$ и $f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \lambda\overrightarrow{\mathbf{y}} + \mu\overrightarrow{\mathbf{z}}) = \lambda f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) + \mu f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{z}})$.*

XXXVII.1. Билинейные формы на языке линейных пространств

Билинейная форма в теории **линейных пространств** определяется следующим образом:

Определение 54. *Пусть U — линейное пространство. Тогда функция $f : U \times U \mapsto K$ называется* **билинейной формой** *тогда и только тогда, когда она линейна по каждому из аргументов, то есть $f(\lambda\overrightarrow{\mathbf{x}} + \mu\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{z}}) = \lambda f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{z}}) + \mu f(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{z}})$ и $f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \lambda\overrightarrow{\mathbf{y}} + \mu\overrightarrow{\mathbf{z}}) = \lambda f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) + \mu f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{z}})$.*

Алгебра билинейных форм-функций — линейное пространство относительно операций сложения функций и умножения функции на скаляр.

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$.

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}\right) =$$

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\text{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) =$$

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f\left(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j\right).$$

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f\left(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j\right).$$

Заметим, что массив компонент вида $f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j)$ не зависит от векторов $\vec{\mathbf{x}}$ и $\vec{\mathbf{y}}$, это характеристика **базиса**. Обозначим через $F_{\mathbf{Б}}$ матрицу элементов вида $f_{ij} = f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j)$.

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f\left(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j\right).$$

В результате мы получили равенство

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\text{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f\left(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j\right).$$

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij}, \text{ где } f_{ij} = f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j). \quad (48)$$

Рассмотрим пример?

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij}, \text{ где } f_{ij} = f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j). \tag{48}$$

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j \right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij}, \text{ где } f_{ij} = f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j). \tag{48}$$

Что же мы получили?

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \{\vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i,\ \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij},\ \text{где } f_{ij} = f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j). \tag{48}$$

Что же мы получили? Как мы сейчас увидим, уравнение (48) открывает довольно неожиданные перспективы.

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Пусть f — **билинейная форма на языке линейных пространств**. Как обычно, поставим вопрос о том, что соответствует этой функции «в пространстве **координат**», в пространстве $\mathbb{R}^n$. Для ответа на этот вопрос, как обычно, выбираем **базис** $\mathbf{Б} = \{\vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n\}$. Тогда получаем, что

$$f\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i,\ \sum_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij},\ \text{где } f_{ij} = f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j). \tag{48}$$

Сначала заметим, что мы получили задание функции f с помощью *выражения*. Такие выражения можно (и очень полезно) изучать и безо всякой связи с линейными пространствами.

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 55. Многочленом *от переменных* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *называется выражение* $p(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *вида*

$$\sum_{i_1=0}^{m_1} \sum_{i_2=0}^{m_2} \ldots \sum_{i_n=0}^{m_n} a_{i_1 i_2 \ldots i_n} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \ldots x_n^{i_n}.$$

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 55. Многочленом *от переменных* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *называется выражение* $p(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *вида*

$$\sum_{i_1=0}^{m_1} \sum_{i_2=0}^{m_2} \ldots \sum_{i_n=0}^{m_n} a_{i_1 i_2 \ldots i_n} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \ldots x_n^{i_n}.$$

При этом **степенью** этого многочлена называется число

$$\deg\left(p(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right) = \max_{a_{i_1 i_2 \ldots i_n} \neq 0} \left(i_1 + i_2 + \ldots + i_n\right).$$

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 55. Многочленом *от переменных* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *называется выражение* $p(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *вида*

$$\sum_{i_1=0}^{m_1} \sum_{i_2=0}^{m_2} \ldots \sum_{i_n=0}^{m_n} a_{i_1 i_2 \ldots i_n} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \ldots x_n^{i_n}.$$

При этом **степенью** этого многочлена называется число

$$\deg\left(p(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right) = \max_{a_{i_1 i_2 \ldots i_n} \neq 0} \left(i_1 + i_2 + \ldots + i_n\right).$$

Например, $\deg\left(x_1^2 x_2^0 + 2x_1^2 x_2^3 - 3x_1 x_2^3\right)$ равна 5, так как

$$\max_{a_{i_1 i_2 \ldots i_n} \neq 0} \left(i_1 + i_2 + \ldots + i_n\right) = \max\left\{2+0;\ 2+3;\ 1+3\right\} = 5.$$

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 55. Многочленом *от переменных* $x_1, x_2, \ldots, x_n$ *называется выражение* $p(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *вида*

$$\sum_{i_1=0}^{m_1} \sum_{i_2=0}^{m_2} \ldots \sum_{i_n=0}^{m_n} a_{i_1 i_2 \ldots i_n} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \ldots x_n^{i_n}.$$

При этом **степенью** этого многочлена называется число

$$\deg\left(p(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right) = \max_{a_{i_1 i_2 \ldots i_n} \neq 0} \left(i_1 + i_2 + \ldots + i_n\right).$$

Заметим, что у многочленов из правой части уравнения (48) есть одно важное свойство: *каждое слагаемое имеет степень 2*! Полезно рассмотреть более общее понятие:

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 56. *Многочлен* $p(x_1, \ldots, x_n)$ *называется* **формой степени** m *или* **однородным многочленом степени** m, *если все его слагаемые имеют степень* m.

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 56. *Многочлен* $p(x_1, \ldots, x_n)$ *называется* **формой степени** m *или* **однородным многочленом степени** m*, если все его слагаемые имеют степень* m*.*

На языке многочленов понятие билинейной формы можно сформулировать следующим образом:

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 57. *Многочлен* $p(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n)$ *называется* **билинейной формой**, *если этот многочлен является формой первой степени как от переменных* $(x_1, \ldots, x_n)$ *(*y_i *— фиксированы), так и от переменных* $(y_1, \ldots, y_n)$ *(*x_i *фиксированы).*

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 57. *Многочлен* $p(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n)$ *называется* **билинейной формой**, *если этот многочлен является формой первой степени как от переменных* $(x_1, \ldots, x_n)$ *(*y_i *— фиксированы), так и от переменных* $(y_1, \ldots, y_n)$ *(*x_i *фиксированы).*

Уравнение (48) устанавливает связь билинейной формы-многочлена с билинейной формой-функцией.

Отметим, что,

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 57. *Многочлен* $p(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n)$ *называется* **билинейной формой**, *если этот многочлен является формой первой степени как от переменных* $(x_1, \ldots, x_n)$ *(*y_i *— фиксированы), так и от переменных* $(y_1, \ldots, y_n)$ *(*x_i *фиксированы).*

Уравнение (48) устанавливает связь билинейной формы-многочлена с билинейной формой-функцией.

Отметим, что, во-первых, алгебра билинейных форм-многочленов относительно операций сложения многочленов и умножения многочлена на скаляр является линейным пространством.

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 57. *Многочлен* $p(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n)$ *называется* **билинейной формой**, *если этот многочлен является формой первой степени как от переменных* $(x_1, \ldots, x_n)$ *(*y_i *— фиксированы), так и от переменных* $(y_1, \ldots, y_n)$ *(*x_i *фиксированы).*

Уравнение (48) устанавливает связь билинейной формы-многочлена с билинейной формой-функцией.

Во-вторых, отображение, каждой билинейной форме-функции ставящее в соответствие билинейную форму-многочлен, определяемый уравнением (48), является изоморфизмом линейного пространства билинейных форм-функций на линейное пространство билинейных форм-многочленов.

XXXVII.2. Билинейные формы на языке многочленов

Определение 57. *Многочлен* $p(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_n)$ *называется* **билинейной формой**, *если этот многочлен является формой первой степени как от переменных* $(x_1, \ldots, x_n)$ *(*y_i *— фиксированы), так и от переменных* $(y_1, \ldots, y_n)$ *(*x_i *фиксированы).*

Уравнение (48) устанавливает связь билинейной формы-многочлена с билинейной формой-функцией.

Во-вторых, отображение, каждой билинейной форме-функции ставящее в соответствие билинейную форму-многочлен, определяемый уравнением (48), является изоморфизмом линейного пространства билинейных форм-функций на линейное пространство билинейных форм-многочленов.

Вот как далеко завело нас уравнение (48)! Но это еще не все.

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

Равенство (48) приводит к еще одному важному результату. Дело в том, что многочлен $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij}$ можно записать в компактном и удобном *матричном виде*:

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

Равенство (48) приводит к еще одному важному результату. Дело в том, что многочлен $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij}$ можно записать в компактном и удобном *матричном виде*:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ & \dots & & \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

Равенство (48) приводит к еще одному важному результату.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ & \dots & & \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

Равенство (48) приводит к еще одному важному результату.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ & \dots & & \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Как обычно, отметим, что это равенство на самом деле неверно, так как при подстановке значений переменных в левой части полученного уравнения получаем скаляр, а в правой части — одноэлементную матрицу.

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

Равенство (48) приводит к еще одному важному результату.

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i y_j f_{ij} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ & \dots & & \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Как обычно, отметим, что это равенство на самом деле неверно, так как при подстановке значений переменных в левой части полученного уравнения получаем скаляр, а в правой части — одноэлементную матрицу. Однако, мы будем отождествлять одноэлементную матрицу с ее единственным элементом, так как в рассматриваемых нами выражениях это не будет вызывать недоразумений.

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

Определение 58. *Матрицу* $F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ & \dots & & \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{pmatrix}$, *где* $f_{ij} = f\left(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j\right)$, *называют* **матрицей билинейной формы в базисе Б** *(на языке теории* ***линейных пространств****)* *или* **матрицей коэффициентов билинейной формы** *(на языке теории многочленов).*

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

Определение 58. *Матрицу* $F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ & \dots & & \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{pmatrix}$, *где* $f_{ij} = f\left(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j\right)$, *называют* **матрицей билинейной формы в базисе Б** *(на языке теории* ***линейных пространств****) или* **матрицей коэффициентов билинейной формы** *(на языке теории многочленов).*

Понятие матрицы билинейной формы обобщает понятие матрицы Грама.

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

Определение 58. *Матрицу* $F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ & \dots & & \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{pmatrix}$, *где* $f_{ij} = f\left(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j\right)$, *называют* **матрицей билинейной формы в базисе Б** *(на языке теории* ***линейных пространств****) или* **матрицей коэффициентов билинейной формы** *(на языке теории многочленов).*

Понятие матрицы билинейной формы обобщает понятие матрицы Грама.

В соответствии с замечательным равенством (48) получаем, что матрица билинейной формы-функции в **базисе Б** $= \left\{\vec{\mathbf{e}}_1, \dots, \vec{\mathbf{e}}_n\right\}$ имеет вид

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

В соответствии с замечательным равенством (48) получаем, что матрица билинейной формы-функции в **базисе** $\mathbf{Б} = \{\vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n\}$ имеет вид

$$F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} f(\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_1) & f(\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2) & \ldots & f(\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_n) \\ f(\vec{\mathbf{e}}_2, \vec{\mathbf{e}}_1) & f(\vec{\mathbf{e}}_2, \vec{\mathbf{e}}_2) & \ldots & f(\vec{\mathbf{e}}_2, \vec{\mathbf{e}}_n) \\ & \ldots & & \\ f(\vec{\mathbf{e}}_n, \vec{\mathbf{e}}_1) & f(\vec{\mathbf{e}}_n, \vec{\mathbf{e}}_2) & \ldots & f(\vec{\mathbf{e}}_n, \vec{\mathbf{e}}_n) \end{pmatrix}.$$

XXXVII.3. Матричная форма записи билинейной формы

В соответствии с замечательным равенством (48) получаем, что матрица билинейной формы-функции в **базисе** $\mathbf{Б} = \{\vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n\}$ имеет вид

$$F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} f(\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_1) & f(\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2) & \ldots & f(\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_n) \\ f(\vec{\mathbf{e}}_2, \vec{\mathbf{e}}_1) & f(\vec{\mathbf{e}}_2, \vec{\mathbf{e}}_2) & \ldots & f(\vec{\mathbf{e}}_2, \vec{\mathbf{e}}_n) \\ & \ldots & & \\ f(\vec{\mathbf{e}}_n, \vec{\mathbf{e}}_1) & f(\vec{\mathbf{e}}_n, \vec{\mathbf{e}}_2) & \ldots & f(\vec{\mathbf{e}}_n, \vec{\mathbf{e}}_n) \end{pmatrix}.$$

Следовательно, мы с помощью равенства (48) доказали следующую теорему:

XXXVII.3.1. Теорема о вычислении билинейной формы в координатах

Теорема 62. *Если* Б — ***базис*** *линейного пространства* U, $F_{\text{Б}}$ — *матрица билинейной формы* f *в* ***базисе*** Б, *то для любых векторов* $\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}$ *из* U *имеем*

$$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]^t_{\text{Б}} F_{\text{Б}} [y]_{\text{Б}}. \qquad (50)$$

XXXVII.3.1. Теорема о вычислении билинейной формы в координатах

Теорема 62. *Если* **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U, $F_{\mathbf{Б}}$ *— матрица билинейной формы* f *в* ***базисе*** **Б**, *то для любых векторов* $\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}$ *из* U *имеем*

$$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]^t_{\mathbf{Б}} F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}. \qquad (50)$$

Эта формула обобщает формулу из теоремы о вычислении скалярного произведения.

XXXVII.3.1. Теорема о вычислении билинейной формы в координатах

Теорема 62. *Если* **Б** *—* ***базис*** *линейного пространства* U, $F_{\mathbf{Б}}$ *— матрица билинейной формы* f *в* ***базисе*** **Б**, *то для любых векторов* $\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}$ *из* U *имеем*

$$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]^t_{\mathbf{Б}} F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}. \qquad (50)$$

Эта формула обобщает формулу из теоремы о вычислении скалярного произведения.

Как обычно, в рассматриваемой теории мы отождествляем одноэлементную матрицу с ее единственным элементом.

Рассмотрим пример?

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{Б}'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\mathbf{Б}}$ *и* $F_{\mathbf{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}. \tag{51}$$

Доказательство.

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* **Б** *и* **Б**$'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\mathbf{Б}}$ *и* $F_{\mathbf{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}. \tag{51}$$

Доказательство. По определению матрицы перехода, ее коэффициенты t_{ij} определяются системой равенств $\overrightarrow{\mathbf{e}}'_j = \sum\limits_{i=1}^{n} t_{ij}\overrightarrow{\mathbf{e}}_i$.

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{Б}'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U, *причем* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\mathbf{Б}}$ *и* $F_{\mathbf{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}. \tag{51}$$

Доказательство. По определению матрицы перехода, ее коэффициенты t_{ij} определяются системой равенств $\overrightarrow{\mathbf{e}}'_j = \sum_{i=1}^{n} t_{ij} \overrightarrow{\mathbf{e}}_i$. Следовательно, для коэффициентов матриц $F_{\mathbf{Б}}$ и $F_{\mathbf{Б}'}$ имеем:

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{Б}'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U, *причем* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\mathbf{Б}}$ *и* $F_{\mathbf{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}. \tag{51}$$

Доказательство.

$$f'_{pq} = f\left(\vec{\mathbf{e}}'_p, \vec{\mathbf{e}}'_q\right) =$$

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* **Б** *и* **Б**$'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\text{Б}}$ *и* $F_{\text{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} F_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'}. \tag{51}$$

Доказательство.

$$f'_{pq} = f\left(\vec{\mathbf{e}}\,'_p, \vec{\mathbf{e}}\,'_q\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} t_{ip}\vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} t_{jq}\vec{\mathbf{e}}_j\right) =$$

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* **Б** *и* **Б**$'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\mathbf{Б}}$ *и* $F_{\mathbf{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}. \tag{51}$$

Доказательство.

$$f'_{pq} = f\left(\vec{\mathbf{e}}\,'_p, \vec{\mathbf{e}}\,'_q\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} t_{ip}\vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} t_{jq}\vec{\mathbf{e}}_j\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} t_{ip} f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j) t_{jq} =$$

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* **Б** *и* **Б**$'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\mathbf{Б}}$ *и* $F_{\mathbf{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}. \tag{51}$$

Доказательство.

$$f'_{pq} = f\left(\vec{\mathbf{e}}\,'_p, \vec{\mathbf{e}}\,'_q\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} t_{ip}\vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} t_{jq}\vec{\mathbf{e}}_j\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} t_{ip} f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j) t_{jq} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} t_{ip} f_{ij} t_{jq},$$

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{Б}'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U, *причем* $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\mathbf{Б}}$ *и* $F_{\mathbf{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}. \tag{51}$$

Доказательство.

$$f'_{pq} = f\left(\vec{\mathbf{e}}\,'_p, \vec{\mathbf{e}}\,'_q\right) = f\left(\sum_{i=1}^{n} t_{ip}\vec{\mathbf{e}}_i, \sum_{j=1}^{n} t_{jq}\vec{\mathbf{e}}_j\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} t_{ip} f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j) t_{jq} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} t_{ip} f_{ij} t_{jq},$$

что при записи в матричном виде дает требуемое равенство.

XXXVII.3.2. Теорема о матрице билинейной формы в разных базисах

Теорема 63. *Если* **Б** *и* **Б**$'$ *— два* ***базиса*** *линейного пространства* U*, причем* $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ *— соответствующая матрица перехода, то матрицы* $F_{\text{Б}}$ *и* $F_{\text{Б}'}$ *этой билинейной формы в этих* ***базисах*** *связаны соотношением:*

$$F_{\text{Б}'} = T^t_{\text{Б}\to\text{Б}'} F_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'}. \tag{51}$$

Рассмотрим пример?

XXXVII.3.3. Симметричная билинейная форма

Для следующего раздела нам понадобится еще одно понятие:

XXXVII.3.3. Симметричная билинейная форма

Определение 59. *Билинейная форма f (в терминах теории* ***линейных пространств****) называется* **симметричной билинейной формой** *тогда и только тогда, когда для любых векторов $\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}$ из U имеет место равенство $f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.*

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*

*1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом **базисе** является симметричной;*

*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом **базисе** является симметричной;*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. Достаточно доказать два утверждения:

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом **базисе** является симметричной;*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. Достаточно доказать два утверждения:
во-первых, если билинейная форма f является симметричной, то ее матрица является симметричной в любом **базисе**, и,

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом **базисе** является симметричной;*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. Достаточно доказать два утверждения:
во-первых, если билинейная форма f является симметричной, то ее матрица является симметричной в любом **базисе**, и,
во-вторых, если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной, то f — симметричная билинейная форма.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории* ***линейных пространств****). Тогда верны утверждения:*
1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом ***базисе*** *является симметричной;*

Доказательство. Первое утверждение очевидно:

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории* ***линейных пространств****). Тогда верны утверждения:*
1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом ***базисе*** *является симметричной;*

Доказательство. Первое утверждение очевидно:
$f_{ij} =$

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории* ***линейных пространств****). Тогда верны утверждения:*
1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом ***базисе*** *является симметричной;*

Доказательство. Первое утверждение очевидно:
$f_{ij} = f(\overrightarrow{\mathbf{e}}_i, \overrightarrow{\mathbf{e}}_j) =$

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории* ***линейных пространств****). Тогда верны утверждения:*
1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом ***базисе*** *является симметричной;*

Доказательство. Первое утверждение очевидно:
$f_{ij} = f(\overrightarrow{\mathbf{e}}_i, \overrightarrow{\mathbf{e}}_j) = f(\overrightarrow{\mathbf{e}}_j, \overrightarrow{\mathbf{e}}_i) =$

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории* ***линейных пространств****). Тогда верны утверждения:*
1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом ***базисе*** *является симметричной;*

Доказательство. Первое утверждение очевидно:
$f_{ij} = f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j) = f(\vec{\mathbf{e}}_j, \vec{\mathbf{e}}_i) = f_{ji}$.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом **базисе** является симметричной;*

Доказательство. Первое утверждение очевидно:
$f_{ij} = f(\vec{\mathbf{e}}_i, \vec{\mathbf{e}}_j) = f(\vec{\mathbf{e}}_j, \vec{\mathbf{e}}_i) = f_{ji}$.
Утверждение 1) доказано.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство.

Второе утверждение следует из **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах**.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство.

Второе утверждение следует из **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах**.
В самом деле, матрица $[x]^t_{\mathbf{Б}} F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$ — одноэлементная, поэтому она при транспонировании не меняется.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*

*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t =$

Второе утверждение следует из **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах**.

В самом деле, матрица $[x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$ — одноэлементная, поэтому она при транспонировании не меняется.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*

*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

Второе утверждение следует из **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах**.

В самом деле, матрица $[x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$ — одноэлементная, поэтому она при транспонировании не меняется.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\text{Б}}^t F_{\text{Б}} [y]_{\text{Б}}\right)^t = [x]_{\text{Б}}^t F_{\text{Б}} [y]_{\text{Б}}$.

Следовательно, в силу равенства $F_{\text{Б}}^t = F_{\text{Б}}$, **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах** и **свойства операции транспонирования** $(AB)^t = B^t A^t$, получаем...

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\text{Б}}^t F_{\text{Б}} [y]_{\text{Б}}\right)^t = [x]_{\text{Б}}^t F_{\text{Б}} [y]_{\text{Б}}$.

$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) =$

Следовательно, в силу равенства $F_{\text{Б}}^t = F_{\text{Б}}$, **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах** и **свойства операции транспонирования** $(AB)^t = B^t A^t$, получаем...

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} =$

Следовательно, в силу равенства $F_{\mathbf{Б}}^t = F_{\mathbf{Б}}$, **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах** и **свойства операции транспонирования** $(AB)^t = B^t A^t$, получаем...

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

$$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} = \left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t =$$

Следовательно, в силу равенства $F_{\mathbf{Б}}^t = F_{\mathbf{Б}}$, **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах** и **свойства операции транспонирования** $(AB)^t = B^t A^t$, получаем...

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

$$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} = \left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t =$$

Следовательно, в силу равенства $F_{\mathbf{Б}}^t = F_{\mathbf{Б}}$, **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах** и **свойства операции транспонирования** $(AB)^t = B^t A^t$, получаем...

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

$$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} = \left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [y]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}}^t [x]_{\mathbf{Б}} =$$

Следовательно, в силу равенства $F_{\mathbf{Б}}^t = F_{\mathbf{Б}}$, **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах** и **свойства операции транспонирования** $(AB)^t = B^t A^t$, получаем...

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*

*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} = \left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [y]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}}^t [x]_{\mathbf{Б}} =$

$= [y]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [x]_{\mathbf{Б}} =$

Следовательно, в силу равенства $F_{\mathbf{Б}}^t = F_{\mathbf{Б}}$, **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах** и **свойства операции транспонирования** $(AB)^t = B^t A^t$, получаем...

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*
*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

$$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} = \left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [y]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}}^t [x]_{\mathbf{Б}} =$$
$$= [y]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [x]_{\mathbf{Б}} = f(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}).$$

Следовательно, в силу равенства $F_{\mathbf{Б}}^t = F_{\mathbf{Б}}$, **теоремы о вычислении билинейной формы в координатах** и **свойства операции транспонирования** $(AB)^t = B^t A^t$, получаем...

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*

*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. $\left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$.

$$f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = [x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}} = \left([x]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}\right)^t = [y]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}}^t [x]_{\mathbf{Б}} =$$
$$= [y]_{\mathbf{Б}}^t F_{\mathbf{Б}} [x]_{\mathbf{Б}} = f(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}).$$

Пункт 2) доказан.

XXXVII.3.4. Теорема о матрице симметричной билинейной формы

Теорема 64. *Пусть f — билинейная форма (в смысле теории **линейных пространств**). Тогда верны утверждения:*

*1) f является симметричной билинейной формой если и только если ее матрица в любом **базисе** является симметричной;*

*2) f является симметричной билинейной формой если и только если существует такой **базис**, в котором матрица билинейной формы f является симметричной.*

Доказательство. Теорема доказана.

XXXVII.4. Квадратичные формы

XXXVII.4. Квадратичные формы

Для обогащения понятийного аппарата к понятию «билинейная форма» применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»:

XXXVII.4. Квадратичные формы

Для обогащения понятийного аппарата к понятию «билинейная форма» применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: для билинейной формы $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)$ рассмотрим случай $\overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{y}}$.

XXXVII.4. Квадратичные формы

Для обогащения понятийного аппарата к понятию «билинейная форма» применим стратегию приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»: для билинейной формы $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)$ рассмотрим случай $\overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{y}}$.

Иными словами, рассмотрим так называемую квадратичную форму, выражающуюся через билинейную форму формулой $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$.

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

На языке теории **линейных пространств** это определение можно сформулировать следующим образом.

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

Понятно, что различные билинейные формы могут порождать одну и ту же квадратичную форму. Например, рассмотрим билинейные формы

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) =$

Понятно, что различные билинейные формы могут порождать одну и ту же квадратичную форму. Например, рассмотрим билинейные формы

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2,$

Понятно, что различные билинейные формы могут порождать одну и ту же квадратичную форму. Например, рассмотрим билинейные формы

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) =$

Понятно, что различные билинейные формы могут порождать одну и ту же квадратичную форму. Например, рассмотрим билинейные формы

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

Понятно, что различные билинейные формы могут порождать одну и ту же квадратичную форму. Например, рассмотрим билинейные формы

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) =$

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1$,

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) =$

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

Но они порождают одну и ту же квадратичную форму...

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) =$

Но они порождают одну и ту же квадратичную форму...

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) = \qquad \beta\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right).$

Но они порождают одну и ту же квадратичную форму...

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) = xy + yx \qquad \beta\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right).$

Но они порождают одну и ту же квадратичную форму...

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) = xy + yx \quad 2xy = \beta\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right).$

Но они порождают одну и ту же квадратичную форму...

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) = xy + yx = 2xy = \beta\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right).$

Но они порождают одну и ту же квадратичную форму...

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) = xy + yx = 2xy = \beta\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right).$

Какие вопросы вы могли бы поставить перед исследователями в связи с неоднозначностью билинейной формы, порождающей конкретную квадратичную форму?

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) = xy + yx = 2xy = \beta\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right).$

Мы рассмотрим две задачи:

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) = xy + yx = 2xy = \beta\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right).$

Мы рассмотрим две задачи:

1) выяснить, как связаны между собой билинейные формы, порождающие одну и ту же квадратичную форму;

XXXVII.4. Квадратичные формы

На языке многочленов **квадратичная форма** — это форма степени 2.

Определение 60. Квадратичной формой *называется такая функция* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$, *для которой найдется билинейная форма* f *такая, что для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *из* U *имеет место равенство* $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$.

$\alpha\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = x_1y_2 + y_1x_2, \quad \beta\left(x_1\mathbf{e}_1 + y_1\mathbf{e}_2,\ x_2\mathbf{e}_1 + y_2\mathbf{e}_2\right) = 2x_1y_2.$

α и β различны, так как $\alpha\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 1, \quad \beta\left(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\right) = 2.$

$\alpha\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right) = xy + yx = 2xy = \beta\left(x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2,\ x\,\mathbf{e}_1 + y\,\mathbf{e}_2\right).$

Мы рассмотрим две задачи:

1) выяснить, как связаны между собой билинейные формы, порождающие одну и ту же квадратичную форму;

2) выбрать наиболее удобную билинейную форму, порождающую данную квадратичную форму.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство. Необходимость.

Пусть билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму. Иными словами...

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=$

Пусть билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму. Иными словами...

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$.

Пусть билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму. Иными словами...

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right).$

$= f(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}})=g(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}})...$

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$.

$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)=$

$=f(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}})=g(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}})...$

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$

$$=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$
$$=f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})=g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})...$$

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$

$$=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$
$$=f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})=g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})\ldots$$

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$

$$=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$

$$=f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})=g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})\ldots$$

По условию $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$ и $f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)$.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$
$$=\quad +g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+$$
$$=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$
$$=f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})=g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})\ldots$$

По условию $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$ и $f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)$.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$

$=f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+$

$=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$

$=f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})=g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})\ldots$

По условию $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$ и $f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)$.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$

$=f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$

$=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$

$=f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})=g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})\ldots$

По условию $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$ и $f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)$.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Необходимость. $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)=$$
$$=f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{y}}\right).$$

Из последнего равенства следует равенство (52).

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство. Достаточность.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52).

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52). Полагая в равенстве (52) $\overrightarrow{\mathbf{x}}=\overrightarrow{\mathbf{y}}$, получаем

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52). Полагая в равенстве (52) $\vec{\mathbf{x}}=\vec{\mathbf{y}}$, получаем

$$\left(f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=\left(g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=$$

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52).

Полагая в равенстве (52) $\vec{\mathbf{x}}=\vec{\mathbf{y}}$, получаем

$$\left(f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=\left(g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=2g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right),$$

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52).

Полагая в равенстве (52) $\vec{\mathbf{x}}=\vec{\mathbf{y}}$, получаем

$$=\left(f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=\left(g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=2g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right),$$

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52).

Полагая в равенстве (52) $\vec{\mathbf{x}}=\vec{\mathbf{y}}$, получаем

$$2f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=\left(f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=\left(g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=2g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right),$$

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52).

Полагая в равенстве (52) $\vec{\mathbf{x}}=\vec{\mathbf{y}}$, получаем

$$2f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=\left(f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=\left(g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=2g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right),$$

откуда $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52).

Полагая в равенстве (52) $\vec{\mathbf{x}}=\vec{\mathbf{y}}$, получаем

$$2f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=\left(f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=\left(g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=2g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right),$$

откуда $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

Следовательно, билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right). \qquad (52)$$

Доказательство. Достаточность. Пусть выполняется (52).

Полагая в равенстве (52) $\vec{\mathbf{x}}=\vec{\mathbf{y}}$, получаем

$$2f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=\left(f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+f\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=\left(g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{y}}\right)+g\left(\vec{\mathbf{y}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)\right)\Big|_{\vec{\mathbf{y}}=\vec{\mathbf{x}}}=2g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right),$$

откуда $f\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)=g\left(\vec{\mathbf{x}};\ \vec{\mathbf{x}}\right)$.

Следовательно, билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму.

Теорема доказана.

XXXVII.4.1. Критерий совпадения порожденных квадратичных форм

Лемма 7. *Билинейные формы f и g порождают одну и ту же квадратичную форму тогда и только тогда, когда*

$$f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)=g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}};\ \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)+g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}};\ \overrightarrow{\mathbf{x}}\right). \tag{52}$$

В силу неоднозначности билинейной формы, порождающей конкретную квадратичную форму, актуальным является выбор наиболее удобной билинейной формы, порождающей данную квадратичную форму. Разумеется, «удобство» определяется соответствующей целью.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]_{\text{Б}}^t A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

Иными словами, надо доказать единственность соответствующей симметричной билинейной формы...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)$$

Иными словами, надо доказать единственность соответствующей симметричной билинейной формы...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \; (f(x,x) = g(x,x) \; \Leftrightarrow \qquad)$$

Иными словами, надо доказать единственность соответствующей симметричной билинейной формы...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Иными словами, надо доказать единственность соответствующей симметричной билинейной формы...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Можно получить требуемое утверждение из критерия совпадения порожденных квадратичных форм, но мы воспроизведем приведенные выше рассуждения для нашего случая.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)$ и $g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)$ — такие симметричные билинейные формы, что $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$. Тогда

Пусть $f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)$ и $g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)$ — такие симметричные билинейные формы, что $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \; (f(x,x) = g(x,x) \; \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$. Тогда

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$. Тогда

$$= \varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}} + \overrightarrow{\mathbf{y}}\right)$$

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$. Тогда

$$= f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}\right) = \varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}\right)$$

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}})$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}})$$

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}) = g(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}) = \varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}) + 2f(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) + f(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{y}})$$

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}})$$

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$. Тогда

$$= f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}\right) = \varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}\right) =$$

$$= f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) + 2f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right) + f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right) \quad g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) + 2g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right) + g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right) =$$

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Используя билинейность и симметричность, получаем...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$. Тогда

$$= f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}\right) = \varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}+\overrightarrow{\mathbf{y}}\right) =$$

$$= f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) + 2f\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right) + f\left(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right) = g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) + 2g\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right) + g\left(\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}\right) =$$

Значит,

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \; (f(x,x) = g(x,x) \;\Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит,

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) +$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) +$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) +$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) +$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}) +$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}) +$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) +$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) +$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}})$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \ (f(x,x) = g(x,x) \ \Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}})$.

Поэтому $f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}})$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \; (f(x,x) = g(x,x) \;\Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}})$.

Поэтому $f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}})$.

Итак, только одна симметричная билинейная форма f порождает данную квадратичную форму.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Сначала докажем единственность матрицы A.

$$\begin{cases} f(x,y) = f(y,x), \\ g(x,y) = g(y,x) \end{cases} \Rightarrow \; (f(x,x) = g(x,x) \;\Leftrightarrow f(x,y) = g(x,y))$$

Пусть $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) = f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}})$. Тогда

$$= f(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{x}}+\vec{\mathbf{y}}) =$$

$$= f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + f(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + g(\vec{\mathbf{y}}, \vec{\mathbf{y}}) =$$

Значит, $\varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}}) = \varphi(\vec{\mathbf{x}}) + 2g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) + \varphi(\vec{\mathbf{y}})$.

Поэтому $f(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}}) = g(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{y}})$.

Итак, только одна симметричная билинейная форма f порождает данную квадратичную форму.

Единственность матрицы A доказана.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Пусть f — билинейная форма, порождающая φ, то есть

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]_{\text{Б}}^t A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Пусть f — билинейная форма, порождающая φ, то есть такая билинейная форма, для которой выполняется тождество $\varphi(x) = f(x, x)$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x, x)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Пусть f — билинейная форма, порождающая φ, то есть такая билинейная форма, для которой выполняется тождество $\varphi(x) = f(x, x)$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x, x)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Пусть f — билинейная форма, порождающая φ, то есть такая билинейная форма, для которой выполняется тождество $\varphi(x) = f(x, x)$.

Рассмотрим билинейную форму g, определенную равенством...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]_{\text{Б}}^t A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Пусть f — билинейная форма, порождающая φ, то есть такая билинейная форма, для которой выполняется тождество $\varphi(x) = f(x,x)$.

Рассмотрим билинейную форму g, определенную равенством...

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и,

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.
Докажем существование нужной симметричной матрицы A.
Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и,

В самом деле $g(x,x) =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.
Докажем существование нужной симметричной матрицы A.
Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и,

В самом деле $g(x,x) = \frac{1}{2}\Big(f(x,x) + f(x,x)\Big) =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.
Докажем существование нужной симметричной матрицы A.
Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и,

В самом деле $g(x,x) = \frac{1}{2}\Big(f(x,x) + f(x,x)\Big) = f(x,x) =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и,

В самом деле $g(x,x) = \frac{1}{2}\Big(f(x,x) + f(x,x)\Big) = f(x,x) = \varphi(x)$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]_{\text{Б}}^t A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Второе тоже очевидно:

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]_{\text{Б}}^t A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Второе тоже очевидно:

$g(y,x) =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Второе тоже очевидно:

$$g(y,x) = \frac{1}{2}\Big(f(y,x) + f(x,y)\Big) =$$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Второе тоже очевидно:

$$g(y,x) = \frac{1}{2}\Big(f(y,x) + f(x,y)\Big) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big) =$$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\text{Б}} A [x]_{\text{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Второе тоже очевидно:

$$g(y,x) = \frac{1}{2}\Big(f(y,x) + f(x,y)\Big) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big) = g(x,y).$$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Как известно, $g(x,y) =$, где A — матрица билинейной формы g в **базисе** **Б**.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Как известно, $g(x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [y]_{\mathbf{Б}}$, где A — матрица билинейной формы g в **базисе** **Б**.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Как известно, $g(x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [y]_{\mathbf{Б}}$, где A — матрица билинейной формы g в **базисе** **Б**.

При этом, очевидно, матрица A симметричная, так как

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Как известно, $g(x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [y]_{\mathbf{Б}}$, где A — матрица билинейной формы g в **базисе** **Б**.

При этом, очевидно, матрица A симметричная, так как

$a_{ji} =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Как известно, $g(x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [y]_{\mathbf{Б}}$, где A — матрица билинейной формы g в **базисе** **Б**.

При этом, очевидно, матрица A симметричная, так как

$a_{ji} = g(e_j, e_i) =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Как известно, $g(x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [y]_{\mathbf{Б}}$, где A — матрица билинейной формы g в **базисе** **Б**.

При этом, очевидно, матрица A симметричная, так как

$a_{ji} = g(e_j, e_i) = g(e_i, e_j) =$

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Как известно, $g(x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [y]_{\mathbf{Б}}$, где A — матрица билинейной формы g в **базисе** **Б**.

При этом, очевидно, матрица A симметричная, так как $a_{ji} = g(e_j, e_i) = g(e_i, e_j) = a_{ij}$.

XXXVII.4.2. Лемма о матрице квадратичной формы

Лемма 8. *Для любой квадратичной формы φ и любого* ***базиса*** **Б** *линейного пространства U найдется, причем единственная, такая симметричная матрица A, что $\varphi(x) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$.*

Доказательство. Пусть $\varphi(x) = f(x,x)$. $g(x,y) = \frac{1}{2}\Big(f(x,y) + f(y,x)\Big)$.

Докажем существование нужной симметричной матрицы A.

Заметим, что, во-первых, g порождает квадратичную форму φ, и, во-вторых, g — симметричная билинейная форма, то есть для любых векторов $x, y \in U$ имеет место равенство $g(x,y) = g(y,x)$.

Как известно, $g(x,y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} A [y]_{\mathbf{Б}}$, где A — матрица билинейной формы g в **базисе** **Б**.

При этом, очевидно, матрица A симметричная, так как $a_{ji} = g(e_j, e_i) = g(e_i, e_j) = a_{ij}$.

Теорема доказана.

XXXVII.4.3. Матрица квадратичной формы

Определение 61. *Матрица A, существование которой обусловлено леммой 8 о матрице квадратичной формы, называется* **матрицей квадратичной формы**.

Рассмотрим пример?

XXXVII.4.3. Матрица квадратичной формы

Определение 61. *Матрица A, существование которой обусловлено леммой 8 о матрице квадратичной формы, называется* **матрицей квадратичной формы**.

Заметим, что теорема о матрице квадратичной формы сводит вычисление значения квадратичной формы на векторе $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ к вычислению значения многочлена от коэффициентов разложения вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ по **базису Б**.

XXXVII.4.3. Матрица квадратичной формы

Теорема 65. *Многочлен* $[x]^t_{\mathbf{Б}} A [x]_{\mathbf{Б}}$, *где* A — *матрица из леммы 8 о матрице квадратичной формы, является однородным многочленом степени 2, то есть формой степени 2.*

Доказательство предоставляется читателям в качестве упражнения.

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в* ***базисах*** **Б** *и* **Б'** *соответственно, и $T = T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода, то имеет место равенство: $A' = T^t A T$.*

Доказательство.

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в* ***базисах*** $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{Б}'$ *соответственно, и* $T = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— матрица перехода, то имеет место равенство:* $A' = T^t A T$.

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса** $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} =$

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в **базисах** $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, и $T = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода, то имеет место равенство: $A' = T^t A T$.*

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса** $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = T[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}$.

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в* ***базисах*** **Б** *и* **Б**$'$ *соответственно, и $T = T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода, то имеет место равенство: $A' = T^t A T$.*

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса Б** в базис **Б**$'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\text{Б}} = T[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\text{Б}'}$. Поэтому

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в* ***базисах*** $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{Б}'$ *соответственно, и* $T = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ *— матрица перехода, то имеет место равенство:* $A' = T^t A T$.

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса** $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = T[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}$. Поэтому

$[\overrightarrow{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}} A [\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} =$

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в* ***базисах*** **Б** *и* **Б**$'$ *соответственно, и $T = T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода, то имеет место равенство: $A' = T^t A T$.*

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса Б** в базис **Б**$'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\text{Б}} = T[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\text{Б}'}$. Поэтому

$$[\overrightarrow{\mathbf{x}}]^t_{\text{Б}} A [\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\text{Б}} = \left(T[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\text{Б}'}\right)^t A T [\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\text{Б}'} =$$

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в* ***базисах*** $\mathbf{Б}$ *и* $\mathbf{Б}'$ *соответственно, и $T = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода, то имеет место равенство: $A' = T^t A T$.*

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса** $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = T[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}$. Поэтому

$$[\overrightarrow{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}} A [\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = \left(T[\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}\right)^t A T [\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'} = [\overrightarrow{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}'} T^t A T [\overrightarrow{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'},$$

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в **базисах** $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, и $T = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода, то имеет место равенство: $A' = T^t A T$.*

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса** $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = T[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}$. Поэтому

$$[\vec{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}} A [\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = \left(T[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}\right)^t A T [\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'} = [\vec{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}'} T^t A T [\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'},$$

и, по доказанной ранее лемме 8 о единственности такой симметричной матрицы, получаем $A' =$

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в **базисах** $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, и $T = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода, то имеет место равенство: $A' = T^t A T$.*

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса** $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = T[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}$. Поэтому

$$[\vec{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}} A [\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = \left(T[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}\right)^t A T [\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'} = [\vec{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}'} T^t A T [\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'},$$

и, по доказанной ранее лемме 8 о единственности такой симметричной матрицы, получаем $A' = T^t A T$.

XXXVII.5. Теорема о преобразовании матрицы квадратичной формы

Теорема 66. *Если A и A' — матрицы квадратичной формы φ в **базисах** $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б}'$ соответственно, и $T = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода, то имеет место равенство: $A' = T^t A T$.*

Доказательство. Если T — матрица перехода из **базиса** $\mathbf{Б}$ в базис $\mathbf{Б}'$, то, согласно теореме 25 о координатах вектора в разных базисах, $[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = T[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}$. Поэтому

$$[\vec{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}} A [\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}} = \left(T[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'}\right)^t A T[\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'} = [\vec{\mathbf{x}}]^t_{\mathbf{Б}'} T^t A T [\vec{\mathbf{x}}]_{\mathbf{Б}'},$$

и, по доказанной ранее лемме 8 о единственности такой симметричной матрицы, получаем $A' = T^t A T$.

Теорема о матрице квадратичной формы доказана.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Одной и той же квадратичной форме в смысле теории **линейных пространств** обычно соответствует много квадратичных форм-многочленов:

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Одной и той же квадратичной форме в смысле теории **линейных пространств** обычно соответствует много квадратичных форм-многочленов:

при переходе в другой **базис**, как правило, получаем другую квадратичную форму-многочлен.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Одной и той же квадратичной форме в смысле теории **линейных пространств** обычно соответствует много квадратичных форм-многочленов:
при переходе в другой **базис**, как правило, получаем другую квадратичную форму-многочлен.

В то же время, в соответствии с принципом стандартизации, хотелось бы в этом «море вариантов» иметь «стабильные островки», стандартные типы квадратичных форм.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Одной и той же квадратичной форме в смысле теории **линейных пространств** обычно соответствует много квадратичных форм-многочленов:
при переходе в другой **базис**, как правило, получаем другую квадратичную форму-многочлен.

В то же время, в соответствии с принципом стандартизации, хотелось бы в этом «море вариантов» иметь «стабильные островки», стандартные типы квадратичных форм.

Это позволит, в частности, осуществить полезную для многих приложений классификацию квадратичных форм.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Одной и той же квадратичной форме в смысле теории **линейных пространств** обычно соответствует много квадратичных форм-многочленов:
при переходе в другой **базис**, как правило, получаем другую квадратичную форму-многочлен.

В то же время, в соответствии с принципом стандартизации, хотелось бы в этом «море вариантов» иметь «стабильные островки», стандартные типы квадратичных форм.

Это позволит, в частности, осуществить полезную для многих приложений классификацию квадратичных форм.

Существует несколько таких «стандартов», в связи с тем, что в разных приложениях возникают разные требования к допустимым преобразованиям **базисов**.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Заметим, что необходимость в такой стандартизации возникает не только в теории квадратичных форм, сформулированной в терминах **линейных пространств**, но и в теории квадратичных форм-многочленов.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Заметим, что необходимость в такой стандартизации возникает не только в теории квадратичных форм, сформулированной в терминах **линейных пространств**, но и в теории квадратичных форм-многочленов.

В последнем случае вместо перехода из **базиса** в базис рассматриваются *преобразования переменных*.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Заметим, что необходимость в такой стандартизации возникает не только в теории квадратичных форм, сформулированной в терминах **линейных пространств**, но и в теории квадратичных форм-многочленов.

В последнем случае вместо перехода из **базиса** в базис рассматриваются *преобразования переменных*.

При этом наработанная ранее в теории **линейных пространств** система понятий эффективно работает и в этой, «чужой» области применения.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Заметим, что необходимость в такой стандартизации возникает не только в теории квадратичных форм, сформулированной в терминах **линейных пространств**, но и в теории квадратичных форм-многочленов.

В последнем случае вместо перехода из **базиса** в базис рассматриваются *преобразования переменных*.

При этом наработанная ранее в теории **линейных пространств** система понятий эффективно работает и в этой, «чужой» области применения.

В частности, можно говорить о *линейных* и об *ортогональных преобразованиях переменных*.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Заметим, что необходимость в такой стандартизации возникает не только в теории квадратичных форм, сформулированной в терминах **линейных пространств**, но и в теории квадратичных форм-многочленов.

В последнем случае вместо перехода из **базиса** в базис рассматриваются *преобразования переменных*.

При этом наработанная ранее в теории **линейных пространств** система понятий эффективно работает и в этой, «чужой» области применения.

В частности, можно говорить о *линейных* и об *ортогональных преобразованиях переменных*.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисе*** **Б каноническ ий вид**, *если и только если* $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. *Иначе: матрица* $F_{\text{Б}}$ *— диагональная.*

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисе*** **Б** **канонический вид**, *если и только если* $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. *Иначе: матрица* $F_{\mathbf{Б}}$ *— диагональная.*

Итак, квадратичная форма имеет в **базисе** **Б** канонический вид тогда и только тогда, когда в ее выражении через координаты все коэффициенты перед «смешанными» слагаемыми[5] равны 0.

[5] Слагаемыми вида $x_i x_j$, где $i \neq j$.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисе*** **Б канонический вид**, *если и только если* $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. *Иначе: матрица* $F_{\text{Б}}$ *— диагональная.*

Например, $x^2 + 2y^2 - 5z^2$ — квадратичная форма канонического? не канонического? вида,

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисе*** **Б каноническ ий вид**, *если и только если* $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. *Иначе: матрица* $F_{\text{Б}}$ *— диагональная.*

Например, $x^2 + 2y^2 - 5z^2$ — квадратичная форма канонического вида,

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисе*** **Б канонический вид**, *если и только если* $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. *Иначе: матрица* $F_{\text{Б}}$ *— диагональная.*

Например, $x^2 + 2y^2 - 5z^2$ — квадратичная форма канонического вида, а $x^2 - 2y^2 + 2xz$ имеет не канонический вид, так как

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисе*** **Б канонический вид**, *если и только если* $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. *Иначе: матрица* $F_{\text{Б}}$ *— диагональная.*

Например, $x^2 + 2y^2 - 5z^2$ — квадратичная форма канонического вида, а $x^2 - 2y^2 + 2xz$ имеет не канонический вид, так как

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисе*** **Б канонический вид**, *если и только если* $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. *Иначе: матрица* $F_{\mathbf{Б}}$ *— диагональная.*

Например, $x^2 + 2y^2 - 5z^2$ — квадратичная форма канонического вида, а $x^2 - 2y^2 + 2xz$ имеет не канонический вид, так как

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисе*** **Б канонический вид**, *если и только если* $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. *Иначе: матрица* $F_{\text{Б}}$ *— диагональная.*

Например, $x^2 + 2y^2 - 5z^2$ — квадратичная форма канонического вида, а $x^2 - 2y^2 + 2xz$ имеет не канонический вид, так как коэффициент перед xz не равен 0.

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Теорема 67. *Если $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ — квадратичная форма, то существует такой* ***базис****, в котором матрица квадратичной формы диагональна, то есть в котором эта квадратичная форма имеет канонический вид.*

Определение 62. *Говорят, что квадратичная форма $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ имеет в* ***базисе*** **Б канонический вид**, *если и только если $\varphi\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \overrightarrow{\mathbf{e}}_i\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$. Иначе: матрица $F_{\text{Б}}$ — диагональная.*

XXXVII.6. Приведение квадратичной формы к каноническому виду

Теорема 67. *Если $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ — квадратичная форма, то существует такой* ***базис****, в котором матрица квадратичной формы диагональна, то есть в котором эта квадратичная форма имеет канонический вид.*

Доказательство мы **приведем позже**, пока ограничимся демонстрационными примерами.

XXXVII.6.1. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа

Существует два способа приведения квадратичной формы к каноническому виду: **метод Лагранжа (см. пример 51)** и **метод ортогонального преобразования**.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

В рассмотренных выше теоремах мы, в основном, применяли матричную алгебру для доказательства утверждений об операторах. Но, разумеется, с успехом осуществляется и «обратный процесс»: с помощью алгебры операторов доказываются утверждения для алгебры матриц. Одно из таких утверждений мы сейчас рассмотрим. Сначала отметим, что оказывается удобным перенести «операторную» терминологию на язык матриц, и ввести понятие нормальной, ортогональной и унитарной матрицы:

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

Используя тот факт, что матрица Грама ортонормированного **базиса** — единичная, можно дать чисто матричную характеризацию этих матриц: матрица A — *нормальная* тогда и только тогда, когда $A^tA = AA^t$; матрица *оргональная* (унитарная, эрмитова) тогда и только тогда, когда $A^t = A^{-1}$.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

С **базисом Б** линейного пространства U можно естественным образом связать скалярное произведение таким образом, что **Б** будет ОНБ получившегося евклидова пространства.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

С **базисом Б** линейного пространства U можно естественным образом связать скалярное произведение таким образом, что **Б** будет ОНБ получившегося евклидова пространства.

Можно, например, положить $\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \vec{\mathbf{e}}_i, \sum\limits_{j=1}^{n} y_j \vec{\mathbf{e}}_j\right) = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i$.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

С вещественной квадратичной формой $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j$ свяжем линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в ОНБ $\mathbf{Б}$ матрицу $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

С вещественной квадратичной формой $\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}x_ix_j$ свяжем линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в ОНБ $\mathbf{Б}$ матрицу $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$. При этом, так как матрица оператора $\hat{A}$ в ОНБ $\mathbf{Б}$ симметрична, то $\hat{A}$ — самосопряженный.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

Следовательно, существует ОНБ из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$. В **базисе** из собственных векторов матрица оператора диагональна.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

Следовательно, существует ОНБ из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$. В **базисе** из собственных векторов матрица оператора диагональна. В этом **базисе** матрица квадратичной формы будет диагональна, так как закон преобразования матрицы квадратичной формы в данной ситуации совпадает с законом преобразования матрицы линейного оператора: $T^{-1}AT = T^tAT$.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

В самом деле, оператор $\hat{T}$ с матрицей T в **базисе Б** переводит исходный ОНБ в ОНБ (из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$), следовательно, он ортогональный. Именно поэтому $T^{-1} = T^t$.

XXXVII.6.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом ортогонального преобразования

Определение 63. *Матрица A называется* **нормальной** *(соответственно,* **ортогональной**, **унитарной** *или* **эрмитовой**) *тогда и только тогда, когда она является матрицей одноименного оператора в некотором ортонормированном* ***базисе***.

В самом деле, оператор $\hat{T}$ с матрицей T в **базисе Б** переводит исходный ОНБ в ОНБ (из **собственных векторов** оператора $\hat{A}$), следовательно, он ортогональный. Именно поэтому $T^{-1} = T^t$.

Таким образом, заменяем задачу нахождения **базиса**, в котором матрица квадратичной формы диагональна на задачу нахождения **базиса**, в котором матрица линейного оператора диагональна.

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Иными словами, в базисе $\mathbf{Б}'$ квадратичная форма φ имеет канонический вид.

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б**$'$, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б**$'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

A — симметричная матрица $\Rightarrow$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б**$'$, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б**$'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б**$'$, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б**$'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

Матрица A оператора $\hat{A}$ — симметричная, в частности, во-первых, она нормальная, и, во-вторых, все ее **собственные значения** вещественны.

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б**$'$, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б**$'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

Матрица A оператора $\hat{A}$ — симметричная, в частности, во-первых, она нормальная, и, во-вторых, все ее **собственные значения** вещественны.

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б**$'$, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б**$'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$$A = A^t \Rightarrow \hat{A} \text{ — самосопряженный}$$

$$A \text{ — симметричная матрица} \Rightarrow \Uparrow \hat{A} \text{ — оператор с матрицей } A \text{ в ОНБ } \mathbf{Б}$$

Матрица A оператора $\hat{A}$ — симметричная, в частности, во-первых, она нормальная, и, во-вторых, все ее **собственные значения** вещественны.

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б**$'$, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б**$'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$$\begin{array}{rcl} & \Uparrow & A = A^t \ \Rightarrow \ \hat{A} \text{ — самосопряженный} \\ A \text{ — симметричная матрица} \ \Rightarrow & \Uparrow & \hat{A} \text{ — оператор с матрицей } A \text{ в ОНБ } \mathbf{Б} \end{array}$$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б**$'$, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б**$'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

сущ-ет ОНБ Б$'$ из собственных векторов

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $A = A^t$ $\Rightarrow$ $\hat{A}$ — самосопряженный

$\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б**$'$, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б**$'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$$
\begin{array}{rcl}
 & \Leftarrow & \text{сущ-ет ОНБ } \mathbf{Б}' \text{ из собственных векторов} \\
 & \Uparrow & A = A^t \;\Rightarrow\; \hat{A} \text{ — самосопряженный} \\
A \text{ — симметричная матрица} & \Rightarrow & \Uparrow \quad \hat{A} \text{ — оператор с матрицей } A \text{ в ОНБ } \mathbf{Б}
\end{array}
$$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б′**, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б′** *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода
из **Б** в **Б′**, $A_{\text{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ Б′** из собственных векторов
$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный
A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б′**, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б′** *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow$
из **Б** в **Б′**, $A_{\text{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ Б′** из собственных векторов
$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный
A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$

из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов

$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$

из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов

$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б′**, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б′** *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$\hat{T}$ переводит ОНБ **Б** в ОНБ **Б′**

$T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ в базисе **Б**

из **Б** в **Б′**, $A_{\text{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ Б′** из собственных векторов

$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б′**, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б′** *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$$
\begin{array}{lcl}
 & & \Uparrow \ \hat{T} \text{ переводит ОНБ } \mathbf{Б} \text{ в ОНБ } \mathbf{Б}' \\
T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \text{ — матрица перехода} & \Rightarrow & \Uparrow \ \hat{T} \text{ — оператор с м-цей } T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \text{ в базисе } \mathbf{Б} \\
\text{из } \mathbf{Б} \text{ в } \mathbf{Б}', \quad A_{\mathbf{Б}'} \text{ — диагон-на} & \Leftarrow & \textbf{сущ-ет ОНБ } \mathbf{Б}' \text{ из собственных векторов} \\
 & & \Uparrow \ A = A^t \ \Rightarrow \ \hat{A} \text{ — самосопряженный} \\
A \text{ — симметричная матрица} & \Rightarrow & \Uparrow \ \hat{A} \text{ — оператор с матрицей } A \text{ в ОНБ } \mathbf{Б}
\end{array}
$$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б′**, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б′** *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$\hat{T}$ **ортогональный оператор**

$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ **Б** в ОНБ **Б′**

$T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ в базисе **Б**

из **Б** в **Б′**, $A_{\text{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ Б′** из собственных векторов

$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б′**, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б′** *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$\Leftarrow$ $\hat{T}$ **ортогональный оператор**

$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ **Б** в ОНБ **Б′**

$T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ в базисе **Б**

из **Б** в **Б′**, $A_{\text{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ Б′** из собственных векторов

$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ $\Leftarrow$ $\hat{T}$ **ортогональный оператор**

$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ $\mathbf{Б}$ в ОНБ $\mathbf{Б}'$

$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$

из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов

$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$\Uparrow \quad T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \quad \Leftarrow \quad \hat{T}$ **ортогональный оператор**

$\Uparrow \quad \hat{T}$ переводит ОНБ $\mathbf{Б}$ в ОНБ $\mathbf{Б}'$

$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow \quad \Uparrow \quad \hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$

из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов

$\Uparrow \quad A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный

A — симметричная матрица $\Rightarrow \quad \Uparrow \quad \hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра **Линейные пространства**

$A_{\mathbf{Б}'} =$

$\Uparrow \quad T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} \quad \Leftarrow$ $\hat{T}$ **ортогональный оператор**

$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ $\mathbf{Б}$ в ОНБ $\mathbf{Б}'$

$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$

из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на $\Leftarrow$ **сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов

$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный

A — симметричная матрица $\Rightarrow$ $\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра		**Линейные пространства**
$A_{\mathbf{Б}'} =$		— диаг.матрица лин.оператора
$\Uparrow \quad T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$	$\Leftarrow$	$\hat{T}$ **ортогональный оператор**
		$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ $\mathbf{Б}$ в ОНБ $\mathbf{Б}'$
$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$
из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на	$\Leftarrow$	**сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов
		$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный
A — симметричная матрица	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра		**Линейные пространства**
$A_{\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} A_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} =$		— диаг.матрица лин.оператора
$\Uparrow \quad T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$	$\Leftarrow$	$\hat{T}$ **ортогональный оператор**
		$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ $\mathbf{Б}$ в ОНБ $\mathbf{Б}'$
$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$
из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на	$\Leftarrow$	**сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов
		$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный
A — симметричная матрица	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра		**Линейные пространства**
$A_{\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} A_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{t}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} A_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — диаг.матрица лин.оператора		
$\Uparrow \quad T^{t}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$	$\Leftarrow$	$\hat{T}$ **ортогональный оператор**
		$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ $\mathbf{Б}$ в ОНБ $\mathbf{Б}'$
$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$
из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на	$\Leftarrow$	**сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов
		$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный
A — симметричная матрица	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** $\mathbf{Б}$*, то существует такой базис* $\mathbf{Б}'$*, что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* $\mathbf{Б}$ *в* $\mathbf{Б}'$ *ортогональна.*

Матричная алгебра		**Линейные пространства**
$A_{\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} A_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{t}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} A_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — диаг.матрица квадратичной ф-мы		
$\Uparrow \quad T^{t}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$	$\Leftarrow$	$\hat{T}$ **ортогональный оператор**
		$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ $\mathbf{Б}$ в ОНБ $\mathbf{Б}'$
$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ — матрица перехода	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ в базисе $\mathbf{Б}$
из $\mathbf{Б}$ в $\mathbf{Б}'$, $A_{\mathbf{Б}'}$ — диагон-на	$\Leftarrow$	**сущ-ет ОНБ** $\mathbf{Б}'$ из собственных векторов
		$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный
A — симметричная матрица	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ $\mathbf{Б}$

XXXVII.6.3. Теорема об ортогональном преобразовании квадратичной формы

Теорема 68. *Если φ — квадратичная форма с матрицей A в* ***базисе*** **Б**, *то существует такой базис* **Б′**, *что 1) матрица квадратичной формы в нем диагональна; 2) на диагонали стоят в точности все* ***собственные значения*** *матрицы A (с учетом кратности); 3) матрица перехода из* **Б** *в* **Б′** *ортогональна.*

Матричная алгебра		**Линейные пространства**
$A_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} A_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = T^{t}_{\text{Б}\to\text{Б}'} A_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — диаг.матрица квадратичной ф-мы		
$\Uparrow \quad T^{t}_{\text{Б}\to\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'}$	$\Leftarrow$	$\hat{T}$ **ортогональный оператор**
		$\Uparrow$ $\hat{T}$ переводит ОНБ **Б** в ОНБ **Б′**
$T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ — матрица перехода	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{T}$ — оператор с м-цей $T_{\text{Б}\to\text{Б}'}$ в базисе **Б**
из **Б** в **Б′**, $A_{\text{Б}'}$ — диагон-на	$\Leftarrow$	**сущ-ет ОНБ Б′** из собственных векторов
		$\Uparrow$ $A = A^t \Rightarrow \hat{A}$ — самосопряженный
A — симметричная матрица	$\Rightarrow$	$\Uparrow$ $\hat{A}$ — оператор с матрицей A в ОНБ **Б**

Теорема доказана. **Рассмотрим пример 53?**

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Если рассматривать билинейную и квадратичную форму в смысле теории **линейных пространств**, то соответствующие многочлены являются одной из *форм представления* этих функций. При этом возникает естественный вопрос: какие особенности соответствующего многочлена являются следствием выбора конкретного **базиса**, а какие особенности не зависят от базиса, то есть являются свойствами *самой функции* (квадратичной или билинейной формы), а не ее представления. Аналогичная ситуация в теории линейных операторов привела к понятию **инварианта** линейного оператора.

Мы начнем с изучения особенностей многочленов, представляющих одну и ту же квадратичную форму в таких различных базисах, в которых эта форма имеет *канонический вид*.

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Теорема 69. *Если квадратичная форма* $\varphi : U \mapsto \mathbb{R}$ *имеет в* ***базисах*** $\text{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{e}}_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}_n \right\}$ *и, соответственно,* $\text{Б}' = \left\{ \vec{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \vec{\mathbf{e}}'_n \right\}$ *канонический вид*

$$\varphi\left(\sum_{k=1}^{n} x_k \vec{\mathbf{e}}_k\right) = \sum_{i=1}^{n} b_i x_i^2, \quad \varphi\left(\sum_{k=1}^{n} x'_k \vec{\mathbf{e}}'_k\right) = \sum_{i=1}^{n} b'_i x_i'^2,$$

то в алгебраических выражениях $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ *и* $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x_i'^2$ *количество положительных коэффициентов одинаково, то есть в списке коэффициентов* $b_1, \ldots, b_n$ *число положительных элементов совпадет с числом положительных элементов в списке* $b'_1, \ldots, b'_n$. *Одинаково и количество отрицательных коэффициентов. В обоих выражениях совпадает также количество нулевых коэффициентов.*

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i {x'_i}^2$. Не ограничивая общности рассуждений можно считать, что

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i {x'_i}^2$. Не ограничивая общности рассуждений можно считать, что

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

В самом деле, расположить соответствующие коэффициенты в порядке убывания можно, переставив местами векторы в соответствующем **базисе**. Перестановка векторов в базисе не изменит числа положительных, числа отрицательных и числа нулевых коэффициентов в соответствующих выражениях.

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

По предположению $p < q$. Но тогда

$$\left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle \neq \left\{ \overrightarrow{\mathbf{0}} \right\},$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i {x'_i}^2$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

По предположению $p < q$. Но тогда

$$\left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle \neq \left\{ \overrightarrow{\mathbf{0}} \right\},$$

то есть в этом пересечении найдется *ненулевой* вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$.

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны,

$$\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) =$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны,

$$\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \varphi\left(0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{e}}_p + x_{p+1} \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1} + \ldots + x_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right) =$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны,

$$\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \varphi\left(0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \ldots + 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{e}}_p + x_{p+1} \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1} + \ldots + x_n \overrightarrow{\mathbf{e}}_n\right) =$$

$$= \underbrace{b_{p+1}}_{\leq 0} \underbrace{x_{p+1}^2}_{\geq 0} + \ldots + \underbrace{b_n}_{\leq 0} \underbrace{x_n^2}_{\geq 0} \leq 0.$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i {x'_i}^2$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \leq 0$.

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \leq 0$.

С другой стороны,

$$\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) =$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \leq 0$.

С другой стороны,

$$\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \varphi\left(x'_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1 + \ldots + x'_q \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q + 0\,\overrightarrow{\mathbf{e}}'_{q+1} + \ldots + 0\,\overrightarrow{\mathbf{e}}'_n\right) =$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \leq 0$.

С другой стороны,

$$\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \varphi\left(x'_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1 + \ldots + x'_q \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q + 0\,\overrightarrow{\mathbf{e}}'_{q+1} + \ldots + 0\,\overrightarrow{\mathbf{e}}'_n\right) =$$

$$= b'_1 x'^2_1 + \ldots + b'_q x'^2_n \quad .$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i {x'_i}^2$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_n \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \leq 0$.

С другой стороны,

$$\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \varphi\left({x'}_1 \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1 + \ldots + {x'}_q \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q + 0\,\overrightarrow{\mathbf{e}}'_{q+1} + \ldots + 0\,\overrightarrow{\mathbf{e}}'_n\right) =$$

$$= b'_1 {x'_1}^2 + \ldots + b'_q {x'_n}^2 > 0.$$

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \leq 0$.

С другой стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) > 0$.

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Будем рассуждать «от противного»: пусть в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ число положительных коэффициентов меньше, чем в выражении $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_i x'^2_i$.

$$\begin{cases} b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_p > 0 \geq b_{p+1} \geq \ldots \geq b_n \\ b'_1 \geq b'_2 \geq \ldots \geq b'_q > 0 \geq b_{q+1} \geq \ldots \geq b'_n. \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{x}} \in \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}_{p+1}, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}_{n} \right\rangle \cap \left\langle \overrightarrow{\mathbf{e}}'_1, \ldots, \overrightarrow{\mathbf{e}}'_q \right\rangle.$$

С одной стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \leq 0$.

С другой стороны, $\varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) > 0$.

Таким образом, $0 < \varphi\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \leq 0$, противоречие.

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Доказательство. Утверждения в равенстве числа отрицательных коэффициентов в каждом из выражений $\sum\limits_{i=1}^{n} b_i x_i^2$ и $\sum\limits_{i=1}^{n} b'_j {x'_j}^2$ доказывается аналогично. Из этих двух доказанных утверждений следует совпадение количества нулевых коэффициентов в каждом из этих выражений.

Теорема доказана.

XXXVII.6.4. Закон инерции квадратичной формы

Итак, мы обнаружили интересную особенность представления квадратичной формы в *каноническом виде*: в любом из таких представлений число слагаемых с положительными коэффициентами одно и то же. Теперь, разумеется, следует перейти к изучению общего случая, т.е. рассмотреть, какими особенностями обладает представление квадратичной формы в виде многочлена не обязательно канонического вида.

XXXVII.6.5. Ранг квадратичной формы

Более многообещающим выглядит **ранг матрицы**.

XXXVII.6.5. Ранг квадратичной формы

Более многообещающим выглядит **ранг матрицы**. Дело в том, что, согласно **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах**, и **теореме об инвариантности рангов матрицы**, ранг матрицы квадратичной формы при переходе в другой **базис** не меняется. Поэтому

XXXVII.6.5. Ранг квадратичной формы

Более многообещающим выглядит **ранг матрицы**. Дело в том, что, согласно **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах**, и **теореме об инвариантности рангов матрицы**, ранг матрицы квадратичной формы при переходе в другой **базис** не меняется. Поэтому ранг матрицы квадратичной формы называется **рангом квадратичной формы**.

XXXVII.6.5. Ранг квадратичной формы

Более многообещающим выглядит **ранг матрицы**. Дело в том, что, согласно **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах**, и **теореме об инвариантности рангов матрицы**, ранг матрицы квадратичной формы при переходе в другой **базис** не меняется. Поэтому ранг матрицы квадратичной формы называется **рангом квадратичной формы**.

Теорема 70. *Ранг квадратичной формы равен количеству ненулевых коэффициентов (перед неизвестными) в каноническом виде этой квадратичной формы.*

Доказательство следует из того факта, что матрица квадратичной формы в каноническом виде является диагональной и, следовательно, ее ранг равен числу ненулевых коэффициентов.

XXXVII.6.6. Положительно определенные квадратичные формы

Определение 64. *Квадратичная форма* $f : U \mapsto \mathbb{R}$ *называется* **положительно определенной** *тогда и только тогда, когда для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}} \in U$, *отличного от нулевого, имеет место неравенство* $f(\overrightarrow{\mathbf{x}}) > 0$.

XXXVII.6.6. Положительно определенные квадратичные формы

Определение 64. *Квадратичная форма* $f : U \mapsto \mathbb{R}$ *называется* **положительно определенной** *тогда и только тогда, когда для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}} \in U$, *отличного от нулевого, имеет место неравенство* $f(\overrightarrow{\mathbf{x}}) > 0$.

Если в этом определении последнее неравенство заменить на $f(\overrightarrow{\mathbf{x}}) < 0$, то получим определение **отрицательно определенной формы**. Вопрос о том, когда квадратичная форма является положительно (или отрицательно) определенной, актуален в математическом анализе (достаточные признаки экстремума) и алгебре (скалярное произведение в евклидовом пространстве является положительно определенной квадратичной формой).

XXXVII.6.6. Положительно определенные квадратичные формы

Определение 64. *Квадратичная форма* $f : U \mapsto \mathbb{R}$ *называется* **положительно определенной** *тогда и только тогда, когда для любого вектора* $\overrightarrow{\mathbf{x}} \in U$, *отличного от нулевого, имеет место неравенство* $f(\overrightarrow{\mathbf{x}}) > 0$.

Определение 65. Главными минорами *квадратной матрицы* A *называются миноры, построенные на первых* k *строках и столбцах матрицы* A, *где* $1 \leq k \leq n$.

XXXVII.6.6. Положительно определенные квадратичные формы

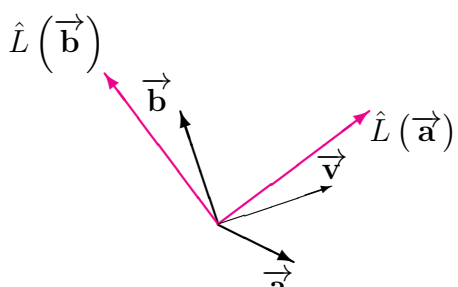
Теорема 71. *Справедливы следующие утверждения:*

1. *Квадратичная форма* $\mathcal{H}(u_1, \ldots, u_n)$ *является положительно-определенной тогда и только тогда, когда в любом* ***базисе*** *все главные миноры матрицы* $H_{\text{Б}}$ *этой квадратичной формы положительны.*

2. *Квадратичная форма* $\mathcal{H}(u_1, \ldots, u_n)$ *является положительно-определенной тогда и только тогда, когда в некотором* ***базисе*** *все главные миноры матрицы* $H_{\text{Б}}$ *этой квадратичной формы положительны.*

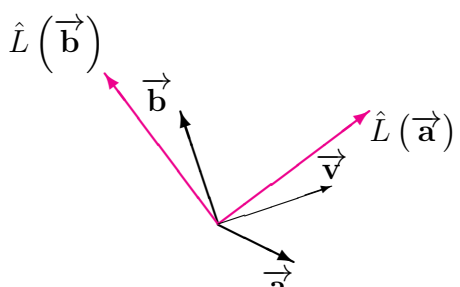
Рассмотрим пример?

Пример 28. *Изображены образы векторов* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *и* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\overrightarrow{\mathbf{v}}$.



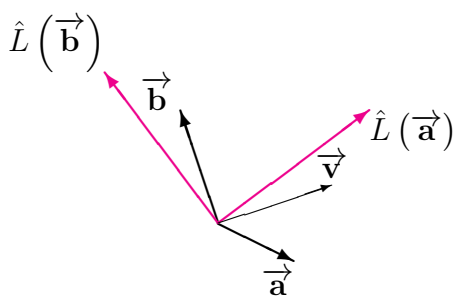
Пример 28. *Изображены образы векторов* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *и* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\overrightarrow{\mathbf{v}}$.

Решение.



Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

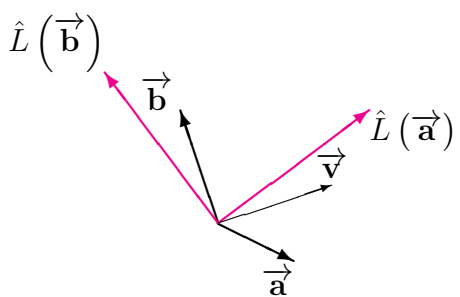
Решение.



Используем **линейность оператора** $\hat{L}$.

Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

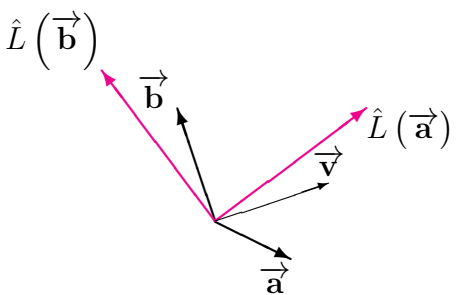
Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) =$



Используем **линейность оператора** $\hat{L}$.

Пример 28. *Изображены образы векторов* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *и* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\overrightarrow{\mathbf{v}}$.

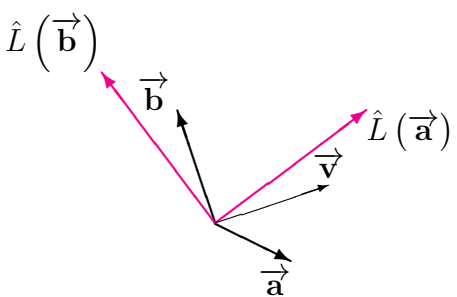
Решение. $\hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{v}}) =$
$= \hat{L}(\alpha\overrightarrow{\mathbf{a}} + \beta\overrightarrow{\mathbf{b}}) =$



Используем **линейность оператора** $\hat{L}$.

Пример 28. *Изображены образы векторов* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *и* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\overrightarrow{\mathbf{v}}$.

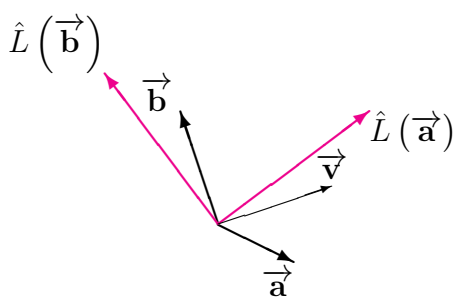
Решение. $\hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{v}}) =$
$= \hat{L}(\alpha\overrightarrow{\mathbf{a}} + \beta\overrightarrow{\mathbf{b}}) = \alpha\hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) + \beta\hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{b}})$.



Используем **линейность оператора** $\hat{L}$.

Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) =$
$= \hat{L}(\alpha\vec{\mathbf{a}} + \beta\vec{\mathbf{b}}) = \alpha\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \beta\hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.
Разложим $\vec{\mathbf{v}}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

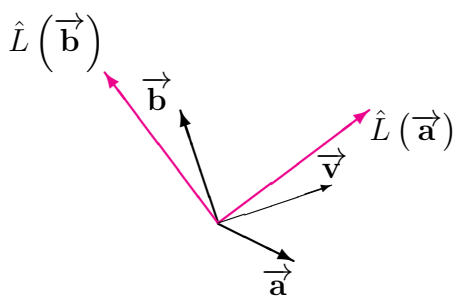


Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \hat{L}(\alpha\vec{\mathbf{a}} + \beta\vec{\mathbf{b}}) = \alpha\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \beta\hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.

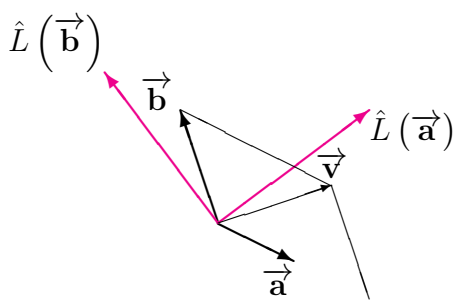
Разложим $\vec{\mathbf{v}}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

Для этого нам надо построить параллелограмм с диагональю $\vec{\mathbf{v}}$ и сторонами, параллельными $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.



Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) =$
$= \hat{L}(\alpha\vec{\mathbf{a}} + \beta\vec{\mathbf{b}}) = \alpha\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \beta\hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.
Разложим $\vec{\mathbf{v}}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.
Для этого нам надо построить параллелограмм с диагональю $\vec{\mathbf{v}}$ и сторонами, параллельными $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

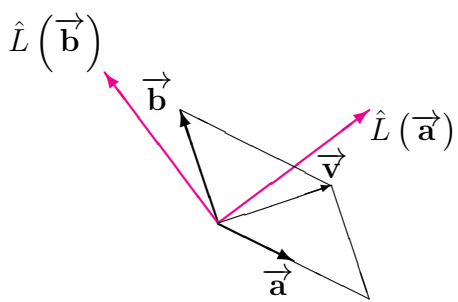


Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \hat{L}(\alpha\vec{\mathbf{a}} + \beta\vec{\mathbf{b}}) = \alpha\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \beta\hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.

Разложим $\vec{\mathbf{v}}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

Для этого нам надо построить параллелограмм с диагональю $\vec{\mathbf{v}}$ и сторонами, параллельными $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

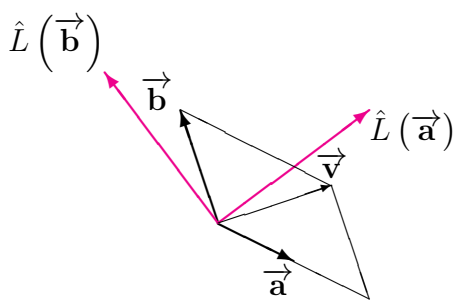


Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \hat{L}(2\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}) = \alpha\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \beta\hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.

Разложим $\vec{\mathbf{v}}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

Для этого нам надо построить параллелограмм с диагональю $\vec{\mathbf{v}}$ и сторонами, параллельными $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

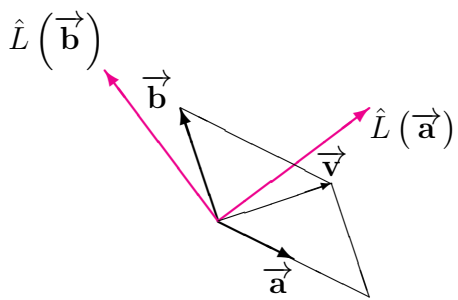


Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \hat{L}(2\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}) = 2\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.

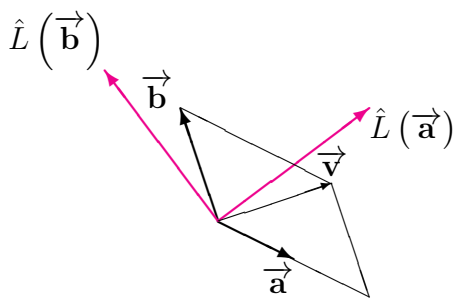
Разложим $\vec{\mathbf{v}}$ в линейную комбинацию векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.

Для этого нам надо построить параллелограмм с диагональю $\vec{\mathbf{v}}$ и сторонами, параллельными $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$.



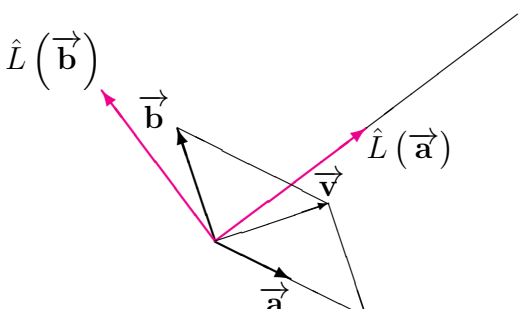
Пример 28. *Изображены образы векторов* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *и* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\overrightarrow{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{v}}) =$
$= \hat{L}(2\overrightarrow{\mathbf{a}} + \overrightarrow{\mathbf{b}}) = 2\hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) + \hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{b}})$.
Осталось построить образ вектора $\overrightarrow{\mathbf{v}}$.



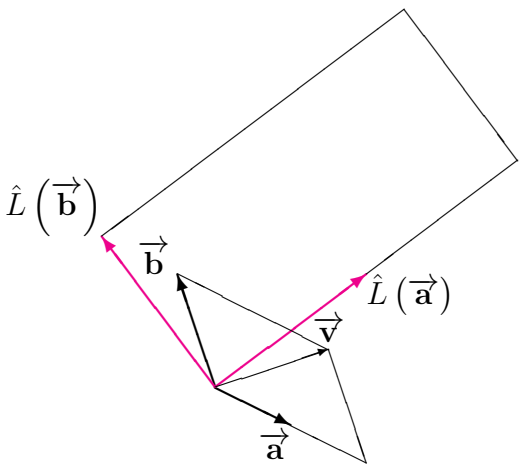
Пример 28. *Изображены образы векторов* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *и* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\overrightarrow{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{v}}) =$
$= \hat{L}(2\overrightarrow{\mathbf{a}} + \overrightarrow{\mathbf{b}}) = 2\hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) + \hat{L}(\overrightarrow{\mathbf{b}})$.
Осталось построить образ вектора $\overrightarrow{\mathbf{v}}$.



Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

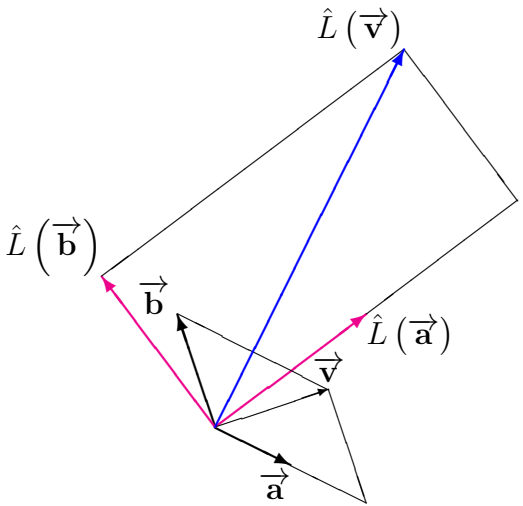
Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) =$
$= \hat{L}(2\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}) = 2\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.
Осталось построить образ вектора $\vec{\mathbf{v}}$.



Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

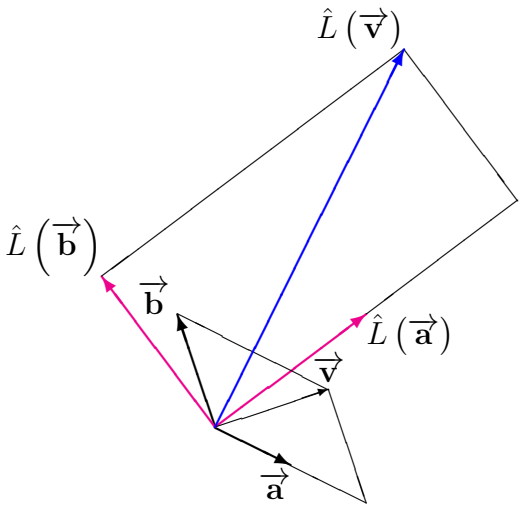
Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \hat{L}(2\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}) = 2\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.

Осталось построить образ вектора $\vec{\mathbf{v}}$.



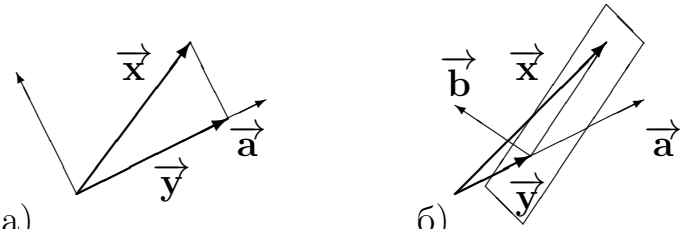
Пример 28. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$. *Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$.

Решение. $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) =$
$= \hat{L}(2\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}) = 2\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) + \hat{L}(\vec{\mathbf{b}})$.
Образ вектора $\vec{\mathbf{v}}$ построен.



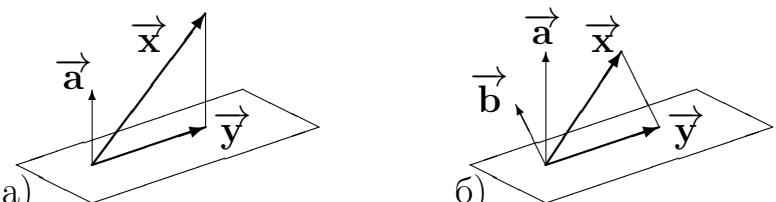
Вернёмся к лекции?

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***).*
$\hat{P}_4$ *проецирования параллельно* $\vec{\mathbf{b}}$ *на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***б***).*
$\hat{P}_5$, *сопоставляющий каждому вектору* $\vec{\mathbf{x}}$ *вектор* $\vec{\mathbf{y}}$, *симметричный относительно оси с направляющим вектором* $\vec{\mathbf{a}}$.
$\hat{P}_6$, *сопоставляющий каждому вектору* $\vec{\mathbf{x}}$ *вектор* $\vec{\mathbf{y}}$, *симметричный относительно проходящей через начало координат плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{a}}$.



а) б)

Рис. 3. а) $\overrightarrow{\mathbf{y}}$ — ортогональная проекция вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{a}}$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{y}}$ — проекция вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ параллельно плоскости с нормальным вектором $\overrightarrow{\mathbf{b}}$.



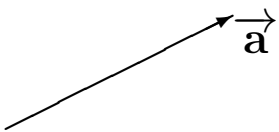
а) б)

Рис. 4. а) $\overrightarrow{\mathbf{y}}$ — ортогональная проекция вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ на плоскость с нормальным вектором $\overrightarrow{\mathbf{a}}$;
б) $\overrightarrow{\mathbf{y}}$ — проекция вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ на плоскость с нормальным вектором $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

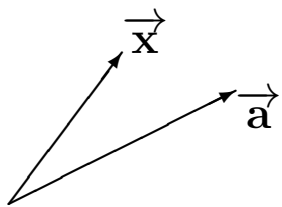
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



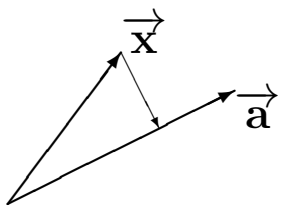
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



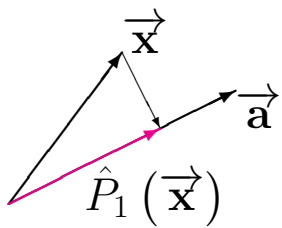
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



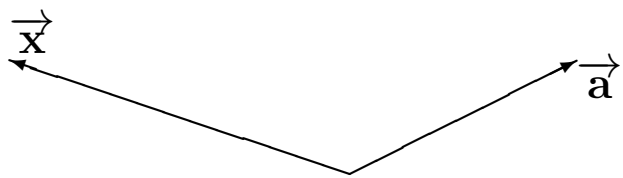
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



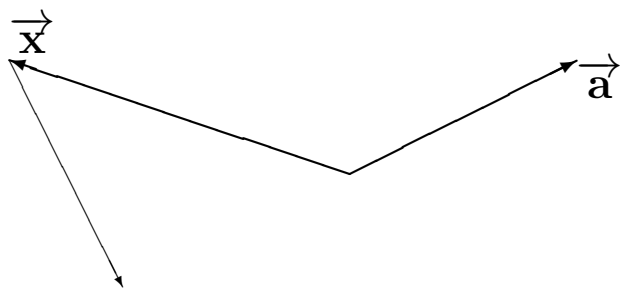
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



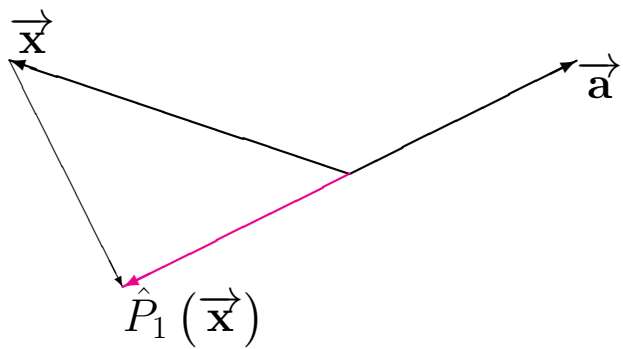
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



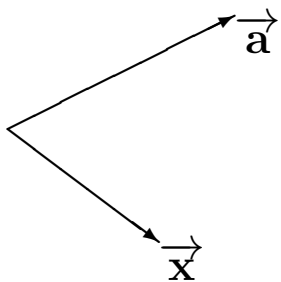
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



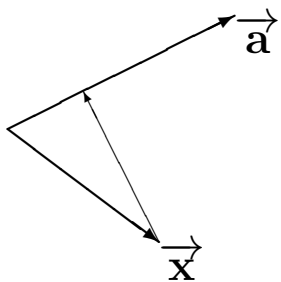
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



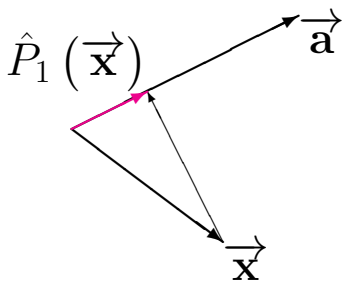
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Сначала попытаемся понять действие оператора индуктивным способом: рассмотрим образы нескольких векторов.



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. Для получения искомой формулы мы, разумеется, воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

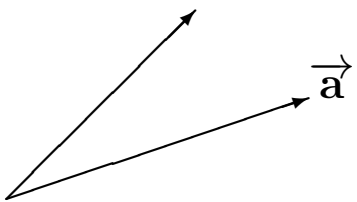
Решение. *Что надо найти?*

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.

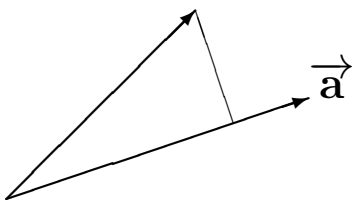
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.



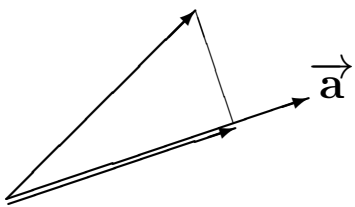
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.



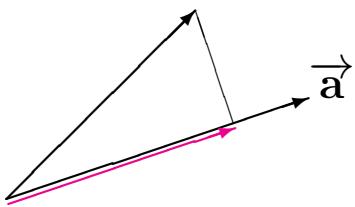
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.



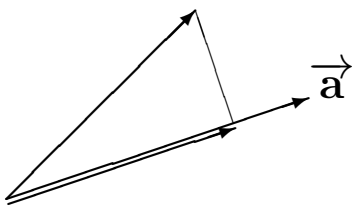
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. *Что надо найти?* **Вектор**.



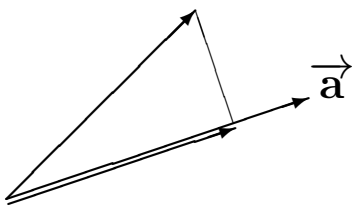
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?



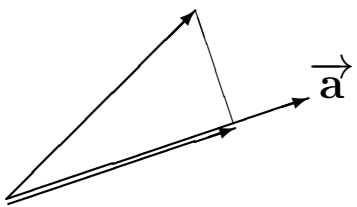
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

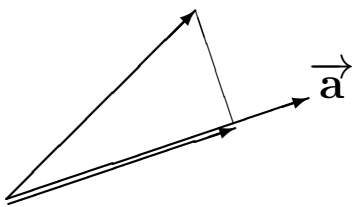
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

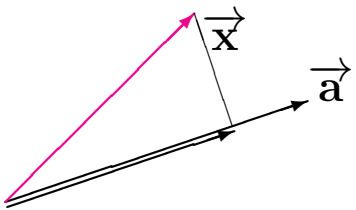
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

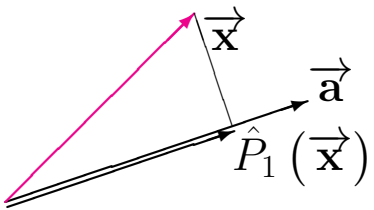
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

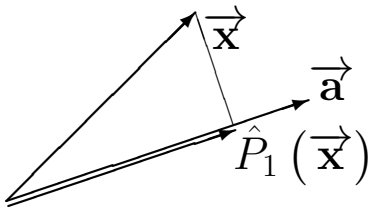
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

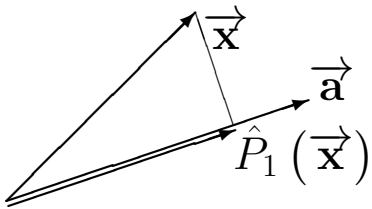
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

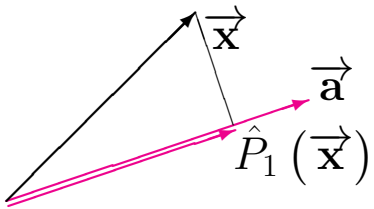
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?
Ищем ортогональные и коллинеарные векторы.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

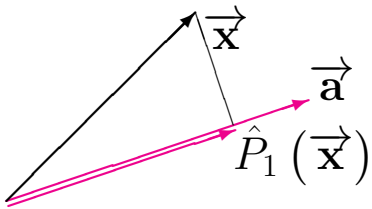
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?
Ищем ортогональные и коллинеарные векторы.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

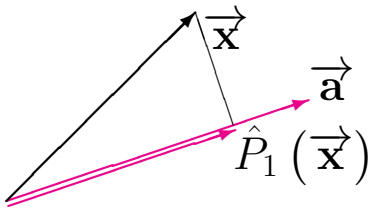
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?
Ищем ортогональные и коллинеарные векторы.
$\vec{\mathbf{a}} \parallel \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$. По **критерию коллинеарности векторов**

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

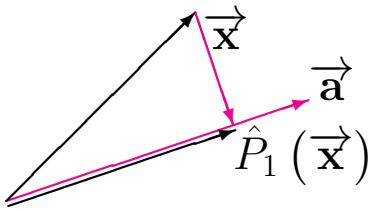
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?
Ищем ортогональные и коллинеарные векторы.
$\vec{\mathbf{a}} \parallel \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$. По **критерию коллинеарности векторов**
$\hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

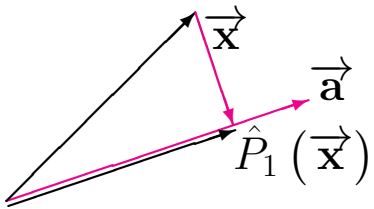
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?
Ищем ортогональные и коллинеарные векторы.
$\hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

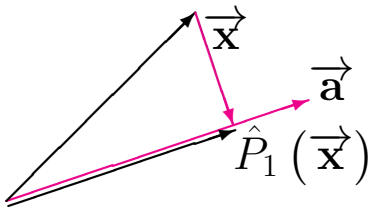
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?
Ищем ортогональные и коллинеарные векторы.
$\hat{P}_1\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{a}} \perp \left(\hat{P}_1(\overrightarrow{\mathbf{x}}) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

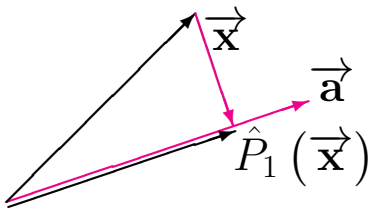
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?
Ищем ортогональные и коллинеарные векторы.
$\hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}$.
$\vec{\mathbf{a}} \perp \left(\hat{P}_1(\vec{\mathbf{x}}) - \vec{\mathbf{x}}\right)$. По **критерию ортогональности векторов**

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

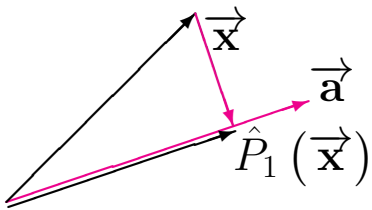
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ? Выражением, содержащим обозначение исходного вектора, его образа, и вектора $\vec{\mathbf{a}}$.



Сведем к нахождению значений величин и введем переменные.
Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_1$.
Составим уравнение. Какое значение вычислим двумя способами?
Ищем ортогональные и коллинеарные векторы.
$\hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}$.
$\vec{\mathbf{a}} \perp \left(\hat{P}_1(\vec{\mathbf{x}}) - \vec{\mathbf{x}}\right)$. По **критерию ортогональности векторов**
$\left(\vec{\mathbf{a}},\ \hat{P}_1(\vec{\mathbf{x}}) - \vec{\mathbf{x}}\right) = 0.$

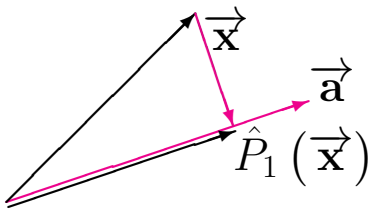
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. $\begin{cases} \hat{P}_1\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}, \\ \left(\overrightarrow{\mathbf{a}},\ \hat{P}_1(\overrightarrow{\mathbf{x}}) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

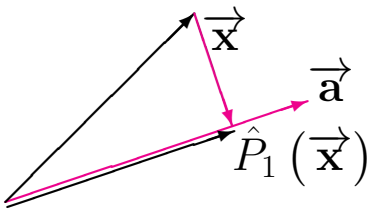
Решение. $\begin{cases} \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \left(\vec{\mathbf{a}},\ \hat{P}_1(\vec{\mathbf{x}}) - \vec{\mathbf{x}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$



$\Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \lambda\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) - \left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{x}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

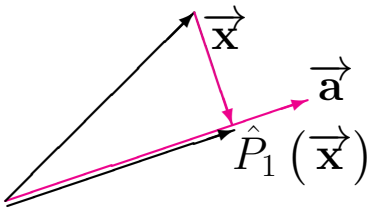
Решение. $\begin{cases} \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \left(\vec{\mathbf{a}},\ \hat{P}_1(\vec{\mathbf{x}}) - \vec{\mathbf{x}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \lambda\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) - \left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{x}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \lambda = \dfrac{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{x}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)} \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_1$ *ортогонального проецирования на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.3***а***);*

Решение. $\begin{cases} \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \left(\vec{\mathbf{a}},\ \hat{P}_1(\vec{\mathbf{x}}) - \vec{\mathbf{x}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$

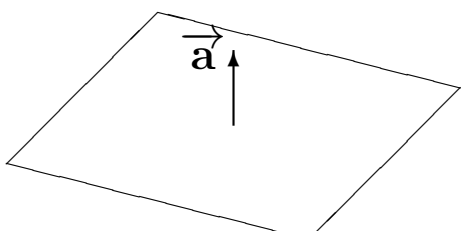


$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \lambda\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) - \left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{x}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \lambda = \dfrac{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{x}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{P}_1\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \frac{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{x}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)}\vec{\mathbf{a}}.}$$

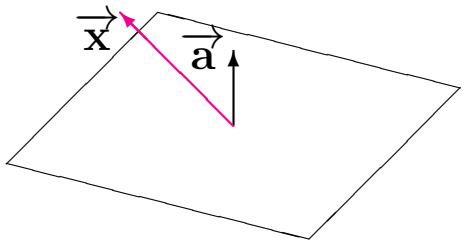
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



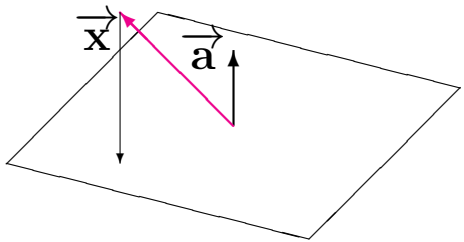
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



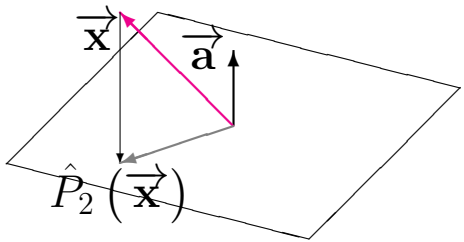
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



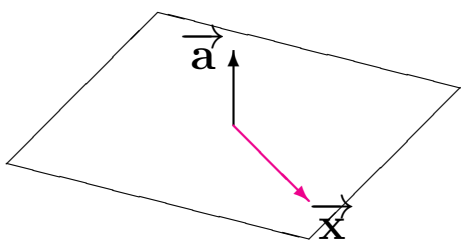
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



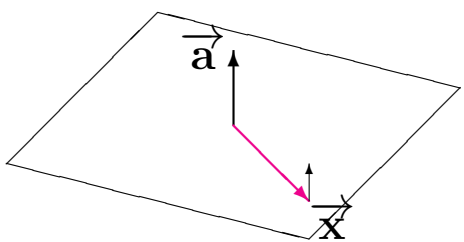
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



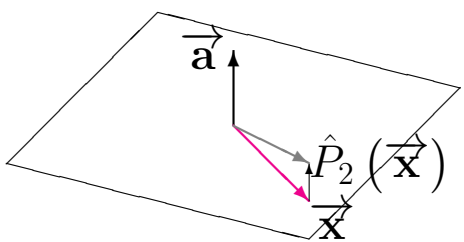
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



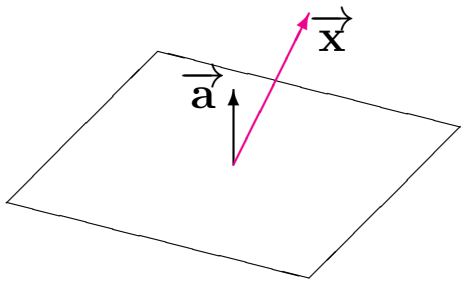
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



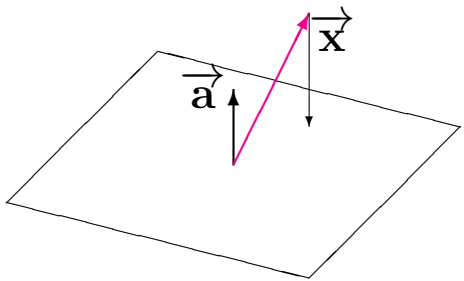
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



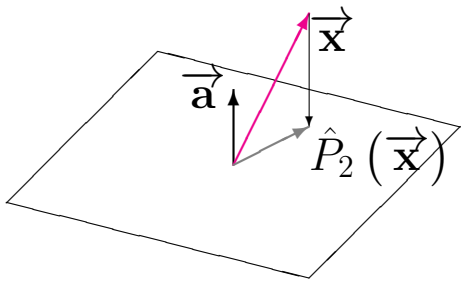
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



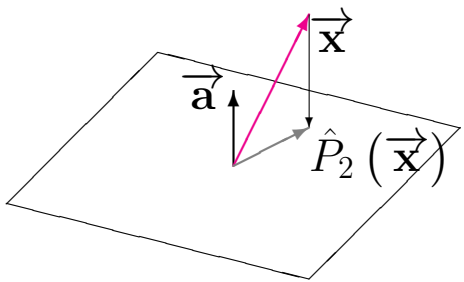
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Сначала для того, чтобы уяснить действие оператора, посмотрим образы нескольких векторов.



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

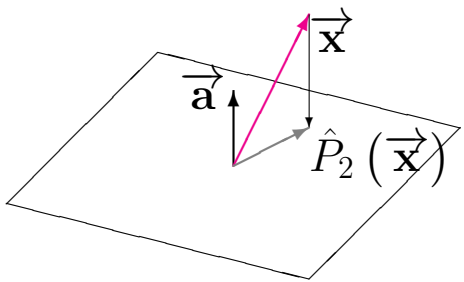
Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

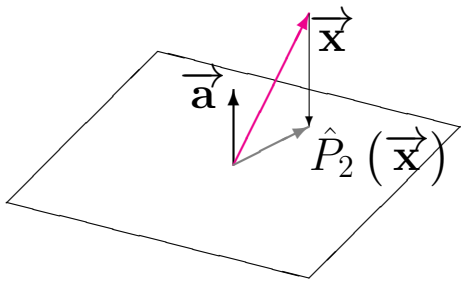
Что надо найти?



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

Что надо найти? Формулу.

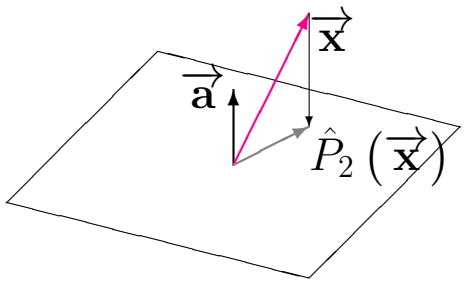


Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

Что надо найти? Формулу.

В каком виде представим ответ?

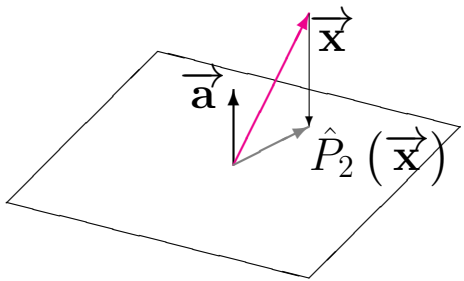


Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

Что надо найти? Формулу.

В каком виде представим ответ? Равенством.

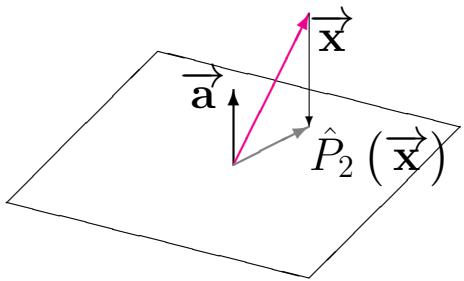


Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

Что надо найти? Формулу.

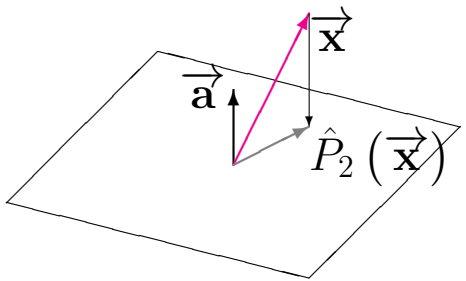
В каком виде представим ответ? Равенством.



Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



Что надо найти? Формулу.

В каком виде представим ответ? Равенством.

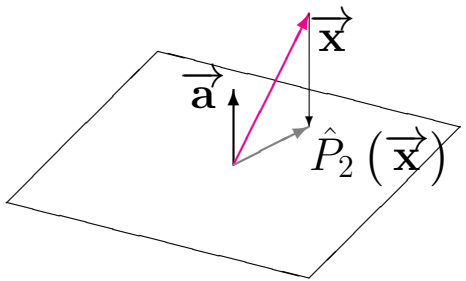
Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим исходный вектор через $\vec{\mathbf{x}}$ и его образ — через $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

Что надо найти? Формулу.

В каком виде представим ответ? Равенством.

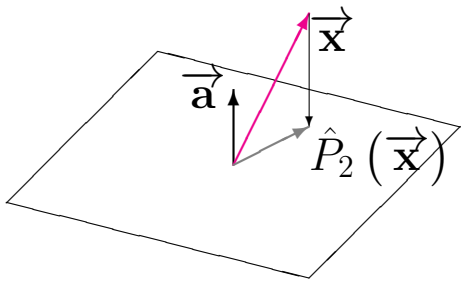


Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим исходный вектор через $\vec{\mathbf{x}}$ и его образ — через $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$.

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



Что надо найти? Формулу.

В каком виде представим ответ? Равенством.

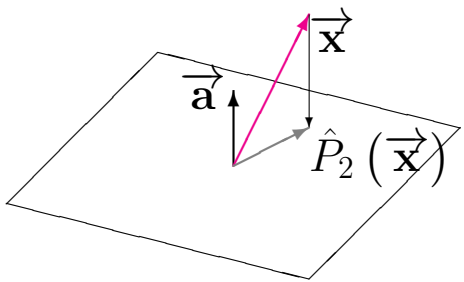
Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим исходный вектор через $\vec{\mathbf{x}}$ и его образ — через $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$.

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Коллинеарность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и проецирующего вектора $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}}\right)$ на языке равенств означает

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



Что надо найти? Формулу.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим исходный вектор через $\vec{\mathbf{x}}$ и его образ — через $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$.

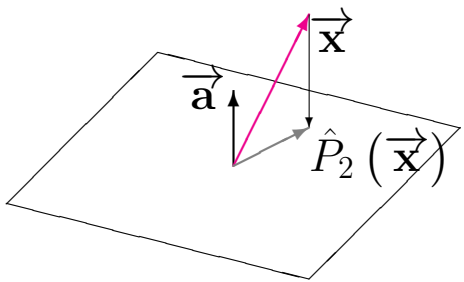
В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Коллинеарность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и проецирующего вектора $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}}\right)$ на языке равенств означает $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}}$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

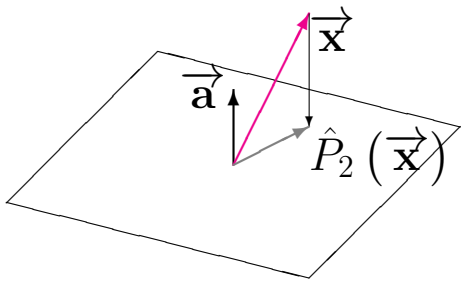
$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow$



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

$$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$$

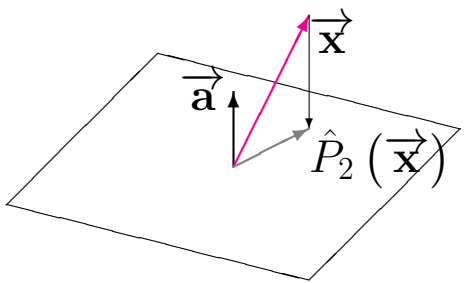


Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

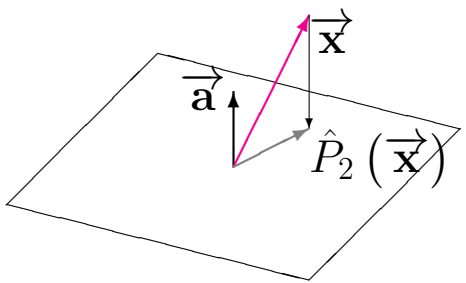
$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



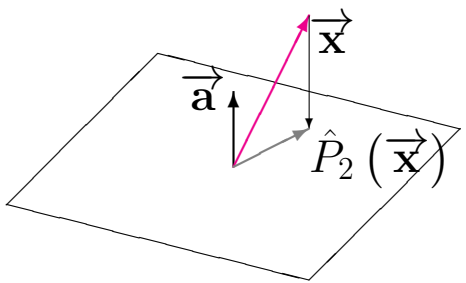
$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

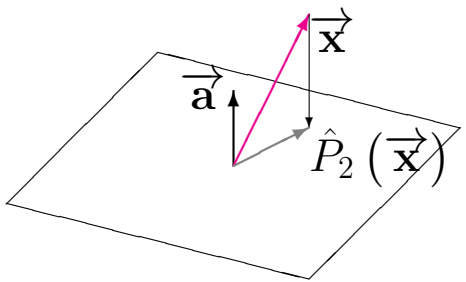
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

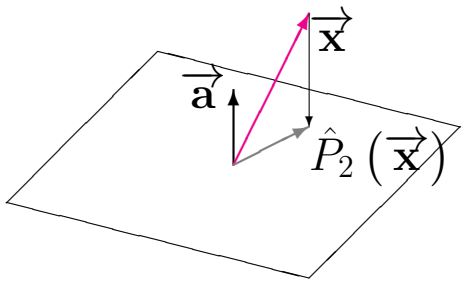
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$ на язык равенств переводится как

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

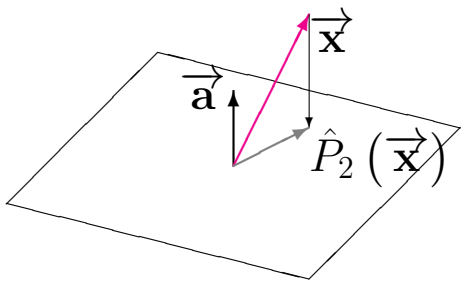
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$ на язык равенств переводится как $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right),\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0.$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

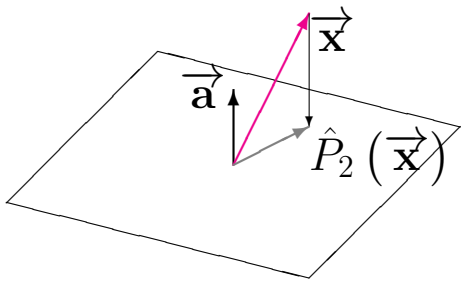
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$ на язык равенств переводится как $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right),\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

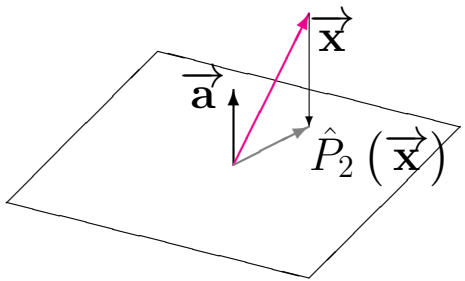
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$ на язык равенств переводится как $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right),\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow\; \left(\vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

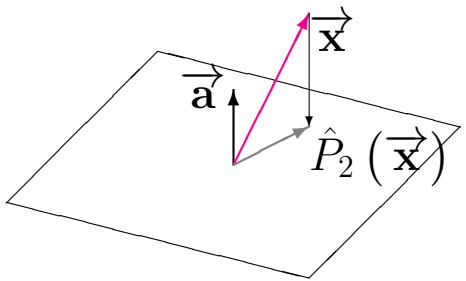
В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$ на язык равенств переводится как $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right),\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow\; \left(\vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow$

$\Rightarrow\; \left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) + \lambda\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



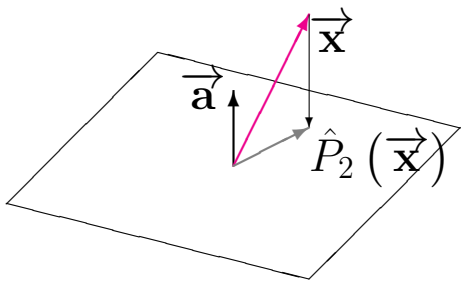
$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$ на язык равенств переводится как $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right),\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow\; \left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) + \lambda\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*



Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

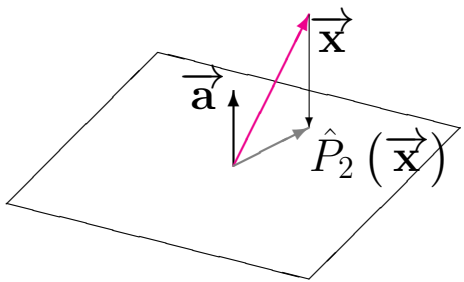
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$ на язык равенств переводится как $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right),\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow\; \left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) + \lambda\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; \lambda = -\frac{\left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)} \;\Rightarrow$$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_2$ *ортогонального проецирования на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\vec{\mathbf{a}}$ *(рис.4***а***).*



Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.

$\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}} = \lambda\vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} + \lambda\vec{\mathbf{a}}.$

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

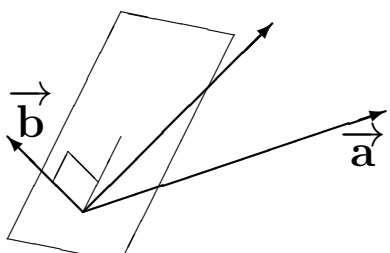
В чертеже ищем коллинеарные и ортогональные векторы.

Ортогональность векторов $\vec{\mathbf{a}}$ и $\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right)$ на язык равенств переводится как $\left(\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right),\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow\; \left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) + \lambda\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right) = 0 \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; \lambda = -\frac{\left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)} \;\Rightarrow\; \boxed{\hat{P}_2\left(\vec{\mathbf{x}}\right) = \vec{\mathbf{x}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{a}}\right)}\vec{\mathbf{a}}.}$$

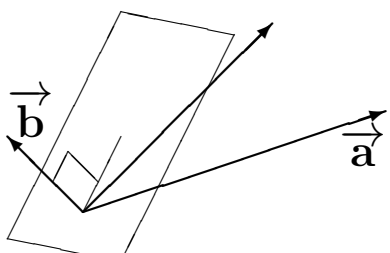
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение.



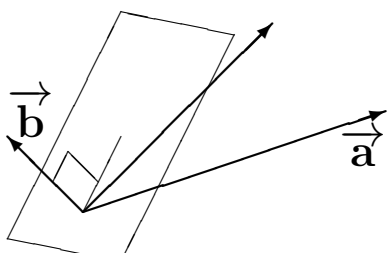
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. Линейность докажите самостоятельно. Теперь найдем нужную формулу.



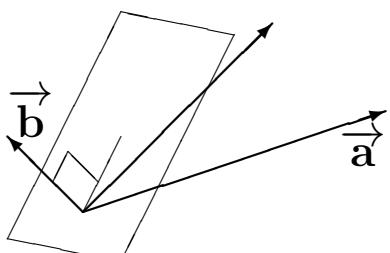
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. Воспользуемся **типовым планом составления уравнений**.



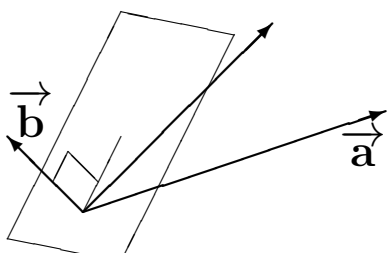
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. *Что надо найти?*



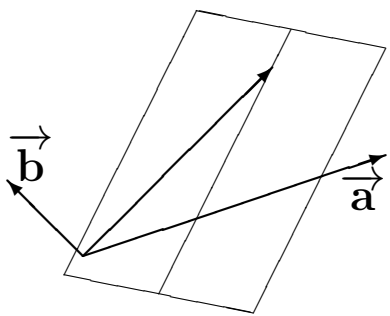
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.



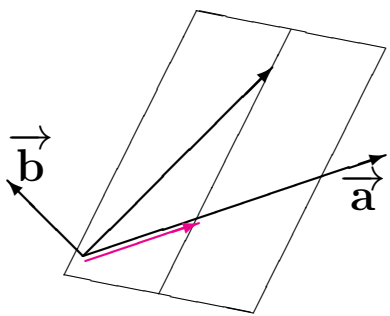
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.



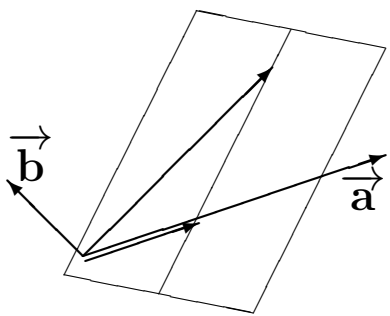
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.



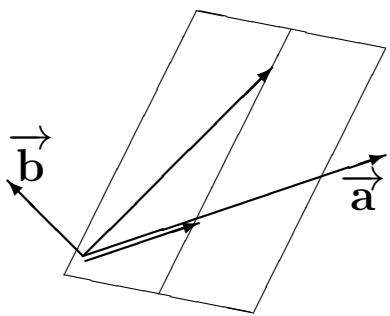
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?



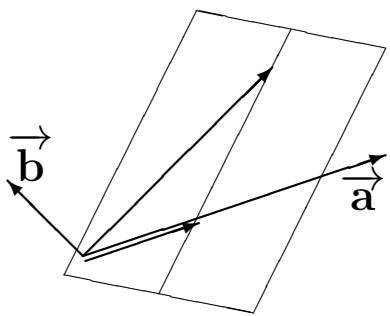
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***)).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.

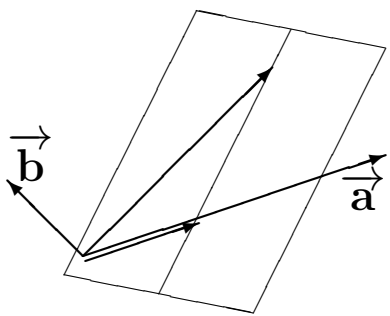


Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные.



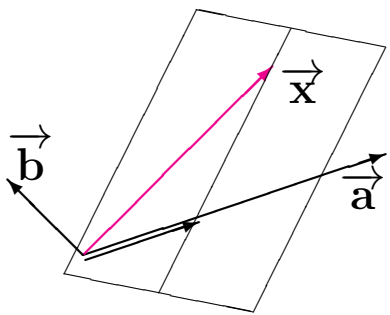
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*



Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.

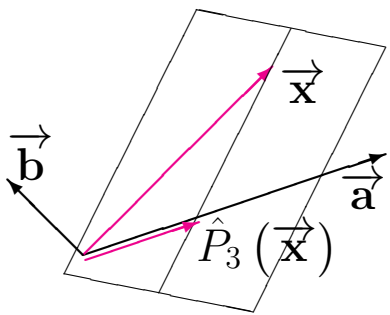
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.



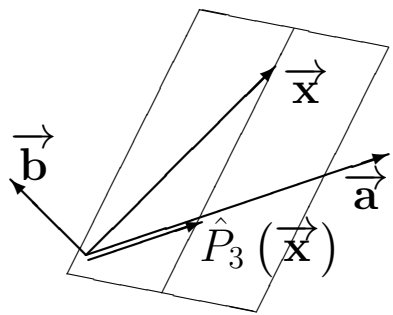
Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***).*

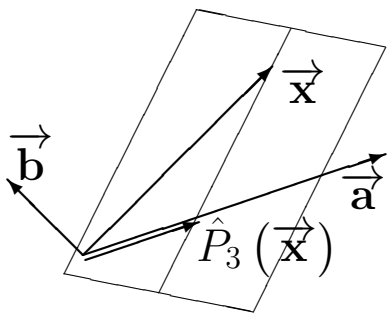
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.



Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***).*

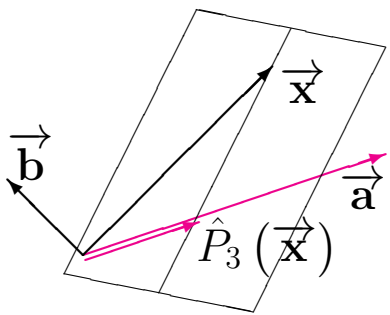
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.



Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?
Обращаем внимание на коллинеарные и ортогональные векторы.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

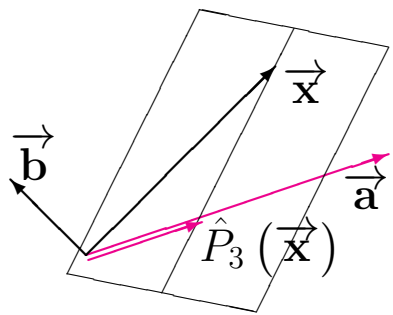
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.



Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?
Обращаем внимание на коллинеарные и ортогональные векторы.
$\hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) \parallel \vec{\mathbf{a}} \Rightarrow$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

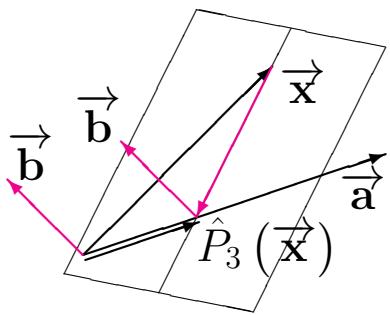
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.



Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?
Обращаем внимание на коллинеарные и ортогональные векторы.
$\hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) \parallel \vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) = \lambda\vec{\mathbf{a}}$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

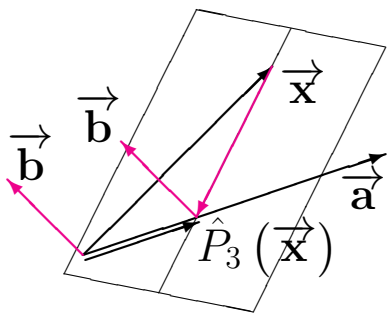
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.



Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?
Обращаем внимание на коллинеарные и ортогональные векторы.
$\hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) \parallel \vec{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) = \lambda\vec{\mathbf{a}}$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***).*

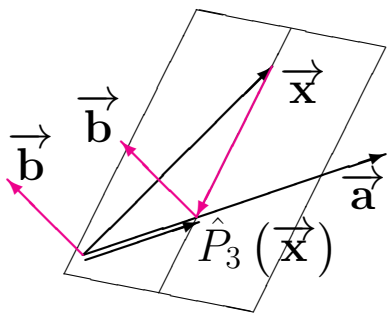
Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.



Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?
Обращаем внимание на коллинеарные и ортогональные векторы.
$\hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) \parallel \vec{\mathbf{a}} \Rightarrow \hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) = \lambda\vec{\mathbf{a}}$.
$\left(\hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) - \vec{\mathbf{x}}\right) \perp \vec{\mathbf{b}} \Rightarrow$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение. *Что надо найти?* Вектор.
В каком виде представим ответ?
Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент оператора $\hat{P}_3$.

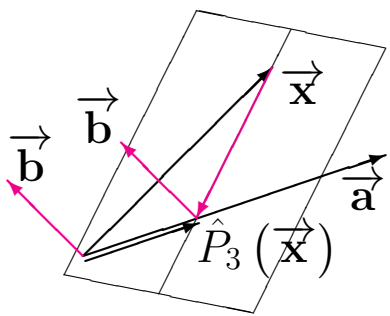


Составим уравнение. Что вычислим двумя способами?
Обращаем внимание на коллинеарные и ортогональные векторы.
$\hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) \parallel \overrightarrow{\mathbf{a}} \;\Rightarrow\; \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}.$
$\left(\hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) \perp \overrightarrow{\mathbf{b}} \;\Rightarrow\; \left(\hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) - \overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0.$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение.

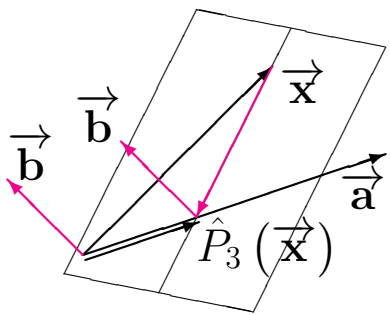
$$\begin{cases} \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}, \\ \left(\hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) - \overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$



Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***).*

Решение.

$$\begin{cases} \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}, \\ \left(\hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) - \overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

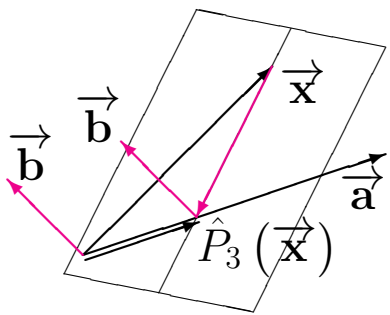


$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}, \\ \left(\hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}),\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) - \left(\overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б***).*

Решение.

$$\begin{cases} \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}, \\ \left(\hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) - \overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

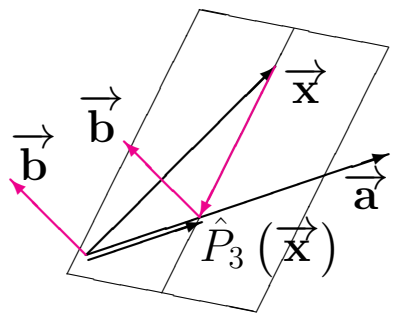


$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}, \\ \lambda\left(\overrightarrow{\mathbf{a}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) - \left(\overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\vec{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение.

$$\begin{cases} \hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \left(\hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) - \vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{b}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

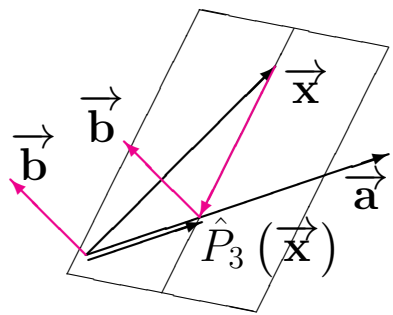


$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \lambda\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right) - \left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{b}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_3(\vec{\mathbf{x}}) = \lambda\vec{\mathbf{a}}, \\ \lambda = \dfrac{\left(\vec{\mathbf{x}},\ \vec{\mathbf{b}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right)} \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_3$ *проецирования пространства на ось вектора* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *(см. рис.3***б)***).*

Решение.

$$\begin{cases} \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}, \\ \left(\hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) - \overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{a}}, \\ \lambda = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{a}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right)} \end{cases} \Rightarrow \hat{P}_3(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{x}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{a}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{a}}.$$

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_4$ *проецирования параллельно* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *(рис.4*б*).*

Ответ.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_4$ *проецирования параллельно* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ *на плоскость, содержащую начало координат, перпендикулярно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *(рис.4*б*).*

Ответ. $\hat{P}_4\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{x}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right)} \overrightarrow{\mathbf{b}}$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_5$, *сопоставляющий каждому вектору* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *вектор* $\overrightarrow{\mathbf{y}}$, *симметричный относительно оси с направляющим вектором* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.

Ответ.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_5$, *сопоставляющий каждому вектору* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *вектор* $\overrightarrow{\mathbf{y}}$, *симметричный относительно оси с направляющим вектором* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.

Ответ. $\hat{P}_5\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = 2\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{a}} - \overrightarrow{\mathbf{x}}$.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_6$, *сопоставляющий каждому вектору* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *вектор* $\overrightarrow{\mathbf{y}}$, *симметричный относительно проходящей через начало координат плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.

Ответ.

Пример 29. *Задать формулой операторы:*
$\hat{P}_6$, *сопоставляющий каждому вектору* $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ *вектор* $\overrightarrow{\mathbf{y}}$, *симметричный относительно проходящей через начало координат плоскости, перпендикулярной вектору* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.

Ответ. $\hat{P}_6\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{x}} - 2\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{a}}$.

Вернёмся к лекции по линейным операторам?

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) =$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h \quad u \quad +$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h\ {}_s u\ +$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h\ {}_s u_1 +$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 +$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h\ _s u\ +$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 +$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h\ _s u\ =$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 =$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h \quad u$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{\ s}u$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{\ s}u_t$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L\ \ p + L\ \ q, \\ \hat{L}(q) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{\ 1}p + L_{\ 1}q, \\ \hat{L}(q) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{11}p + L\ _1q, \\ \hat{L}(q) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{11}p + L\ _1q, \\ \hat{L}(q) = \end{cases}$ $\qquad L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} L_{11} & \\ & \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{11}p + L_{21}q, \\ \hat{L}(q) = \end{cases}$ $\qquad L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} L_{11} & \\ & \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{11}p + L_{21}q, \\ \hat{L}(q) = \end{cases} \qquad L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} L_{11} \\ L_{21} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{11}p + L_{21}q, \\ \hat{L}(q) = L\ \ p + L\ \ q; \end{cases} \qquad L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} L_{11} \\ L_{21} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{11}p + L_{21}q, \\ \hat{L}(q) = L\ _{2}p + L\ _{2}q; \end{cases} \qquad L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} L_{11} \\ L_{21} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{11}p + L_{21}q, \\ \hat{L}(q) = L_{12}p + L_{22}q; \end{cases} \qquad L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} L_{11} \\ L_{21} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

1) $\hat{H}\,(u_s) = h_{1s}u_1 + h_{2s}u_2 + h_{3s}u_3 = \sum\limits_{t=1}^{3} h_{ts}u_t;$

2) $\begin{cases} \hat{L}(p) = L_{11}p + L_{21}q, \\ \hat{L}(q) = L_{12}p + L_{22}q; \end{cases} \qquad L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = \\ \hat{Q}(Y) = \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q\ \ X + q\ \ Y + q\ \ Z, \\ \hat{Q}(Y) = \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{\ 1}X + q_{\ 1}Y + q_{\ 1}Z, \\ \hat{Q}(Y) = \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases}$ $Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & \\ q_{21} & \\ q_{31} & \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q\ \ X + q\ \ Y + q\ \ Z, \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases}$ $Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} \\ q_{21} \\ q_{31} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q\ _2X + q\ _2Y + q\ _2Z, \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases}$ $Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} \\ q_{21} \\ q_{31} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

$$3)\ \begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} \\ q_{21} \\ q_{31} \end{pmatrix}$$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = \end{cases}$ $Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \\ q_{31} & q_{32} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q\ \ X + q\ \ Y + q\ \ Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \\ q_{31} & q_{32} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{\ 3}X + q_{\ 3}Y + q_{\ 3}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \\ q_{31} & q_{32} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $$\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \\ q_{31} & q_{32} \end{pmatrix}$$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $$\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$

4) $\begin{cases} \hat{G}(L_1) = \\ \hat{G}(L_2) = \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$

4) $\begin{cases} \hat{G}(L_1) = g\ \ L_1 + g\ \ L_2 + g\ \ L_3, \\ \hat{G}(L_2) = \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$

4) $\begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{\ 1}L_1 + g_{\ 1}L_2 + g_{\ 1}L_3, \\ \hat{G}(L_2) = \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$

4) $\begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{11}L_1 + g\ _1L_2 + g\ _1L_3, \\ \hat{G}(L_2) = \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $$\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$$

4) $$\begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{11}L_1 + g_{21}L_2 + g\ _1L_3, \\ \hat{G}(L_2) = \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases}$$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$

4) $\begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{11}L_1 + g_{21}L_2 + g_{31}L_3, \\ \hat{G}(L_2) = \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \quad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$

4) $\begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{11}L_1 + g_{21}L_2 + g_{31}L_3, \\ \hat{G}(L_2) = \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases} \quad G_{\mathbf{\Pi}} = \begin{pmatrix} g_{11} & \\ g_{21} & \\ g_{31} & \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

$$3)\ \begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$$

$$4)\ \begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{11}L_1 + g_{21}L_2 + g_{31}L_3, \\ \hat{G}(L_2) = g_{12}L_1 + g_{22}L_2 + g_{32}L_3, \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases} \qquad G_{\mathbf{\Pi}} = \begin{pmatrix} g_{11} & \\ g_{21} & \\ g_{31} & \end{pmatrix}$$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

3) $\begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \quad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$

4) $\begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{11}L_1 + g_{21}L_2 + g_{31}L_3, \\ \hat{G}(L_2) = g_{12}L_1 + g_{22}L_2 + g_{32}L_3, \\ \hat{G}(L_3) = \end{cases} \quad G_{\mathbf{\Pi}} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \\ g_{31} & g_{32} \end{pmatrix}$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\boldsymbol{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

$$3)\ \begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \quad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$$

$$4)\ \begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{11}L_1 + g_{21}L_2 + g_{31}L_3, \\ \hat{G}(L_2) = g_{12}L_1 + g_{22}L_2 + g_{32}L_3, \\ \hat{G}(L_3) = g_{13}L_1 + g_{23}L_2 + g_{33}L_3. \end{cases} \quad G_{\mathbf{\Pi}} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \\ g_{31} & g_{32} \end{pmatrix}$$

Пример 30. *Запишите* ***уравнение для коэффициентов матрицы линейных операторов*** *1)* $\hat{H}$ *в базисе* $\boldsymbol{Б} = \{u_1,\ u_2,\ u_3\}$; *2)* $\hat{L}$ *в базисе* $\boldsymbol{B} = \{p,\ q\}$; *3)* $\hat{Q}$ *в базисе* $\boldsymbol{S} = \{X,\ Y,\ Z\}$; *4)* $\hat{G}$ *в базисе* $\mathbf{\Pi} = \{L_1,\ L_2,\ L_3\}$.

Решение.

$$3)\ \begin{cases} \hat{Q}(X) = q_{11}X + q_{21}Y + q_{31}Z, \\ \hat{Q}(Y) = q_{12}X + q_{22}Y + q_{32}Z, \\ \hat{Q}(Z) = q_{13}X + q_{23}Y + q_{33}Z; \end{cases} \qquad Q_{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix}$$

$$4)\ \begin{cases} \hat{G}(L_1) = g_{11}L_1 + g_{21}L_2 + g_{31}L_3, \\ \hat{G}(L_2) = g_{12}L_1 + g_{22}L_2 + g_{32}L_3, \\ \hat{G}(L_3) = g_{13}L_1 + g_{23}L_2 + g_{33}L_3. \end{cases} \qquad G_{\mathbf{\Pi}} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше* 2 *оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный и* ***2)*** *найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение.

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$= (x+1)^2 (\quad)'' - 2(x+1)(\quad)' + 2(\quad) =$

$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\qquad)' + 2(\qquad) =$

$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2($ $) =$

$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) -$

$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) +$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$

$$+ (x+1)^2 \mu h''(x) - 2(x+1)\mu h'(x) + 2\mu h(x) =$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$

$$+ (x+1)^2 \mu h''(x) - 2(x+1)\mu h'(x) + 2\mu h(x) =$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$

$$+ (x+1)^2 \mu h''(x) - 2(x+1)\mu h'(x) + 2\mu h(x) =$$

$$= \lambda \Big((x+1)^2 g''(x) - 2(x+1) g'(x) + 2g(x) \Big) +$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$

$$+ (x+1)^2 \mu h''(x) - 2(x+1)\mu h'(x) + 2\mu h(x) =$$

$$= \lambda \Big((x+1)^2 g''(x) - 2(x+1) g'(x) + 2g(x) \Big) +$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше* 2 *оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$

$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$

$$+ (x+1)^2 \mu h''(x) - 2(x+1)\mu h'(x) + 2\mu h(x) =$$

$$= \lambda \Big((x+1)^2 g''(x) - 2(x+1) g'(x) + 2g(x) \Big) +$$

$$+ \mu \Big((x+1)^2 h''(x) - 2(x+1) h'(x) + 2h(x) \Big) =$$

$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$
$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$
$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$
$$+ (x+1)^2 \mu h''(x) - 2(x+1)\mu h'(x) + 2\mu h(x) =$$
$$= \lambda \Big((x+1)^2 g''(x) - 2(x+1) g'(x) + 2g(x) \Big) +$$
$$+ \mu \Big((x+1)^2 h''(x) - 2(x+1) h'(x) + 2h(x) \Big) =$$
$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1) *Доказать, что этот оператор линейный;* ***2)*** *...*

Решение. Надо проверить равенство $\hat{L}(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$

$$= (x+1)^2 (\lambda f(x) + \mu h(x))'' - 2(x+1)(\lambda g(x) + \mu h(x))' + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$
$$= (x+1)^2 (\lambda g''(x) + \mu h''(x)) - 2(x+1)(\lambda g'(x) + \mu h'(x)) + 2(\lambda g(x) + \mu h(x)) =$$
$$= (x+1)^2 \lambda g''(x) - 2(x+1)\lambda g'(x) + 2\lambda g(x) +$$
$$+ (x+1)^2 \mu h''(x) - 2(x+1)\mu h'(x) + 2\mu h(x) =$$
$$= \lambda \Big((x+1)^2 g''(x) - 2(x+1) g'(x) + 2g(x) \Big) +$$
$$+ \mu \Big((x+1)^2 h''(x) - 2(x+1) h'(x) + 2h(x) \Big) =$$
$$= \lambda \hat{L}(g(x)) + \mu \hat{L}(h(x)).$$

Мы доказали, что оператор линейный.

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)...; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение.

Проще всего использовать «естественный базис»

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)...; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение.

Проще всего использовать «естественный базис»

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{\qquad\}$

Проще всего использовать «естественный базис»

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{\qquad\}$

Проще всего использовать «естественный базис», получаемый «протаскиванием единички через параметры»:

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{\qquad\}$

Проще всего использовать «естественный базис», получаемый «протаскиванием единички через параметры»:

$f(x) = ax^0 + bx + cx^2$.

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{\qquad\}$

Проще всего использовать «естественный базис», получаемый «протаскиванием единички через параметры»:

$f(x) = ax^0 + bx + cx^2$.

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, \quad\}$

Проще всего использовать «естественный базис», получаемый «протаскиванием единички через параметры»:

$f(x) = ax^0 + bx + cx^2.$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0,\quad\}$

Проще всего использовать «естественный базис», получаемый «протаскиванием единички через параметры»:

$f(x) = ax^0 + bx + cx^2$.

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, \quad\}$

Проще всего использовать «естественный базис», получаемый «протаскиванием единички через параметры»:

$f(x) = ax^0 + bx + cx^2$.

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, \quad\}$

Проще всего использовать «естественный базис», получаемый «протаскиванием единички через параметры»:

$f(x) = ax^0 + bx + cx^2$.

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$

Проще всего использовать «естественный базис», получаемый «протаскиванием единички через параметры»:

$f(x) = ax^0 + bx + cx^2$.

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)...; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$

Матрица оператора определяется формулой:

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)...; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(\quad) =$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) =$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = \quad e_1 + \quad e_2 + \quad e_3,$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) =$ ▭ $e_1 +$ ▭ $e_2 +$ ▭ $e_3,$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i} e_1 + \quad e_2 + \quad e_3,$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + \quad e_3,$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть i-*й столбец матрицы оператора представляет собой*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; 2) *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$[\hat{L}(\quad)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$[\hat{L}(\quad)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$[\hat{L}(x^0)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$[\hat{L}(x^0)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$[\hat{L}(x^0)]_{\mathbf{Б}} = [2x^0]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$$[\hat{L}(x^0)]_{\mathbf{Б}} = [2x^0]_{\mathbf{Б}} = [2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} =$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$.

$$[\hat{L}(x^0)]_{\mathbf{Б}} = [2x^0]_{\mathbf{Б}} = [2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$[\hat{L}(x^0)]_{\mathbf{Б}} = [2x^0]_{\mathbf{Б}} = [2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$$[\hat{L}(x^0)]_{\mathbf{Б}} = [2x^0]_{\mathbf{Б}} = [2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(\ )]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(\ )]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(x)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(x)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(x)]_{\mathbf{Б}} = [-2(x+1) + 2x]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На **линейном пространстве** U **многочленов** над $\mathbb{R}$ степени не выше 2 оператор $\hat{L}$ задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

***1)…; 2)** Найти **матрицу оператора** $\hat{L}$.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(x)]_{\mathbf{Б}} = [-2(x+1) + 2x]_{\mathbf{Б}} = [-2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На **линейном пространстве** U **многочленов** над $\mathbb{R}$ степени не выше 2 оператор $\hat{L}$ задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

***1)…; 2)** Найти **матрицу оператора** $\hat{L}$.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$$[\hat{L}(x)]_{\mathbf{Б}} = [-2(x+1) + 2x]_{\mathbf{Б}} = [-2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На **линейном пространстве** U **многочленов** над $\mathbb{R}$ степени не выше 2 оператор $\hat{L}$ задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

***1)…; 2)** Найти **матрицу оператора** $\hat{L}$.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$$[\hat{L}(x)]_{\mathbf{Б}} = [-2(x+1) + 2x]_{\mathbf{Б}} = [-2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$[\hat{L}(x)]_{\mathbf{Б}} = [-2(x+1) + 2x]_{\mathbf{Б}} = [-2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(\quad)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(\quad)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(x^2)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(x^2)]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(x^2)]_{\mathbf{Б}} = [(x+1)^2 2 - 2(x+1)2x + 2x^2]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$[\hat{L}(x^2)]_{\mathbf{Б}} = [(x+1)^2 2 - 2(x+1)2x + 2x^2]_{\mathbf{Б}} = [2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} =$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3,$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$[\hat{L}(x^2)]_{\mathbf{Б}} = [(x+1)^2 2 - 2(x+1)2x + 2x^2]_{\mathbf{Б}} = [2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$[\hat{L}(x^2)]_{\mathbf{Б}} = [(x+1)^2 2 - 2(x+1)2x + 2x^2]_{\mathbf{Б}} = [2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$[\hat{L}(x^2)]_{\mathbf{Б}} = [(x+1)^2 2 - 2(x+1)2x + 2x^2]_{\mathbf{Б}} = [2x^0 + 0x + 0x^2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица оператора определяется формулой:

$\hat{L}(e_i) = L_{1i}e_1 + L_{2i}e_2 + L_{3i}e_3$,

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 31. *На* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 оператор* $\hat{L}$ *задан формулой:*

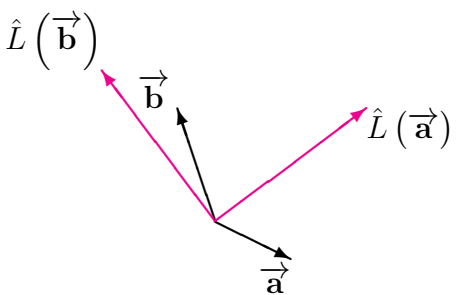
$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

1)…; ***2)*** *Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$.

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\} = \{e_1, e_2, e_3\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

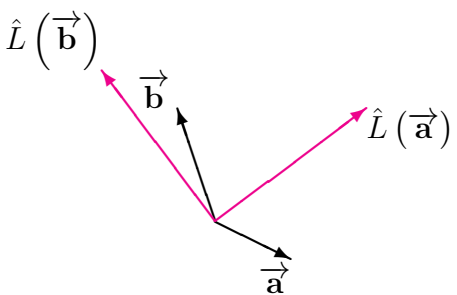
Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.



Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

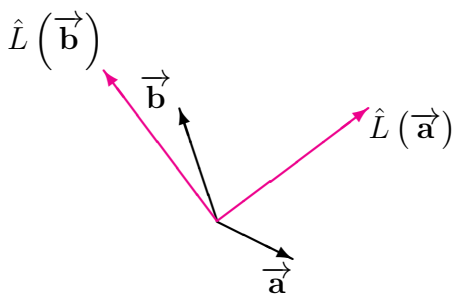
Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$



Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

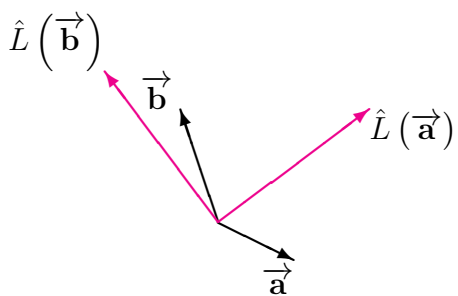
$\hat{L}(\quad) =$



Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

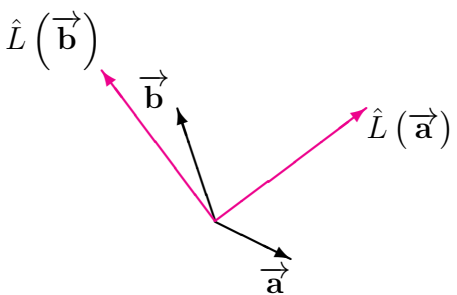
$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) =$



Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

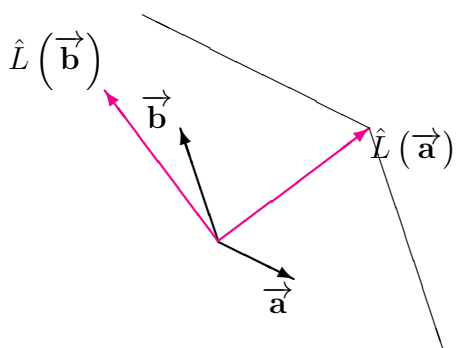
$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = ?\vec{\mathbf{a}} + ?\vec{\mathbf{b}}$.



Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

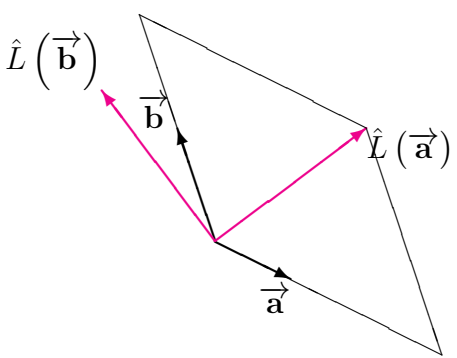
$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = ?\vec{\mathbf{a}} + ?\vec{\mathbf{b}}$.



Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

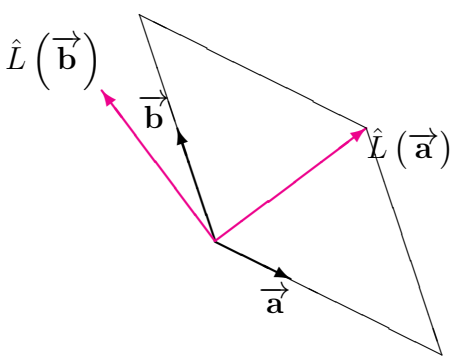
$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = ?\vec{\mathbf{a}} + ?\vec{\mathbf{b}}$.



Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

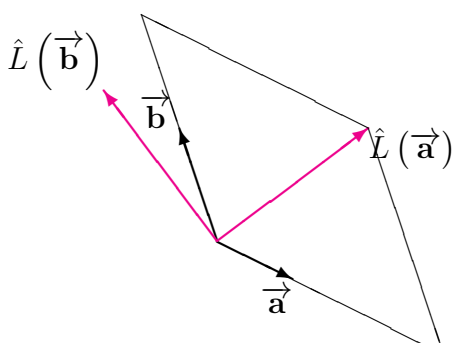
$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}$.



Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & \\ 2 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}$.

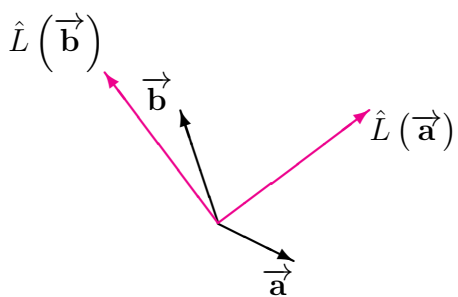


Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & \\ 2 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}$.

$\hat{L}(\quad) =$

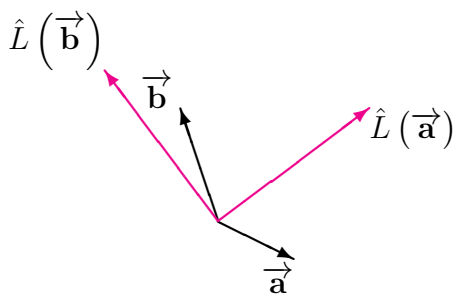


Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & \\ 2 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}$.

$\hat{L}(\vec{\mathbf{b}}) =$

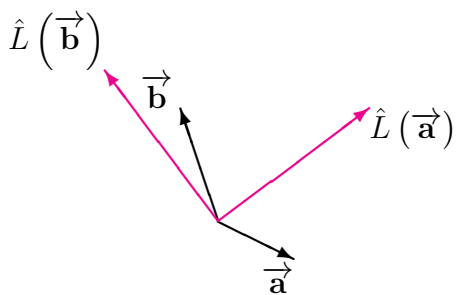


Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & \\ 2 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}.$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{b}}) = ?\vec{\mathbf{a}} + ?\vec{\mathbf{b}}.$

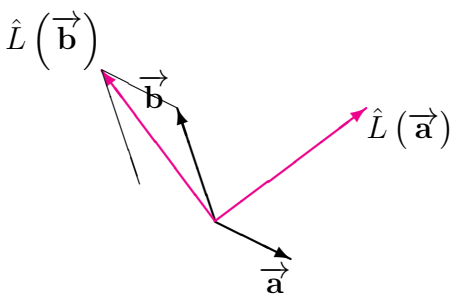


Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & \\ 2 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}.$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{b}}) = ?\vec{\mathbf{a}} + ?\vec{\mathbf{b}}.$

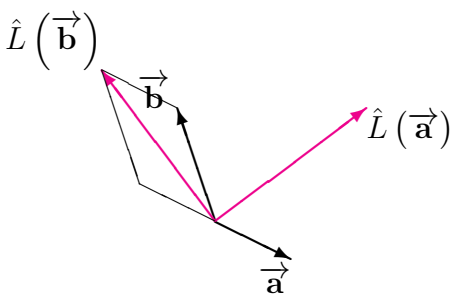


Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & \\ 2 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}.$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{b}}) = ?\vec{\mathbf{a}} + ?\vec{\mathbf{b}}.$

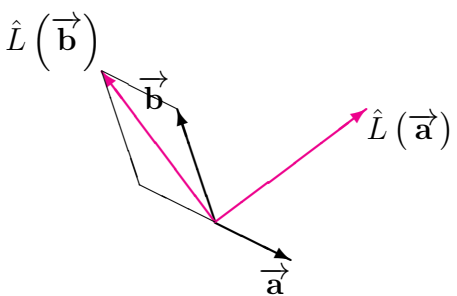


Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & \\ 2 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}.$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{b}}) = -\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}.$

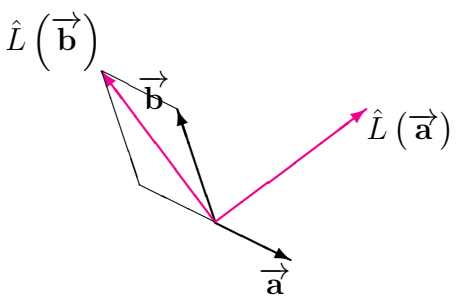


Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}.$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{b}}) = -\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}.$

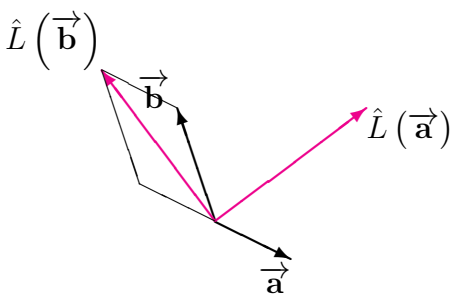


Пример 32. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти* ***матрицу оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{a}}) = 3\vec{\mathbf{a}} + 2\vec{\mathbf{b}}.$

$\hat{L}(\vec{\mathbf{b}}) = -\vec{\mathbf{a}} + \vec{\mathbf{b}}.$



Вернёмся к лекции?

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите*

а) матрицу этого линейного оператора;

б) *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора.***

Решение.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение. **Б =** **В =**

Сначала выберем базисы этих пространств.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение. **Б** $=\{\quad\}$, **В** $=$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора****; **б)**...*

Решение. **Б** $=\{\quad\}$, **В** $=$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение. **Б** $=\{\quad\}$, **В** $=$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a + bx + cx^2$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение. **Б** $=\{\quad\}$, **В** $=$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a + bx + cx^2$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение. **Б** $= \{x^0, \quad\}$, **В** $=$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a + bx + cx^2$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение. **Б** $= \{x^0, \quad\}$, **В** $=$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a + bx + cx^2$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение. **Б** $=\{x^0, x, \quad\}$, **В** $=$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a + bx + cx^2$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. **Б** $=\{x^0, x, \quad\}$, **В** $=$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a + bx + cx^2$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)*** *...*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{В} =$

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a + bx + cx^2$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\qquad\qquad\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ \gamma & \delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ \gamma & \delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ \gamma & \delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1 & \\ & \end{pmatrix},\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix},\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ \gamma & \delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\ \gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\ \gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&1\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ \gamma & \delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\\gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\ \gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\1&\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\ \gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\ \gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\ \gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}&\\&1\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\\gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Сначала выберем базисы этих пространств.

Возьмем «естественные базисы», полученные «протаскиванием единички через параметры»:

$a+bx+cx^2$, $\begin{pmatrix}\alpha&\beta\\ \gamma&\delta\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора:

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(\quad)=$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=\ \ e_1+\ \ e_2+\ \ e_3+\ \ e_4$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=\ \ e_1+\ \ e_2+\ \ e_3+\ \ e_4$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $\text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i) = a_{1i}e_1 + \quad e_2 + \quad e_3 + \quad e_4$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+\ \ e_3+\ \ e_4$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+\ \ e_4$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$,

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}$.

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\text{Б,В}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$. $\hat{A}(\quad)=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\text{Б,В}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$. $\hat{A}(\quad)=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $\text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$A_{\text{Б,В}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$. $\hat{A}(x^0) =$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i) = a_{1i}e_1 + a_{2i}e_2 + a_{3i}e_3 + a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** *б)...*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$. $\hat{A}(x^0) =$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i) = a_{1i}e_1 + a_{2i}e_2 + a_{3i}e_3 + a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой* $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. *Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $\text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$A_{\text{Б,В}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i) = a_{1i}e_1 + a_{2i}e_2 + a_{3i}e_3 + a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^0)=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}=$

$=\square\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\text{Б,В}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x^0)=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}=$$
$$=1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\text{Б,В}}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x^0)=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}=$$
$$=1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\text{Б,В}}=\begin{pmatrix}1&&&\\0&&&\\1&&&\\0&&&\end{pmatrix}$. $\hat{A}(\ )=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&&\\0&&\\1&&\\0&&\end{pmatrix}$. $\hat{A}(\ )=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}$. $\hat{A}(x)=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** *б)...*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $\text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$A_{\text{Б,В}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$. $\hat{A}(x) =$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i) = a_{1i}e_1 + a_{2i}e_2 + a_{3i}e_3 + a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** *б)...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&&&\\0&&&\\1&&&\\0&&&\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x)=\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}=$

$=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите*

а) матрицу этого линейного оператора; ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x)=\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}=$$
$$=\blacksquare\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+\blacksquare\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+\blacksquare\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\blacksquare\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\text{Б,В}}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x)=\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}=$$
$$=1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+(-1)\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\\1&-1\\0&1\end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x)=\begin{pmatrix}1&1\\-1&1\end{pmatrix}=$$
$$=1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+(-1)\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\\1&-1\\0&1\end{pmatrix}$. $\hat{A}(\quad)=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\\1&-1\\0&1\end{pmatrix}$. $\hat{A}(\quad)=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $\text{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$A_{\text{Б,В}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$\hat{A}(x^2) =$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i) = a_{1i}e_1 + a_{2i}e_2 + a_{3i}e_3 + a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** *б)...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\\1&-1\\0&1\end{pmatrix}.$$

$\hat{A}(x^2)=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** *б)...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\\1&-1\\0&1\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2)=\begin{pmatrix}1&2\\1&-2\end{pmatrix}=$

$=$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\\1&-1\\0&1\end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x^2)=\begin{pmatrix}1&2\\1&-2\end{pmatrix}=$$
$$=\square\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+\square\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\\1&-1\\0&1\end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x^2)=\begin{pmatrix}1&2\\1&-2\end{pmatrix}=$$
$$=1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x^2)=\begin{pmatrix}1&2\\1&-2\end{pmatrix}=$$
$$=1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}:\ U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а) матрицу этого линейного оператора;*** ***б)****...*

Решение. $\text{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\text{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$.

$$A_{\text{Б,В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}.$$

Формула для матрицы оператора: $\hat{A}(e_i)=a_{1i}e_1+a_{2i}e_2+a_{3i}e_3+a_{4i}e_4$, то есть *$i$-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$

$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$

$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\,[(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$ $\qquad x-1=$

$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\,[(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$ $\qquad x-1=\quad x^0+\ x+\ x^2.$

$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\,[(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$ $\qquad x-1=(-1)x^0+1x+0x^2$.

$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$ $\qquad x-1=(-1)x^0+1x+0x^2.$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$ $\qquad x-1=(-1)x^0+1x+0x^2.$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}$ $\qquad x-1=(-1)x^0+1x+0x^2.$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\1\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}=$$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\,[(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\1\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}=$$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\,[(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\1\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\1\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\1\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\1\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0, x, x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x-1)=\begin{pmatrix}0&1\\-2&1\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\1\end{pmatrix}.$$

Результаты совпали!

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$

$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$

$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$

$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$ $\qquad x^2-1=$

$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U \mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x)) = \begin{pmatrix} f(1) & f'(1) \\ f(-1) & f'(-1) \end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0, x, x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

$x^2 - 1 = \quad x^0 + \quad x + \quad x^2.$

$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}} = A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$ $\qquad x^2-1=(-1)x^0+0\cdot x+1x^2$.

$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$ $\qquad x^2-1=(-1)x^0+0x+1x^2.$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$ $\qquad x^2-1=(-1)x^0+0x+1x^2.$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}$ $\qquad x^2-1=(-1)x^0+0x+1x^2.$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}=$$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}=$$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора****.*

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$,
$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Результаты совпали!

Пример 33. *Пусть U — линейное пространство из примера 29, V — линейное пространство 2×2-матриц над $\mathbb{R}$, линейный оператор $\hat{A}: U\mapsto V$ задан формулой $\hat{A}(f(x))=\begin{pmatrix} f(1) & f'(1)\\ f(-1) & f'(-1)\end{pmatrix}$. Найдите* ***а)*** *...;* ***б)*** *$\hat{A}(x-1)$; $\hat{A}(x^2-1)$ по определению и с помощью* ***теоремы о координатах образа вектора***.

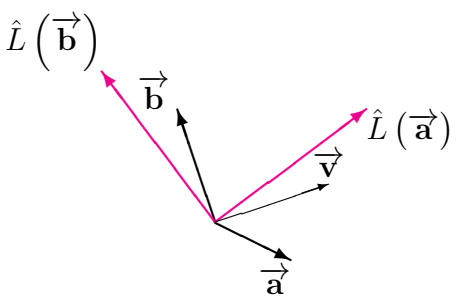
Решение. $\mathbf{Б}=\{x^0,x,x^2\}$, $\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$, $A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}$.

$$\hat{A}(x^2-1)=\begin{pmatrix}0&2\\0&-2\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+0\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+(-2)\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$$

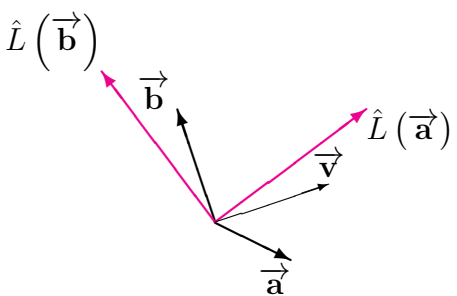
$$\left[\hat{A}(x^2-1)\right]_{\mathbf{В}}=A_{\mathbf{Б},\mathbf{В}}\left[(x^2-1)\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&2\\1&-1&1\\0&1&-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\2\\0\\-2\end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой пример?**

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*



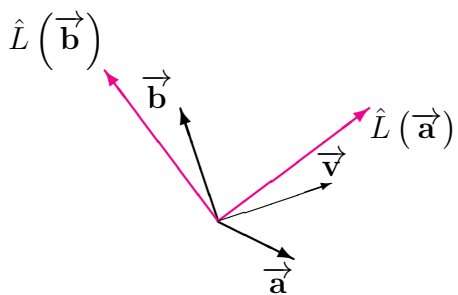
Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*



Решение.

Матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ мы уже нашли.

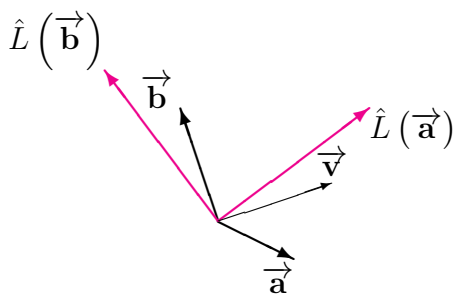
Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*



Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} =$

Матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ мы уже нашли.

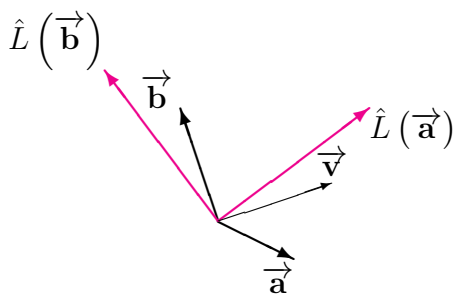
Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*



Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

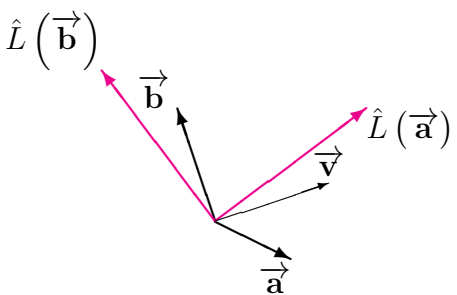
Матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ мы уже нашли.

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*



Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

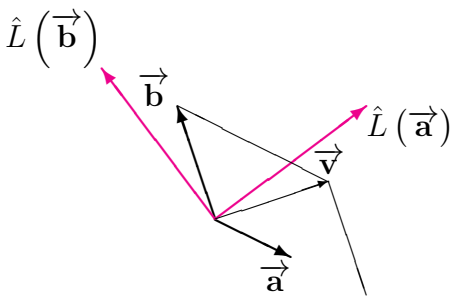


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) =$

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

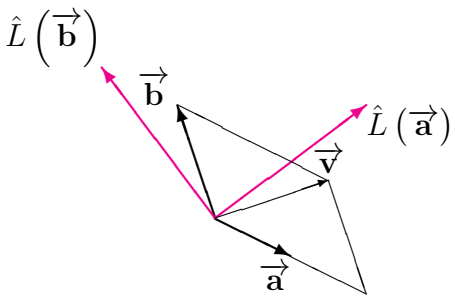


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) =$

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

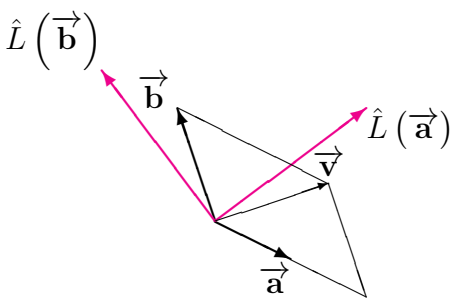


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) =$

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

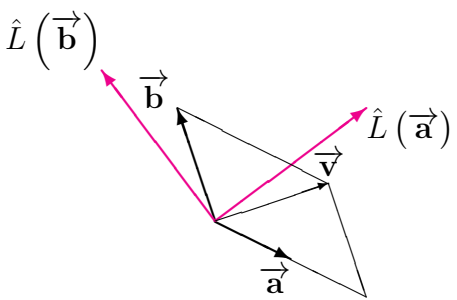


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ \\ \ \end{pmatrix} =$

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

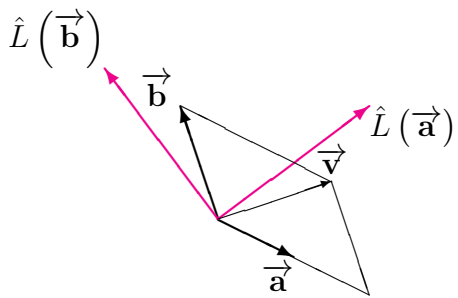


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

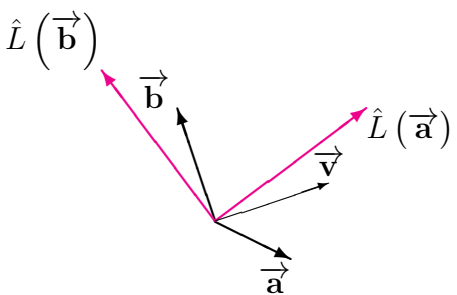


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

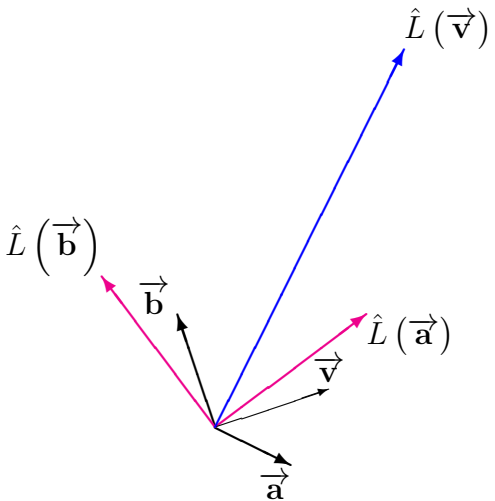


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Проверим геометрически, используя **результаты решения примера** 28.

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*



Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

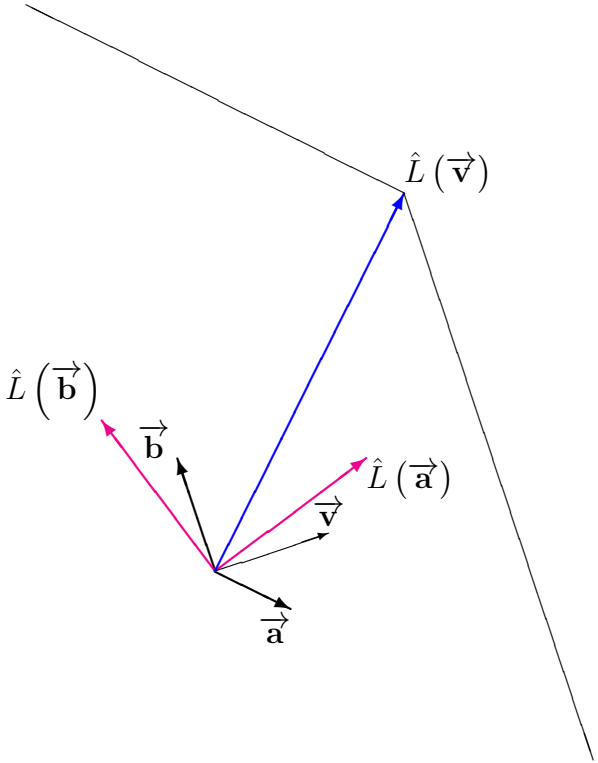
Проверим геометрически, используя **результаты решения примера** 28.

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

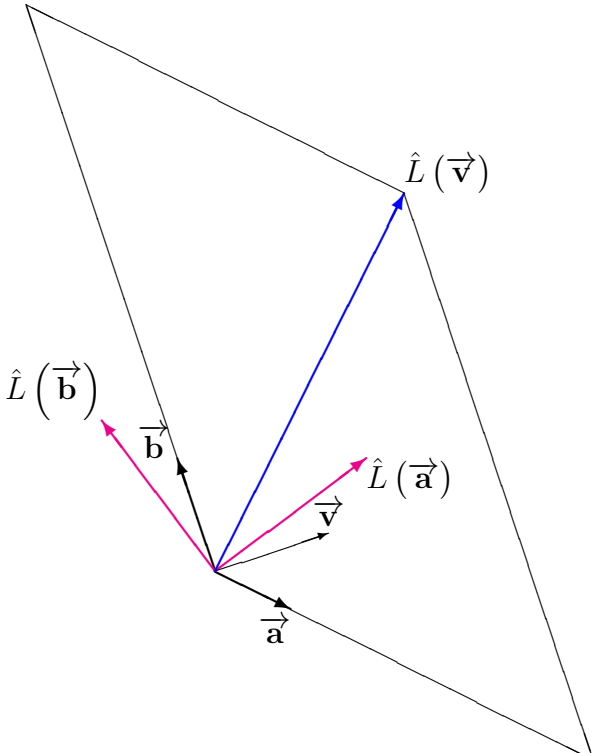
Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Проверим геометрически, используя **результаты решения примера** 28.



Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

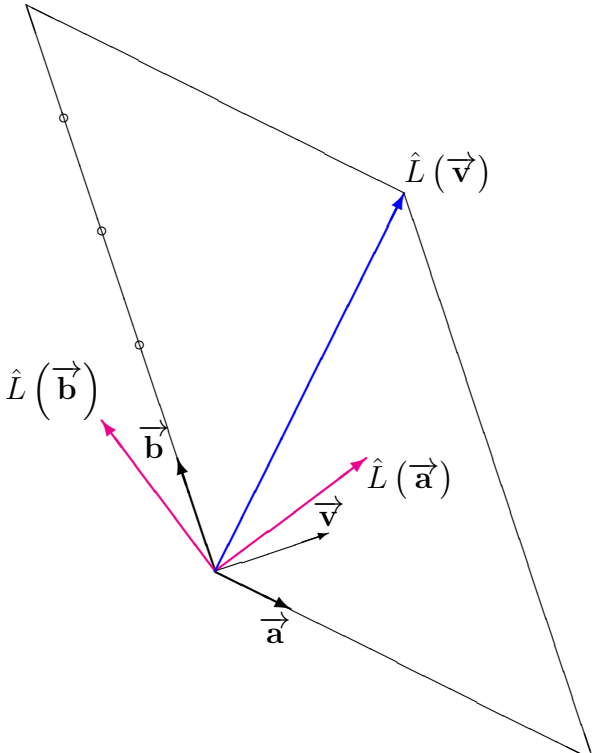


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}},\vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Проверим геометрически, используя **результаты решения примера** 28.

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

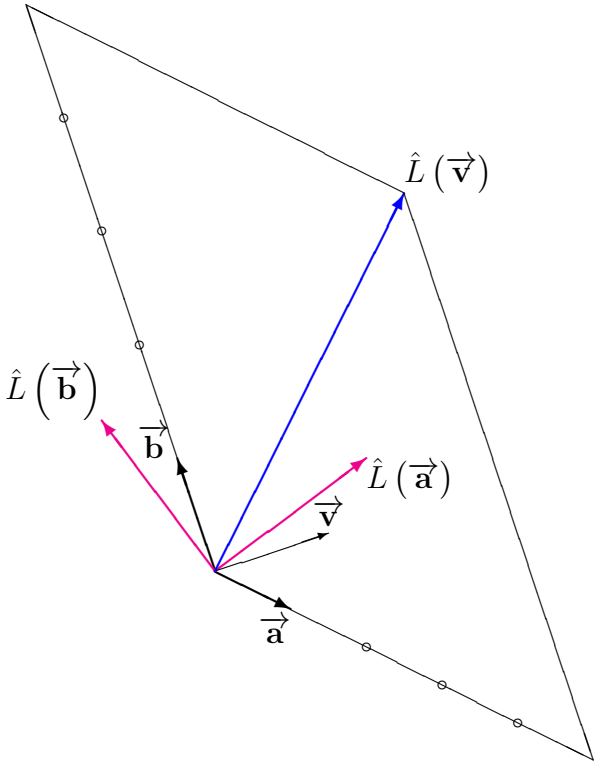


Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}},\vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Проверим геометрически, используя **результаты решения примера** 28.

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*



Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}},\vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

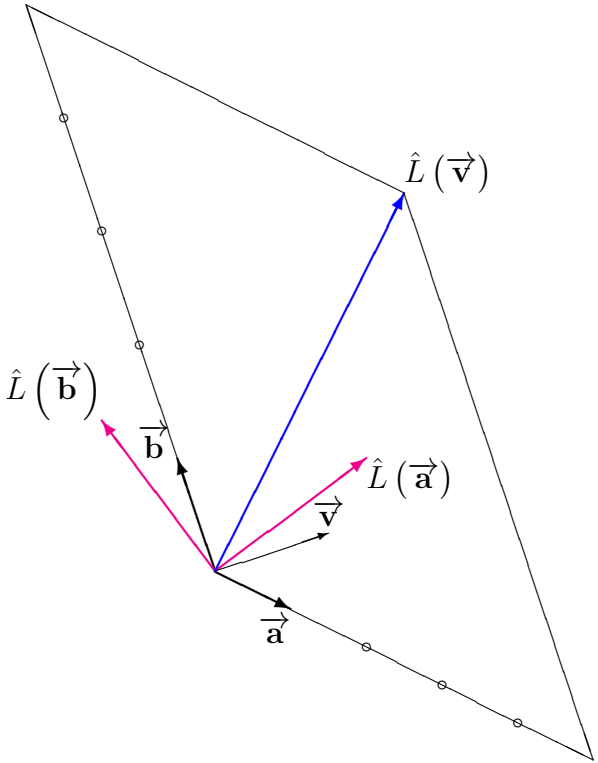
Проверим геометрически, используя **результаты решения примера** 28.

Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Итак, $\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = 5\vec{\mathbf{a}} + 5\vec{\mathbf{b}}$.

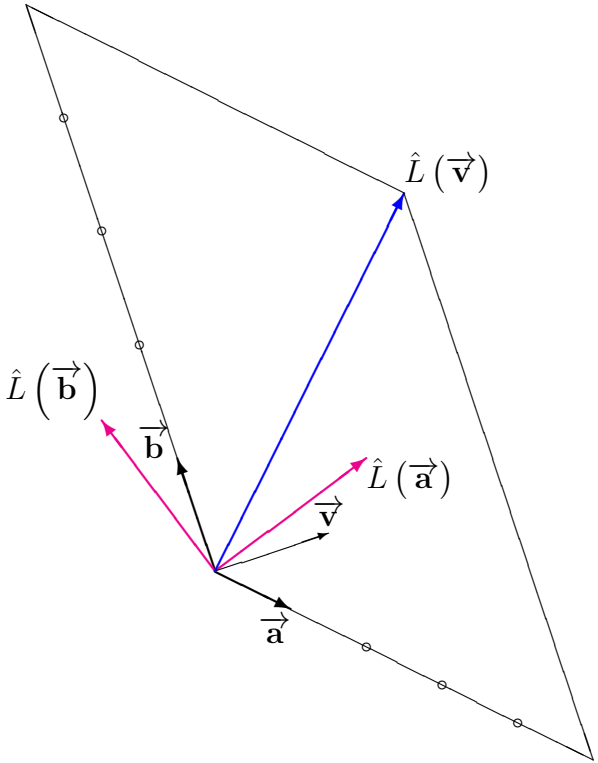


Пример 34. *Изображены образы векторов* $\vec{\mathbf{a}}$ *и* $\vec{\mathbf{b}}$ *под действием линейного оператора* $\hat{L}$ *(см.* ***пример 28****). Найти образ вектора* $\vec{\mathbf{v}}$ *с помощью* ***матрицы оператора*** $\hat{L}$ *в базисе* $\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$ *(см.* ***пример 32****).*

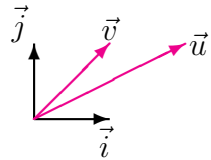
Решение. $L_{\left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L}(\vec{\mathbf{v}}) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции?



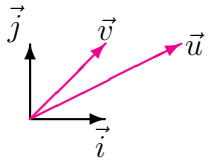
Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

Решение.

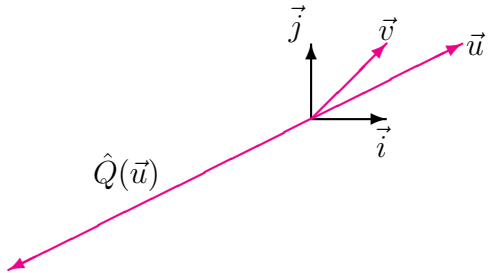
Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

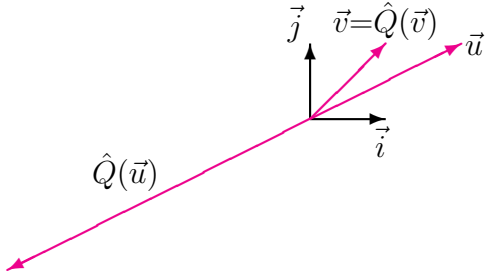
Решение. Изобразим образы векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$.

Пример 35.
Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. Изобразим образы векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$.

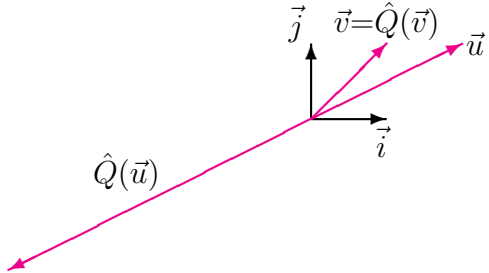
Пример 35.
Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. Изобразим образы векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$.

Пример 35.

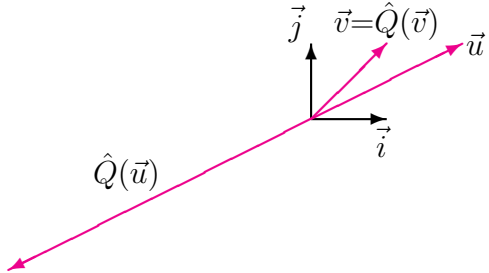
Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} =$

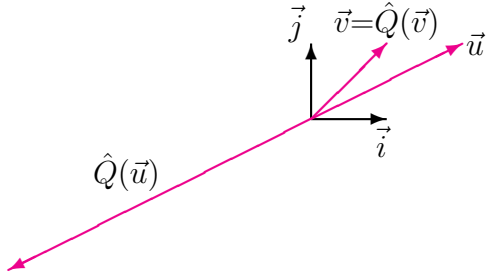
Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

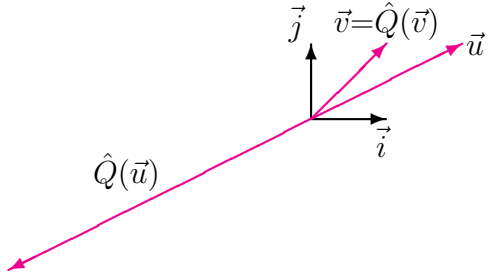
Пример 35.
Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

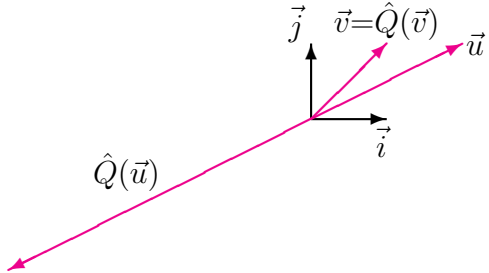
Пример 35.
Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:
$\hat{Q}(\ \ ) =$

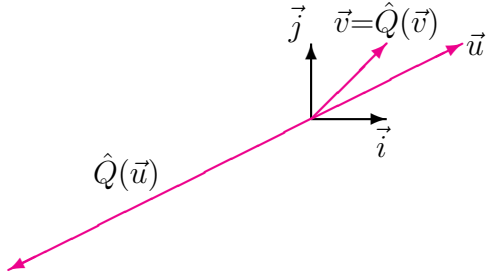
Пример 35.
Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:
$\hat{Q}(e_i) =$

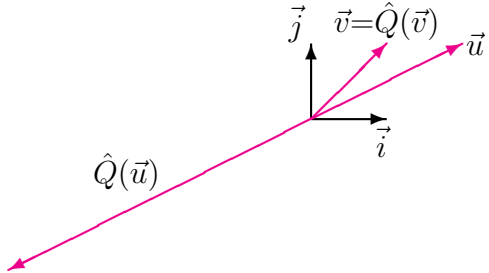
Пример 35.
Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:
$\hat{Q}(e_i) = \quad e_1 + \quad e_2$

Пример 35.
Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

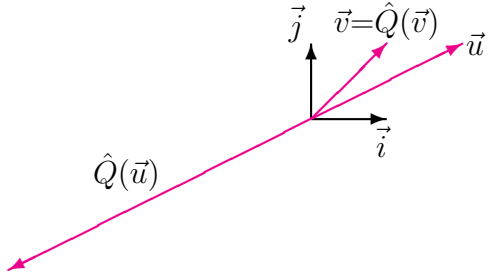


Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:
$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

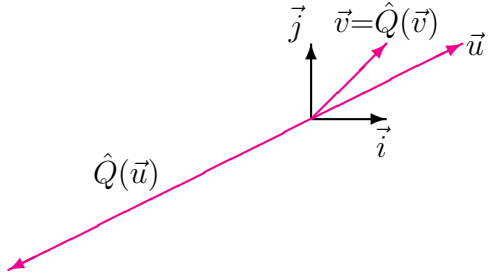
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

то есть i-*й столбец матрицы оператора представляет собой*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

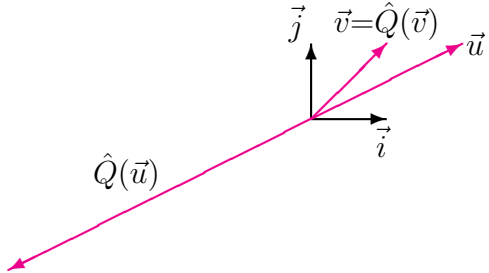
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

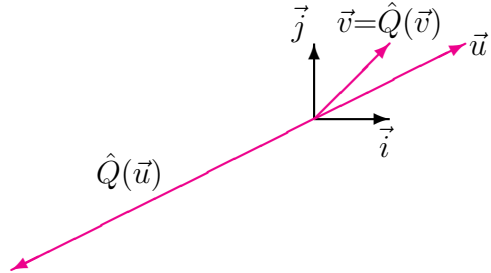
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

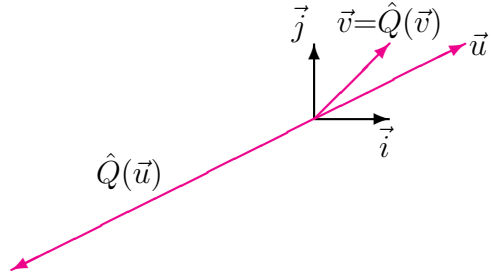
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\quad\}$.

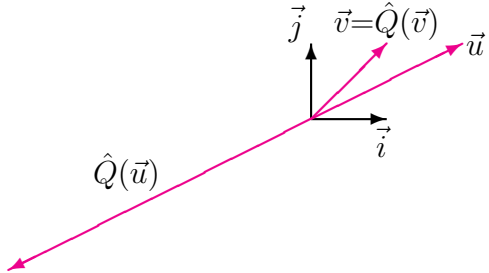
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \left(\quad\quad\right)$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\quad\}$.

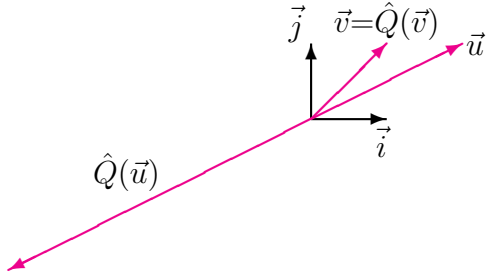
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\quad\}$.

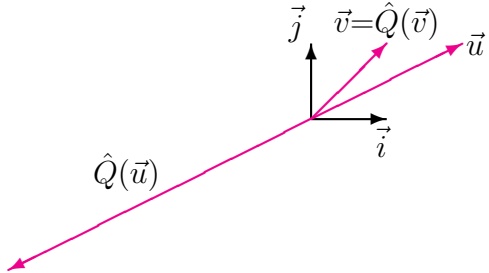
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

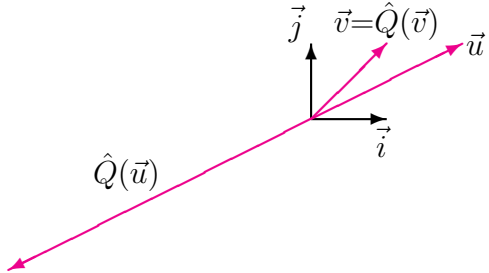
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

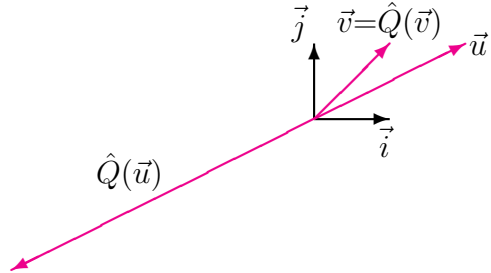
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

$\hat{Q}(\vec{u}) =$

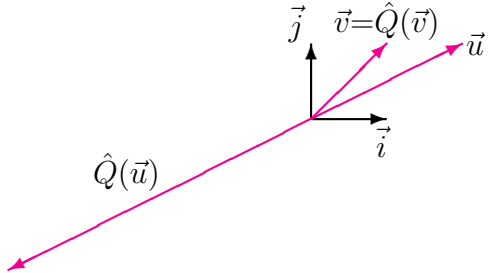
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} =$

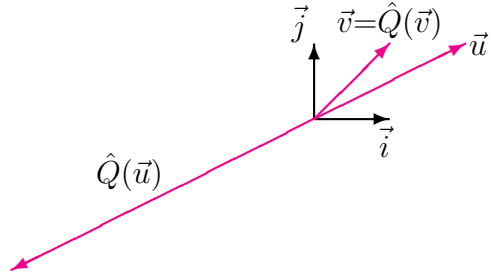
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

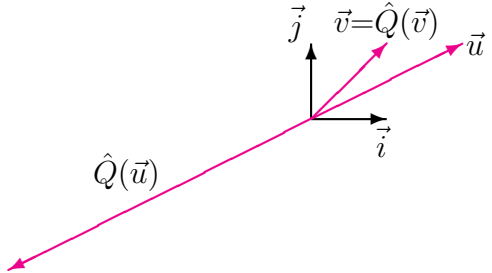
$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} = -2\vec{u} + 0\vec{v}$,

Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} = -2\vec{u} + 0\vec{v}$,

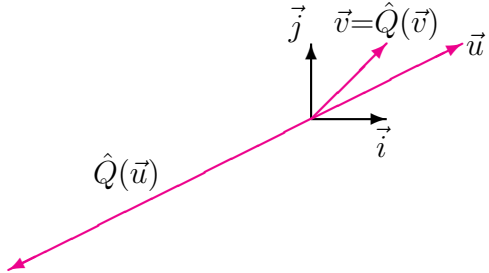
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & \\ 0 & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} = -2\vec{u} + 0\vec{v}$,

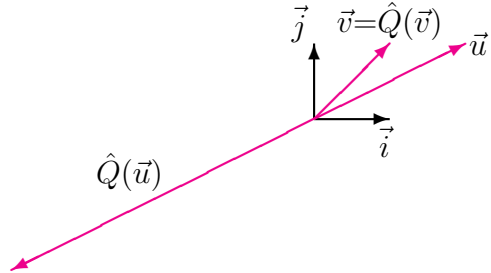
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & \\ 0 & \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} = -2\vec{u} + 0\vec{v}, \quad \hat{Q}(\vec{v}) =$

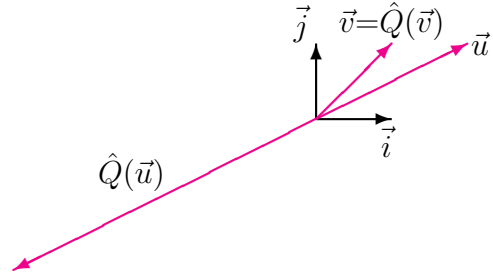
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & \\ & 0 \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} = -2\vec{u} + 0\vec{v}, \quad \hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v} =$

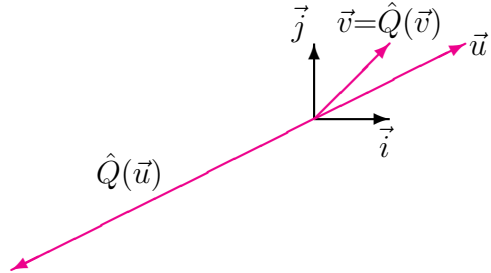
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & \\ & 0 \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} = -2\vec{u} + 0\vec{v}, \quad \hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v} = 0\vec{u} + 1\vec{v}.$

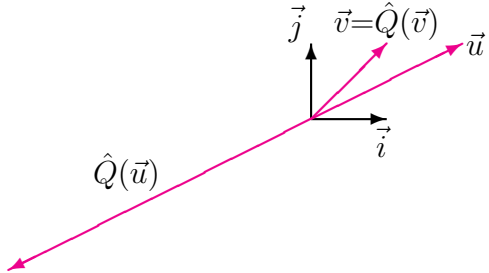
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}.$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & \\ & 0 \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

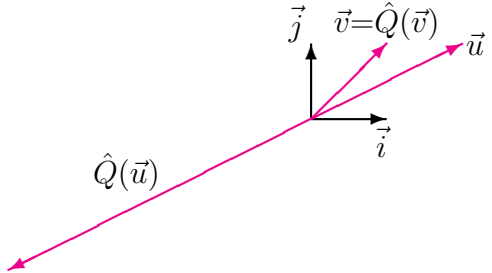
$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} = -2\vec{u} + 0\vec{v}, \quad \hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v} = 0\vec{u} + 1\vec{v}.$

Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}.$

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Проще всего найти матрицу оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

$\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u} = -2\vec{u} + 0\vec{v}$, $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v} = 0\vec{u} + 1\vec{v}$.

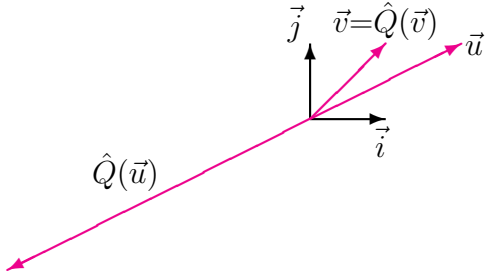
Матрица оператора $\hat{Q}$ определяется формулой:

$\hat{Q}(e_i) = q_{1i}e_1 + q_{2i}e_2 = q_{1i}\vec{u} + q_{2i}\vec{v}$.

то есть *i-й столбец матрицы оператора представляет собой столбец координат образа i-го базисного вектора.*

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

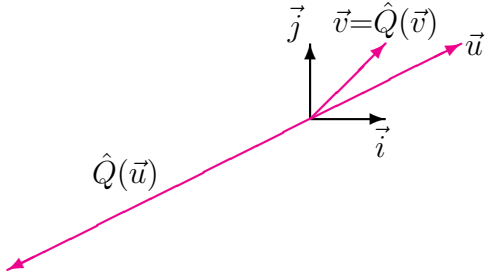


Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



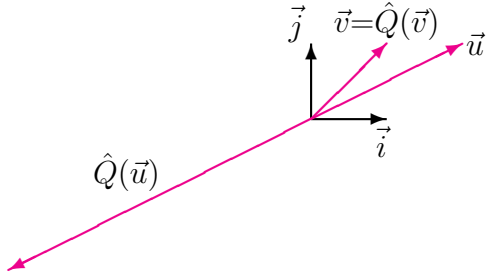
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



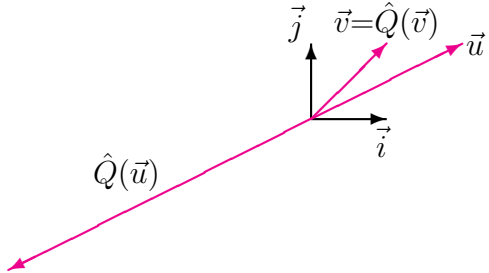
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

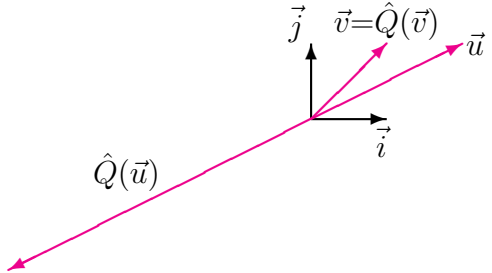


Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

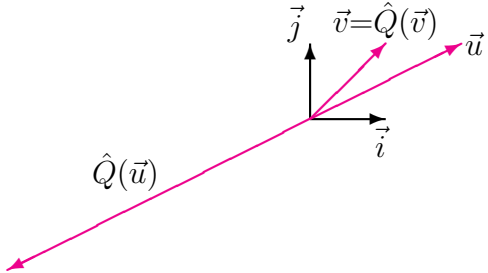
Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C}=\{\vec{u},\vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



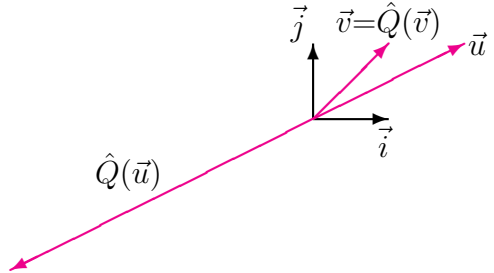
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



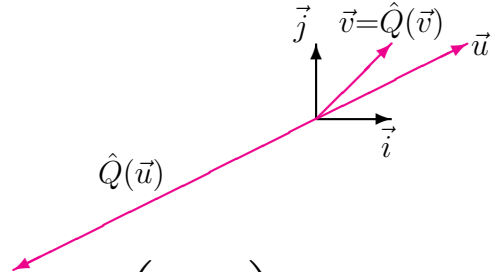
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} =$

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



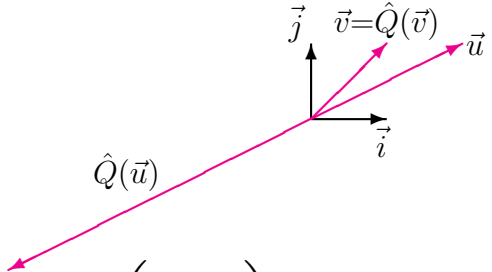
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



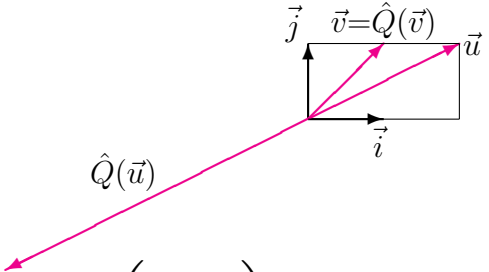
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u} =$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}\ & \\ \ & \end{pmatrix}$.

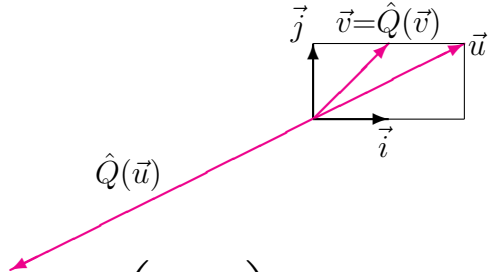
Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C}=\{\vec{u},\vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u}=$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



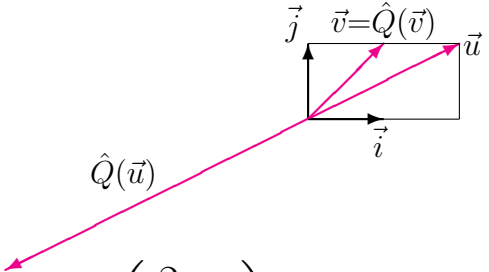
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$,

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

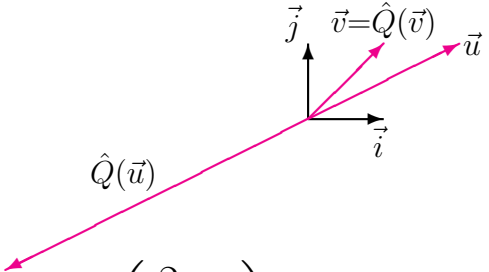
Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C}=\{\vec{u},\vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}$,

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

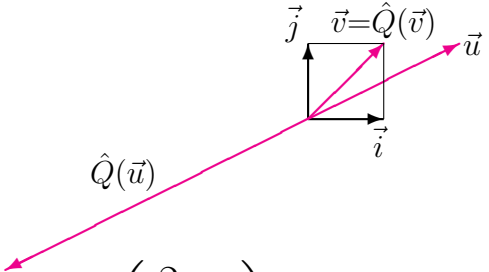
Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C}=\{\vec{u},\vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}$, $\quad \vec{v}=$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}$.

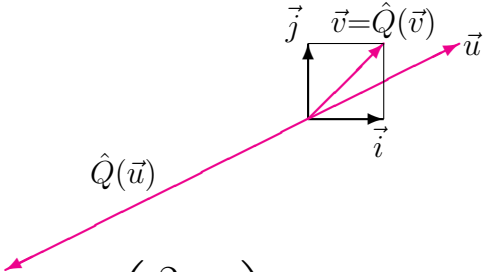
Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C}=\{\vec{u},\vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}$, $\vec{v}=$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



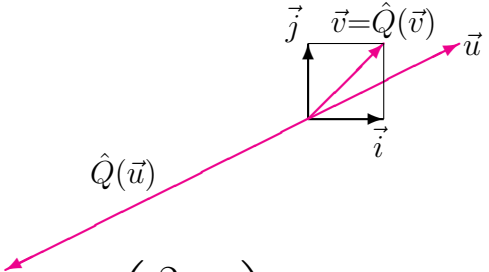
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C} = \{\vec{u}, \vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \vec{v} = \vec{i} + \vec{j}.$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

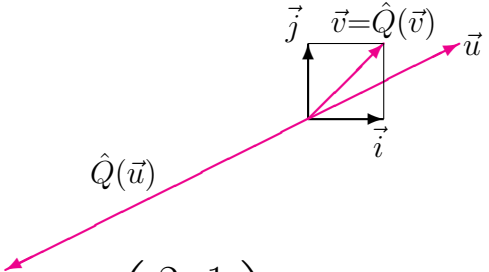
Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2\\ 1\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C}=\{\vec{u},\vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}$, $\quad \vec{v}=1\,\vec{i}+1\,\vec{j}$.

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

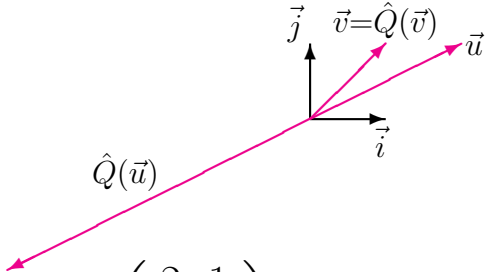
Найдем **матрицу перехода** из $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$ в базис $\mathbf{C}=\{\vec{u},\vec{v}\}$.

Матрица перехода состоит из столбцов координат векторов базиса $\mathbf{C}$ *в базисе* $\mathbf{B}$.

$\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}$, $\quad \vec{v}=1\,\vec{i}+1\,\vec{j}$.

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

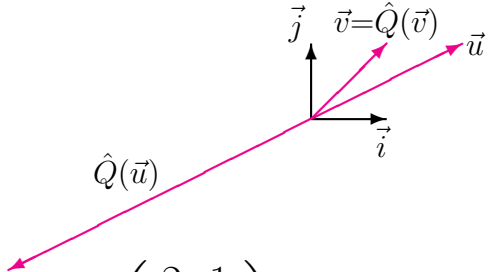


Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**...

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



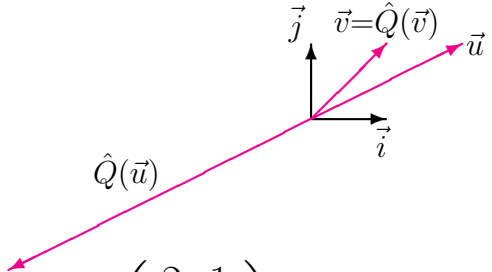
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$Q_{\mathbf{B}} =$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**...

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



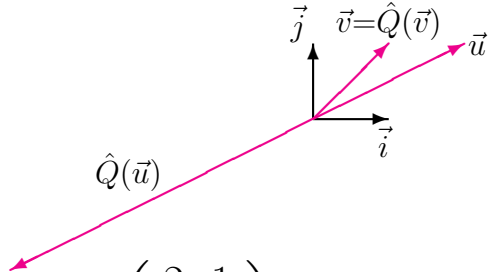
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} =$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**...

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



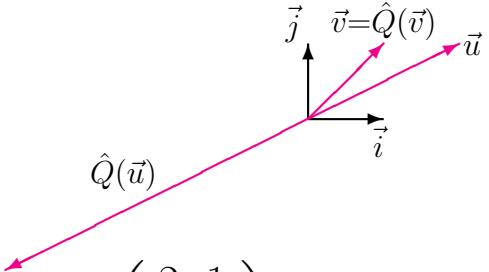
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**...

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

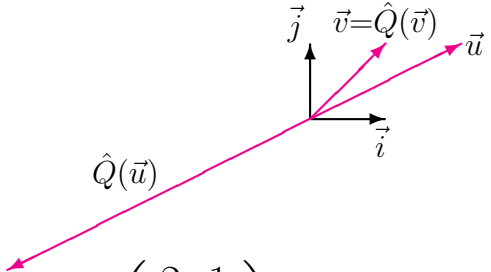
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**...

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

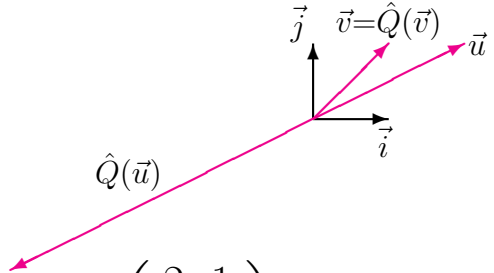
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \ldots$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**...

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

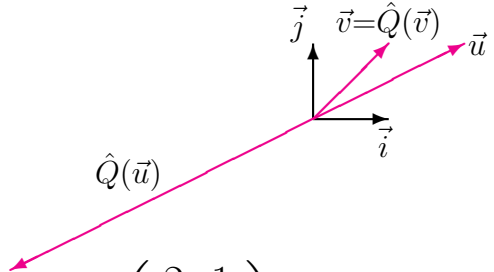
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \ldots$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**...

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.

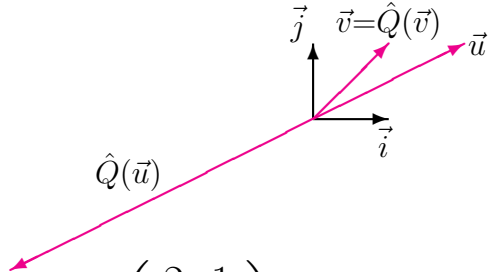


Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

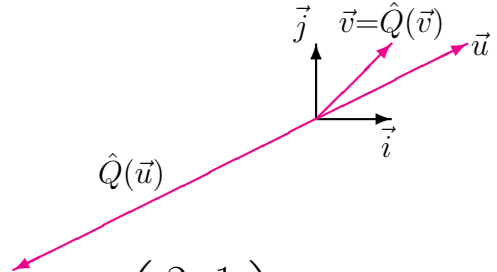
$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\hat{Q}\,(\vec{u})=$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

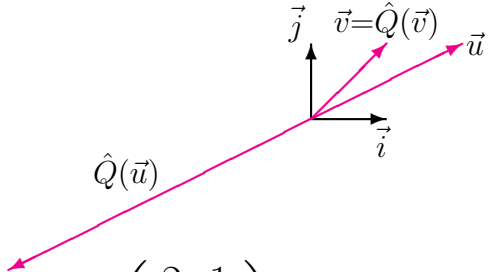
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\hat{Q}\,(\vec{u}) = -2\vec{u}$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

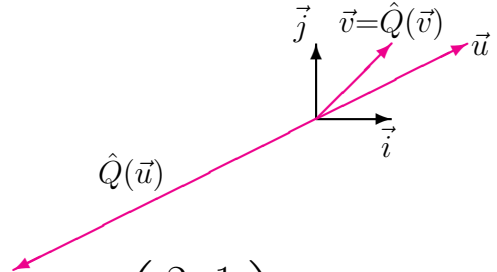
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$= \hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

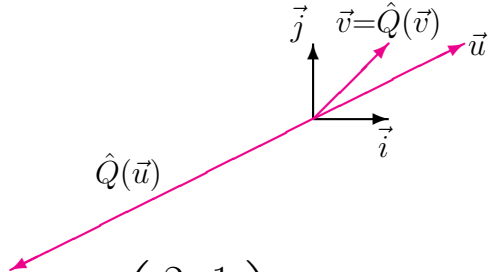
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$= \hat{Q}\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) = \hat{Q}\left(\vec{u}\right) = -2\vec{u}$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

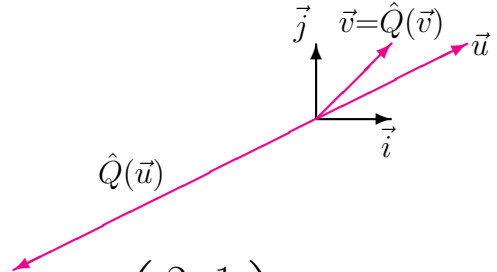
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \hat{Q}\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) = \hat{Q}\left(\vec{u}\right) = -2\vec{u}$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

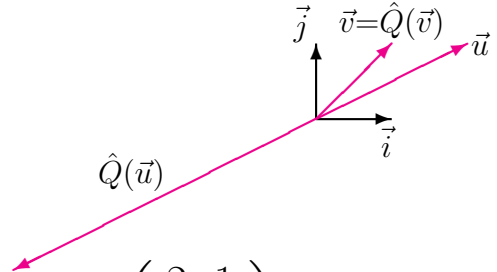
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \hat{Q}\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) = \hat{Q}\left(\vec{u}\right) = -2\vec{u} =$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

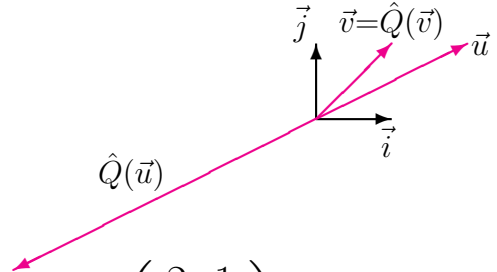
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \hat{Q}\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) = \hat{Q}\left(\vec{u}\right) = -2\vec{u} = -2\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) =$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



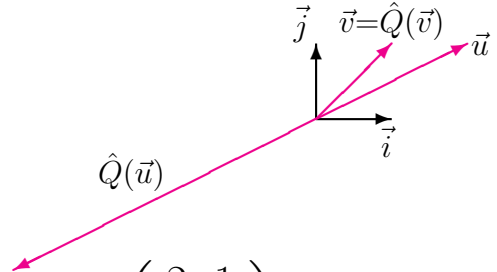
Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \hat{Q}\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) = \hat{Q}\left(\vec{u}\right) = -2\vec{u} = -2\left(2\vec{i} + \vec{j}\right) = -4\vec{i} - 2\vec{j}.$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

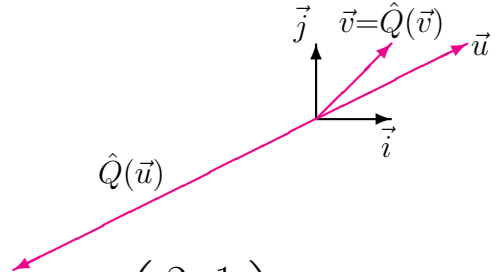
Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \\ \end{cases}$$

$$2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(2\vec{i}+\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{u}\right)=-2\vec{u}=-2\left(2\vec{i}+\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j}.$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

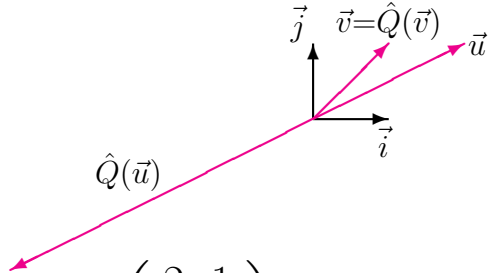
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases} 2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \\ \end{cases}$$

$$\hat{Q}\left(\vec{v}\right) =$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

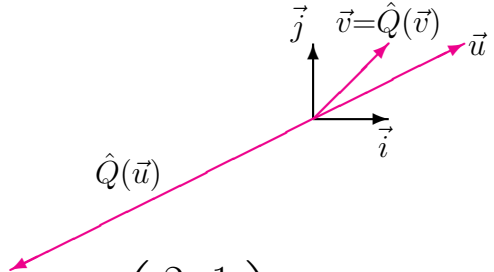
Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \\ \hat{Q}\left(\vec{v}\right)=\vec{v}\end{cases}$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

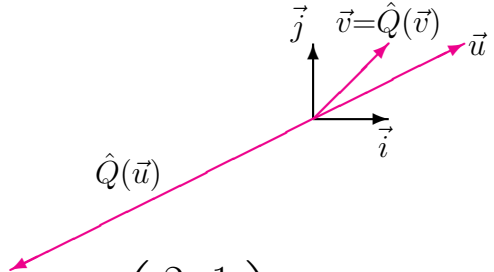
Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \\ =\hat{Q}\left(\vec{v}\right)=\vec{v}\end{cases}$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

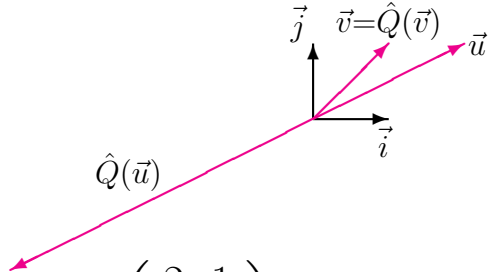
Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \\ =\hat{Q}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{v}\right)=\vec{v}\end{cases}$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

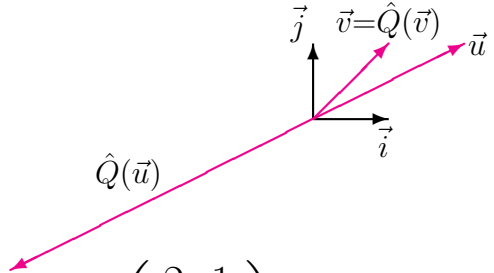
$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \\ \end{cases}$$

$$\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{v}\right)=\vec{v}$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

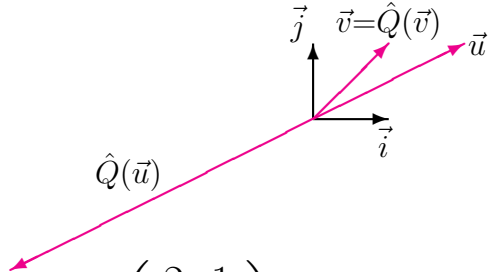
$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \\ \end{cases}$$

$$\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{v}\right)=\vec{v}=$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

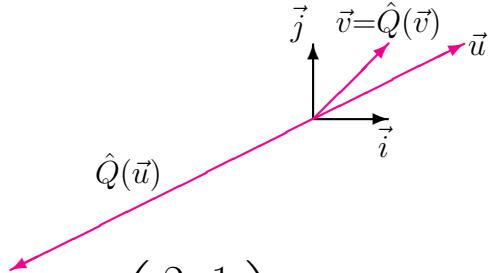
$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \\ \end{cases}$$

$$\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{v}\right)=\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}.$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

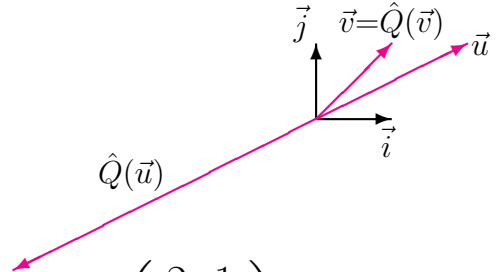
$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\vec{i}+\vec{j}\end{cases}$$

$$\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)=\hat{Q}\left(\vec{v}\right)=\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}.$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

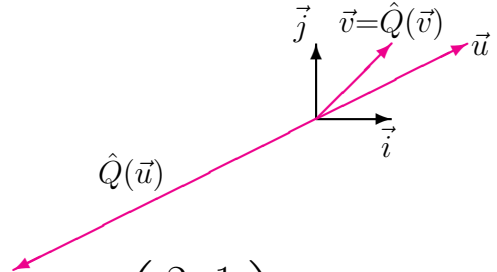
Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\vec{i}+\vec{j}\end{cases}\quad\begin{cases}\hat{Q}\left(\vec{i}\right)=-5\vec{i}-3\vec{j},\\ \end{cases}$$

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

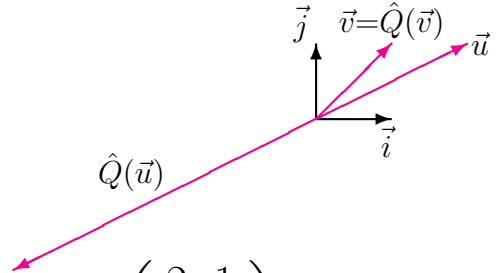
$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\vec{i}+\vec{j}\end{cases}\quad\begin{cases}\hat{Q}\left(\vec{i}\right)=-5\vec{i}-3\vec{j},\\ \hat{Q}\left(\vec{j}\right)=6\vec{i}+4\vec{j}.\end{cases}$$

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

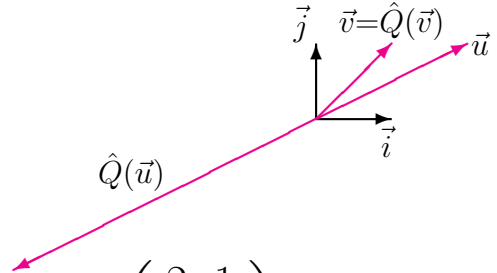
Можно было иначе...

$$\begin{cases} 2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \vec{i} + \vec{j} \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{Q}\left(\vec{i}\right) = -5\vec{i} - 3\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = 6\vec{i} + 4\vec{j}. \end{cases}$$

По определению **матрицы линейного оператора...**

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

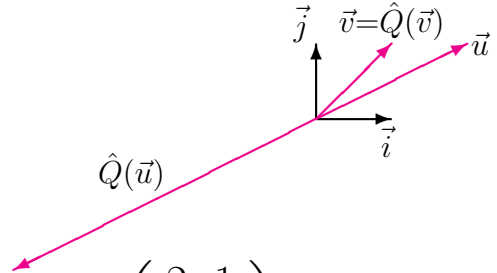
Можно было иначе...

$$\begin{cases} 2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \vec{i} + \vec{j} \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{Q}\left(\vec{i}\right) = -5\vec{i} - 3\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = 6\vec{i} + 4\vec{j}. \end{cases}$$

По определению **матрицы линейного оператора...**

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

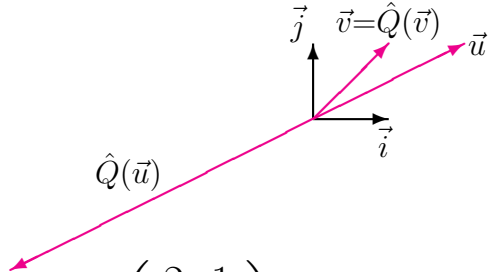
Можно было иначе...

$$\begin{cases} 2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \vec{i} + \vec{j} \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{Q}\left(\vec{i}\right) = -5\vec{i} - 3\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = 6\vec{i} + 4\vec{j}. \end{cases}$$

По определению **матрицы линейного оператора...**

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

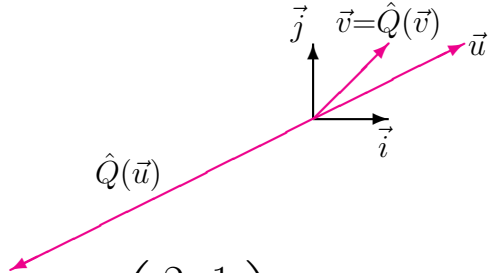
$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases} 2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \vec{i} + \vec{j} \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{Q}\left(\vec{i}\right) = -5\vec{i} - 3\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = 6\vec{i} + 4\vec{j}. \end{cases}$$

По определению **матрицы линейного оператора...**

Пример 35.



Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B}=\left\{\vec{i},\vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u})=-2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v})=\vec{v}$.

Решение. $Q_{\mathbf{C}}=Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}}=T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}\cdot Q_{\mathbf{C}}\cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}}=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-5 & 6\\ -3 & 4\end{pmatrix}.$$

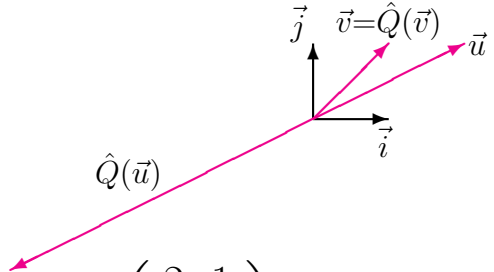
Можно было иначе...

$$\begin{cases}2\hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=-4\vec{i}-2\vec{j},\\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right)+\hat{Q}\left(\vec{j}\right)=\vec{i}+\vec{j}\end{cases}\quad\begin{cases}\hat{Q}\left(\vec{i}\right)=-5\vec{i}-3\vec{j},\\ \hat{Q}\left(\vec{j}\right)=6\vec{i}+4\vec{j}.\end{cases}$$

По определению **матрицы линейного оператора...**

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

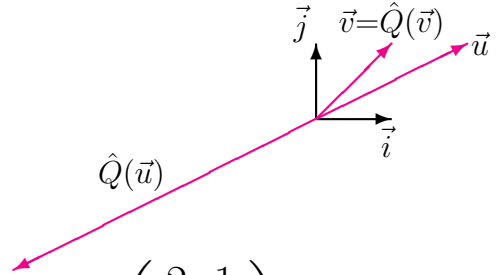
$$\begin{cases} 2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \vec{i} + \vec{j} \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{Q}\left(\vec{i}\right) = -5\vec{i} - 3\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = 6\vec{i} + 4\vec{j}. \end{cases}$$

По определению **матрицы линейного оператора...**

Результаты совпали!

Пример 35.

Найдите матрицу линейного оператора $\hat{Q}$ *в базисе* $\mathbf{B} = \left\{\vec{i}, \vec{j}\right\}$, *если* $\hat{Q}(\vec{u}) = -2\vec{u}$ *и* $\hat{Q}(\vec{v}) = \vec{v}$.



Решение. $Q_{\mathbf{C}} = Q_{\{\vec{u},\vec{v}\}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\quad T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$Q_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} \cdot Q_{\mathbf{C}} \cdot T^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Можно было иначе...

$$\begin{cases} 2\hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{i}\right) + \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = \vec{i} + \vec{j} \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{Q}\left(\vec{i}\right) = -5\vec{i} - 3\vec{j}, \\ \hat{Q}\left(\vec{j}\right) = 6\vec{i} + 4\vec{j}. \end{cases}$$

Вернемся к лекции?

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29, т.е. оператора, на* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше* 2 *заданного формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение.

Решая пример 29, мы нашли в базисе **Б**

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$,

Решая пример 29, мы нашли в базисе $\mathbf{Б}$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$,

Решая пример 29, мы нашли в базисе $\mathbf{Б}$ матрицу этого оператора...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Решая пример 29, мы нашли в базисе $\mathbf{Б}$ матрицу этого оператора...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти?

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.
В каком виде представим ответ?

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ?

Ядро линейного оператора — это

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ?

Ядро линейного оператора — это множество.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ?

Ядро линейного оператора — это множество.

Множество определяется

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ?

Ядро линейного оператора — это множество.

Множество определяется своими элементами.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Ядро линейного оператора — это множество.

Множество определяется своими элементами.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные.

Сначала надо обозначить буквами искомые величины.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные.

Сначала надо обозначить буквами искомые величины.

Мы ищем многочлены — векторы исходного пространства.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные.

Сначала надо обозначить буквами искомые величины.

Мы ищем многочлены — векторы исходного пространства.

Обозначим буквами их коэффициенты — координаты в базисе **Б**.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Сначала надо обозначить буквами искомые величины.

Мы ищем многочлены — векторы исходного пространства.

Обозначим буквами их коэффициенты — координаты в базисе **Б**.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. Есть 2 способа получить уравнение:

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. Б $= \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. Есть 2 способа получить уравнение:

1) воспользоваться известным равенством;

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. Есть 2 способа получить уравнение:

1) воспользоваться известным равенством;

2) вычислить значение некоторой величины двумя способами.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. Есть 2 способа получить уравнение:

1) воспользоваться известным равенством;

2) вычислить значение некоторой величины двумя способами.

Культура работы с понятийным аппаратом предполагает привычку в первую очередь обращаться к определению.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. Б $= \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. Есть 2 способа получить уравнение:

1) воспользоваться известным равенством;

2) вычислить значение некоторой величины двумя способами.

По определению **ядра оператора...**

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. Есть 2 способа получить уравнение:

1) воспользоваться известным равенством;

2) вычислить значение некоторой величины двумя способами.

По определению **ядра оператора...**

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. $\hat{L}(f(x)) = \mathbf{0}$.

1) воспользоваться известным равенством;

2) вычислить значение некоторой величины двумя способами.

По определению **ядра оператора...**

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$= \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$$

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. $\hat{L}(f(x)) = \mathbf{0}$.

1) воспользоваться известным равенством;

2) вычислить значение некоторой величины двумя способами.

По определению **ядра оператора...**

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. Б $= \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$= \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$$

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. $\hat{L}(f(x)) = \mathbf{0}$.

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$= L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$$

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. $\hat{L}(f(x)) = \mathbf{0}$.

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$$

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. $\hat{L}(f(x)) = \mathbf{0}$.

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} =$$

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. $\hat{L}(f(x)) = \mathbf{0}$.

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Что надо найти? **Ядро** оператора.

В каком виде представим ответ? Описанием элементов ядра.

Введем переменные. $f(x) = a + bx + cx^2$.

Составим уравнение. $\hat{L}(f(x)) = \mathbf{0}$.

По **теореме о координатах образа вектора**...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$\operatorname{Ker} \hat{L} =$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(1 \quad -1 \quad 1)$ ФСР:

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР:

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР:

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.
В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.
В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.
В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...
«Протащим единичку через параметры»...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.
В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...
«Протащим единичку через параметры»...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.
В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...
«Протащим единичку через параметры»...

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Значениями неизвестной являются элементы «активного столбика» с обратными знаками.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Значениями неизвестной являются элементы «активного столбика» с обратными знаками.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Значениями неизвестной являются элементы «активного столбика» с обратными знаками.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Значениями неизвестной являются элементы «активного столбика» с обратными знаками.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(\,1 \quad -1 \quad 1\,)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Значениями неизвестной являются элементы «активного столбика» с обратными знаками.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(1 \quad -1 \quad 1)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Значениями неизвестной являются элементы «активного столбика» с обратными знаками.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} =$$

$(1 \quad -1 \quad 1)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

В качестве «настоящей неизвестной» возьмем первую переменную, т.е. a.

В роли параметров выступает вторая и третья переменные, т.е. b, c...

Значениями неизвестной являются элементы «активного столбика» с обратными знаками.

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} = \langle \quad ; \quad \rangle.$$

$(1 \quad -1 \quad 1)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} = \langle \quad ; \quad \rangle.$$

$(1 \quad -1 \quad 1)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} = \langle 1 + x; \qquad \rangle.$$

$(1 \quad -1 \quad 1)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} = \langle 1 + x; \qquad \rangle.$$

$(1 \quad -1 \quad 1)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} = \langle 1 + x; x^2 - 1 \rangle.$$

$(1 \quad -1 \quad 1)$ ФСР: $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} = \left\langle 1 + x; x^2 - 1 \right\rangle.$$

Обратите внимание, что ядро оператора оказалось подпространством!

Пример 36. *Найдите* ***ядро*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = L_{\mathbf{Б}} \left[a + bx + cx^2\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(a + bx + cx^2)\right]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ a + bx + cx^2 \,\middle|\, a - b + c = 0 \right\} = \left\langle 1 + x; x^2 - 1 \right\rangle.$$

Обратите внимание, что ядро оператора оказалось подпространством!

Вернёмся к лекции?

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

Начнем с чертежа.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

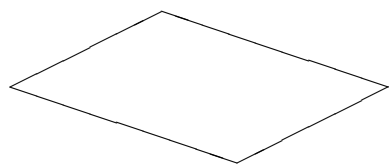
Решение.

Начнем с чертежа.

Изобразим часть плоскости.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

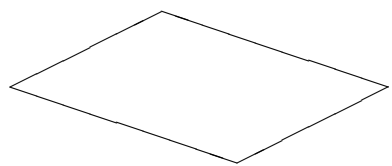


Начнем с чертежа.

Изобразим часть плоскости.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

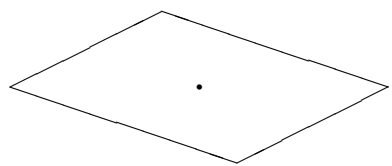


Начнем с чертежа.

Выберем точку на плоскости и отложим от нее вектор $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

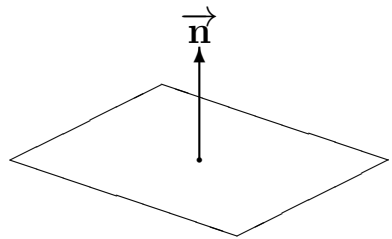


Начнем с чертежа.

Выберем точку на плоскости и отложим от нее вектор $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

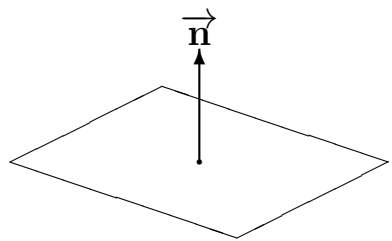


Начнем с чертежа.

Выберем точку на плоскости и отложим от нее вектор $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

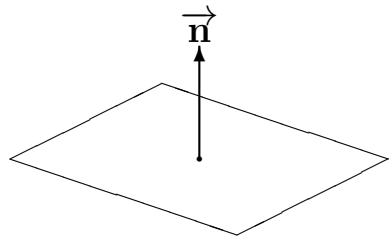
Решение.



Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

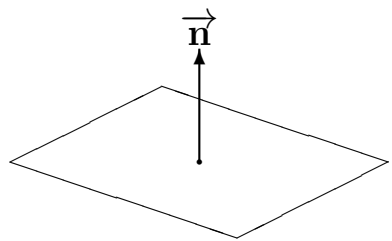


Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) =$

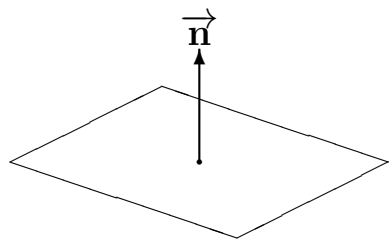


Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$



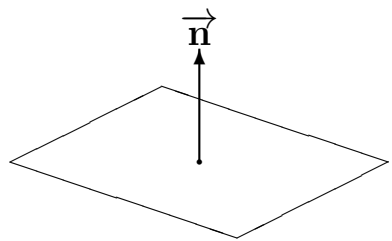
Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$

$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — вектор из



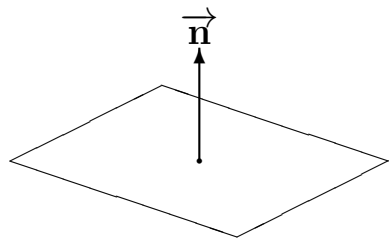
Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение.

$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$

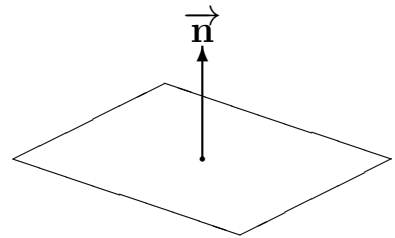
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — вектор из ядра оператора $\hat{P}$.



Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

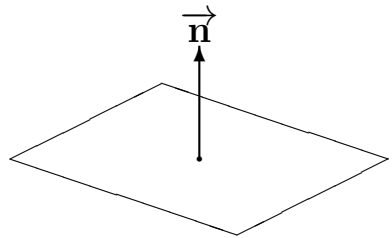
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — вектор из ядра оператора $\hat{P}$.



Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

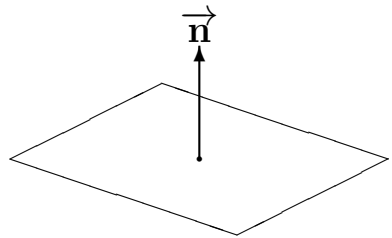
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — вектор из ядра оператора $\hat{P}$.
Есть ли связь с собственными векторами?



Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

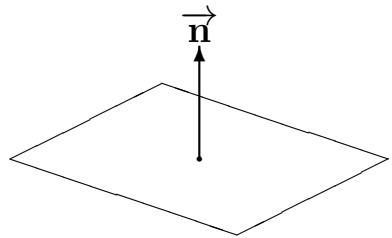
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} =$
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — вектор из ядра оператора $\hat{P}$.
Есть ли связь с собственными векторами?



Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

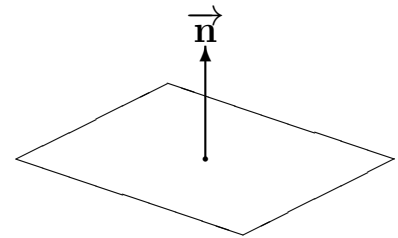
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — вектор из ядра оператора $\hat{P}$.
Есть ли связь с собственными векторами?



Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

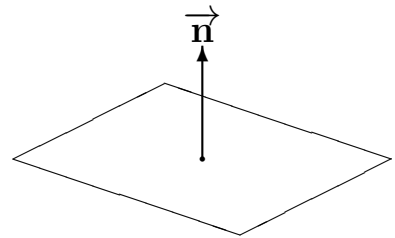
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению



Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

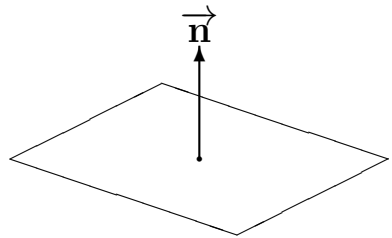
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Если непонятно, с чего начать, попробуем применить стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

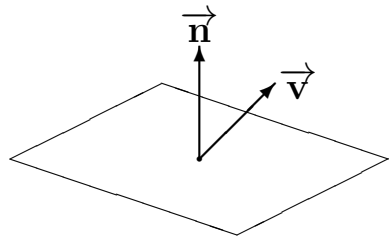
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

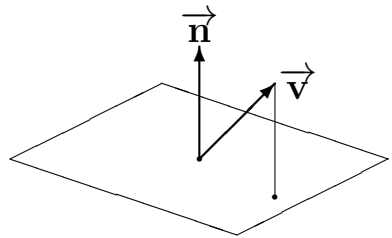
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

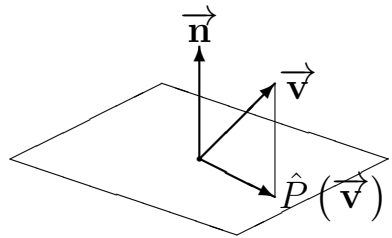
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

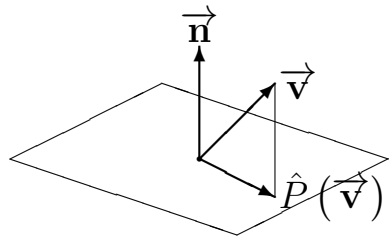
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

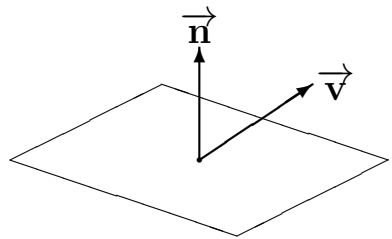


Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Направление вектора изменилось, он не собственный...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

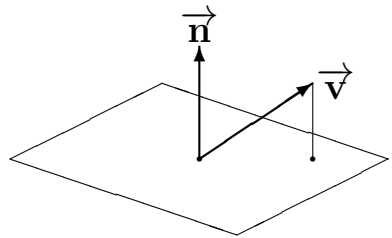


Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Направление вектора изменилось, он не собственный...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

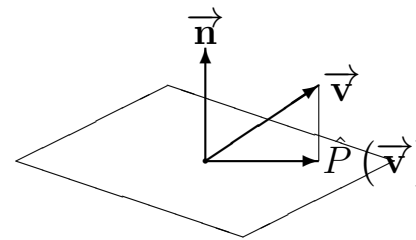


Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Направление вектора изменилось, он не собственный...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

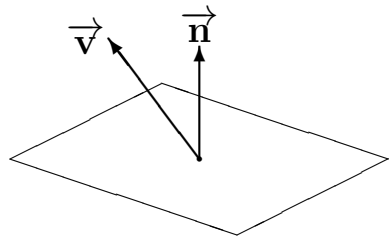


Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Направление вектора изменилось, он не собственный...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

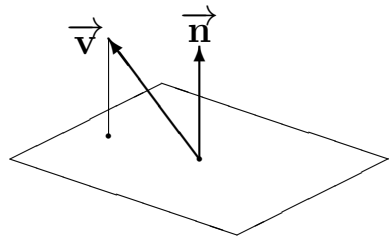


Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Направление вектора изменилось, он не собственный...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

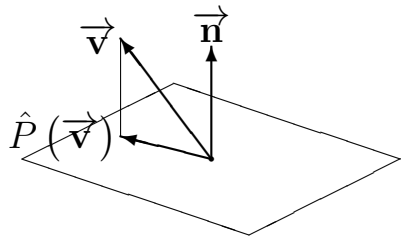


Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Направление вектора изменилось, он не собственный...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

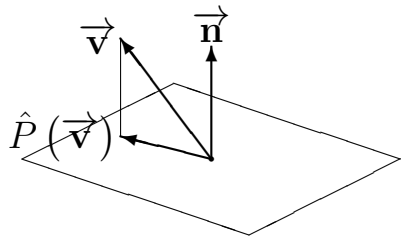


Теперь возьмем вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, не коллинеарный $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Направление вектора изменилось, он не собственный...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

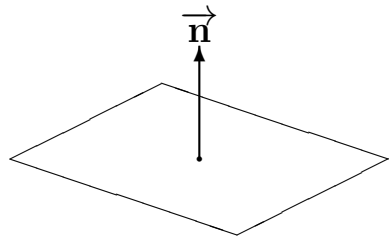
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Рано мы отказались от стратегии приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

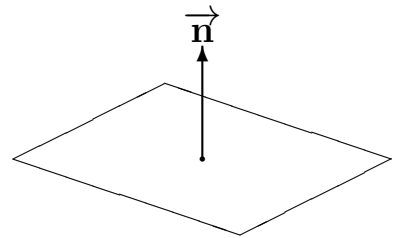
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



А если взять вектор, откладывая который от той же точки, получим направленный отрезок из плоскости?

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

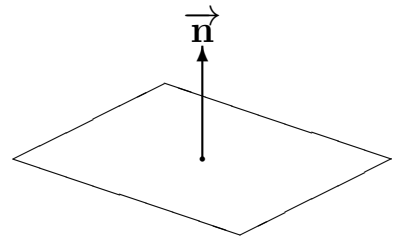


А если взять вектор, откладывая который от той же точки, получим направленный отрезок из плоскости?

Такой вектор называют **направляющим** вектором плоскости.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



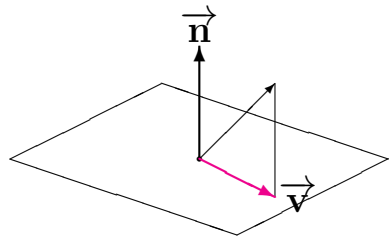
А если взять вектор, откладывая который от той же точки, получим направленный отрезок из плоскости?

Такой вектор называют **направляющим** вектором плоскости.

Например, в качестве $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ возьмем проекции рассмотренных ранее векторов.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



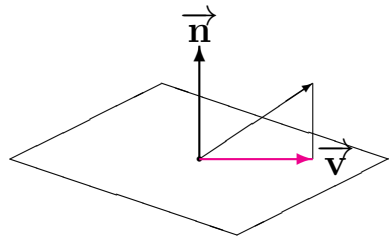
А если взять вектор, откладывая который от той же точки, получим направленный отрезок из плоскости?

Такой вектор называют **направляющим** вектором плоскости.

Например, в качестве $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ возьмем проекции рассмотренных ранее векторов.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



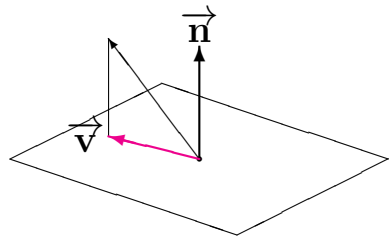
А если взять вектор, откладывая который от той же точки, получим направленный отрезок из плоскости?

Такой вектор называют **направляющим** вектором плоскости.

Например, в качестве $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ возьмем проекции рассмотренных ранее векторов.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



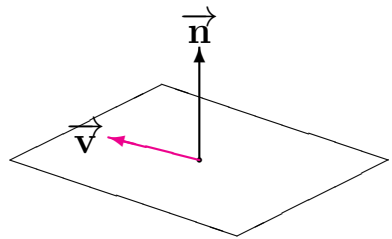
А если взять вектор, откладывая который от той же точки, получим направленный отрезок из плоскости?

Такой вектор называют **направляющим** вектором плоскости.

Например, в качестве $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ возьмем проекции рассмотренных ранее векторов.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

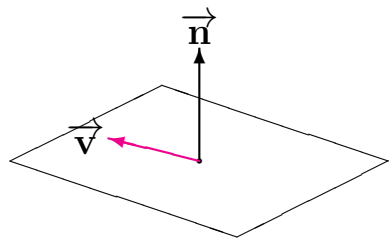
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) =$

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

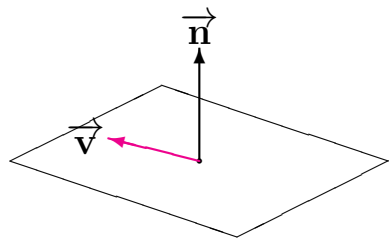
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}}$

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

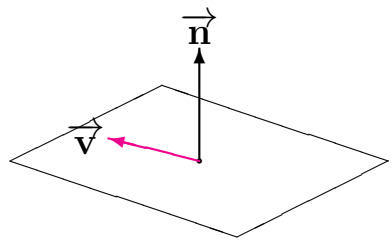
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}}$

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

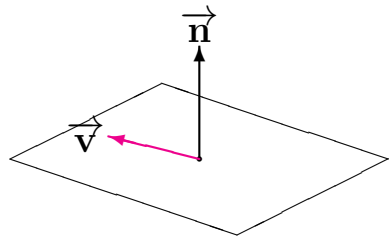


Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}}$

Есть ли связь с собственным вектором оператора $\hat{P}$?

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

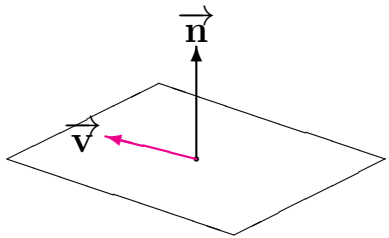
Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} =$
Есть ли связь с собственным вектором оператора $\hat{P}$?

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

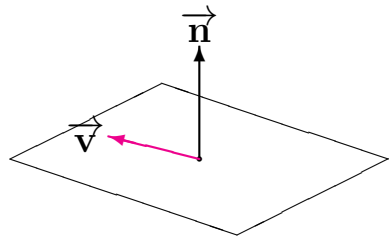


Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{v}}$.

Есть ли связь с собственным вектором оператора $\hat{P}$?

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

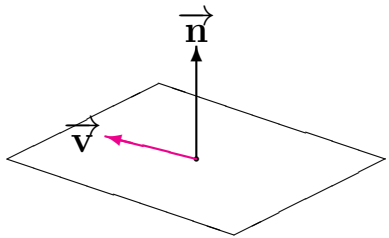


Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{v}}$.

Любой направляющий вектор плоскости является собственным вектором, отвечающим собственному значению

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.

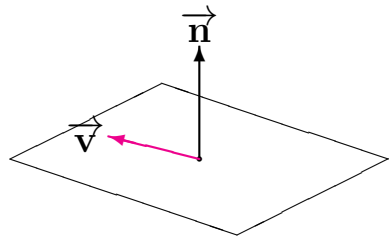


Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{v}}$.

Любой направляющий вектор плоскости является собственным вектором, отвечающим собственному значению 1.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



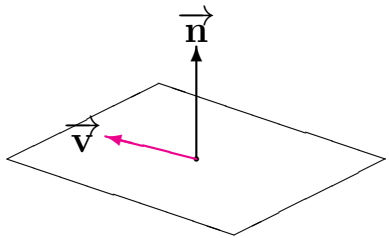
Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{v}}$.

Любой направляющий вектор плоскости является собственным вектором, отвечающим собственному значению 1.

Внимание! Здесь допущена опасная ошибка!!!

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{v}}$.

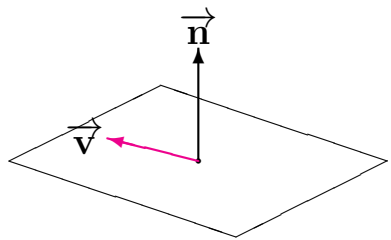
Любой направляющий вектор плоскости является собственным вектором, отвечающим собственному значению 1.

Внимание! Здесь допущена опасная ошибка!!!

Собственный вектор должен быть ненулевым!!!

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}}$.

Решение. $\vec{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{n}}\right) = \vec{\mathbf{0}} = 0 \cdot \vec{\mathbf{n}}$.
$\vec{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} = 1 \cdot \vec{\mathbf{v}}$.

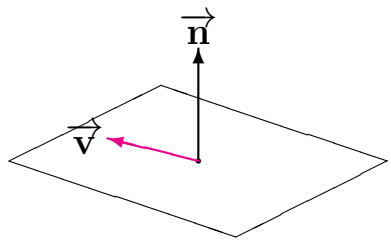
Любой направляющий вектор плоскости является собственным вектором, отвечающим собственному значению 1.

Внимание! Здесь допущена опасная ошибка!!!

Собственный вектор должен быть ненулевым!!!

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\overrightarrow{\mathbf{n}} \in \operatorname{Ker} \hat{P}$,
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}$.
$\overrightarrow{\mathbf{n}}$ — собственный вектор, отвечающий собственному значению 0.



Для направляющего вектора плоскости, имеем
$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{v}}$.

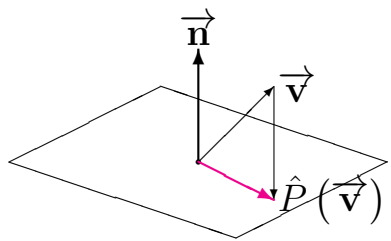
Ненулевой направляющий вектор плоскости является собственным вектором, отвечающим собственному значению 1.

Внимание! Здесь допущена опасная ошибка!!!

Собственный вектор должен быть ненулевым!!!

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

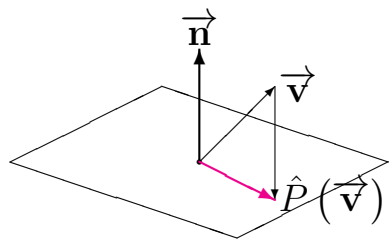
Решение.



Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

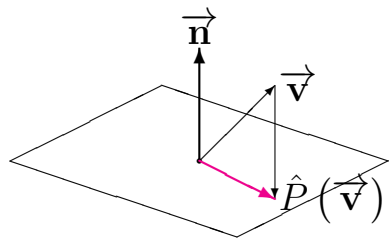
Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) =$



Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) =$

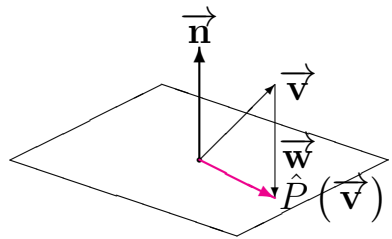


Сначала запишем формулу для проецирующего вектора

Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) =$

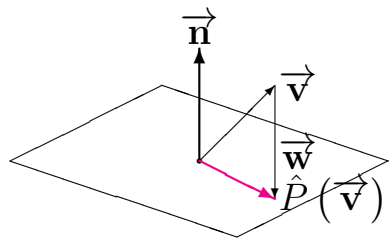


Сначала запишем формулу для проецирующего вектора

Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) =$



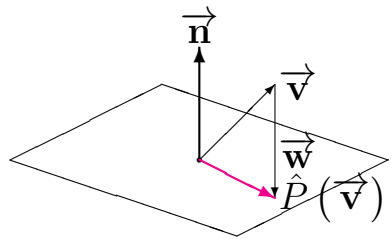
Сначала запишем формулу для проецирующего вектора $\overrightarrow{\mathbf{w}}$.

Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = -\dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

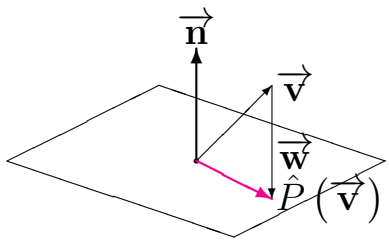
Сначала запишем формулу для проецирующего вектора $\vec{\mathbf{w}}$.



Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = -\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$



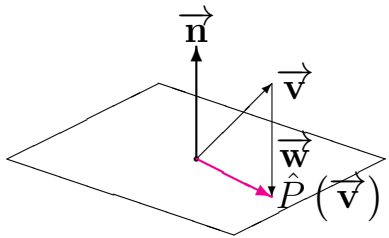
Осталось воспользоваться очевидным равенством $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) =$

Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = -\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$

Осталось воспользоваться очевидным равенством $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} + \overrightarrow{\mathbf{w}}$.

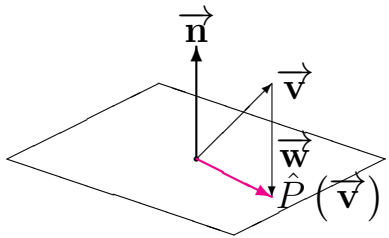


Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

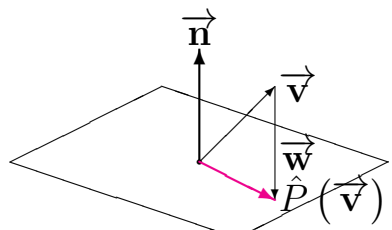
Осталось воспользоваться очевидным равенством $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} + \overrightarrow{\mathbf{w}}$.



Теперь найдем собственные векторы с помощью полученной ранее формулы для **оператора ортогонального проецирования на плоскость**...

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

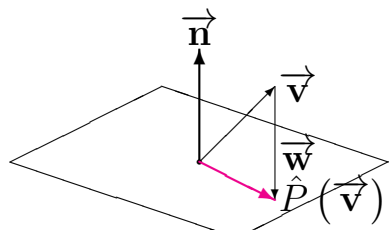
Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

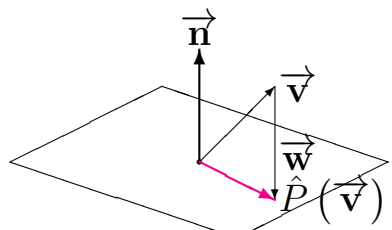
Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} =$

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

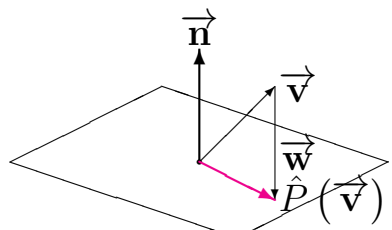
Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow$

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

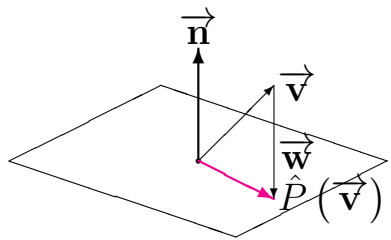
Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\overrightarrow{\mathbf{v}} =$

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

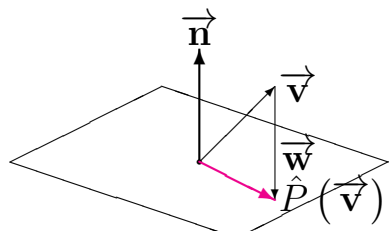
Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

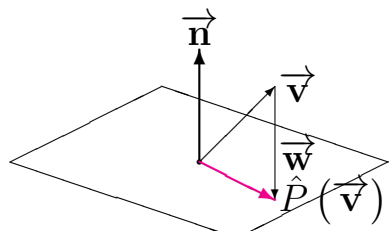


Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda = 1$, то $\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} =$

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

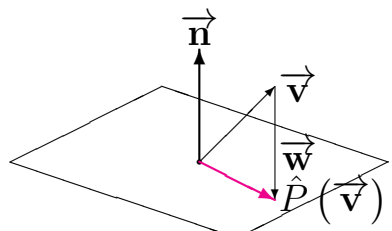


Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda = 1$, то $\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$,

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

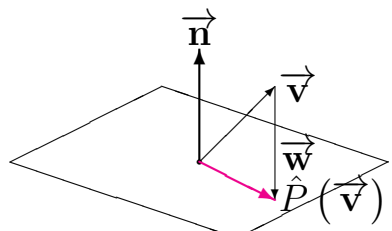


Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda = 1$, то $\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, откуда

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

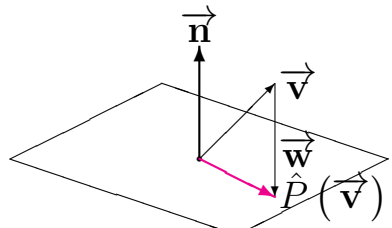


Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda = 1$, то $\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, откуда $\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = 0$,

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

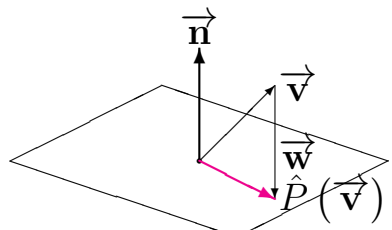


Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda = 1$, то $\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, откуда $\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = 0$, т.е.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

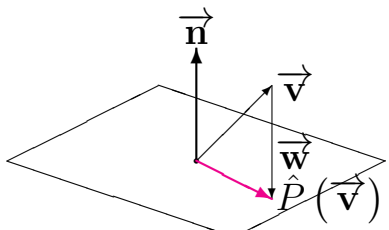


Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda = 1$, то $\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, откуда $\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = 0$, т.е. $\overrightarrow{\mathbf{v}} \perp \overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.



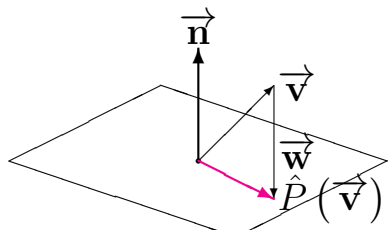
Ненулевой вектор, ортогональный к $\vec{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению

Если $\vec{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \lambda\vec{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\vec{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda = 1$, то $\dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{0}}$, откуда $\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right) = 0$, т.е. $\vec{\mathbf{v}} \perp \vec{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



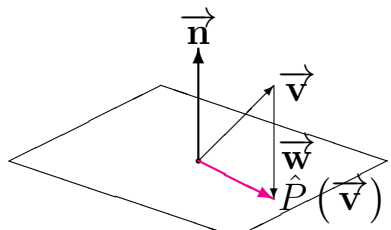
Ненулевой вектор, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda = 1$, то $\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, откуда $\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = 0$, т.е. $\overrightarrow{\mathbf{v}} \perp \overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.



Ненулевой вектор, ортогональный к $\vec{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

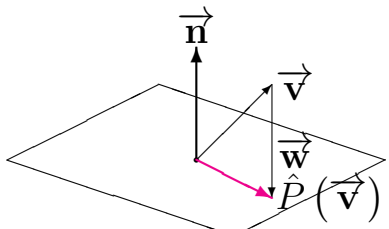
Если $\vec{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \lambda\vec{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\vec{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda \neq 1$, то,

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.

Ненулевой вектор, ортогональный к $\vec{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

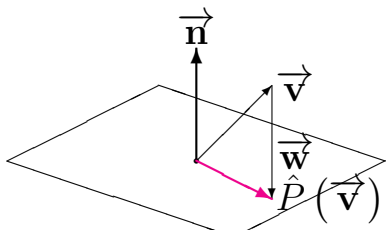


Если $\vec{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \lambda\vec{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\vec{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda \neq 1$, то, во-первых, $\vec{\mathbf{v}}$ коллинеарен $\vec{\mathbf{n}}$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.



Ненулевой вектор, ортогональный к $\vec{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

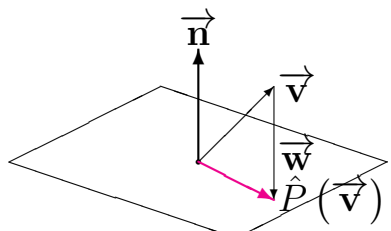
Если $\vec{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \lambda\vec{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\vec{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda \neq 1$, то, во-первых, $\vec{\mathbf{v}}$ коллинеарен $\vec{\mathbf{n}}$.

Во-вторых,

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Ненулевой вектор, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

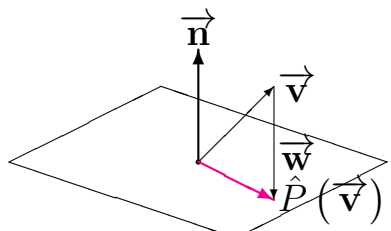
Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda \neq 1$, то, во-первых, $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ коллинеарен $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Во-вторых, $\left((1-\lambda)\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)$,

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Ненулевой вектор, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

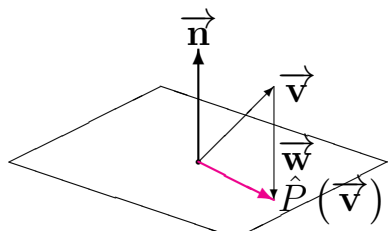
Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Если $\lambda \neq 1$, то, во-первых, $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ коллинеарен $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Во-вторых, $\left((1-\lambda)\ \overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right), \quad (1-\lambda)\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right),$

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Ненулевой вектор, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

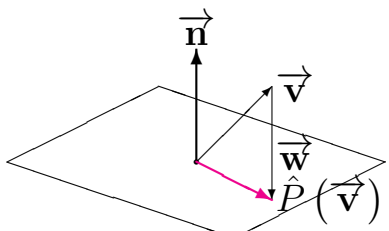
Если $\lambda \neq 1$, то, во-первых, $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ коллинеарен $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Во-вторых, $\left((1-\lambda)\,\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right), \quad (1-\lambda)\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right),$

откуда $\lambda = 0$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Ненулевой вектор, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

Ненулевой вектор, коллинеарный вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению

Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

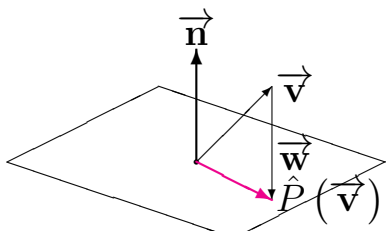
Если $\lambda \neq 1$, то, во-первых, $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ коллинеарен $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Во-вторых, $\left((1-\lambda)\,\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right), \quad (1-\lambda)\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right),$

откуда $\lambda = 0$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.



Ненулевой вектор, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

Ненулевой вектор, коллинеарный вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 0.

Если $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является собственным для оператора $\hat{P}$, отвечающим собственному значению λ, то $\overrightarrow{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}} = \lambda\overrightarrow{\mathbf{v}} \ \Rightarrow (1-\lambda)\,\overrightarrow{\mathbf{v}} = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

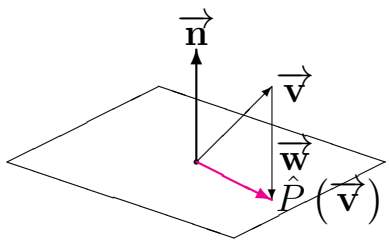
Если $\lambda \neq 1$, то, во-первых, $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ коллинеарен $\overrightarrow{\mathbf{n}}$.

Во-вторых, $\left((1-\lambda)\,\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}{\left(\overrightarrow{\mathbf{n}},\ \overrightarrow{\mathbf{n}}\right)}\overrightarrow{\mathbf{n}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right), \quad (1-\lambda)\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \overrightarrow{\mathbf{n}}\right),$

откуда $\lambda = 0$.

Пример 37. *Найти все собственные векторы и собственные значения оператора* $\hat{P}$ *проецирования трехмерного пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}}$.

Решение. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\ \vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$.



Ненулевой вектор, ортогональный к $\vec{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 1.

Ненулевой вектор, коллинеарный вектору $\vec{\mathbf{n}}$, является собственным для $\hat{P}$, отвечающим собственному значению 0.

Вернёмся к лекции?

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}= \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}= \left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

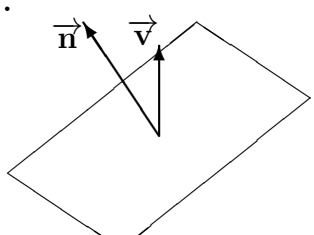
Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}\right) =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}= \left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$

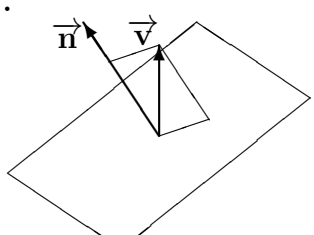
По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.



Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$

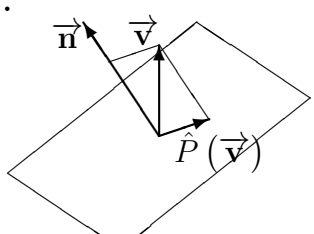
По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.



Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}= \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

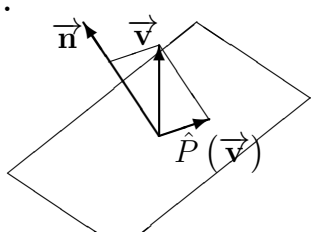


Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

Сначала найдем проецирующий вектор

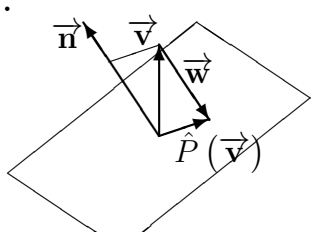


Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

Сначала найдем проецирующий вектор

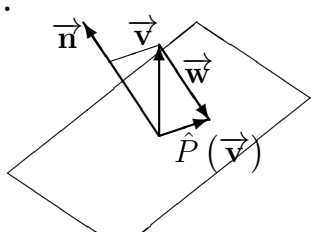


Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

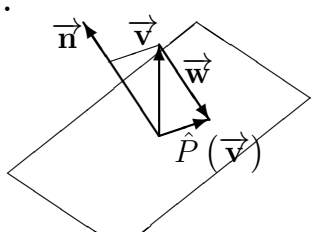


Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$ $\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

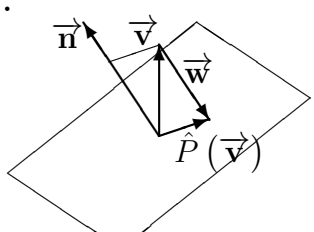


Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$ $\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

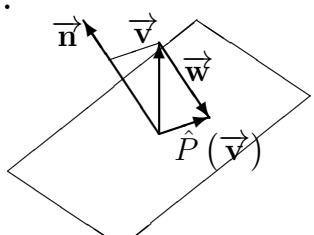


$\vec{\mathbf{w}} =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$ [redacted] $\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}= \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.



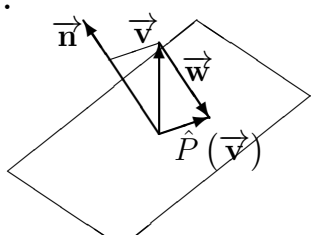
Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

$\vec{\mathbf{w}} = -\text{пр}_{\vec{\mathbf{n}}}\,\vec{\mathbf{v}} \cdot \dfrac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\,\vec{\mathbf{n}} =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$ [redacted] $\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}= \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.



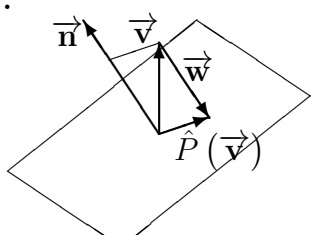
Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

$$\vec{\mathbf{w}} = -\text{пр}_{\vec{\mathbf{n}}}\,\vec{\mathbf{v}} \cdot \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|} \cdot \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} =$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$ [redacted] $\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}= \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.



Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

$$\vec{\mathbf{w}} = -\text{пр}_{\vec{\mathbf{n}}}\vec{\mathbf{v}} \cdot \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|} \cdot \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|^2}\vec{\mathbf{n}}.$$

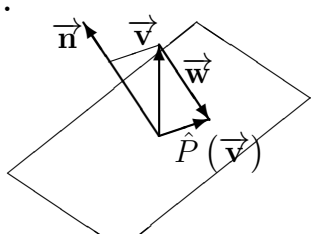
Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = -\dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

$$\vec{\mathbf{w}} = -\text{пр}_{\vec{\mathbf{n}}}\vec{\mathbf{v}} \cdot \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|} \cdot \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|^2}\vec{\mathbf{n}}.$$



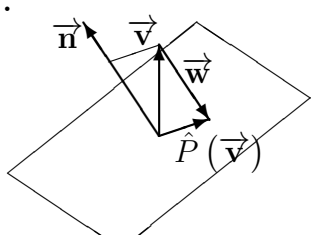
Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \qquad -\dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}=\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

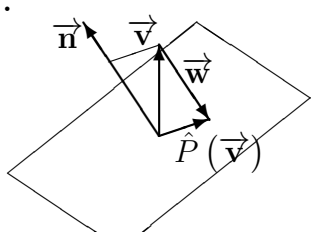
$$\vec{\mathbf{w}} = -\text{пр}_{\vec{\mathbf{n}}}\vec{\mathbf{v}}\cdot\frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\cdot\frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|^2}\vec{\mathbf{n}}.$$



Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \qquad -\dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}=\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.



Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

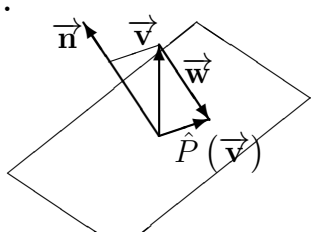
$$\vec{\mathbf{w}} = -\text{пр}_{\vec{\mathbf{n}}}\vec{\mathbf{v}}\cdot\frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\cdot\frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|^2}\vec{\mathbf{n}}.$$

Ясно, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \qquad -\dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}=\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.



Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

$$\vec{\mathbf{w}} = -\text{пр}_{\vec{\mathbf{n}}}\vec{\mathbf{v}}\cdot\frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\cdot\frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|^2}\vec{\mathbf{n}}.$$

Ясно, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{w}}$.

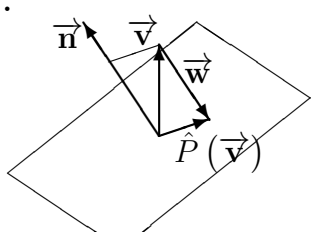
Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

Сначала найдем проецирующий вектор $\vec{\mathbf{w}}$.

$$\vec{\mathbf{w}} = -\text{пр}_{\vec{\mathbf{n}}}\vec{\mathbf{v}} \cdot \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|} \cdot \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|}\vec{\mathbf{n}} = -\frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left|\vec{\mathbf{n}}\right|^2}\vec{\mathbf{n}}.$$



Ясно, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{w}}$.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} -$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$

$\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right) =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{i}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) =$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{i}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 1\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 0\cdot 6 =$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{i}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 1\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 0\cdot 6 = 2.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{i}} - \frac{2}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) =$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{i}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 1\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 0\cdot 6 = 2.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{i}} - \frac{2}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = \frac{1}{49}\left(45\vec{\mathbf{i}} + 6\vec{\mathbf{j}} - 12\vec{\mathbf{k}}\right).$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{i}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 1\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 0\cdot 6 = 2.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{i}}) = \vec{\mathbf{i}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{i}} - \frac{2}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = \frac{1}{49}\left(45\vec{\mathbf{i}} + 6\vec{\mathbf{j}} - 12\vec{\mathbf{k}}\right).$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{i}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 1\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 0\cdot 6 = 2.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} -$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$

$\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right) =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$$

$$\left(\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{j}},\,2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}\right) =$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$

$\left(\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{j}},\,2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 1\cdot(-3) + 0\cdot 6 =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$$

$$\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{j}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 1\cdot(-3) + 0\cdot 6 = -3.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{j}} - \frac{-3}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) =$$

$$\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{j}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 1\cdot(-3) + 0\cdot 6 = -3.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & & \\ 6 & & \\ -12 & & \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{j}} - \frac{-3}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = \frac{1}{49}\left(6\vec{\mathbf{i}} + 40\vec{\mathbf{j}} + 18\vec{\mathbf{k}}\right).$$

$$\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{j}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 1\cdot(-3) + 0\cdot 6 = -3.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{j}}) = \vec{\mathbf{j}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{j}} - \frac{-3}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = \frac{1}{49}\left(6\vec{\mathbf{i}} + 40\vec{\mathbf{j}} + 18\vec{\mathbf{k}}\right).$$

$$\left(\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{j}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 1\cdot(-3) + 0\cdot 6 = -3.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}= \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}})=$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} -$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{k}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\,\vec{\mathbf{j}},\,\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$, $\vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{k}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\,\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$

$\left(\vec{\mathbf{k}},\,\vec{\mathbf{n}}\right) =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$

$\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{k}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$$

$$\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{k}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 1\cdot 6 =$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} =$$

$$\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{k}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 1\cdot 6 = 6.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{k}} - \frac{6}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) =$$

$$\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{k}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 1\cdot 6 = 6.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 \\ 6 & 40 \\ -12 & 18 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{k}} - \frac{6}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = \frac{1}{49}\left(-12\vec{\mathbf{i}} + 18\vec{\mathbf{j}} + 13\vec{\mathbf{k}}\right).$$

$$\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{k}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 1\cdot 6 = 6.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{v}}\right) = \vec{\mathbf{v}} - \dfrac{\left(\vec{\mathbf{v}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}}$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}$ нам надо найти образы базисных векторов $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$.

$$\hat{P}(\vec{\mathbf{k}}) = \vec{\mathbf{k}} - \frac{\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right)}{\left(\vec{\mathbf{n}},\vec{\mathbf{n}}\right)}\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{k}} - \frac{6}{49}\left(2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = \frac{1}{49}\left(-12\vec{\mathbf{i}} + 18\vec{\mathbf{j}} + 13\vec{\mathbf{k}}\right).$$

$$\left(\vec{\mathbf{k}},\vec{\mathbf{n}}\right) = \left(\vec{\mathbf{k}}, 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}\right) = 0\cdot 2 + 0\cdot(-3) + 1\cdot 6 = 6.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**
Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**
Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.
Тогда по **теореме о координатах образа вектора...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$.

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**

Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Тогда по **теореме о координатах образа вектора...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} \cdot \begin{pmatrix} 2 & \\ -3 & \\ 6 & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix}$.

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**

Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Тогда по **теореме о координатах образа вектора...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$$P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**

Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Тогда по **теореме о координатах образа вектора...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$$P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**

Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Тогда по **теореме о координатах образа вектора...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$$P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**

Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Тогда по **теореме о координатах образа вектора...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$$P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & \\ 0 & 0 & \\ 0 & -1 & \end{pmatrix}.$$

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**

Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Тогда по **теореме о координатах образа вектора...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$$P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Можно эту матрицу иначе, как в **задаче XLIII.62.**

Нетрудно найти векторы в плоскости Π, например, $3\overrightarrow{\mathbf{i}} - \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $2\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Тогда по **теореме о координатах образа вектора...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$$P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Из последнего матричного уравнения можно найти матрицу $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}}$.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

Сначала составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}.$

$$\left|\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} - \lambda\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right| = 0 \;\Rightarrow$$

Сначала составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}.$

$$\left|\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} - \lambda\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right| = 0 \;\Rightarrow -\lambda^3 + 2\lambda^2 - \lambda = 0.$$

Сначала составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$$\left|\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} - \lambda\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right| = 0 \;\Rightarrow -\lambda^3 + 2\lambda^2 - \lambda = 0.$$

$$-\lambda\left(\lambda - 1\right)^2 = 0.$$

Сначала составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений...**

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$$-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$$

Найдем собственные векторы для каждого собственного значения.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$-\lambda\left(\lambda-1\right)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$-\lambda\,(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda\,(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\,\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $\quad -\lambda\,(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} & 1 & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda\,(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} & 1 & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda\,(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ \end{pmatrix}.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $\quad -\lambda\,(\lambda-1)^2 = 0.$

Для $\lambda = 0$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} - 6\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 0$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$. $\lambda = 0 \to -2\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} - 6\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 0$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 15 & 2 & -4 \\ 3 & 20 & 9 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & -98 & -49 \\ 0 & 98 & 49 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 20 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -2/3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} - 6\overrightarrow{\mathbf{k}},$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$.

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} =$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$.

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$.

$\lambda = 0 \to -2\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} - 6\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda\left(\lambda-1\right)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$.

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda\left(\lambda-1\right)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $\quad -\lambda\,(\lambda-1)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $\quad -\lambda\,(\lambda-1)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\dfrac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$.

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$.

$\lambda = 0 \to -2\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} - 6\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$.

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$,

$\lambda = 1 \to 3\,\vec{\mathbf{i}} + 2\,\vec{\mathbf{j}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\,\vec{\mathbf{i}} - 3\,\vec{\mathbf{j}} + 6\,\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$. $\lambda = 0 \to -2\,\vec{\mathbf{i}} + 3\,\vec{\mathbf{j}} - 6\,\vec{\mathbf{k}}$, $\lambda = 1 \to 3\,\vec{\mathbf{i}} + 2\,\vec{\mathbf{j}}$,

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} - 6\vec{\mathbf{k}},$

$\lambda = 1 \to 3\vec{\mathbf{i}} + 2\vec{\mathbf{j}}, -3\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{k}}.$

Для $\lambda = 1$ получаем $\frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45-49 & 6 & -12 \\ 6 & 40-49 & 18 \\ -12 & 18 & 13-49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} -4 & 6 & -12 \\ 6 & -9 & 18 \\ -12 & 18 & -36 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3/2 & 3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} - 6\vec{\mathbf{k}},$

$\lambda = 1 \to 3\vec{\mathbf{i}} + 2\vec{\mathbf{j}}, -3\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{k}}.$

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\vec{\mathbf{n}} = 2\vec{\mathbf{i}} - 3\vec{\mathbf{j}} + 6\vec{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$.

$-\lambda(\lambda-1)^2 = 0.$

$\lambda = 0 \to -2\vec{\mathbf{i}} + 3\vec{\mathbf{j}} - 6\vec{\mathbf{k}},$

$\lambda = 1 \to 3\vec{\mathbf{i}} + 2\vec{\mathbf{j}}, -3\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{k}}.$

Очевидно, что все векторы, отвечающие собственному значению 1, ортогональны вектору $\vec{\mathbf{n}}$, т.е. являются направляющими векторами плоскости Π.

Пример 38. *Найти с использованием* ***матрицы оператора*** *все* ***собственные векторы*** *и* ***собственные значения*** *оператора* $\hat{P}$ *проецирования пространства геометрических векторов на плоскость* Π *с нормальным вектором* $\overrightarrow{\mathbf{n}} = 2\overrightarrow{\mathbf{i}} - 3\overrightarrow{\mathbf{j}} + 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Решение. $P_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \frac{1}{49}\begin{pmatrix} 45 & 6 & -12 \\ 6 & 40 & 18 \\ -12 & 18 & 13 \end{pmatrix}$. $-\lambda(\lambda-1)^2 = 0$.

$\lambda = 0 \to -2\overrightarrow{\mathbf{i}} + 3\overrightarrow{\mathbf{j}} - 6\overrightarrow{\mathbf{k}}$,

$\lambda = 1 \to 3\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\overrightarrow{\mathbf{j}}, -3\overrightarrow{\mathbf{i}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Очевидно, что все векторы, отвечающие собственному значению 1, ортогональны вектору $\overrightarrow{\mathbf{n}}$, т.е. являются направляющими векторами плоскости Π.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример**?

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29, т.е. оператора, на* ***линейном пространстве*** U ***многочленов*** *над* $\mathbb{R}$ *степени не выше 2 заданного формулой:*

$$\hat{L}(f(x)) = (x+1)^2 f''(x) - 2(x+1) f'(x) + 2f(x). \qquad (53)$$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение.

Решая пример 29, мы нашли в базисе **Б**

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$,

Решая пример 29, мы нашли в базисе $\mathbf{Б}$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$,

Решая пример 29, мы нашли в базисе $\mathbf{Б}$ матрицу этого оператора...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Решая пример 29, мы нашли в базисе $\mathbf{Б}$ матрицу этого оператора...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений**...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$= \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix}$$

Составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений**...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix}$$

Составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений**...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений**...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

Составим **характеристическое уравнение для нахождения собственных значений**...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

Его корни являются собственными значениями этого оператора, поэтому мы знаем **спектр** оператора $\hat{L}$...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

Его корни являются собственными значениями этого оператора, поэтому мы знаем **спектр** оператора $\hat{L}$...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{\quad\}$

Его корни являются собственными значениями этого оператора, поэтому мы знаем **спектр** оператора $\hat{L}$...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{\quad\}$

Его корни являются собственными значениями этого оператора, поэтому мы знаем **спектр** оператора $\hat{L}$...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, \quad\}$

Его корни являются собственными значениями этого оператора, поэтому мы знаем **спектр** оператора $\hat{L}$...
(на месте индекса указана кратность соответствующего корня).

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, \quad\}$

Его корни являются собственными значениями этого оператора, поэтому мы знаем **спектр** оператора $\hat{L}$...
(на месте индекса указана кратность соответствующего корня).

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, 2_1\}$

Его корни являются собственными значениями этого оператора, поэтому мы знаем **спектр** оператора $\hat{L}$...
(на месте индекса указана кратность соответствующего корня).

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

Заметим, что

множество всех собственных векторов, отвечающих собственному значению 0

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

Заметим, что

множество всех собственных векторов, отвечающих собственному значению 0 отличается от ***ядра оператора***

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

Заметим, что

множество всех собственных векторов, отвечающих собственному значению 0 отличается от ***ядра оператора только на нулевой вектор.***

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 (2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

Ядро оператора $\hat{L}$ мы нашли, решая пример 34, поэтому всякий **собственный вектор** оператора $\hat{L}$, отвечающий собственному значению 0, является ненулевой линейной комбинацией векторов $1 + x$ и $x + x^2$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\rightarrow\; f_0(x) =$

Ядро оператора $\hat{L}$ мы нашли, решая пример 34, поэтому всякий **собственный вектор** оператора $\hat{L}$, отвечающий собственному значению 0, является ненулевой линейной комбинацией векторов $1 + x$ и $x + x^2$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

Ядро оператора $\hat{L}$ мы нашли, решая пример 34, поэтому всякий **собственный вектор** оператора $\hat{L}$, отвечающий собственному значению 0, является ненулевой линейной комбинацией векторов $1+x$ и $x+x^2$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\rightarrow\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

Теперь найдем все **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 2.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) =$

Теперь найдем все **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 2.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) =$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Теперь найдем все **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 2.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda)$.

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) =$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Теперь найдем все **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 2.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) =$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно решить буквально «в уме», получаем фундаментальную систему решений

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) =$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно решить буквально «в уме», получаем фундаментальную систему решений $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda)$.

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) =$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно решить буквально «в уме», получаем фундаментальную систему решений $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) =$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно решить буквально «в уме», получаем фундаментальную систему решений $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) =$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно решить буквально «в уме», получаем фундаментальную систему решений $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0$,

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно решить буквально «в уме», получаем фундаментальную систему решений $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно решить буквально «в уме», получаем фундаментальную систему решений $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$$\left(\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Это уравнение можно решить буквально «в уме», получаем фундаментальную систему решений $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

Кстати, можно было сразу увидеть, что x^0 является собственным вектором, отвечающим собственному значению 2.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

Кстати, можно было сразу увидеть, что x^0 является собственным вектором, отвечающим собственному значению 2.

Действительно, при вычислении матрицы оператора $\hat{L}$ при решении примера 29, мы находили образ вектора x^0, и получили $\hat{L}(x^0) =$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

Кстати, можно было сразу увидеть, что x^0 является собственным вектором, отвечающим собственному значению 2.

Действительно, при вычислении матрицы оператора $\hat{L}$ при решении примера 29, мы находили образ вектора x^0, и получили $\hat{L}(x^0) = 2x^0$,

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

Кстати, можно было сразу увидеть, что x^0 является собственным вектором, отвечающим собственному значению 2.

Действительно, при вычислении матрицы оператора $\hat{L}$ при решении примера 29, мы находили образ вектора x^0, и получили $\hat{L}(x^0) = 2x^0$, то есть x^0 отвечает собственному значению 2.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec} \hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

$\mathbf{Б'} = \{1+x,\ x+x^2,\ x^0\}$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \{1+x,\ x+x^2,\ x^0\}$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

Для этого надо найти образы базисных векторов. Имеем...

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \{1+x,\ x+x^2,\ x^0\}$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(1+x) =$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

$\mathbf{Б'} = \{1+x,\ x+x^2,\ x^0\}$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(1+x) = (x+1)^2 \cdot 0 - (x+1) \cdot 1 + 2(1+x) =$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \{1+x,\ x+x^2,\ x^0\}$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(1+x) = (x+1)^2 \cdot 0 - (x+1) \cdot 1 + 2(1+x) = 0.$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(1+x) = (x+1)^2 \cdot 0 - (x+1) \cdot 1 + 2(1+x) = 0$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \{1+x,\ x+x^2,\ x^0\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) =$

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(1+x) = (x+1)^2 \cdot 0 - (x+1) \cdot 1 + 2(1+x) = 0.$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б'}$ из собственных векторов.

$\hat{L}(1+x) = (x+1)^2 \cdot 0 - (x+1) \cdot 1 + 2(1+x) = 0$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б'}$ из собственных векторов.

$\hat{L}(x+x^2) =$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(x+x^2) = (x+1)^2 \cdot 2 - (x+1)(1+2x) + 2(x+x^2) =$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б'}$ из собственных векторов.

$\hat{L}(x+x^2) = (x+1)^2 \cdot 2 - (x+1)(1+2x) + 2(x+x^2) = 0.$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) =$

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б'}$ из собственных векторов.

$\hat{L}(x+x^2) = (x+1)^2 \cdot 2 - (x+1)(1+2x) + 2(x+x^2) = 0.$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(x+x^2) = (x+1)^2 \cdot 2 - (x+1)(1+2x) + 2(x+x^2) = 0.$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(x^0) =$

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(x^0) = 2x^0$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 =$

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б'}$ из собственных векторов.

$\hat{L}(x^0) = 2x^0$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 2 \cdot x^0$.

Задача решена, но мы сейчас сделаем еще кое-что.

А именно, найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б'** из собственных векторов.

$\hat{L}(x^0) = 2x^0$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 2 \cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 2 \cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 2 \cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 2 \cdot x^0$.

$L_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 2 \cdot x^0$.

$L_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 2\cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma.$

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 2\cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 2 \cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Обратите внимание на то, что матрица $L_{\text{Б'}}$ — диагональная.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 2\cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Обратите внимание на то, что матрица $L_{\text{Б'}}$ — диагональная.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

$\text{Б'} = \{1+x,\ x+x^2,\ x^0\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 2\cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Обратите внимание на то, что матрица $L_{\text{Б'}}$ — диагональная. Случайно ли? Мы обсудим это в следующем разделе.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

$\mathbf{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 0\cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0\cdot(1+x) + 0\cdot(x+x^2) + 2\cdot x^0$.

$L_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Обратите внимание на то, что матрица $L_{\mathbf{Б'}}$ — диагональная. Случайно ли? Мы обсудим это в следующем разделе.

Обратите внимание, что $\mathbf{Б'}$ — базис из собственных векторов.

Пример 39. *Найдите все* ***собственные векторы*** *оператора* $\hat{L}$ *из примера 29.*

Решение. $\text{Б} = \left\{x^0, x, x^2\right\}$, $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & -2 & 2 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(2-\lambda).$$

$\operatorname{spec}\hat{L} = \{0_2, 2_1\}$.

$\lambda = 0 \;\to\; f_0(x) = \alpha(1+x) + \beta(x+x^2)$,

$\lambda = 2 \;\to\; f_2(x) = \gamma \cdot x^0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0 \neq \gamma$.

$\text{Б'} = \left\{1+x,\ x+x^2,\ x^0\right\}$,

$\hat{L}(1+x) = 0(1+x) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x+x^2) = 0(x+x^2) = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 0 \cdot x^0$,

$\hat{L}(x^0) = 2x^0 = 0 \cdot (1+x) + 0 \cdot (x+x^2) + 2 \cdot x^0$.

$L_{\text{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Обратите внимание на то, что матрица $L_{\text{Б'}}$ — диагональная. Случайно ли? Мы обсудим это в следующем разделе.

Вернёмся к лекции?

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Ясно, что X — матрица размерности 2×2.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Матрица определяется своими коэффициентами. Поэтому положим

$X =$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Матрица определяется своими коэффициентами. Поэтому положим $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Матрица определяется своими коэффициентами. Поэтому положим $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Подставляя в исходное уравнение, получаем

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Матрица определяется своими коэффициентами. Поэтому положим $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Подставляя в исходное уравнение, получаем

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Матрица определяется своими коэффициентами. Поэтому положим $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Подставляя в исходное уравнение, получаем

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\Rightarrow \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-3ab+2c-3bc}{ad-bc} = 1, \\ \dfrac{-3bd-3b^2+2d^2-6ad+6bc}{ad-bc} = 6, \\ \dfrac{3ac+3a^2-2c^2-ad+bc}{ad-bc} = 1, \\ \dfrac{3ab-2cd+3bc}{ad-bc} = 4. \end{cases}$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-3ab + 2c - 3bc}{ad - bc} = 1, \\ \dfrac{-3bd - 3b^2 + 2d^2 - 6ad + 6bc}{ad - bc} = 6, \\ \dfrac{3ac + 3a^2 - 2c^2 - ad + bc}{ad - bc} = 1, \\ \dfrac{3ab - 2cd + 3bc}{ad - bc} = 4. \end{cases}$$

Да-а-а, система из четырех нелинейных уравнений с четырьмя неизвестными...

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-3ab + 2c - 3bc}{ad - bc} = 1, \\ \dfrac{-3bd - 3b^2 + 2d^2 - 6ad + 6bc}{ad - bc} = 6, \\ \dfrac{3ac + 3a^2 - 2c^2 - ad + bc}{ad - bc} = 1, \\ \dfrac{3ab - 2cd + 3bc}{ad - bc} = 4. \end{cases}$$

Да-а-а, система из четырех нелинейных уравнений с четырьмя неизвестными... Спасибо родной партии за наше счастливое детство...

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-3ab + 2c - 3bc}{ad - bc} = 1, \\ \dfrac{-3bd - 3b^2 + 2d^2 - 6ad + 6bc}{ad - bc} = 6, \\ \dfrac{3ac + 3a^2 - 2c^2 - ad + bc}{ad - bc} = 1, \\ \dfrac{3ab - 2cd + 3bc}{ad - bc} = 4. \end{cases}$$

Нужна другая идея.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Можно попытаться свести исходную задачу к линейным уравнениям, линейным функциям, задачам линейной алгебры. Для этого обычно применяются следующие методы:

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Можно попытаться свести исходную задачу к линейным уравнениям, линейным функциям, задачам линейной алгебры. Для этого обычно применяются следующие методы:
во-первых, «расщепление» переменных (сведение задачи о квадратичных формах к билинейным формам, метод Бернулли решения линейного уравнения);

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Можно попытаться свести исходную задачу к линейным уравнениям, линейным функциям, задачам линейной алгебры. Для этого обычно применяются следующие методы:
во-первых, «расщепление» переменных (сведение задачи о квадратичных формах к билинейным формам, метод Бернулли решения линейного уравнения);
во-вторых, смена ролей и приоритетов (изменение ролей параметров и неизвестных, замена константы на переменную, тождественные преобразования выражений или равносильные преобразования уравнений, введение дополнительных функций).

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Например, для того, чтобы получить линейные выражения от матрицы X, умножим обе части исходного уравнения слева на матрицу X:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Например, для того, чтобы получить линейные выражения от матрицы X, умножим обе части исходного уравнения слева на матрицу X:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

В данном случае мы получаем систему линейных уравнений относительтно коэффициентов матрицы X:

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Например, для того, чтобы получить линейные выражения от матрицы X, умножим обе части исходного уравнения слева на матрицу X:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Например, для того, чтобы получить линейные выражения от матрицы X, умножим обе части исходного уравнения слева на матрицу X:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a + 2c = a + b, \\ b + 2d = 6a + 4b, \\ 3a + 4c = c + d, \\ 3b + 4d = 6c + 4d. \end{cases}$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Например, для того, чтобы получить линейные выражения от матрицы X, умножим обе части исходного уравнения слева на матрицу X:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a + 2c = a + b, \\ b + 2d = 6a + 4b, \\ 3a + 4c = c + d, \\ 3b + 4d = 6c + 4d. \end{cases}$$

Получили систему линейных уравнений.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Например, для того, чтобы получить линейные выражения от матрицы X, умножим обе части исходного уравнения слева на матрицу X:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a + 2c = a + b, \\ b + 2d = 6a + 4b, \\ 3a + 4c = c + d, \\ 3b + 4d = 6c + 4d. \end{cases}$$

Но мы рассмотрим другой вариант решения.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Как правило, при решений уравнений основная цель состоит в сведении исходного уравнения к виду, для которого имеется типовой способ решения:

— к системе линейных уравнений (решение **методом Гаусса** или с помощью **формул Крамера**);

— к уравнению вида $\varphi(x) = C$, где φ — одна из основных элементарных функций (степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрическая, обратная тригонометрическая),

типовое дифференциальное уравнение (уравнение с разделяющимися переменными, линейное и т.д.),

— к матричному уравнению $AXB = C$ и др.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Для этого применяются следующие методы:
— равносильные преобразования уравнений;
— сведение к уравнению $\alpha(x)\beta(x) = 0$;
— доказательство того, что в полученном уравнении $\gamma(x) = C$ число C является экстремальным значением функции γ.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

В данном случае напрашивается выполнить преобразование:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

В данном случае напрашивается выполнить преобразование:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X - X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

В данном случае напрашивается выполнить преобразование:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X - X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Выражение в левой части последнего равенства является линейной функцией.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Равенство

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X - X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

можно интерпретировать как утверждение о том, что матрица X принадлежит

ядру линейного оператора

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Равенство

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X - X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

можно интерпретировать как утверждение о том, что матрица X принадлежит **ядру линейного оператора** $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X - X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, решение исходного уравнения мы свели к задаче отыскания **ядра линейного оператора**

$$\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X - X \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

в конечномерном линейном пространстве.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Применим типовой план отыскания ядра оператора $\hat{L}$:
1) ввести **базис Б** исходного линейного пространства;

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Применим типовой план отыскания ядра оператора $\hat{L}$:
1) ввести **базис Б** исходного линейного пространства;
2) найти в этом базисе **матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$;

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Применим типовой план отыскания ядра оператора $\hat{L}$:
1) ввести **базис Б** исходного линейного пространства;
2) найти в этом базисе **матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора** $\hat{L}$;
3) используя **теорему о координатах образа вектора**, свести отыскание вектора X из ядра оператора $\hat{L}$ к решению матричного уравнения $L_{\mathbf{Б}}\,[X]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$;

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Применим типовой план отыскания ядра оператора $\hat{L}$:
1) ввести **базис Б** исходного линейного пространства;
2) найти в этом базисе **матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора** $\hat{L}$;
3) используя **теорему о координатах образа вектора**, свести отыскание вектора X из ядра оператора $\hat{L}$ к решению матричного уравнения $L_{\mathbf{Б}}\,[X]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$;
4) найти базис пространства решений последней системы, то есть ее **фундаментальную систему решений**;

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Применим типовой план отыскания ядра оператора $\hat{L}$:
1) ввести **базис Б** исходного линейного пространства;
2) найти в этом базисе **матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора** $\hat{L}$;
3) используя **теорему о координатах образа вектора**, свести отыскание вектора X из ядра оператора $\hat{L}$ к решению матричного уравнения $L_{\mathbf{Б}}\,[X]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$;
4) найти базис пространства решений последней системы, то есть ее **фундаментальную систему решений**;
5) найти **прообразы** $X_1, X_2, \ldots, X_k$ векторов из фундаментальной системы решений;

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. Применим типовой план отыскания ядра оператора $\hat{L}$:
1) ввести **базис Б** исходного линейного пространства;
2) найти в этом базисе **матрицу $L_{\mathbf{Б}}$ оператора** $\hat{L}$;
3) используя **теорему о координатах образа вектора**, свести отыскание вектора X из ядра оператора $\hat{L}$ к решению матричного уравнения $L_{\mathbf{Б}}\,[X]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$;
4) найти базис пространства решений последней системы, то есть ее **фундаментальную систему решений**;
5) найти **прообразы** $X_1, X_2, \ldots, X_k$ векторов из фундаментальной системы решений;
6) **записать** множество решений исходного уравнения.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 1) Введем **базис** линейного пространства матриц размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} =$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix},$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 6 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & & & \\ \mathbf{6} & & & \\ \mathbf{-3} & & & \\ \mathbf{0} & & & \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 6 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ 6 & & & \\ -3 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ 6 & \mathbf{3} \\ -3 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{-3} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 3 \\ -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} = (-2)\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3)\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 6\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \mathbf{-2} \\ 6 & 3 & \mathbf{0} \\ -3 & 0 & \mathbf{-3} \\ 0 & -3 & \mathbf{6} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} = (-2)\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3)\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 6\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-2) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + +1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 2) Найдём в **базисе Б матрицу $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}, \quad \hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значит, **матрица $L_{\text{Б}}$ оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б** имеет вид

$$L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & \mathbf{0} \\ 6 & 3 & 0 & \mathbf{-2} \\ -3 & 0 & -3 & \mathbf{1} \\ 0 & -3 & 6 & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-2) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + +1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 3) Используя **теорему о координатах образа вектора**, сведем отыскание вектора X из ядра оператора $\hat{L}$ к решению матричного уравнения $L_{\mathbf{Б}}\,[X]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} [X]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \mapsto [X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}, \quad [X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}.$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \mapsto [X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \\ 0 \\ \bullet \end{pmatrix}, \quad [X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix}.$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} \mathbf{0} & 1 & -2 & 0 \\ \mathbf{-3} & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \mapsto [X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \\ 0 \\ \bullet \end{pmatrix}, \quad [X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix}.$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} \mathbf{0} & 1 & -2 & 0 \\ \mathbf{-3} & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \mapsto [X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \\ 0 \\ \mathbf{3} \end{pmatrix}, \quad [X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix}.$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & \mathbf{-2} & 0 \\ -3 & 0 & \mathbf{-3} & 1 \end{pmatrix} \mapsto [X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad [X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix}.$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & \mathbf{-2} & 0 \\ -3 & 0 & \mathbf{-3} & 1 \end{pmatrix} \mapsto [X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad [X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{2} \\ 1 \\ \mathbf{3} \end{pmatrix}.$$

4) Найдём **фундаментальную систему решений**:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} \mapsto [X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad [X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 5) Найдём **прообразы** $X_1, X_2, \ldots, X_k$ векторов из фундаментальной системы решений: $[X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$\Rightarrow\ X_1 =$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 5) Найдём **прообразы** $X_1, X_2, \ldots, X_k$ векторов из фундаментальной системы решений: $[X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow\ X_1 = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 5) Найдём **прообразы** $X_1, X_2, \ldots, X_k$ векторов из фундаментальной системы решений: $[X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow\ X_1 = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 5) Найдём **прообразы** $X_1, X_2, \ldots, X_k$ векторов из фундаментальной системы решений: $[X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow X_1 = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},$$

$[X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$\Rightarrow X_2 =$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 5) Найдём **прообразы** $X_1, X_2, \ldots, X_k$ векторов из фундаментальной системы решений: $[X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow\ X_1 = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},$$

$[X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow\ X_2 = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 5) Найдём **прообразы** $X_1, X_2, \ldots, X_k$ векторов из фундаментальной системы решений: $[X_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow\ X_1 = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},$$

$[X_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^{\mathbf{t}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow\ X_2 = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 6) Запишем множество решений исходного уравнения.
Мы получили, что $X = \alpha\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{pmatrix}$.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 6) Запишем множество решений исходного уравнения.

Мы получили, что $X = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{pmatrix}$.

По условию матрица X обратима, значит, согласно **критерию обратимости матрицы**

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 6) Запишем множество решений исходного уравнения.

Мы получили, что $X = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{pmatrix}$.

По условию матрица X обратима, значит, согласно **критерию обратимости матрицы**

$$\det X \neq 0 \Rightarrow$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 6) Запишем множество решений исходного уравнения.

Мы получили, что $X = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{pmatrix}$.

По условию матрица X обратима, значит, согласно **критерию обратимости матрицы**

$$\det X \neq 0 \;\Rightarrow\; \begin{vmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{vmatrix} = \qquad\qquad \neq 0,$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 6) Запишем множество решений исходного уравнения.

Мы получили, что $X = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{pmatrix}$.

По условию матрица X обратима, значит, согласно **критерию обратимости матрицы**

$$\det X \neq 0 \;\Rightarrow\; \begin{vmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{vmatrix} = 3\alpha^2 + 3\alpha\beta - 2\beta^2 \neq 0,$$

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение. 6) Запишем множество решений исходного уравнения.

Мы получили, что $X = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{pmatrix}$.

По условию матрица X обратима, значит, согласно **критерию обратимости матрицы**

$$\det X \neq 0 \;\Rightarrow\; \begin{vmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{vmatrix} = 3\alpha^2 + 3\alpha\beta - 2\beta^2 \neq 0,$$

откуда $\alpha \neq \left(-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{11}{12}}\right)\beta$.

Пример 40. *Решите матричное уравнение*
$X^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Ответ: $X = \begin{pmatrix} \alpha & 2\beta \\ \beta & 3\alpha + 3\beta \end{pmatrix}$, где $\alpha \neq \left(-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{11}{12}}\right)\beta$.

Вернёмся к лекции?

Пример 41. *В линейном пространстве U симметричных 2×2 матриц оператор задан формулой* $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора $\hat{L}$ диагональна.*

Решение.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение.

Как обычно введем «естественный базис».

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение.

Как обычно введем «естественный базис».

Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение.

Как обычно введем «естественный базис».
Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & \\ & \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение.

Как обычно введем «естественный базис».
Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ & \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение.

Как обычно введем «естественный базис».
Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение.

Как обычно введем «естественный базис».
Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. Б =

Как обычно введем «естественный базис».
Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. Б $= \left\{ \qquad \right\}$.

Как обычно введем «естественный базис».

Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$.

Как обычно введем «естественный базис».

Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$.

Как обычно введем «естественный базис».

Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$.

Как обычно введем «естественный базис».

Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$.

Как обычно введем «естественный базис».

Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Как обычно введем «естественный базис».

Симметричная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \square\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \square\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{Б}$ надо найти координаты образов базисных векторов:

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| =$$

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} =$$

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \cdot$$

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \cdot$$

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \cdot (\lambda^2 - 1).$$

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен:

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \cdot (\lambda^2 - 1).$$

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

$$\left| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \cdot (\lambda^2 - 1).$$

Найдем корни **характеристического многочлена для нахождения собственных значений...**

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda + 1)(\lambda - 1)^2$.

Для $\lambda = -1$:

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_{-1} \\ \beta_{-1} \\ \gamma_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_{-1} \\ \beta_{-1} \\ \gamma_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_{-1} \\ \beta_{-1} \\ \gamma_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_{-1} \\ \beta_{-1} \\ \gamma_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & 1 & \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_{-1} \\ \beta_{-1} \\ \gamma_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & 1 & \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_{-1} \\ \beta_{-1} \\ \gamma_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_{-1} \\ \beta_{-1} \\ \gamma_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - (-1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_{-1} \\ \beta_{-1} \\ \gamma_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$:

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} +$

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} +$

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\text{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Собственные векторы ненулевые, поэтому

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Собственные векторы ненулевые, поэтому $C \neq 0$,

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Собственные векторы ненулевые, поэтому $C \neq 0$, $D^2 + E^2 \neq 0$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \qquad \right\}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \qquad \right\}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad \right\}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad \right\}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \right\}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \right\}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

В базисе из собственных векторов, например...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{В}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{В}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & 0 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{В}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{В}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{В}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$.

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{В}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$.

$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{B}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{В}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

По определению **матрицы оператора** в базисе $\mathbf{В}$ надо найти координаты образов базисных векторов...

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Итак, в базисе $\mathbf{B}$ из собственных векторов матрица $L_{\mathbf{B}}$ является диагональной.

Пример 41. $\hat{L}(X) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, *где* $X^t = X$. *Если возможно, найдите базис, в котором матрица оператора* $\hat{L}$ *диагональна.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Характеристический многочлен: $-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$.

Для $\lambda = -1$: $C \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; для $\lambda = 1$: $D \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Итак, в базисе $\mathbf{B}$ из собственных векторов матрица $L_{\mathbf{B}}$ является диагональной.

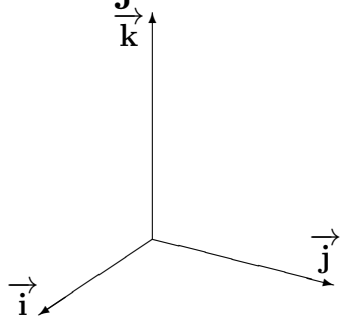
Вернемся к лекции?

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

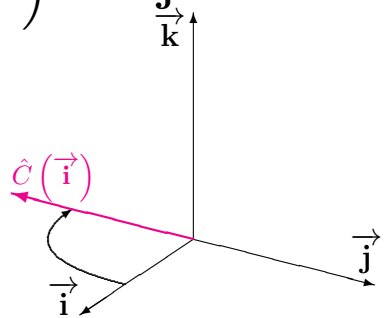
Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.



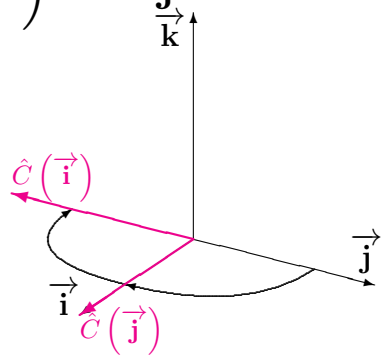
Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.



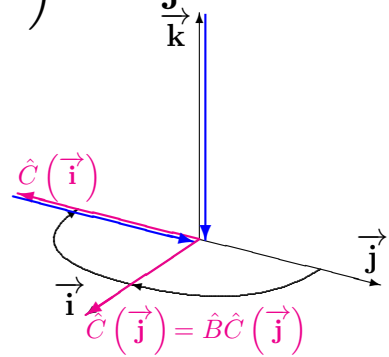
Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.



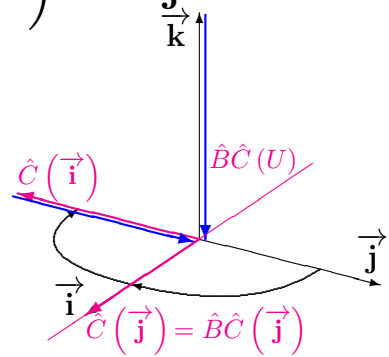
Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.



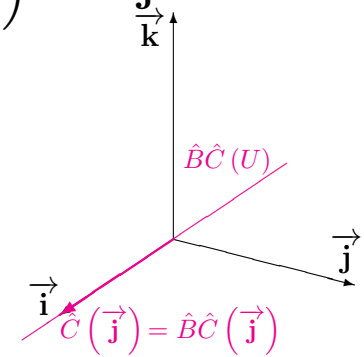
Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.



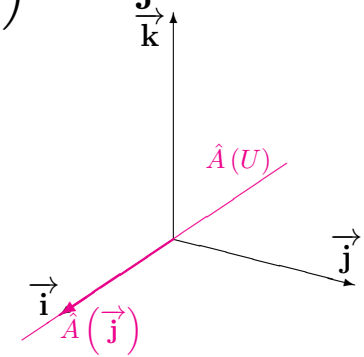
Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

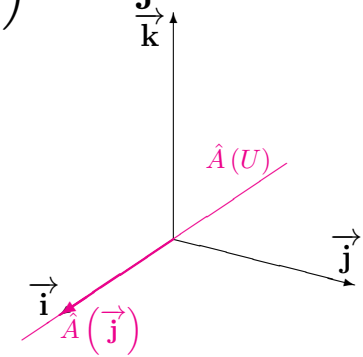


Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.



Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

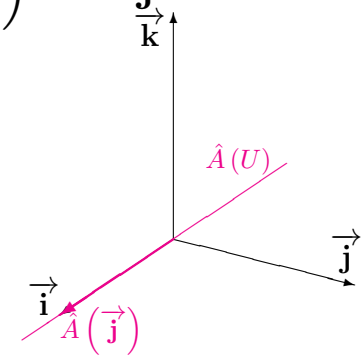


Решение.

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right).$$

Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.



Решение.

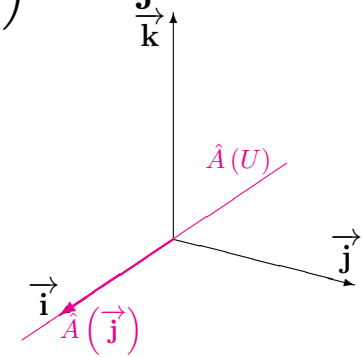
$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right).$$

Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad \right).$$



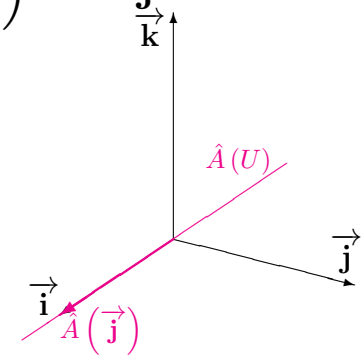
Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

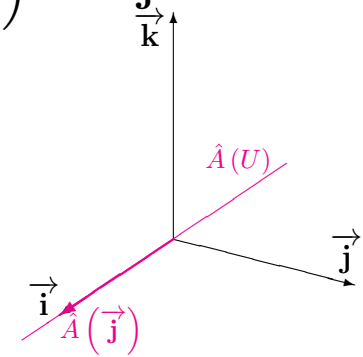
$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}}\,,\vec{\mathbf{j}}\,,\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad \right).$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}} =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.



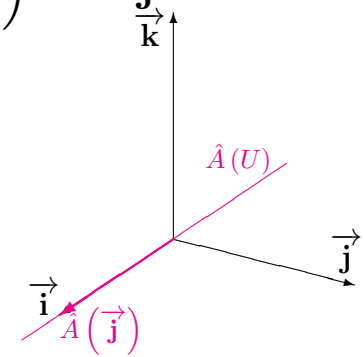
Решение.

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right).$$

Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}} = \quad\vec{\mathbf{i}} + \quad\vec{\mathbf{j}} + \quad\vec{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.



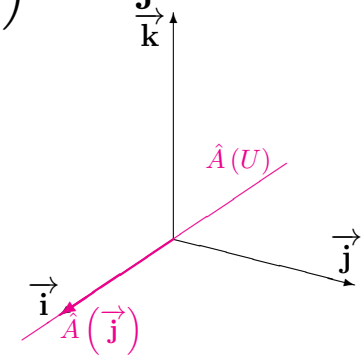
Решение.

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right).$$

Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}} = 0\,\vec{\mathbf{i}} + 0\,\vec{\mathbf{j}} + 0\,\vec{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.



Решение.

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$

Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

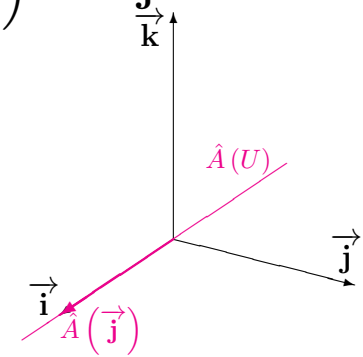
$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}} = 0\,\vec{\mathbf{i}} + 0\,\vec{\mathbf{j}} + 0\,\vec{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$,

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$



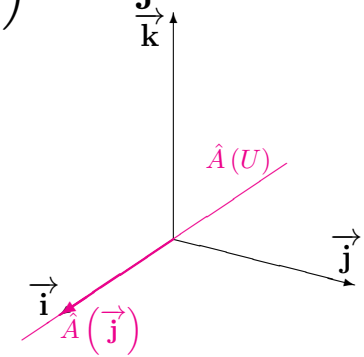
Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$,

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

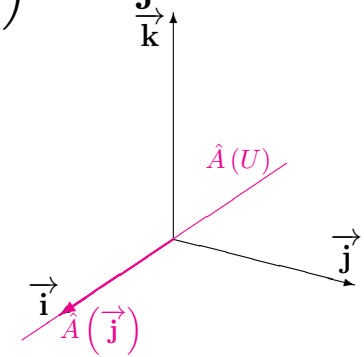
$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}} =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}}$,

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

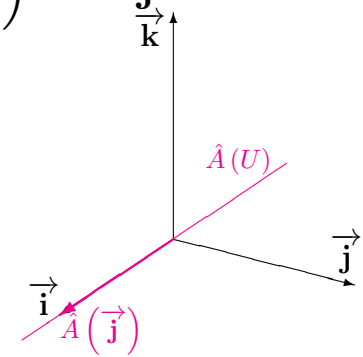
$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}} = \square\,\vec{\mathbf{i}} + \square\,\vec{\mathbf{j}} + \square\,\vec{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}}$,

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

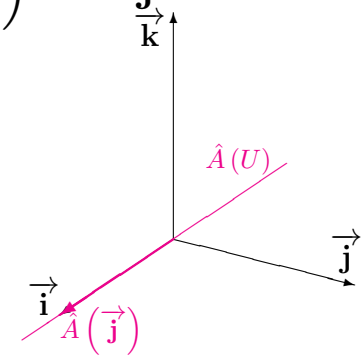
$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}} = 1\,\vec{\mathbf{i}} + \,\vec{\mathbf{j}} + \,\vec{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$,

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

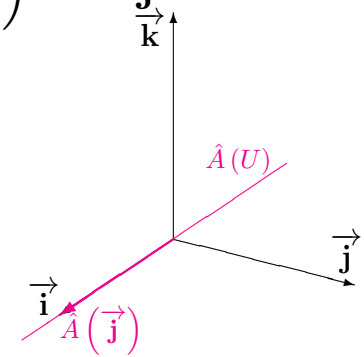
$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}} = 1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$,

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

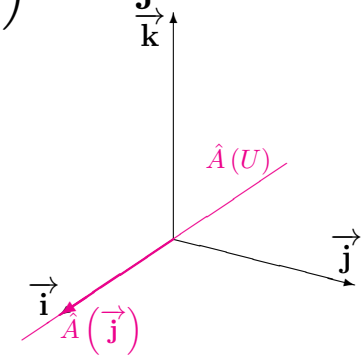
$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}} = 1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$,

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

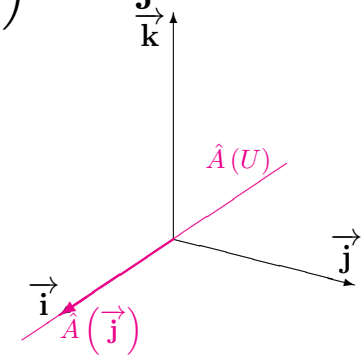
$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}} = 1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$,

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



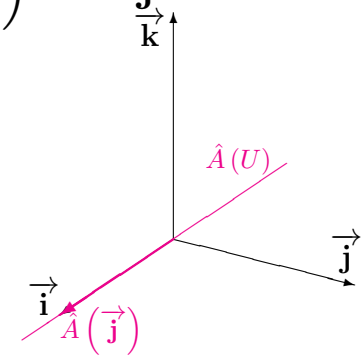
Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}} = 1\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



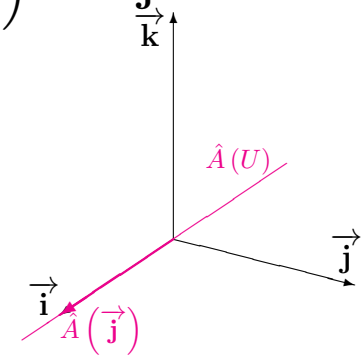
Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}} = 1\overrightarrow{\mathbf{i}} + 0\overrightarrow{\mathbf{j}} + 0\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



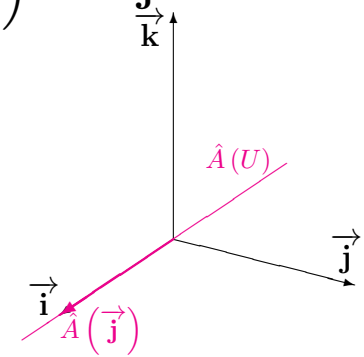
Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



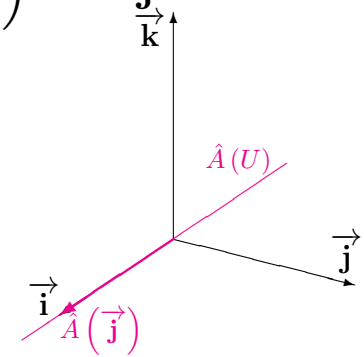
Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}}, \qquad \mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



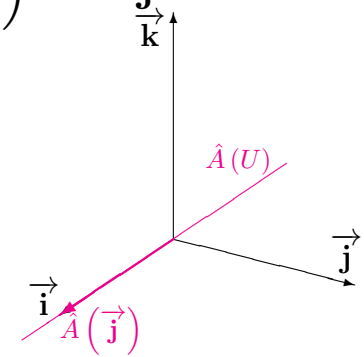
Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}} = \square\,\vec{\mathbf{i}} + \square\,\vec{\mathbf{j}} + \square\,\vec{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



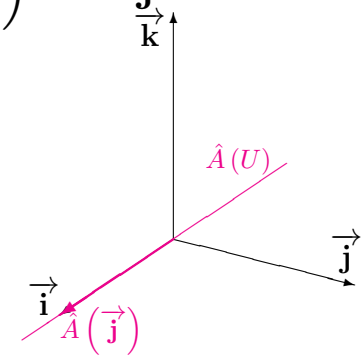
Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

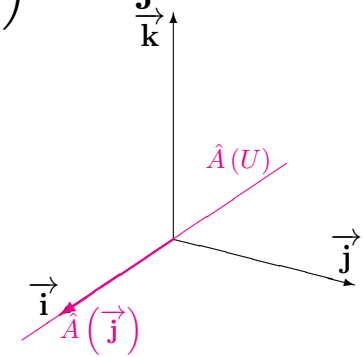
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{k}}.$$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



Найдем матрицу оператора $\hat{A}$.

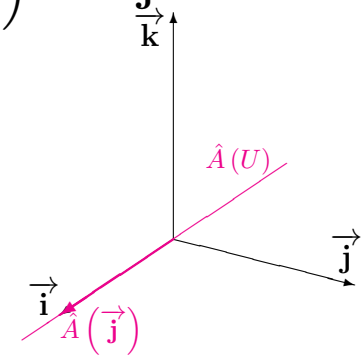
$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + 0\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

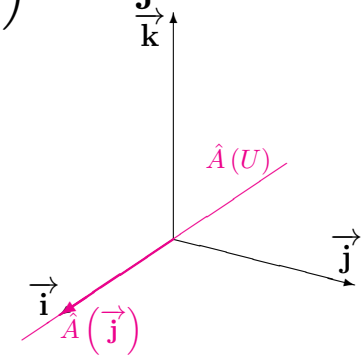


Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



Итак, клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ соответствует базису $\{e_1, e_2\}$ со свойствами

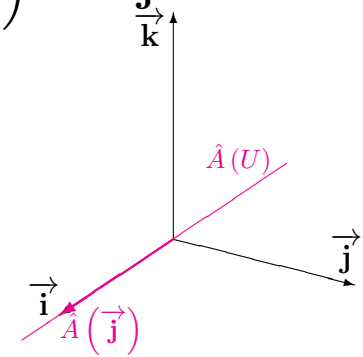
$\hat{A}(e_1) =$ $\hat{A}(e_2) =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



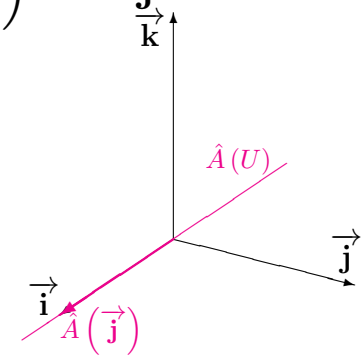
Итак, клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ соответствует базису $\{e_1, e_2\}$ со свойствами $\hat{A}(e_1) = \vec{\mathbf{0}}$, $\hat{A}(e_2) =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

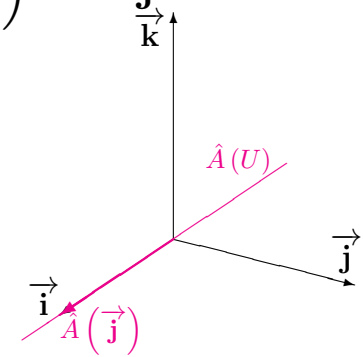


Итак, клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ соответствует базису $\{e_1, e_2\}$ со свойствами $\hat{A}(e_1) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, $\hat{A}(e_2) = e_1$.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

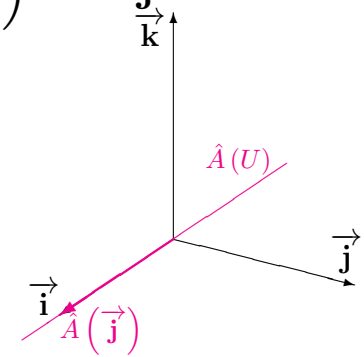
$$\begin{aligned} \hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) &= \overrightarrow{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) &= \overrightarrow{\mathbf{i}}, \\ \hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) &= \overrightarrow{\mathbf{0}}, \end{aligned} \qquad \mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}}, \overrightarrow{\mathbf{j}}, \overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 \end{matrix} & \boxed{0} \end{pmatrix}.$$



Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \hat{A}(e_1) &= \overrightarrow{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) &= e_1. \end{aligned}$

Итак, клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ соответствует базису $\{e_1, e_2\}$ со свойствами $\hat{A}(e_1) = \overrightarrow{\mathbf{0}}, \quad \hat{A}(e_2) = e_1.$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.



Решение.

$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

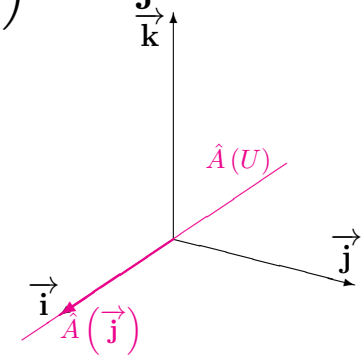
Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \hat{A}(e_1) = \\ \hat{A}(e_2) = \\ \hat{A}(e_3) = \end{matrix}$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



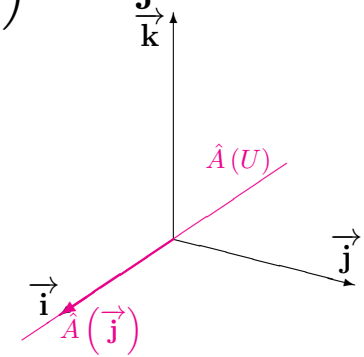
Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $\hat{A}(e_1) = \vec{\mathbf{0}}$, $\hat{A}(e_2) =$, $\hat{A}(e_3) =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



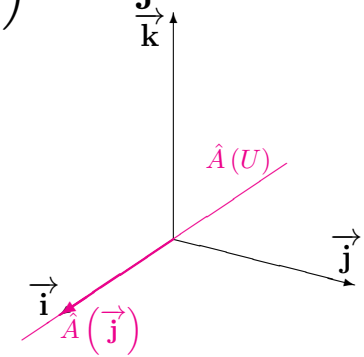
Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $\hat{A}(e_1) = \vec{\mathbf{0}}$, $\hat{A}(e_2) =$, $\hat{A}(e_3) =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



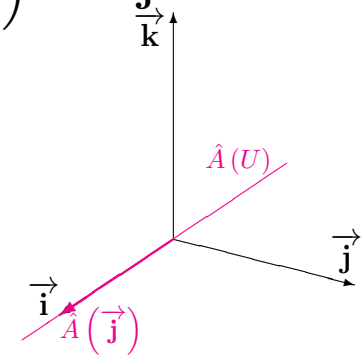
Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $\begin{array}{l} \hat{A}(e_1) = \vec{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) = e_1, \\ \hat{A}(e_3) = \end{array}$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.

Решение.

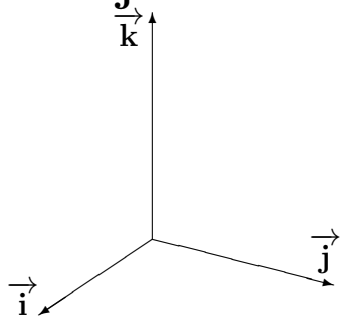
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $\hat{A}(e_1) = \vec{\mathbf{0}}$, $\hat{A}(e_2) = e_1$, $\hat{A}(e_3) =$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



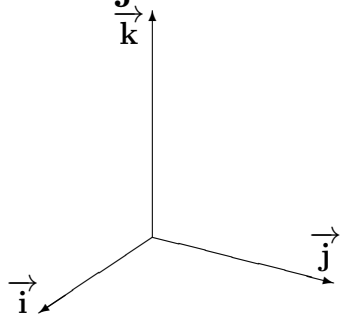
Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \hat{A}(e_1) = \overrightarrow{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) = e_1, \\ \hat{A}(e_3) = e_2. \end{array}$

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение.

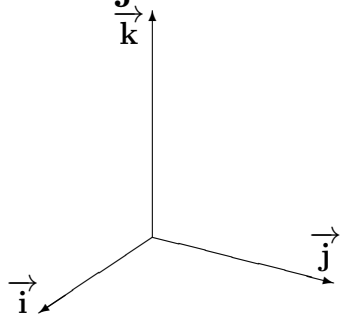
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Клетка} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \hat{A}(e_1) = \overrightarrow{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) = e_1, \\ \hat{A}(e_3) = e_2. \end{array}$$

Итак, базис клетки начинается с вектора e_1 из ядра.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение.

$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Клетка} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \hat{A}(e_1) = \overrightarrow{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) = e_1, \\ \hat{A}(e_3) = e_2. \end{array}$$

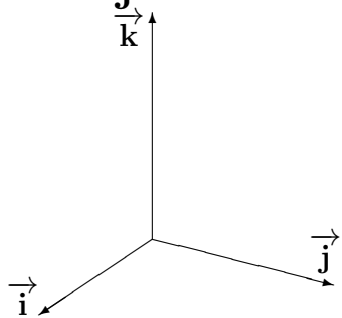
Итак, базис клетки начинается с вектора e_1 из ядра.

Вторым базисным вектором клетки является прообраз e_2 вектора e_1.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Решение.

$$\begin{aligned}
\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) &= \overrightarrow{\mathbf{0}},\\
\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) &= \overrightarrow{\mathbf{i}},\\
\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) &= \overrightarrow{\mathbf{0}},
\end{aligned}
\qquad
\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



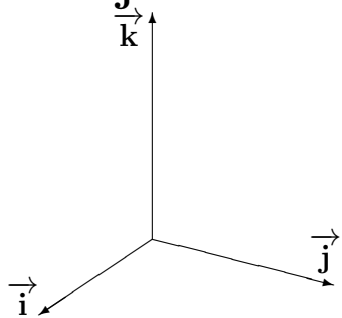
$$\text{Клетка } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \hat{A}(e_1) &= \overrightarrow{\mathbf{0}},\\ \hat{A}(e_2) &= e_1,\\ \hat{A}(e_3) &= e_2. \end{aligned}$$

Итак, базис клетки начинается с вектора e_1 из ядра.

Вторым базисным вектором клетки является прообраз e_2 вектора e_1.

Третьим базисным вектором клетки является прообраз e_3 вектора e_2 и др.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение.

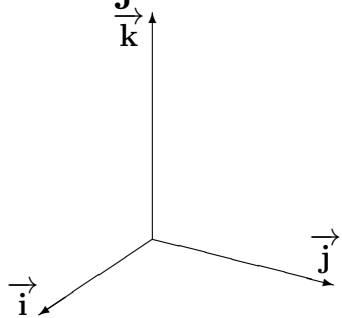
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}} & 0 \\ 0 \quad 0 & \boxed{0} \end{pmatrix}.$$

Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \hat{A}(e_1) = \overrightarrow{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) = e_1, \\ \hat{A}(e_3) = e_2. \end{matrix}$

Для образности будем называть e_1 «сыном»,

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение.

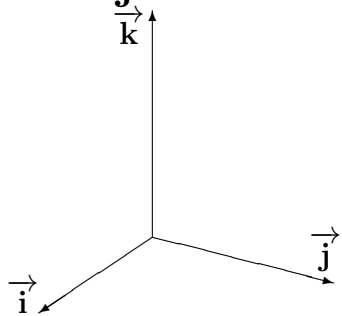
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{c} \hat{A}(e_1) = \overrightarrow{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) = e_1, \\ \hat{A}(e_3) = e_2. \end{array}$

Для образности будем называть e_1 «сыном», e_2 — «папой» для e_1,

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = -\overrightarrow{\mathbf{j}}$.



Решение.

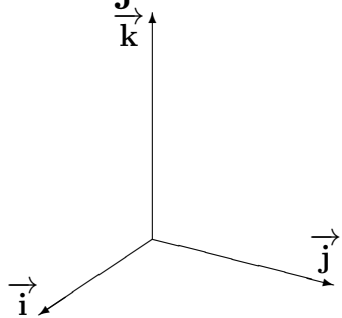
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\overrightarrow{\mathbf{i}},\overrightarrow{\mathbf{j}},\overrightarrow{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{c} \hat{A}(e_1) = \overrightarrow{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) = e_1, \\ \hat{A}(e_3) = e_2. \end{array}$

Для образности будем называть e_1 «сыном», e_2 — «папой» для e_1, e_3 — «дедушкой» для e_1 и «папой» для e_2 и т.д.

Пример 42. *Найти матрицу оператора* $\hat{A} = \hat{B} \cdot \hat{C}$, *где* $\hat{B}$ — *проецирование пространства* U *на ось* Ox, $\hat{C}$ — *поворот пространства относительно оси* Oz *на угол* $\pi/2$, *причем* $\hat{B}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = -\vec{\mathbf{j}}$.



Решение.

$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = \vec{\mathbf{i}},$$
$$\hat{A}\left(\vec{\mathbf{k}}\right) = \vec{\mathbf{0}},$$

$$\mathbf{A}_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}}\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Клетка $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ $\begin{array}{l} \hat{A}(e_1) = \vec{\mathbf{0}}, \\ \hat{A}(e_2) = e_1, \\ \hat{A}(e_3) = e_2. \end{array}$

Для образности будем называть e_1 «сыном», e_2 — «папой» для e_1, e_3 — «дедушкой» для e_1 и «папой» для e_2 и т.д.

Вернемся к лекции?

Задача XXXVIII.51. (Ответ приведен на стр.6583.) Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -5 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -6 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Задача XXXVIII.52. (Ответ приведен на стр.6632.) Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -7 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Задача XXXVIII.53. (Ответ приведен на стр.6666.)

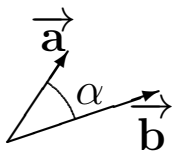
Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \multicolumn{2}{c}{\ldots} \end{array}\right)$$

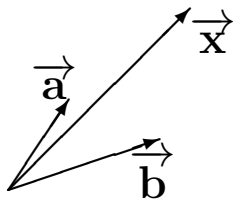
Задача XXXIX.54. (Ответ приведен на стр.6695.) Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -6 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -2 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Задача XL.55. (Ответ приведен на стр.6731.) Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

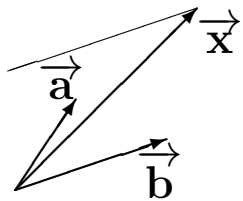
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



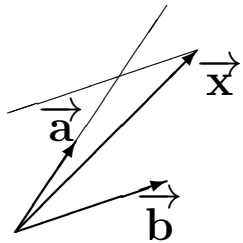
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



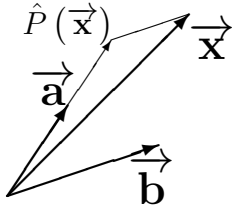
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

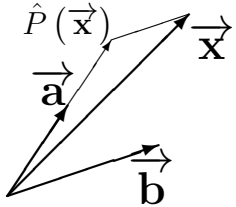


Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



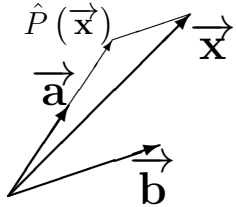
Решение.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Решение. Можно предложить, как минимум, два способа решения:

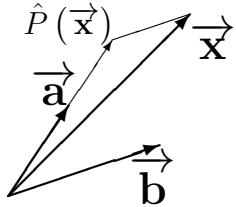
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Решение. Можно предложить, как минимум, два способа решения:

– решение геометрическое (по определению **сопряженного к оператора**);

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

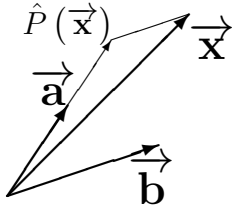


Решение. Можно предложить, как минимум, два способа решения:

– решение геометрическое (по определению **сопряженного к оператора**);

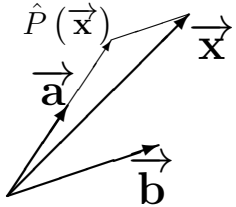
– стандартное решение, с помощью перехода в $\mathbb{R}^2$ (позже, см. **пример 45**.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



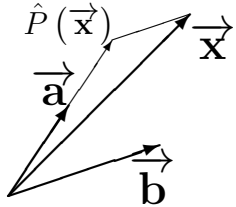
Геометрическое решение.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Главный недостаток этого решения состоит в том, что оно основано на значительно менее «стандартизованном» математическом аппарате.

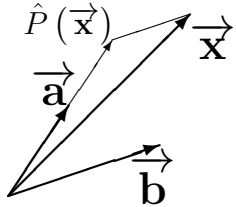
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Главный недостаток этого решения состоит в том, что оно основано на значительно менее «стандартизованном» математическом аппарате.

В частности, не очень понятно даже, *как* «геометрически» задать искомый оператор $\hat{P}^*$, что вызывает трудности с использованием **стратегии составления уравнений**).

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

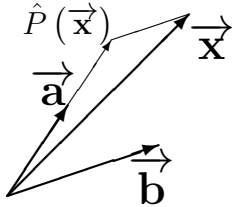


Геометрическое решение. Главный недостаток этого решения состоит в том, что оно основано на значительно менее «стандартизованном» математическом аппарате.

В частности, не очень понятно даже, *как* «геометрически» задать искомый оператор $\hat{P}^*$, что вызывает трудности с использованием **стратегии составления уравнений**).

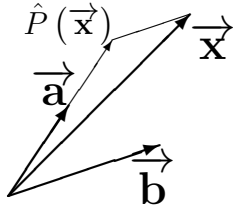
Поэтому это решение будет «эвристическим», что выражается, в частности, в обильном использовании фразы «заметим, что».

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

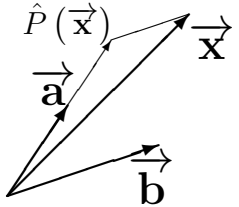
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) =$$

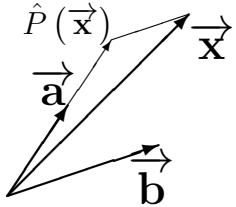
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) =$$

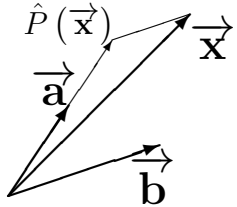
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right)$$

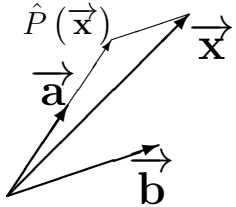
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

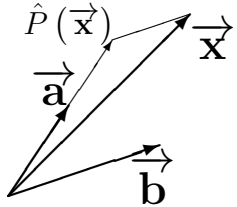


Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

то есть $\hat{P}^* \neq \hat{0}$ и

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



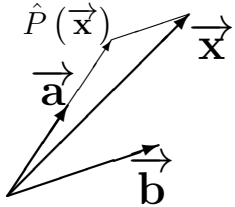
Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

то есть $\hat{P}^* \neq \hat{0}$ и

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)\right) =$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



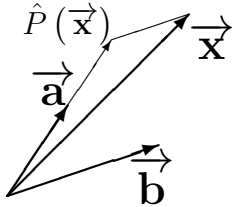
Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

то есть $\hat{P}^* \neq \hat{0}$ и

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)\right) = \qquad\qquad \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right),$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



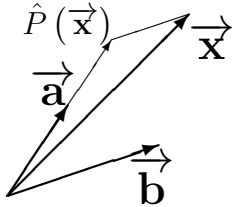
Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

то есть $\hat{P}^* \neq \hat{0}$ и

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right),$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



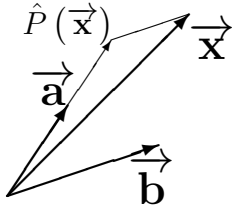
Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

то есть $\hat{P}^* \neq \hat{0}$ и

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{0}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) \qquad \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right),$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



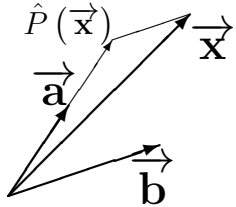
Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

то есть $\hat{P}^* \neq \hat{0}$ и

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{0}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \neq \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right),$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

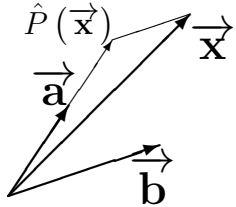
$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

то есть $\hat{P}^* \neq \hat{0}$ и

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{0}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \neq \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right),$$

откуда $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) \neq \overrightarrow{\mathbf{b}}$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. Сначала *заметим, что* оператор $\hat{P}^*$ не нулевой и не тождественный, так как

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \neq 0,$$

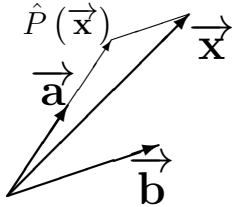
то есть $\hat{P}^* \neq \hat{0}$ и

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{0}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0 \neq \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right),$$

откуда $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) \neq \overrightarrow{\mathbf{b}}$.

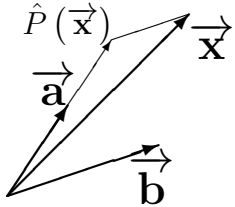
Значит, $\hat{P}^*$ действует на U не тождественно.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

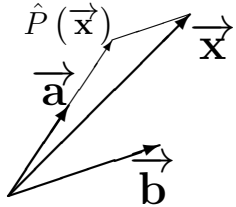
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) =$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

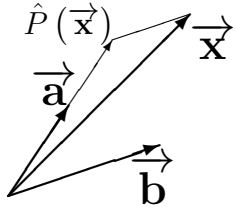


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) =$

Поэтому для любого вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеем, согласно определению **сопряженного оператора...**

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

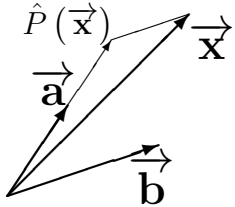


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^{*}\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

Поэтому для любого вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеем, согласно определению **сопряженного оператора...**

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

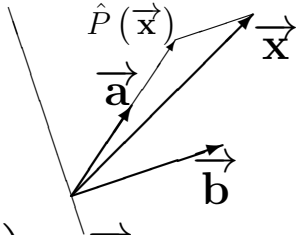


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

Следовательно, $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ ортогонален к $\hat{P}^*(U)$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

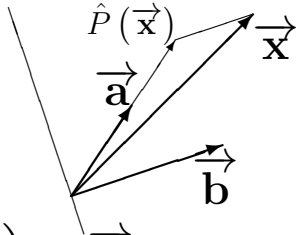


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

Следовательно, $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ ортогонален к $\hat{P}^*(U)$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

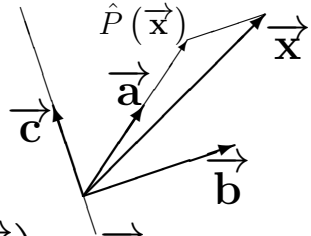


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

Обозначим через $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ какой-либо ненулевой вектор из $\hat{P}^*(U)$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

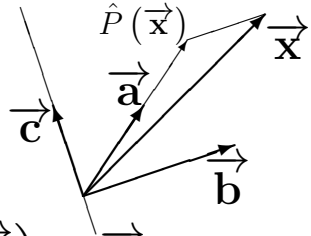


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

Обозначим через $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ какой-либо ненулевой вектор из $\hat{P}^*(U)$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



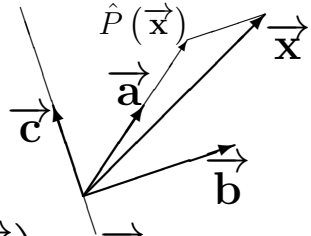
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

Обозначим через $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ какой-либо ненулевой вектор из $\hat{P}^*(U)$.

Заметим, что $\hat{P}^*(U) = \langle\overrightarrow{\mathbf{c}}\rangle$, то есть

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

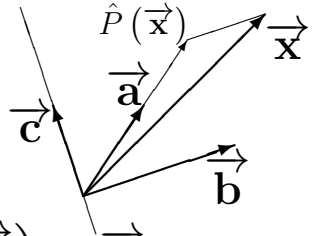


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

Обозначим через $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ какой-либо ненулевой вектор из $\hat{P}^*(U)$.
Заметим, что $\hat{P}^*(U) = \langle\overrightarrow{\mathbf{c}}\rangle$, то есть
$\langle\overrightarrow{\mathbf{c}}\rangle$ является $\hat{P}^*$-инвариантным подпространством.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

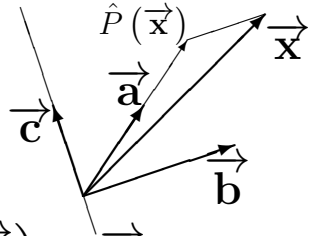
Обозначим через $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ какой-либо ненулевой вектор из $\hat{P}^*(U)$.

Заметим, что $\hat{P}^*(U) = \langle\overrightarrow{\mathbf{c}}\rangle$, то есть

$\langle\overrightarrow{\mathbf{c}}\rangle$ является $\hat{P}^*$-инвариантным подпространством.

Следовательно...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}$.

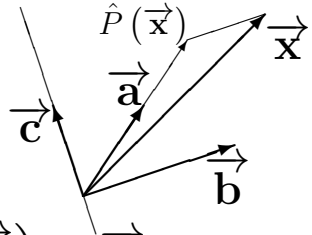
Обозначим через $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ какой-либо ненулевой вектор из $\hat{P}^*(U)$.

Заметим, что $\hat{P}^*(U) = \langle\overrightarrow{\mathbf{c}}\rangle$, то есть

$\langle\overrightarrow{\mathbf{c}}\rangle$ является $\hat{P}^*$-инвариантным подпространством.

Следовательно...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

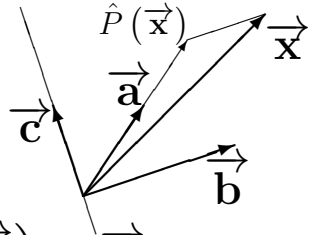


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

Заметим, что по определению оператора $\hat{P}$ имеем $\hat{P}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) = \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

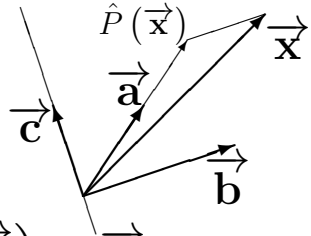


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

Заметим, что по определению оператора $\hat{P}$ имеем $\hat{P}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) = \overrightarrow{\mathbf{a}}$. Следовательно, для любого вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеем, согласно **определению сопряженного оператора**...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

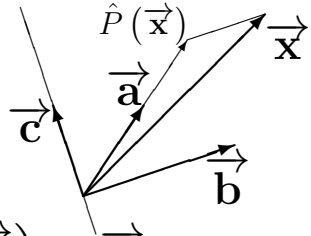


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$
$$= \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) =$$

Заметим, что по определению оператора $\hat{P}$ имеем $\hat{P}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) = \overrightarrow{\mathbf{a}}$. Следовательно, для любого вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеем, согласно **определению сопряженного оператора**...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



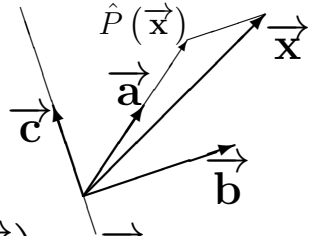
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) =$$

Заметим, что по определению оператора $\hat{P}$ имеем $\hat{P}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) = \overrightarrow{\mathbf{a}}$. Следовательно, для любого вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеем, согласно **определению сопряженного оператора**...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



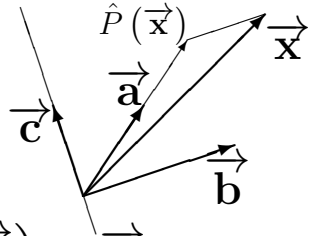
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right).$$

Заметим, что по определению оператора $\hat{P}$ имеем $\hat{P}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) = \overrightarrow{\mathbf{a}}$. Следовательно, для любого вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеем, согласно **определению сопряженного оператора**...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



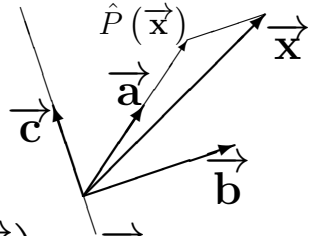
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$$

Заметим, что по определению оператора $\hat{P}$ имеем $\hat{P}(\overrightarrow{\mathbf{a}}) = \overrightarrow{\mathbf{a}}$. Следовательно, для любого вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ имеем, согласно **определению сопряженного оператора**...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



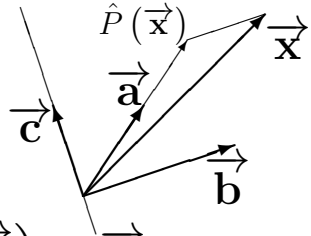
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$$

Положим в последнем равенстве $\overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



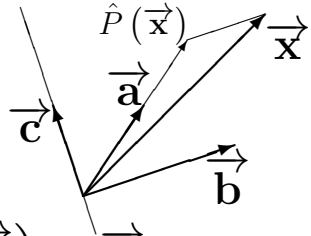
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$$

Положим в последнем равенстве $\overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.
Получаем, в силу $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}$, что...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}$.

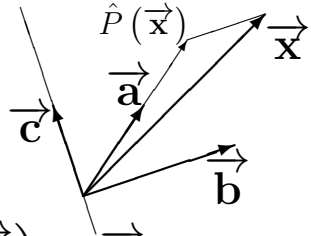
$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\quad 0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$

$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) =$

Положим в последнем равенстве $\overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Получаем, в силу $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}$, что...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

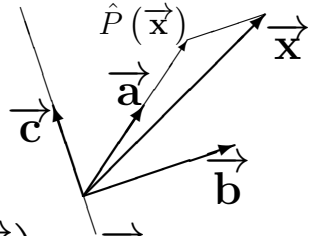
$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, (\lambda - 1)\overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

Положим в последнем равенстве $\overrightarrow{\mathbf{x}} = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Получаем, в силу $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}$, что...

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

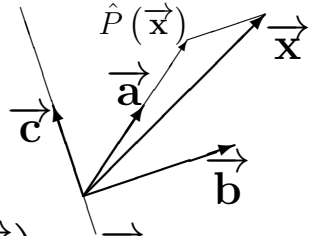
$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, (\lambda - 1)\overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

$\overrightarrow{\mathbf{c}}$ ортогонален к $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, поэтому он не ортогонален к $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

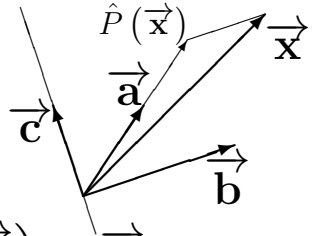
$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, (\lambda - 1)\overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

$\overrightarrow{\mathbf{c}}$ ортогонален к $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, поэтому он не ортогонален к $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.
Иначе $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ ортогональны к $\overrightarrow{\mathbf{c}}$, но $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ не коллинеарны.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

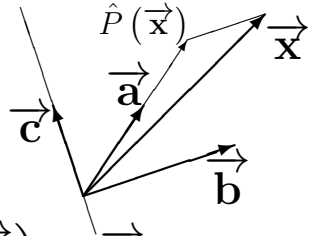
$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \lambda\overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{x}}\right)$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) - \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, (\lambda - 1)\overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

$\overrightarrow{\mathbf{c}}$ ортогонален к $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, поэтому он не ортогонален к $\overrightarrow{\mathbf{a}}$.
Иначе $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ ортогональны к $\overrightarrow{\mathbf{c}}$, но $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}$ не коллинеарны.
Значит, $(\lambda - 1)\overrightarrow{\mathbf{c}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, то есть

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{b}}\right) = \vec{\mathbf{0}}$.

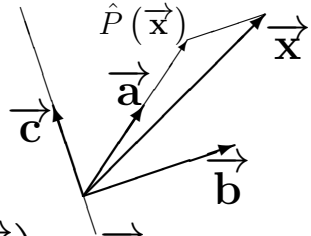
$$0 = \left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{b}}\right), \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\vec{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{c}}\right) = \lambda\vec{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{a}}\right), \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}}\right)$$

$$0 = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{c}}\right) - \vec{\mathbf{c}}\right) = \left(\vec{\mathbf{a}}, (\lambda - 1)\,\vec{\mathbf{c}}\right).$$

$\vec{\mathbf{c}}$ ортогонален к $\vec{\mathbf{b}}$, поэтому он не ортогонален к $\vec{\mathbf{a}}$.
Иначе $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ ортогональны к $\vec{\mathbf{c}}$, но $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ не коллинеарны.
Значит, $(\lambda - 1)\,\vec{\mathbf{c}} = \vec{\mathbf{0}}$, то есть $\lambda = 1$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{b}}\right) = \vec{\mathbf{0}}$.

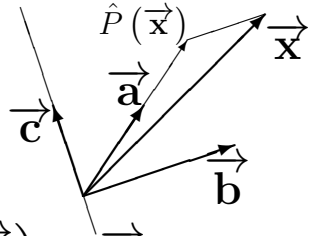
$$0 = \left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{b}}\right), \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\vec{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{c}}\right) = \lambda\,\vec{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{a}}\right), \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}}\right)$$

$$0 = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{c}}\right) - \vec{\mathbf{c}}\right) = \left(\vec{\mathbf{a}}, (\lambda - 1)\,\vec{\mathbf{c}}\right).$$

$\vec{\mathbf{c}}$ ортогонален к $\vec{\mathbf{b}}$, поэтому он не ортогонален к $\vec{\mathbf{a}}$.
Иначе $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ ортогональны к $\vec{\mathbf{c}}$, но $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ не коллинеарны.
Значит, $(\lambda - 1)\,\vec{\mathbf{c}} = \vec{\mathbf{0}}$, то есть $\lambda = 1$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{b}}\right) = \vec{\mathbf{0}}$.

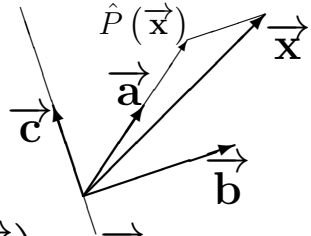
$$0 = \left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{b}}\right), \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\vec{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{c}}\right) = \vec{\mathbf{c}}.$$

$$\left(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{a}}\right), \vec{\mathbf{x}}\right) = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right)\right). \quad 0 = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{x}}\right) - \vec{\mathbf{x}}\right)$$

$$0 = \left(\vec{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\vec{\mathbf{c}}\right) - \vec{\mathbf{c}}\right) = \left(\vec{\mathbf{a}}, (\lambda - 1)\,\vec{\mathbf{c}}\right).$$

$\vec{\mathbf{c}}$ ортогонален к $\vec{\mathbf{b}}$, поэтому он не ортогонален к $\vec{\mathbf{a}}$.
Иначе $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ ортогональны к $\vec{\mathbf{c}}$, но $\vec{\mathbf{a}}$ и $\vec{\mathbf{b}}$ не коллинеарны.
Значит, $(\lambda - 1)\,\vec{\mathbf{c}} = \vec{\mathbf{0}}$, то есть $\lambda = 1$.

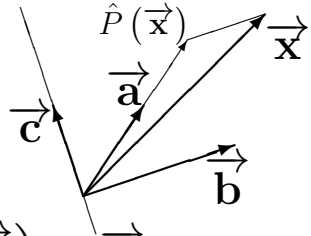
Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

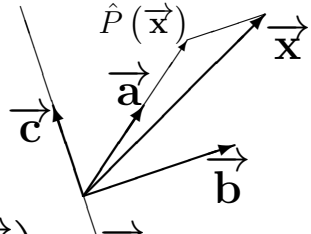


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ — оператор проецирования на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

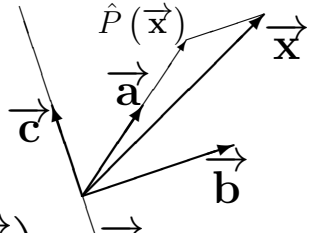
$\hat{P}^*$ — оператор проецирования на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Согласно **критериям вырожденности оператора**, в силу

$$1 = \dim\left(\hat{P}^*(U)\right) = \mathrm{Rg}\left(\hat{P}^*\right) < \dim(U) = 2,$$

имеем, что

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

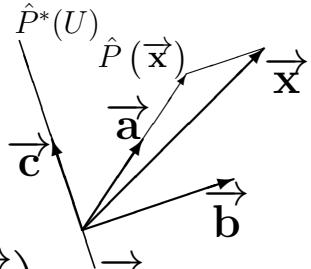
$\hat{P}^*$ — оператор проецирования на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Согласно **критериям вырожденности оператора**, в силу

$$1 = \dim\left(\hat{P}^*(U)\right) = \mathrm{Rg}\left(\hat{P}^*\right) < \dim(U) = 2,$$

имеем, что **ядро** оператора $\hat{P}^*$ ненулевое.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

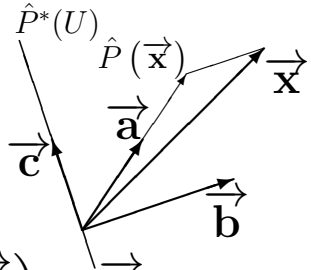
$\hat{P}^*$ — оператор проецирования на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Согласно **критериям вырожденности оператора**, в силу

$$1 = \dim\left(\hat{P}^*(U)\right) = \mathrm{Rg}\left(\hat{P}^*\right) < \dim(U) = 2,$$

имеем, что **ядро** оператора $\hat{P}^*$ ненулевое.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Осталось понять, параллельно какому вектору осуществляется проецирование.

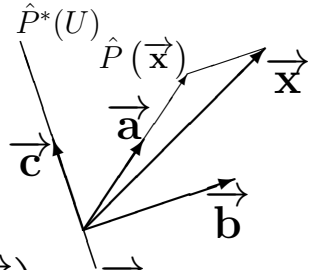
$\hat{P}^*$ — оператор проецирования на ось вектора $\overrightarrow{\mathbf{c}}$.

Согласно **критериям вырожденности оператора**, в силу

$$1 = \dim\left(\hat{P}^*(U)\right) = \mathrm{Rg}\left(\hat{P}^*\right) < \dim(U) = 2,$$

имеем, что **ядро** оператора $\hat{P}^*$ ненулевое.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

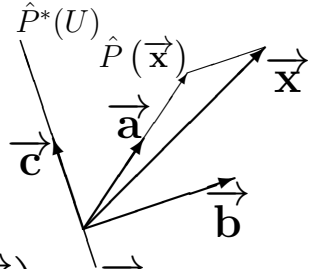


Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

И опять «заметим, что».

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



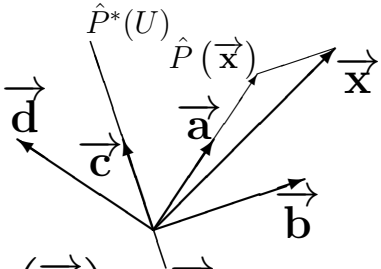
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

И опять «заметим, что».

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



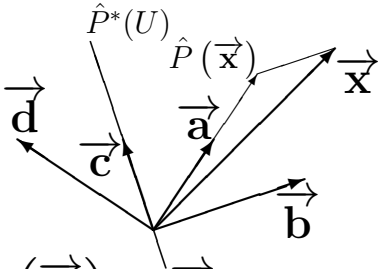
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

И опять «заметим, что».

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



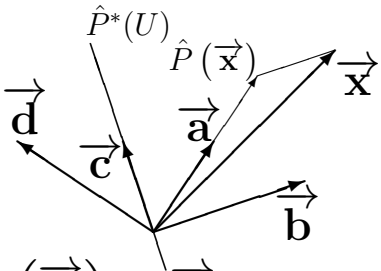
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



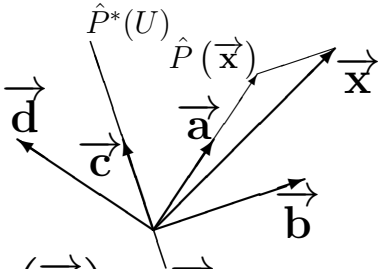
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) =$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



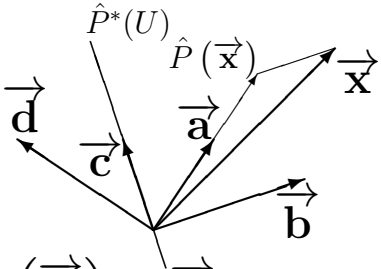
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



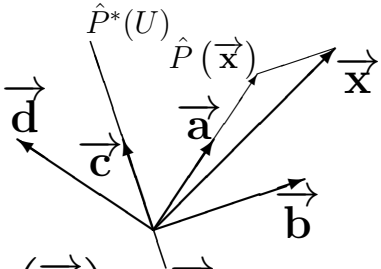
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) =$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



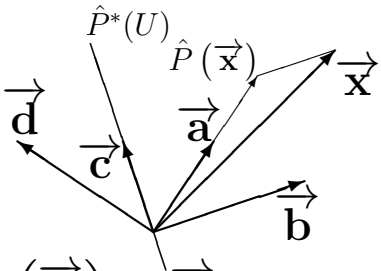
Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

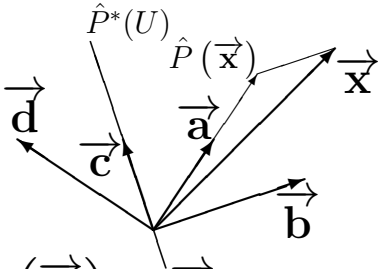
$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) =$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

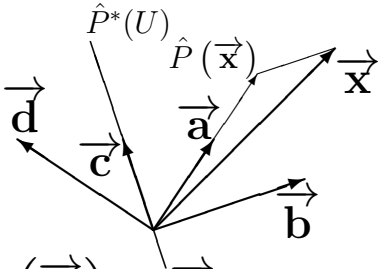
$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) =$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

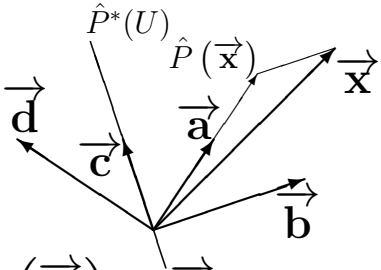
$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) =$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

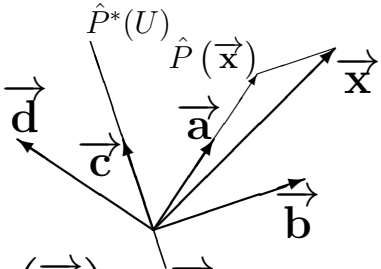
$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) =$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

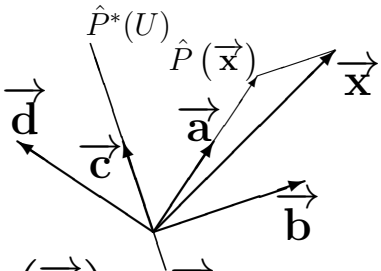
$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \mu\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

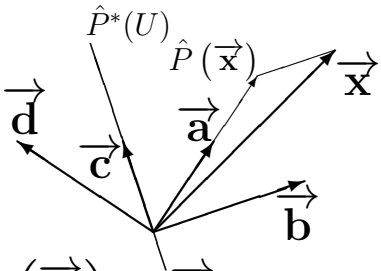
$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \mu\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

Поскольку $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) \neq 0$, то $\mu = 0$, то есть $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) =$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

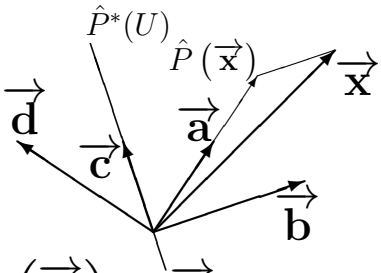
$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \mu\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right)$.

Поскольку $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) \neq 0$, то $\mu = 0$, то есть $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{d}} =$

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

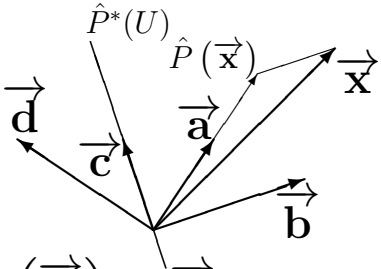
$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \mu\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

Поскольку $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) \neq 0$, то $\mu = 0$, то есть $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{d}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$,

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

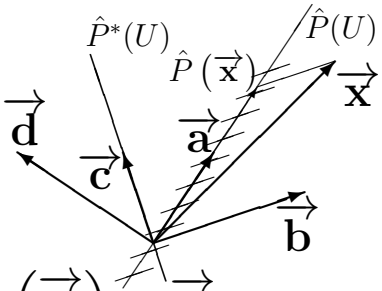
$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \mu\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

Поскольку $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) \neq 0$, то $\mu = 0$, то есть $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{d}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, что и требовалось доказать.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

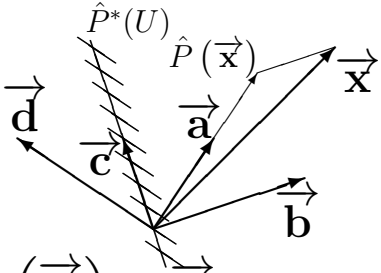
$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \mu\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

Поскольку $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) \neq 0$, то $\mu = 0$, то есть $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{d}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, что и требовалось доказать.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right)$. $\quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

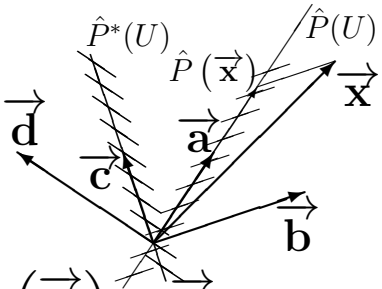
$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}$.

$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \mu\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right)$.

Поскольку $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) \neq 0$, то $\mu = 0$, то есть $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{d}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, что и требовалось доказать.

Пример 43. *Найти по определению* ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Геометрическое решение. *Заметим, что* $\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}}$.

$$0 = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right), \overrightarrow{\mathbf{x}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{x}}\right)\right). \quad \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$\hat{P}^*$ проецирует плоскость на $\overrightarrow{\mathbf{c}}$ параллельно вектору $\overrightarrow{\mathbf{d}} \perp \overrightarrow{\mathbf{a}}$.

$$\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) \in \hat{P}^*(U) = \langle \overrightarrow{\mathbf{c}} \rangle \ \Rightarrow \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}.$$

$$0 = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right), \overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right)\right) = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \mu\, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) = \mu\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right).$$

Поскольку $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{c}}\right) \neq 0$, то $\mu = 0$, то есть $\hat{P}^*\left(\overrightarrow{\mathbf{d}}\right) = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{d}} = \overrightarrow{\mathbf{0}}$, что и требовалось доказать.

Вернёмся к лекции?

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле;*

2) *с помощью матрицы перехода.*

Решение.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* _____ ;

Решение.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

Б' = { } .

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

Б' = { e_1 e_2, e_1 e_2} .

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

Б' $= \{1e_1 \quad e_2,\ e_1 \quad e_2\}$.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

Б' $= \{1e_1 + 2e_2,\ e_1 \quad e_2\}$.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

Б' $= \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 \quad e_2\}$.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

Б' $= \{1e_1+2e_2, 3e_1+4e_2\}$.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

Б' $= \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$P^*_{Б'} =$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} =$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1}$ $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1}$ $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$

$\mathbf{P}_{Б'} =$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1}$ $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$

$\mathbf{P}_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P_{Б} T_{Б \to Б'} =$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1}$ $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$

$\mathbf{P}_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P_{Б} T_{Б \to Б'} =$ $\cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \quad \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$\mathbf{P}_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \quad \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$\mathbf{P}_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$\mathbf{P}_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$=$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 25 & -11 \\ -11 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 25 & -11 \\ -11 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} = \qquad \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 25 & -11 \\ -11 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -8 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 25 & -11 \\ -11 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -8 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 26 & 62 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 25 & -11 \\ -11 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -8 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 26 & 62 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

1) *по формуле:* $P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^t_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}}$;

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение.

$Б' = \{1e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} P^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 25 & -11 \\ -11 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -8 & 6 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 26 & 62 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) с помощью матрицы перехода.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. Б' = { } .

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$P^*_{Б'} =$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}.$$

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}.$$

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}.$$

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{-}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{-}\begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{-}\begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{-}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ & \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{-}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{-}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} =$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix},$$

Пример 44. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *оператора* $\hat{P}$ *равна* $P_{\boldsymbol{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. *Найдите матрицу* ***сопряжённого оператора*** *в базисе* $\boldsymbol{Б'} = \{\hat{P}(e_1), \hat{P}(e_2)\}$

2) *с помощью матрицы перехода:*

$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'}$.

$$\boxed{\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}}$$

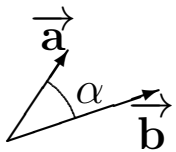
Решение. $\mathbf{Б'} = \{e_1 + 2e_2, 3e_1 + 4e_2\}$.

$$P^*_{Б'} = T^{-1}_{Б \to Б'} P^*_{Б} T_{Б \to Б'} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 13 & 31 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, \text{ ура!}$$

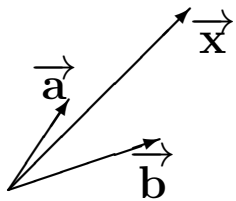
Вернёмся к лекции?

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



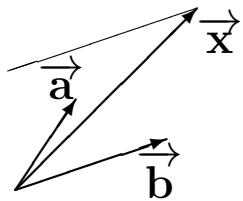
Координатное решение (см. также **пример 43**).

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



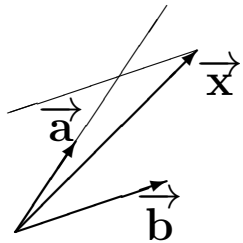
Координатное решение (см. также **пример 43**).

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



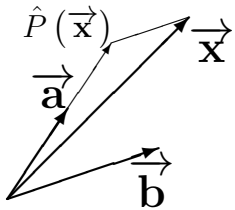
Координатное решение (см. также **пример 43**).

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



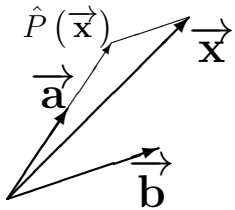
Координатное решение (см. также **пример 43**).

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



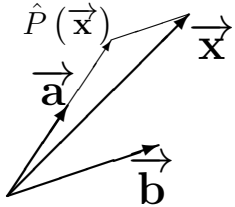
Координатное решение (см. также **пример 43**).

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



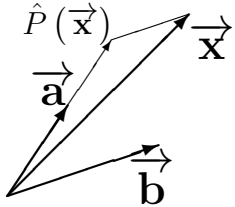
Координатное решение (см. также **пример 43**).

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение (см. также **пример 43**).
Применим традиционную стратегию решения задач с использованием аппарата линейной алгебры:

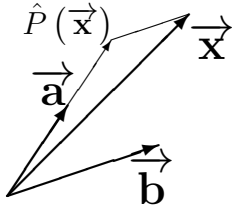
Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение (см. также **пример 43**).
Применим традиционную стратегию решения задач с использованием аппарата линейной алгебры:

I. Переформулировать задачу в терминах $\mathbb{R}^n$***.***

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

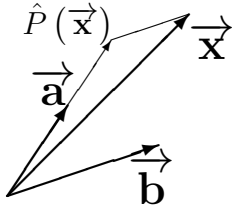


Координатное решение (см. также **пример 43**).
Применим традиционную стратегию решения задач с использованием аппарата линейной алгебры:

I. Переформулировать задачу в терминах $\mathbb{R}^n$***.***

I а) Ввести базис исходного пространства.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение (см. также **пример 43**).

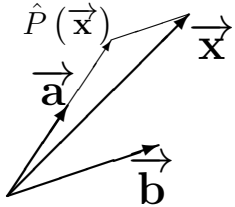
Применим традиционную стратегию решения задач с использованием аппарата линейной алгебры:

I. Переформулировать задачу в терминах $\mathbb{R}^n$***.***

I а) Ввести базис исходного пространства.

I б) Все объекты заменить на их стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение (см. также **пример 43**).

Применим традиционную стратегию решения задач с использованием аппарата линейной алгебры:

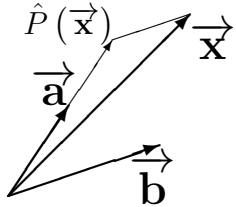
I. Переформулировать задачу в терминах $\mathbb{R}^n$***.***

I а) Ввести базис исходного пространства.

I б) Все объекты заменить на их стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

II. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$***.***

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение (см. также **пример 43**).

Применим традиционную стратегию решения задач с использованием аппарата линейной алгебры:

I. Переформулировать задачу в терминах $\mathbb{R}^n$***.***

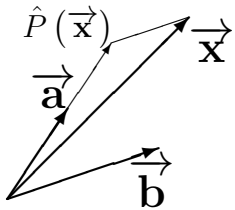
I а) Ввести базис исходного пространства.

I б) Все объекты заменить на их стандартные образы в $\mathbb{R}^n$.

II. Решить полученную задачу в $\mathbb{R}^n$***.***

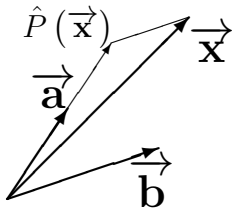
III. Интерпретировать результат в исходном пространстве.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



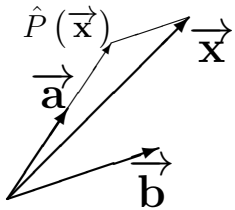
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{ \qquad \right\}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

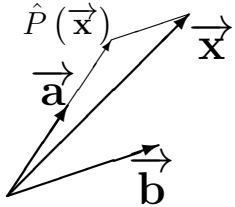
Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$P_{\mathbf{Б}} = \left(\qquad\right)$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

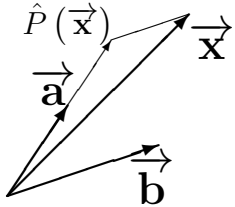


Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$P_{\mathbf{Б}} = \left(\quad\right)$.

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



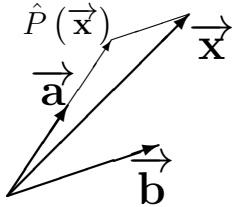
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$P_{\mathbf{Б}} = \left(\quad\right)$.

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) =$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



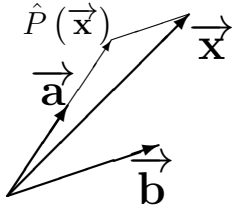
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}} =$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



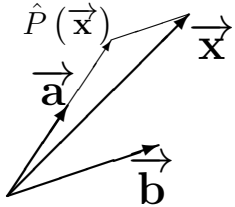
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$P_{\mathbf{Б}} = \left(\quad\right)$.

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{a}} + 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{b}} \mapsto$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



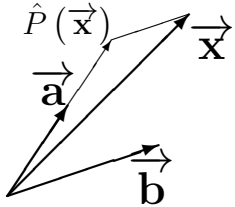
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$P_{\mathbf{Б}} = \left(\quad\right)$.

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{a}} + 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{b}} \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



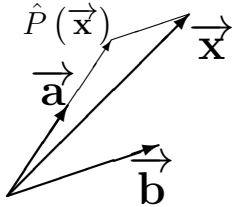
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{a}} = 1 \cdot \overrightarrow{\mathbf{a}} + 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{b}} \mapsto \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



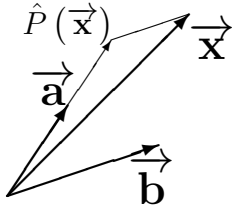
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) =$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



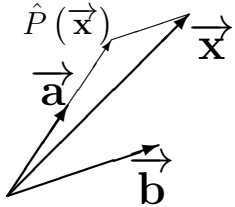
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} =$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



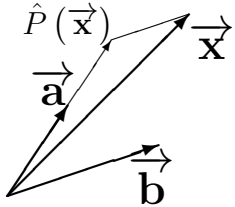
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{a}} + 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{b}} \mapsto$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



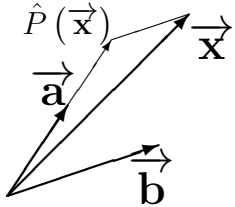
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{0}} = 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{a}} + 0 \cdot \overrightarrow{\mathbf{b}} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



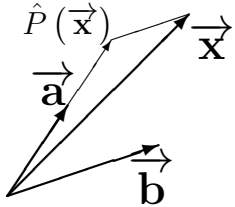
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) =$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

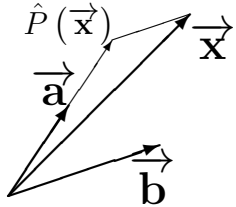


Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}} \right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



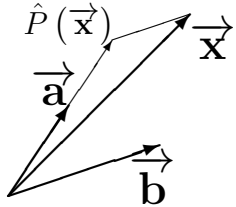
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



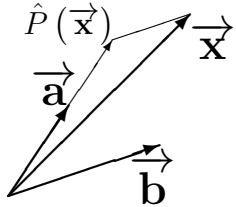
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

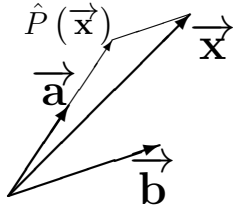
$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$\gamma_{11} =$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

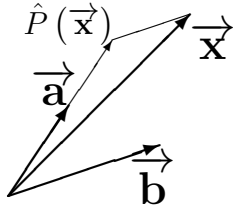
$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$.

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$\gamma_{11} = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}}\right) =$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

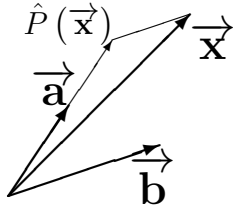
$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \end{pmatrix}$.

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$\gamma_{11} = (\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{a}}) = |\vec{\mathbf{a}}|^2$,

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

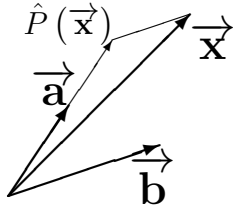
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \ \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & \\ & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$\gamma_{11} = (\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{a}}) = |\vec{\mathbf{a}}|^2$,

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



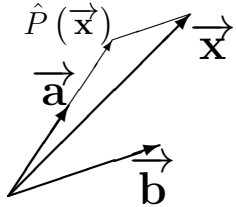
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \; \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & \\ & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

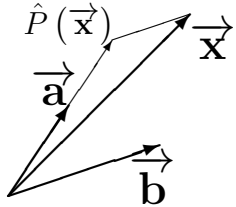
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & \\ & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$\gamma_{12} = \gamma_{21} =$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

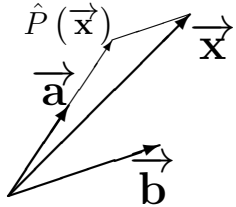
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & \\ & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \left(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right) =$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

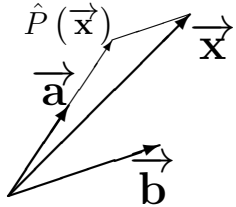
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \\ & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha,$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

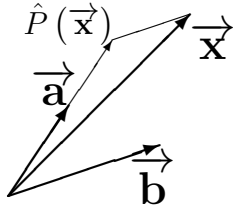
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & |\vec{\mathbf{a}}| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ |\vec{\mathbf{a}}| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \left(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right) = |\vec{\mathbf{a}}| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha,$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



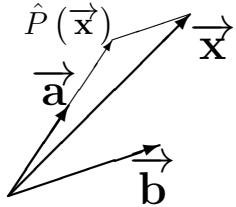
Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{ \vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}} \right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & |\vec{\mathbf{a}}| \cdot |\vec{\mathbf{b}}| \cdot \cos\alpha \\ |\vec{\mathbf{a}}| \cdot |\vec{\mathbf{b}}| \cdot \cos\alpha & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

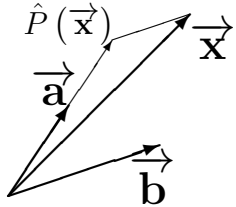
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & |\vec{\mathbf{a}}| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ |\vec{\mathbf{a}}| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$\gamma_{22} =$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

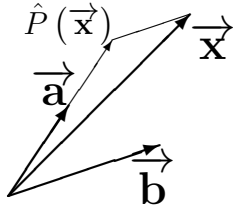
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & |\vec{\mathbf{a}}| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ |\vec{\mathbf{a}}| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$$\gamma_{22} = \left(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{b}}\right) =$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

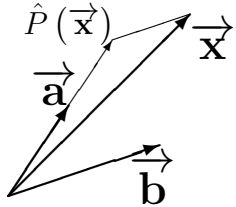
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} |\vec{\mathbf{a}}|^2 & |\vec{\mathbf{a}}| \cdot |\vec{\mathbf{b}}| \cdot \cos\alpha \\ |\vec{\mathbf{a}}| \cdot |\vec{\mathbf{b}}| \cdot \cos\alpha & \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$$\gamma_{22} = \left(\vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{b}}\right) = \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2,$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **I.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

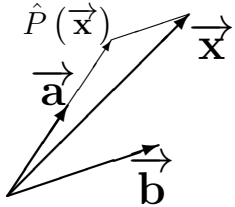
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

Найдём **матрицу Грама** $\hat{\Gamma}_{\mathbf{Б}}$:

Согласно определению **скалярного произведения для геометрических векторов**, имеем

$$\gamma_{22} = \left(\vec{\mathbf{b}},\ \vec{\mathbf{b}}\right) = \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2,$$

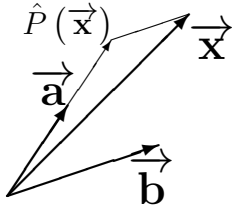
Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. II. Базис $\mathbf{Б} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{a}},\ \overrightarrow{\mathbf{b}} \right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} \cdot$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

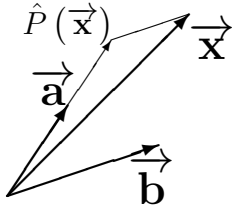


Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

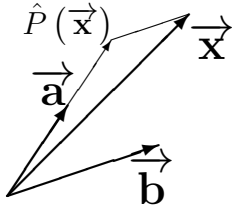


Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.
Используем **формулу**

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.

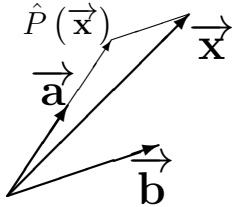


Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.
Используем **формулу** $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



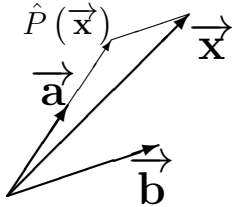
Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$P^*_{\mathbf{Б}} =$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.
Используем **формулу** $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



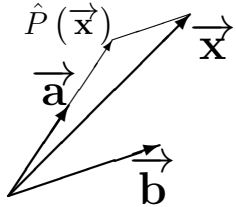
Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} \cdot$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.
Используем **формулу** $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} \cdot$$

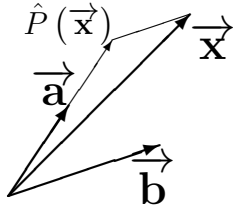
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \qquad\qquad \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} =$$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.

Используем **формулу** $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} \cdot$$

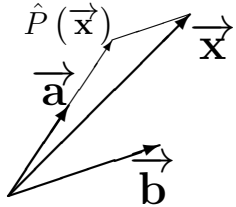
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 & -\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ -\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} =$$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.

Используем **формулу** $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} \cdot$$

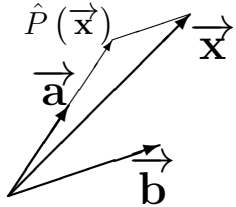
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 & -\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ -\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} =$$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.

Используем **формулу** $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\overrightarrow{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

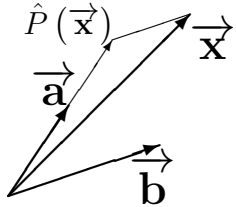
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 & -\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ -\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sin^2\alpha & \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha / \left(\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \sin^2\alpha\right) \\ -\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha / \left(\left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha\right) & -\operatorname{ctg}^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Наконец, найдём **матрицу сопряжённого оператора**.

Используем **формулу** $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



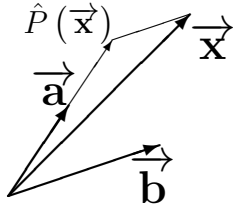
Координатное решение. **II.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix} \cdot$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. III. Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

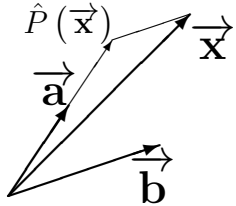
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственные значения оператора $\hat{P}^*$ равны 0, и 1.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

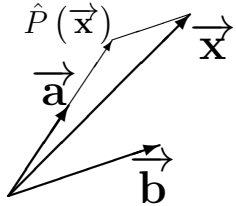
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 0 отвечает вектор

Собственные значения оператора $\hat{P}^*$ равны 0, и 1.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

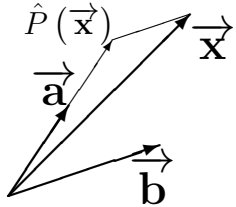
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 0 отвечает вектор $\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

Собственные значения оператора $\hat{P}^*$ равны 0, и 1.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

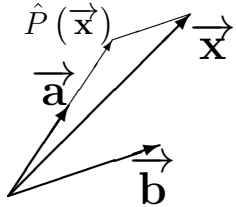
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 0 отвечает вектор $\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

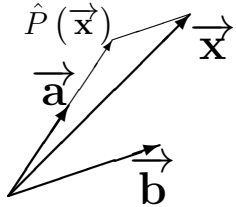
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 0 отвечает вектор $\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}$. Он **должен быть** ортогонален к $\vec{\mathbf{a}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

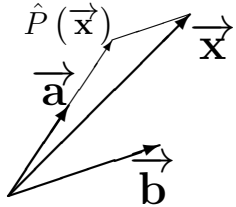
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 0 отвечает вектор $\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

$$\left(\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right) =$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

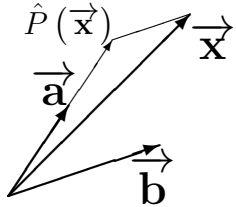
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix} \cdot$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 0 отвечает вектор $\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

$$\left(\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right) = \left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha,\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|\right) \Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

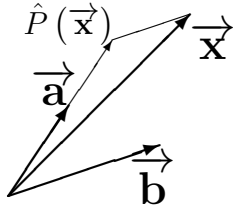
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix} \cdot$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 0 отвечает вектор $\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

$$\left(\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right) = \left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha,\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|\right) \Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

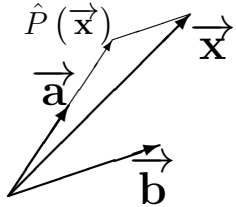
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix} \cdot$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 0 отвечает вектор $\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

$$\left(\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha\right) \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right) = \left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos\alpha,\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|\right) \Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$ Ура!

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

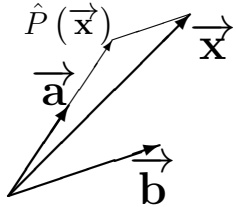
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix} \cdot$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственные значения оператора $\hat{P}^*$ равны 0 и 1.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

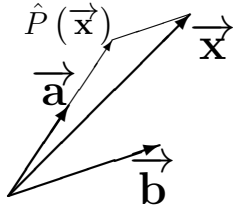
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 1 отвечает вектор

Собственные значения оператора $\hat{P}^*$ равны 0 и 1.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

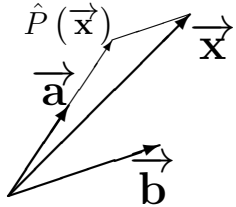
$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 1 отвечает вектор $\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

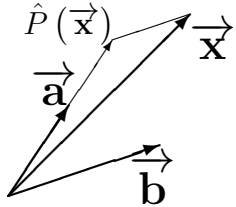
$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 1 отвечает вектор $\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

Он **должен быть** ортогонален к $\vec{\mathbf{b}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

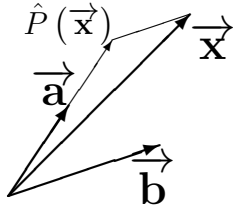
Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 1 отвечает вектор $\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

$$\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right) =$$

Он **должен быть** ортогонален к $\vec{\mathbf{b}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix} \cdot$$

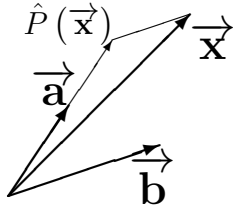
Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 1 отвечает вектор $\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

$$\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right) = \left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right|, -\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha\right) \Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Он **должен быть** ортогонален к $\vec{\mathbf{b}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

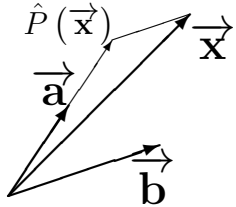
Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 1 отвечает вектор $\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

$$\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right) = \left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right|, -\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha\right) \Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$

Он **должен быть** ортогонален к $\vec{\mathbf{b}}$.

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix}.$$

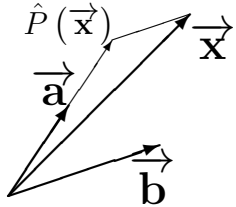
Сравним с **ранее полученным результатом**.

Собственному значению 1 отвечает вектор $\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}$.

$$\left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \vec{\mathbf{a}} - \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha \cdot \vec{\mathbf{b}}, \vec{\mathbf{a}}\right) = \left(\left|\vec{\mathbf{b}}\right|, -\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cos\alpha\right) \Gamma_{\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0.$$

Он **должен быть** ортогонален к $\vec{\mathbf{b}}$. Ура!

Пример 45. *Найти с помощью* $\mathbb{R}^n$ ***сопряженный к оператору*** $\hat{P}$ *проецирования плоскости* U *на вектор* $\vec{\mathbf{a}}$ *параллельно вектору* $\vec{\mathbf{b}}$, *образующему с* $\vec{\mathbf{a}}$ *угол* $\alpha \in (0,\ \pi)$.



Координатное решение. **III.** Базис $\mathbf{Б} = \left\{\vec{\mathbf{a}},\ \vec{\mathbf{b}}\right\}$.

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha \\ \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \cdot \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cdot \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \end{pmatrix}.$$

$$P^*_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{\left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \sin^2\alpha} \begin{pmatrix} \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| & \left|\vec{\mathbf{b}}\right|^2 \cos\alpha \\ -\left|\vec{\mathbf{a}}\right|^2 \cos\alpha & \left|\vec{\mathbf{a}}\right| \left|\vec{\mathbf{b}}\right| \cos^2\alpha \end{pmatrix} \cdot$$

Сравним с **ранее полученным результатом**.

Вернёмся к лекции?

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора;*

2) *проверив его* ***изометричность****;*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора;*

Решение.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* _____;

Решение.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$*;*

Решение.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б} \Gamma_{Б'}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б} \Gamma_{Б'}} =$ $\cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t$.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся **определением обратной матрицы**

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся **определением обратной матрицы**

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} =$$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся **определением обратной матрицы**

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся **определением обратной матрицы**

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} 25 & \\ & \end{pmatrix}.$$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся **определением обратной матрицы**

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ & \end{pmatrix}.$$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся **определением обратной матрицы**

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся **определением обратной матрицы**

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}.$$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

1) *по определению ортогонального оператора:* $\hat{L}^* = \hat{L}^{-1}$;

Решение.

$$L^*_{Б'} = \overline{\Gamma^{-1}_{Б'} L^t_{Б'} \Gamma_{Б'}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Воспользуемся **определением обратной матрицы**

$$\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^t \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}.$$

Первый пункт выполнен.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность****;*

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: _____ ;

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}}^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^t \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]^t_{\mathbf{Б}} L^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^t \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]^t_{\mathbf{Б}} L^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$= [x]^t_{\mathbf{Б}} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad [y]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^t \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]^t_{\mathbf{Б}} L^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$= [x]^t_{\mathbf{Б}} \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^t \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]^t_{\mathbf{Б}} L^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$= [x]^t_{\mathbf{Б}} \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{25}[x]^t_{\mathbf{Б}}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^t \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]^t_{\mathbf{Б}} L^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$= [x]^t_{\mathbf{Б}} \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{25}[x]^t_{\mathbf{Б}}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$\frac{1}{25}[x]^t_{\mathbf{Б}}\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}}^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]_{\mathbf{Б}}^{t} L_{\mathbf{Б}}^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$= [x]_{\mathbf{Б}}^{t} \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{25}[x]_{\mathbf{Б}}^{t}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$\frac{1}{25}[x]_{\mathbf{Б}}^{t}\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]_{\mathbf{Б}}^{t}[y]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}}^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]_{\mathbf{Б}}^{t} L_{\mathbf{Б}}^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$= [x]_{\mathbf{Б}}^{t} \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{25}[x]_{\mathbf{Б}}^{t}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$\frac{1}{25}[x]_{\mathbf{Б}}^{t}\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]_{\mathbf{Б}}^{t}[y]_{\mathbf{Б}} = (x, y).$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

2) *проверив его* ***изометричность***: $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = (x, y)$;

Решение. $\left(\hat{L}(x), \hat{L}(y)\right) = \left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}}^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}(y)\right]_{\mathbf{Б}} =$

$= \left(L_{\mathbf{Б}}[x]_{\mathbf{Б}}\right)^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]_{\mathbf{Б}}^{t} L_{\mathbf{Б}}^{t} \Gamma_{\mathbf{Б}} L_{\mathbf{Б}}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$= [x]_{\mathbf{Б}}^{t} \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} = \frac{1}{25}[x]_{\mathbf{Б}}^{t}\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} =$

$\frac{1}{25}[x]_{\mathbf{Б}}^{t}\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix}[y]_{\mathbf{Б}} = [x]_{\mathbf{Б}}^{t}[y]_{\mathbf{Б}} = (x, y)$. Ура!

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*
3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система
Б’ =

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*
3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система
Б’ $= \{\qquad\qquad\qquad\qquad\}$.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*
3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система
Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \qquad \right\}$.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*
3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система
Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) - \frac{16}{25}(e_1, e_2) + \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) - \frac{16}{25}(e_1, e_2) + \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) - \frac{16}{25}(e_1, e_2) + \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) - \frac{16}{25}(e_1, e_2) + \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = \frac{9}{25}(e_1, e_1) - \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{16}{25}(e_2, e_2) =$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) - \frac{16}{25}(e_1, e_2) + \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = \frac{9}{25}(e_1, e_1) - \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{16}{25}(e_2, e_2) = 1.$

Пример 46. *В* ***ортонормированном базисе*** $\boldsymbol{Б} = \{e_1, e_2\}$ ***матрица*** *линейного оператора* $\hat{L}$ *равна* $L_{\boldsymbol{Б}} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. *Докажите* ***ортогональность оператора*** $\hat{L}$*:*

3) *по* ***критерию****: ОНБ переводит в ОНБ.*

Решение. Образом базиса **Б** будет система

Б' $= \left\{ \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2 \right\}$.

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = \frac{16}{25}(e_1, e_1) + \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{9}{25}(e_2, e_2) = 1.$

$\left(\frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) + \frac{16}{25}(e_1, e_2) - \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, \frac{4}{5}e_1 + \frac{3}{5}e_2\right) = -\frac{12}{25}(e_1, e_1) - \frac{16}{25}(e_1, e_2) + \frac{9}{25}(e_2, e_1) + \frac{12}{25}(e_2, e_2) = 0.$

$\left(-\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2, -\frac{3}{5}e_1 + \frac{4}{5}e_2\right) = \frac{9}{25}(e_1, e_1) - \frac{12}{25}(e_1, e_2) + \frac{12}{25}(e_2, e_1) + \frac{16}{25}(e_2, e_2) = 1.$

Поэтому **Б'** является ортонормированным базисом. Пункт 3 доказан.

Вернёмся к лекции?

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\text{Б}}$

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\text{Б}}$
Подпространство V	

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\text{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**
(x, y)	

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**
(x, y)	$(x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**
(x, y)	$(x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$
Линейный оператор $\hat{P}$	

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**
(x, y)	$(x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$
Линейный оператор $\hat{P}$	Матрица $\mathbf{P}_{\mathbf{Б}}$ оператора

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе **Б**
(x, y)	$(x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$
Линейный оператор $\hat{P}$	Матрица $\mathbf{P}_{\mathbf{Б}}$ оператора
$\hat{P}(x)$	

XLI. Упражнения: стандартные способы представления в $\mathbb{R}^n$

Объект в линейном пространстве U с базисом Б	**Типовой образ в $\mathbb{R}^n$**
Вектор x	Столбец координат $[x]_{\mathbf{Б}}$
Подпространство V	1) ОСЛУ, т.е. утверждение о *координатах вектора из* V; 2) $V = \langle v_1, \ldots \rangle$
Скалярное произведение	Матрица Грама $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \big((e_i, e_j)\big)_{n\times n}$ в базисе $\mathbf{Б}$
(x, y)	$(x, y) = [x]^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} [y]_{\mathbf{Б}}$
Линейный оператор $\hat{P}$	Матрица $\mathbf{P}_{\mathbf{Б}}$ оператора
$\hat{P}(x)$	$\Big[\hat{P}(x)\Big]_{\mathbf{Б}} = \mathbf{P}_{\mathbf{Б}} [x]_{\mathbf{Б}}$

Задача XLII.56. (Ответ приведен на стр.6820.) Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Задача XLII.57. (Ответ приведен на стр.6866.) Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \dfrac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)$.

Задача XLII.58. (Ответ приведен на стр.6877.) Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}$, $\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Задача XLII.59. (Ответ приведен на стр.6893.) Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)\left(x^4y^4\right)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)\left(x^4y^4\right)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)\left(x^4y^4\right)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)\left(x^4y^4\right)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Задача XLIII.60. (Ответ приведен на стр.6922.) На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Задача XLIII.61. (Ответ приведен на стр.7010.) На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача XLIII.62. (Ответ приведен на стр.7039.) Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}\left(1-x^2\right)=1+2x+x^2$, $\hat{S}\left(1-x\right)=x^2-1$, $\hat{S}\left(1+x\right)=2x$.

Задача XLIV.63. (Ответ приведен на стр.7060.) На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\,(f(x)) = f(2-x)$, $\hat{B}\,(f(x)) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Задача XLIV.64. (Ответ приведен на стр.7076.) На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X$, $\hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Задача XLV.65. (Ответ приведен на стр.7092.) Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Задача XLVI.66. (Ответ приведен на стр.7107.) На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Задача XLVI.67. (Ответ приведен на стр.7221.) На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Задача XLVI.68. (Ответ приведен на стр.7275.) Найдите **собственные векторы** линейного оператора $\hat{P}$, заданного на **линейном пространстве** многочленов степени не выше 1 формулой $\hat{P}(f(x)) = f(2-x)$.

Задача XLVII.69. (Ответ приведен на стр.7281.) Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Задача XLVII.70. (Ответ приведен на стр.7419.) На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Задача XLVII.71. (Ответ приведен на стр.7441.) Найти базис, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет диагональный вид, если на множестве **симметричных** матриц размерности 2×2 он задан формулой

$$\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача XLVIII.72. (Ответ приведен на стр.7448.) Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\,g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \qquad (54)$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x)$. (55)

Задача XLVIII.73. (Ответ приведен на стр.7550.) В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Задача XLVIII.74. (Ответ приведен на стр.7659.) На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y;x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x+y \leq 0$.

Задача XLIX.75. (Ответ приведен на стр.7668.) Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\big\{x^0,\ x,\ x^2\big\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Задача L.76. (Ответ приведен на стр.7740.) Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Задача L.77. (Ответ приведен на стр.7768.) На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Задача L.78. (Ответ приведен на стр.7799.) Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$$

Задача L.79. (Ответ приведен на стр.7829.) Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Задача L.80. (Ответ приведен на стр.7858.) Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Задача L.81. (Ответ приведен на стр.7877.) Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$$

Задача L.82. (Ответ приведен на стр.7897.) Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Задача L.83. (Ответ приведен на стр.7910.) Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Задача L.84. (Ответ приведен на стр.7928.) Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left|\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}\right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между m^2M и mM^2.

Задача L.85. (Ответ приведен на стр.7943.) Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

сходится.

Задача L.86. (Ответ приведен на стр.7964.) Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Пример 47. *Задать многочленом билинейную форму, заданную на линейном пространстве симметричных матриц размерности* 2×2 *формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

Пример 47. *Задать многочленом билинейную форму, заданную на линейном пространстве симметричных матриц размерности* 2×2 *формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) =$$

Пример 47. *Задать многочленом билинейную форму, заданную на линейном пространстве симметричных матриц размерности* 2×2 *формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) =$$

$$= (1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 47. *Задать многочленом билинейную форму, заданную на линейном пространстве симметричных матриц размерности* 2×2 *формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) =$$

$$= (1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a+b & b+c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p+q \\ q+r \end{pmatrix} =$$

Пример 47. *Задать многочленом билинейную форму, заданную на линейном пространстве симметричных матриц размерности* 2×2 *формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) =$$

$$= (1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a+b & b+c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p+q \\ q+r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a{+}3b{+}2c & 2a{+}6b{+}4c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p+q \\ q+r \end{pmatrix} =$$

Пример 47. *Задать многочленом билинейную форму, заданную на линейном пространстве симметричных матриц размерности* 2×2 *формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = ap + 3aq + 2ar + 3bp + 9bq + 6br + 2cp + 6cq + 4cr =$$

$$= (1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a+b & b+c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p+q \\ q+r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a{+}3b{+}2c & 2a{+}6b{+}4c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p+q \\ q+r \end{pmatrix} =$$

Пример 47. *Задать многочленом билинейную форму, заданную на линейном пространстве симметричных матриц размерности* 2×2 *формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = ap + 3aq + 2ar + 3bp + 9bq + 6br + 2cp + 6cq + 4cr.$$

Вернемся к лекции?

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение.

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение.

Введем естественный базис...

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \qquad \right\}$.

Введем естественный базис...

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$.

Введем естественный базис...

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$.

Введем естественный базис...

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Введем естественный базис...

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$f_{11} =$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$f_{11} =$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$f_{11} = f\left(\quad , \quad \right) =$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$f_{11} = f\left(\quad , \quad \right) =$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$f_{11} = f\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \right) =$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$f_{11} = f\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$$f_{11} = f\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$$f_{11} = f\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1.$$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$$f_{11} = f\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1.$$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу билинейной формы.**

$$f_{11} = f\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (1\ 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1.$$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

В **примере 47** мы задали эту билинейную форму **многочленом**...

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix} \right) =$

В **примере 47** мы задали эту билинейную форму **многочленом**...

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = ap + 3aq + 2ar + 3bp + 9bq + 6br + 2cp + 6cq + 4cr.$$

В **примере 47** мы задали эту билинейную форму **многочленом**...

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = ap + 3aq + 2ar + 3bp + 9bq + 6br + 2cp + 6cq + 4cr.$$

Теперь найдем этот многочлен с помощью **матричной формы записи билинейной формы.**

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = ap + 3aq + 2ar + 3bp + 9bq + 6br + 2cp + 6cq + 4cr.$$

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) =$$

Теперь найдем этот многочлен с помощью **матричной формы записи билинейной формы.**

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = ap + 3aq + 2ar + 3bp + 9bq + 6br + 2cp + 6cq + 4cr.$$

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = \left[\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}} \cdot F_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Теперь найдем этот многочлен с помощью **матричной формы записи билинейной формы.**

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y)=(1\ 1)\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot Y\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $F_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=ap+3aq+2ar+3bp+9bq+6br+2cp+6cq+4cr.$$

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=\left[\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\cdot F_{\mathbf{Б}}\cdot\left[\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

$$=\begin{pmatrix}a&b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=$$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y)=(1\ 1)\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot Y\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $F_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=ap+3aq+2ar+3bp+9bq+6br+2cp+6cq+4cr.$$

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=\left[\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\cdot F_{\mathbf{Б}}\cdot\left[\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

$$=\begin{pmatrix}a&b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+3b+2c&3a+9b+6c&2a+6b+4c\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=$$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y)=(1\ 1)\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot Y\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $F_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=ap+3aq+2ar+3bp+9bq+6br+2cp+6cq+4cr.$$

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=\left[\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\cdot F_{\mathbf{Б}}\cdot\left[\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

$$=\begin{pmatrix}a&b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+3b+2c&3a+9b+6c&2a+6b+4c\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=$$

$$=ap+3bp+2cp+3aq+9bq+6cq+2ar+6br+4cr.$$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y)=(1\ 1)\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot Y\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $F_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=ap+3aq+2ar+3bp+9bq+6br+2cp+6cq+4cr.$$

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=\left[\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\cdot F_{\mathbf{Б}}\cdot\left[\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

$$=\begin{pmatrix}a&b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+3b+2c&3a+9b+6c&2a+6b+4c\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=$$

$$=ap+3bp+2cp+3aq+9bq+6cq+2ar+6br+4cr.$$

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y)=(1\ 1)\cdot X\cdot\begin{pmatrix}1&2\\2&4\end{pmatrix}\cdot Y\cdot\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. $F_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}$.

$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=ap+3aq+2ar+3bp+9bq+6br+2cp+6cq+4cr.$

$$f\left(\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right)=\left[\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}}\cdot F_{\mathbf{Б}}\cdot\left[\begin{pmatrix}p&q\\q&r\end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}}=$$

$$=\begin{pmatrix}a&b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3&2\\3&9&6\\2&6&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+3b+2c&3a+9b+6c&2a+6b+4c\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}p\\q\\r\end{pmatrix}=$$

$$=ap+3bp+2cp+3aq+9bq+6cq+2ar+6br+4cr.$$

Результаты совпали!

Пример 48. *В* ***примере 47*** *вычислить значение билинейной формы на пространстве симметричных* 2×2*-матриц формулой* $f(X,Y) = (1\ 1) \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot Y \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *с помощью матрицы билинейной формы.*

Решение. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = ap + 3aq + 2ar + 3bp + 9bq + 6br + 2cp + 6cq + 4cr.$$

$$f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right) = \left[\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}\right]^t_{\mathbf{Б}} \cdot F_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

$$= \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+3b+2c & 3a+9b+6c & 2a+6b+4c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} =$$

$$= ap + 3bp + 2cp + 3aq + 9bq + 6cq + 2ar + 6br + 4cr.$$

Вернемся к лекции?

Пример 49. *Дана билинейная форма* f *на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \left\{x^0, x\right\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение.

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{11} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{11} = f(\quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{11} = f(x^0, \quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{11} = f(x^0, x^0) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{11} = f(x^0, x^0) = x^0\big|_{x=-1} \cdot (x^0 + (x^0)')\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{11} = f(x^0, x^0) = x^0\big|_{x=-1} \cdot (x^0 + (x^0)')\big|_{x=1} = 1 \cdot 1 =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{11} = f(x^0, x^0) = x^0\big|_{x=-1} \cdot (x^0 + (x^0)')\big|_{x=1} = 1 \cdot 1 = 1.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{11} = f(x^0, x^0) = x^0\big|_{x=-1} \cdot (x^0 + (x^0)')\big|_{x=1} = 1 \cdot 1 = 1.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \blacksquare \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{12} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{12} = f(\quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{12} = f(x^0,\ ) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{12} = f(x^0, x) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{12} = f(x^0, x) = x^0\big|_{x=-1} \cdot (x + (x)')\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{12} = f(x^0, x) = x^0\big|_{x=-1} \cdot (x + (x)')\big|_{x=1} = 1 \cdot (1 + 1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{12} = f(x^0, x) = x^0\big|_{x=-1} \cdot (x + (x)')\big|_{x=1} = 1 \cdot (1 + 1) = 2.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{12} = f(x^0, x) = x^0\big|_{x=-1} \cdot (x + (x)')\big|_{x=1} = 1 \cdot (1 + 1) = 2.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{21} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{21} = f(\quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{21} = f(x, \quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{21} = f(x, x^0) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{21} = f(x, x^0) = x\big|_{x=-1} \cdot (x^0 + (x^0)')\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{21} = f(x, x^0) = x\big|_{x=-1} \cdot (x^0 + (x^0)')\big|_{x=1} = -1 \cdot 1 =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{21} = f(x, x^0) = x\big|_{x=-1} \cdot (x^0 + (x^0)')\big|_{x=1} = -1 \cdot 1 = -1.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{21} = f(x, x^0) = x\big|_{x=-1} \cdot (x^0 + (x^0)')\big|_{x=1} = -1 \cdot 1 = -1.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \square \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \square \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{22} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \square \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{22} = f(\quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \square \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{22} = f(x, \ ) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \blacksquare \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\text{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{22} = f(x,x) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \square \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\text{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{22} = f(x,x) = x\big|_{x=-1} \cdot (x + (x)')\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \square \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{22} = f(x,x) = x\big|_{x=-1} \cdot (x + (x)')\big|_{x=1} = -1 \cdot (1 + 1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \square \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\text{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{22} = f(x,x) = x\big|_{x=-1} \cdot (x + (x)')\big|_{x=1} = -1 \cdot (1 + 1) = -2.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$,

Сначала найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\text{Б} = \{x^0, x\}$.

$f_{22} = f(x,x) = x\big|_{x=-1} \cdot (x + (x)')\big|_{x=1} = -1 \cdot (1 + 1) = -2.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$,

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{11} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{11} = f(\qquad\qquad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{11} = f(x - 1, \quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{11} = f(x - 1, x - 1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{11} = f(x-1, x-1) = (x-1)\big|_{x=-1} \cdot (x - 1 + (x-1)')\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{11} = f(x-1, x-1) = (x-1)\big|_{x=-1} \cdot (x - 1 + (x-1)')\big|_{x=1} = -2 \cdot 1 =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \square & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{11} = f(x-1, x-1) = (x-1)\big|_{x=-1} \cdot (x - 1 + (x-1)')\big|_{x=1} = -2 \cdot 1 = -2.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{11} = f(x-1, x-1) = (x-1)\big|_{x=-1} \cdot (x - 1 + (x-1)')\big|_{x=1} = -2 \cdot 1 = -2.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \square \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \square \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{12} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \square \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{12} = f(\qquad\qquad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \square \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{12} = f(x - 1, \quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \square \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{12} = f(x - 1, x + 1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \square \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{12} = f(x-1, x+1) = (x-1)\big|_{x=-1} \cdot (x + 1 + (x+1)')\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \square \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{12} = f(x-1, x+1) = (x-1)\big|_{x=-1} \cdot (x + 1 + (x+1)')\big|_{x=1} = -2 \cdot (2 + 1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & \square \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{12} = f(x-1, x+1) = (x-1)\big|_{x=-1} \cdot (x+1+(x+1)')\big|_{x=1} = -2 \cdot (2+1) = -6.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{12} = f(x-1, x+1) = (x-1)\big|_{x=-1} \cdot (x + 1 + (x+1)')\big|_{x=1} = -2 \cdot (2+1) = -6.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{21} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{21} = f(\qquad\qquad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{21} = f(x + 1, \quad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{21} = f(x + 1, x - 1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{21} = f(x + 1, x - 1) = (x + 1)\big|_{x=-1} \cdot (x - 1 + (x - 1)')\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{21} = f(x + 1, x - 1) = (x + 1)\big|_{x=-1} \cdot (x - 1 + (x - 1)')\big|_{x=1} = 0 \cdot 1 =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ \blacksquare & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{21} = f(x + 1, x - 1) = (x + 1)\big|_{x=-1} \cdot (x - 1 + (x - 1)')\big|_{x=1} = 0 \cdot 1 = 0.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{21} = f(x + 1, x - 1) = (x + 1)\big|_{x=-1} \cdot (x - 1 + (x - 1)')\big|_{x=1} = 0 \cdot 1 = 0.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{22} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{22} = f(\qquad\qquad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{22} = f(x + 1, \qquad) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{22} = f(x + 1, x + 1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{22} = f(x+1, x+1) = (x+1)\big|_{x=-1} \cdot (x + 1 + (x+1)')\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{22} = f(x+1, x+1) = (x+1)\big|_{x=-1} \cdot (x + 1 + (x+1)')\big|_{x=1} = 0 \cdot (2 + 1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \blacksquare \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{22} = f(x+1, x+1) = (x+1)\big|_{x=-1} \cdot (x + 1 + (x+1)')\big|_{x=1} = 0 \cdot (2 + 1) = 0.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Теперь найдем **матрицу билинейной формы** в базисе $\mathbf{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

$f'_{22} = f(x+1, x+1) = (x+1)\big|_{x=-1} \cdot (x + 1 + (x+1)')\big|_{x=1} = 0 \cdot (2 + 1) = 0.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\mathbf{В}} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\text{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\text{В}} = T^t_{\text{Б}\to\text{В}} F_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{В}} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ \blacksquare & \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ \blacksquare & \end{pmatrix} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ \blacksquare & \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ \blacksquare & \end{pmatrix} =$

$x - 1 =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ \blacksquare & \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \blacksquare & \\ \blacksquare & \end{pmatrix} =$

$x - 1 = -1 \cdot x^0 + 1 \cdot x.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$$

$x - 1 = -1 \cdot x^0 + 1 \cdot x.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & \\ 1 & \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \\ 1 & \end{pmatrix} =$$

$x - 1 = -1 \cdot x^0 + 1 \cdot x.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & \blacksquare \\ 1 & \blacksquare \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \blacksquare \\ 1 & \blacksquare \end{pmatrix} =$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & \blacksquare \\ 1 & \blacksquare \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \blacksquare \\ 1 & \blacksquare \end{pmatrix} =$

$x + 1 =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & \blacksquare \\ 1 & \blacksquare \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \blacksquare \\ 1 & \blacksquare \end{pmatrix} =$

$x + 1 = 1 \cdot x^0 + 1 \cdot x$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & \square \\ 1 & \square \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & \square \\ 1 & \square \end{pmatrix} =$

$x + 1 = \square \cdot x^0 + \square \cdot x.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$x + 1 = 1 \cdot x^0 + 1 \cdot x.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} =$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix} =$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ & \end{pmatrix} =$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & \end{pmatrix} =$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} =$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & \\ & \end{pmatrix}.$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ & \end{pmatrix}.$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Проверим вычисления по **теореме о матрице билинейной формы в разных базисах.**

$$F_{\mathbf{В}} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} F_{\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Результаты совпали!

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\,(q(1)+q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) =$

$= (\alpha(x-1)+\beta(x+1))\big|_{x=-1} \cdot \big((\gamma(x-1)+\delta(x+1)) + (\gamma(x-1)+\delta(x+1))'\big)\big|_{x=1} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\left(q(1)+q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) =$

$= (\alpha(x-1)+\beta(x+1))\big|_{x=-1} \cdot \left((\gamma(x-1)+\delta(x+1)) + (\gamma(x-1)+\delta(x+1))'\right)\big|_{x=1} =$

$= -2\alpha \cdot (2\delta+\gamma+\delta)$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\left(q(1)+q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma+3\delta) =$

$= (\alpha(x-1)+\beta(x+1))\big|_{x=-1} \cdot \left((\gamma(x-1)+\delta(x+1)) + (\gamma(x-1)+\delta(x+1))'\right)\big|_{x=1} =$

$= -2\alpha \cdot (2\delta+\gamma+\delta)$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:
$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} =$

$\alpha(x-1) + \beta(x+1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\left(q(1) + q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \left\{x^0, x\right\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}} \, F_{\mathbf{Б}} \, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} =$

$\alpha(x-1) + \beta(x+1) = (-\alpha + \beta)x^0 + (\alpha + \beta)x$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} =$

$\alpha(x-1) + \beta(x+1) = (-\alpha + \beta)x^0 + (\alpha + \beta)x$.

$\gamma(x-1) + \delta(x+1) =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} =$

$\alpha(x-1) + \beta(x+1) = (-\alpha + \beta)x^0 + (\alpha + \beta)x$.

$\gamma(x-1) + \delta(x+1) = (-\gamma + \delta)x^0 + (\gamma + \delta)x$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\,(q(1)+q'(1))\,.$ *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma+3\delta).$

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} =$

$= \begin{pmatrix} -\alpha+\beta & \alpha+\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma+\delta \\ \gamma+\delta \end{pmatrix} =$

$\alpha(x-1)+\beta(x+1) = (-\alpha+\beta)x^0 + (\alpha+\beta)x.$

$\gamma(x-1)+\delta(x+1) = (-\gamma+\delta)x^0 + (\gamma+\delta)x.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\,(q(1)+q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma+3\delta)$.

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} =$

$= \begin{pmatrix} -\alpha+\beta & \alpha+\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma+\delta \\ \gamma+\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\alpha & -4\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma+\delta \\ \gamma+\delta \end{pmatrix} =$

$\alpha(x-1)+\beta(x+1) = (-\alpha+\beta)x^0 + (\alpha+\beta)x.$

$\gamma(x-1)+\delta(x+1) = (-\gamma+\delta)x^0 + (\gamma+\delta)x.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\,(q(1)+q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma+3\delta)$.

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma +$

$= \begin{pmatrix} -\alpha+\beta & \alpha+\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma+\delta \\ \gamma+\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\alpha & -4\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma+\delta \\ \gamma+\delta \end{pmatrix} =$

$\alpha(x-1)+\beta(x+1) = (-\alpha+\beta)x^0 + (\alpha+\beta)x$.

$\gamma(x-1)+\delta(x+1) = (-\gamma+\delta)x^0 + (\gamma+\delta)x$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\,(q(1)+q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma+3\delta)$.

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta) =$

$= \begin{pmatrix} -\alpha+\beta & \alpha+\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma+\delta \\ \gamma+\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\alpha & -4\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma+\delta \\ \gamma+\delta \end{pmatrix} =$

$\alpha(x-1)+\beta(x+1) = (-\alpha+\beta)x^0 + (\alpha+\beta)x$.

$\gamma(x-1)+\delta(x+1) = (-\gamma+\delta)x^0 + (\gamma+\delta)x$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta)$.

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{B}}\, F_{\mathbf{B}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{B}} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\left(q(1)+q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma+3\delta)$.

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta)$.

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{В}}\, F_{\mathbf{В}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{В}} =$

$= \begin{pmatrix} \alpha & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\,(q(1)+q'(1))\,.$ *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma+3\delta).$

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta).$

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{В}}\, F_{\mathbf{В}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{В}} =$

$= \begin{pmatrix} \alpha & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\alpha & -6\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x),q(x)) = p(-1)\left(q(1)+q'(1)\right)$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x-1, x+1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1)+\beta(x+1), \gamma(x-1)+\delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma+3\delta)$.

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta)$.

$[\alpha(x-1)+\beta(x+1)]^t_{\mathbf{В}}\, F_{\mathbf{В}}\, [\gamma(x-1)+\delta(x+1)]_{\mathbf{В}} = -2\alpha\gamma - 6\alpha\delta =$

$= \begin{pmatrix} \alpha & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\alpha & -6\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} =$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{B} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta).$

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta).$

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{B}}\, F_{\mathbf{B}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{B}} = -2\alpha\gamma - 6\alpha\delta.$

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta).$

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta).$

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{В}}\, F_{\mathbf{В}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{В}} = -2\alpha\gamma - 6\alpha\delta.$

Все значения совпали!

Пример 49. *Дана билинейная форма f на линейном пространстве многочленов степени не выше 1:* $f(p(x), q(x)) = p(-1)\,(q(1) + q'(1))$. *Найти* ***матрицы билинейной формы*** f *в базисах* $\boldsymbol{Б} = \{x^0, x\}$ *и* $\boldsymbol{В} = \{x - 1, x + 1\}$.

Решение. $F_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $F_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Совпадают ли значения, вычисляемые с помощью этих матриц:

$f(\alpha(x-1) + \beta(x+1), \gamma(x-1) + \delta(x+1)) = -2\alpha(\gamma + 3\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{Б}}\, F_{\mathbf{Б}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{Б}} = -2\alpha\gamma + (-6\alpha\delta)$.

$[\alpha(x-1) + \beta(x+1)]^t_{\mathbf{В}}\, F_{\mathbf{В}}\, [\gamma(x-1) + \delta(x+1)]_{\mathbf{В}} = -2\alpha\gamma - 6\alpha\delta$.

Вернемся к лекции?

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5\mathbf{x^2} - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5\mathbf{x^2} - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} \mathbf{5} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - \mathbf{y^2} - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - \mathbf{y^2} - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & & \\ & \mathbf{-1} & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - \mathbf{4z^2} - 6xy + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & & \\ & -1 & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - \mathbf{4z^2} - 6xy + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & & \\ & -1 & \\ & & \mathbf{-4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - \mathbf{6xy} + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & & \\ & -1 & \\ & & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 \mathbf{-6xy} + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & \mathbf{-3} & \\ \mathbf{-3} & -1 & \\ & & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + \mathbf{xz} + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & -3 & \\ -3 & -1 & \\ & & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + \mathbf{xz} + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & -3 & \mathbf{1/2} \\ -3 & -1 & \\ \mathbf{1/2} & & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + \mathbf{3yz} = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1/2 \\ -3 & -1 & \\ 1/2 & & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + \mathbf{3yz} = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1/2 \\ -3 & -1 & \mathbf{3/2} \\ 1/2 & \mathbf{3/2} & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 50. *Задайте квадратичную форму*

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz$$

с помощью ***матрицы квадратичной формы***.

Решение.

$$5x^2 - y^2 - 4z^2 - 6xy + xz + 3yz = (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1/2 \\ -3 & -1 & 3/2 \\ 1/2 & 3/2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение.

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$

$= 2\Big(\boxed{x^2 + 2xy} +$

$(x + y)^2 = \boxed{x^2 + 2xy} + y^2$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$

$= 2\left(\boxed{x^2 + 2xy + y^2} - y^2\right) +$

$(x + y)^2 = \boxed{x^2 + 2xy + y^2}$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$

$= 2\left(\boxed{x^2 + 2xy + y^2} - y^2\right) + 5y^2 =$

$(x + y)^2 = \boxed{x^2 + 2xy + y^2}$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$

$= 2(x^2 + 2xy + y^2 - y^2) + 5y^2 = 2\boxed{(x+y)^2} - 2y^2 + 5y^2$

$\boxed{(x+y)^2} = x^2 + 2xy + y^2$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$
$= 2\left(x^2 + 2xy + y^2 - y^2\right) + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 - 2y^2 + 5y^2 =$

$$= 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2$$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$
$= 2\left(x^2 + 2xy + y^2 - y^2\right) + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 - 2y^2 + 5y^2 =$

$$= 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2$$

Положим $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = y, \end{cases}$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$
$= 2\left(x^2 + 2xy + y^2 - y^2\right) + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 - 2y^2 + 5y^2 =$

$$= 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Положим $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = y. \end{cases}$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$
$= 2\left(x^2 + 2xy + y^2 - y^2\right) + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 - 2y^2 + 5y^2 =$

$$= 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Положим $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = y, \end{cases}$ то есть

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$
$= 2\left(x^2 + 2xy + y^2 - y^2\right) + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 - 2y^2 + 5y^2 =$

$$= 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Положим $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = y, \end{cases}$ то есть $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$
$= 2\left(x^2 + 2xy + y^2 - y^2\right) + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 - 2y^2 + 5y^2 =$

$$= 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Положим $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = y, \end{cases}$ то есть $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

$\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) =$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$
$= 2\left(x^2 + 2xy + y^2 - y^2\right) + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 - 2y^2 + 5y^2 =$

$$= 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Положим $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = y, \end{cases}$ то есть $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

$$\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$$

Пример 51. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму*

$$\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2.$$

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x^2 + 2xy\right) + 5y^2 =$

$$= 2\left(x^2 + 2xy + y^2 - y^2\right) + 5y^2 = 2(x+y)^2 - 2y^2 + 5y^2 =$$

$$= 2(x+y)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Положим $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = y, \end{cases}$ то есть $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

$$\varphi(\overrightarrow{\mathbf{x}}) = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

Вернемся к лекции или **рассмотрим еще один пример?**

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение.

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. Определим количество переменных, участвующих в «смешанных» слагаемых с ненулевыми коэффициентами.

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. Определим количество переменных, участвующих в «смешанных» слагаемых с ненулевыми коэффициентами.

Если переменных более двух, то выберем одну из них.

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. Определим количество переменных, участвующих в «смешанных» слагаемых с ненулевыми коэффициентами.

Если переменных более двух, то выберем одну из них.

Выделим полный квадрат путем включения в него всех слагаемых, имеющих общей выбранную переменную.

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$$

$$(x + ay + bz)^2 = x^2 + 2axy + 2bxz + a^2y^2 + 2abyz + b^2z^2$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = \big(x^2 + 4xy - 4xz\big) + y^2 + z^2 + 4yz =$$

$$(x + ay + bz)^2 = x^2 + \underbrace{2axy}_{2\cdot 2xy} + \underbrace{2bxz}_{2\cdot(-2)xz} + a^2y^2 + 2abyz + b^2z^2$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = \big(x^2 + 4xy - 4xz\big) + y^2 + z^2 + 4yz =$$

$$= \big((x + 2y - 2z)^2 - 4y^2 - 4z^2 + 8yz\big) + y^2 + z^2 + 4yz =$$

$$(x + ay + bz)^2 = x^2 + 2axy + 2bxz + a^2y^2 + 2abyz + b^2z^2$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение.

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = \left(x^2 + 4xy - 4xz\right) + y^2 + z^2 + 4yz =$$

$$= \left((x + 2y - 2z)^2 - 4y^2 - 4z^2 + 8yz\right) + y^2 + z^2 + 4yz =$$

$$= (x + 2y - 2z)^2 - 3y^2 - 3z^2 + 12yz.$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$

$= (x + 2y - 2z)^2 - 3y^2 - 3z^2 + 12yz =$

Теперь избавимся от «смешанного слагаемого» $12yz$, выделив все слагаемые, содержащие, например, y, в полный квадрат:

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$

$= (x + 2y - 2z)^2 - 3y^2 - 3z^2 + 12yz =$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$

$= (x + 2y - 2z)^2 - 3y^2 - 3z^2 + 12yz = (x + 2y - 2z)^2 - 3\left(y^2 - 4yz\right) - 3z^2 =$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$

$$= (x + 2y - 2z)^2 - 3y^2 - 3z^2 + 12yz = (x + 2y - 2z)^2 - 3\left(y^2 - 4yz\right) - 3z^2 =$$

$$= (x + 2y - 2z)^2 - 3\left((y - 2z)^2 - 4z^2\right) - 3z^2 =$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$

$$= (x + 2y - 2z)^2 - 3y^2 - 3z^2 + 12yz = (x + 2y - 2z)^2 - 3\left(y^2 - 4yz\right) - 3z^2 =$$

$$= (x + 2y - 2z)^2 - 3\left((y - 2z)^2 - 4z^2\right) - 3z^2 =$$

$$= (x + 2y - 2z)^2 - 3(y - 2z)^2 + 9z^2.$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$

$$= (x + 2y - 2z)^2 - 3\,(y - 2z)^2 + 9z^2.$$

Таким образом,

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$

$$= (x + 2y - 2z)^2 - 3(y - 2z)^2 + 9z^2.$$

Таким образом,
$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = x'^2 - 3y'^2 + 9z'^2$,

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. Таким образом,

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = x'^2 - 3y'^2 + 9z'^2,$$

где $\begin{cases} x' = x + 2y - 2z, \\ y' = y - 2z, \\ z' = z. \end{cases}$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. Таким образом,

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = x'^2 - 3y'^2 + 9z'^2,$$

где $\begin{cases} x' = x + 2y - 2z, \\ y' = y - 2z, \\ z' = z. \end{cases}$

При преобразовании методом Лагранжа обычно добиваются того, чтобы коэффициенты перед всеми слагаемыми были по модулю равны 1 или 0.

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. Таким образом,

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = x'^2 - 3y'^2 + 9z'^2,$$

где $\begin{cases} x' = x + 2y - 2z, \\ y' = y - 2z, \\ z' = z. \end{cases}$

Поэтому можно записать, что

$x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz = x''^2-y''^2+z''^2,$ где

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. Таким образом,

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = x'^2 - 3y'^2 + 9z'^2,$$

где $\begin{cases} x' = x + 2y - 2z, \\ y' = y - 2z, \\ z' = z. \end{cases}$

Поэтому можно записать, что

$$x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz = x''^2-y''^2+z''^2, \text{ где } \begin{cases} x'' = x + 2y - 2z, \\ y'' = \sqrt{3}(y - 2z), \\ z'' = 3z. \end{cases}$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = x''^2 - y''^2 + z''^2$,

$$\begin{cases} x'' = x + 2y - 2z, \\ y'' = \sqrt{3}(y - 2z), \\ z'' = 3z. \end{cases} \quad \text{т.е.}$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = x''^2 - y''^2 + z''^2$,

$$\begin{cases} x'' = x + 2y - 2z, \\ y'' = \sqrt{3}(y - 2z), \\ z'' = 3z. \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & \sqrt{3} & -2\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$.

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = x''^2 - y''^2 + z''^2$,

$$\begin{cases} x'' = x + 2y - 2z, \\ y'' = \sqrt{3}(y - 2z), \\ z'' = 3z. \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & \sqrt{3} & -2\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

откуда $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} =$

Пример 52. *Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$.

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz = x''^2-y''^2+z''^2$,

$$\begin{cases} x''=x+2y-2z, \\ y''=\sqrt{3}(y-2z), \\ z''=3z. \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & \sqrt{3} & -2\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

откуда $$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix}.$$

Вернемся к лекции?

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y) \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y) \begin{pmatrix} 2 & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y) \begin{pmatrix} 2 & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y) \begin{pmatrix} 2 & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

Учтем, что $4xy =$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y) \begin{pmatrix} 2 & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

Учтем, что $4xy = 2xy + 2yx.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

Учтем, что $4xy = 2xy + 2yx$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) =$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2),$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение (так как собственный вектор всегда ненулевой)

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} =$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 =$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1$:

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1$:

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1$:

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1$:

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = (0) \rightarrow$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1$:

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = (0) \to \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet \\ 1 \end{pmatrix}.$

$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$

$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1$:

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = (0) \to \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1$: $-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2$,

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = (0) \to \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1 : -2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2,$ $\lambda = 6$:

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 :$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 :$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$

$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 :$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$

$\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} = (0) \rightarrow$

$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$

$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 :$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} = (0) \to \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 :$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} = (0) \to \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 :$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} = (0) \to \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$\hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$

$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1 : -2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2.$

Найдем собственные значения соответствующего линейного оператора:

$$0 = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 2 \\ 2 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 7\lambda + 6 = (\lambda - 1)(\lambda - 6).$$

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} = (0) \to \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

$$\hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \quad \hat{A}(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) - \lambda(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0},$$

$$\left(\hat{A} - \lambda\hat{E}\right)(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = \mathbf{0}, \quad \left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Последняя система линейных уравнений (записанная в матричной форме) имеет ненулевое решение, поэтому $\det\left(A_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}} - \lambda E\right) = 0$.

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1 : -2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2,$ $\lambda = 6 : \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1 : -2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2$, $\lambda = 6 : \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\left|-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}.$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1 : -2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$

$\left|-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} =$$

$\left|-2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2\right| = \left|\vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2\right| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$

$\lambda = 1 : -2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

$\left|-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -2 & \\ 1 & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

$\left|-2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2\right| = \left|\vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2\right| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

$\lambda = 1 : -2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

$\left|-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right| = \left|\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right| = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}.$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\left(\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} =$$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\left(\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} =$$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

$$= \frac{1}{5}\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} =$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1+y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2)=2x^2+4xy+5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2+4xy+5y^2=$

$$=(x\ y)\begin{pmatrix}2&2\\2&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\frac{1}{5}\left(\begin{pmatrix}-2&1\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}\right)^t\begin{pmatrix}2&2\\2&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&1\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}=$$

$\lambda=1:-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1+\overrightarrow{\mathbf{e}}_2,\qquad \lambda=6:\overrightarrow{\mathbf{e}}_1+2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=T_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1,\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\}\to\{\frac{1}{\sqrt5}(-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1+\overrightarrow{\mathbf{e}}_2),\frac{1}{\sqrt5}(\overrightarrow{\mathbf{e}}_1+2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2)\}}\cdot\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt5}\begin{pmatrix}-2&1\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}.$$

$$=\frac{1}{5}(\ u\ \ v\ )\begin{pmatrix}-2&1\\1&2\end{pmatrix}^t\begin{pmatrix}2&2\\2&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2&1\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}=(\ u\ \ v\ )\begin{pmatrix}1&0\\0&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}=$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = u^2 + 6v^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\left(\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} =$$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

$$= \frac{1}{5}(\ u\ \ v\ )\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = (\ u\ \ v\ )\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\vec{\mathbf{e}}_1 + y\vec{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = u^2 + 6v^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\left(\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} =$$

$\lambda = 1 : -2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\vec{\mathbf{e}}_1, \vec{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\vec{\mathbf{e}}_1 + \vec{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{\mathbf{e}}_1 + 2\vec{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

$$= \frac{1}{5}\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

Пример 53. *Форму* $\varphi(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$ *из* ***примера 51*** *ортогональным преобразованием приведите к каноническому виду.*

Решение. $2x^2 + 4xy + 5y^2 = u^2 + 6v^2 =$

$$= (x\ y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\left(\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} =$$

$\lambda = 1 : -2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2, \qquad \lambda = 6 : \overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2$. Векторы надо нормировать!

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T_{\{\overrightarrow{\mathbf{e}}_1, \overrightarrow{\mathbf{e}}_2\} \to \{\frac{1}{\sqrt{5}}(-2\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + \overrightarrow{\mathbf{e}}_2), \frac{1}{\sqrt{5}}(\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + 2\overrightarrow{\mathbf{e}}_2)\}} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

$$= \frac{1}{5}(\ u\ \ v\ )\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = (\ u\ \ v\ )\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}.$$

Вернемся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 54. *Форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение.

Пример 54. *Форму* $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz =$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & \\ 2 & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & \\ 2 & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & \\ 2 & 1 & 2 \\ & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & \\ 2 & 1 & 2 \\ & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения:

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & -2 \\ 2 & 1-\lambda & 2 \\ -2 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix}=$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & -2 \\ 2 & 1-\lambda & 2 \\ -2 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3+3\lambda^2+9\lambda-27=$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Найдем собственные значения:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & -2 \\ 2 & 1-\lambda & 2 \\ -2 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3+3\lambda^2+9\lambda-27 = -(\lambda-3)^2(\lambda+3).$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=$ $\lambda=$

Найдем собственные значения:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & -2 \\ 2 & 1-\lambda & 2 \\ -2 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3+3\lambda^2+9\lambda-27 = -(\lambda-3)^2(\lambda+3).$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:$ $\lambda=$

Найдем собственные значения:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & -2 \\ 2 & 1-\lambda & 2 \\ -2 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3+3\lambda^2+9\lambda-27 = -(\lambda-3)^2(\lambda+3).$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:$ $\lambda=3:$

Найдем собственные значения:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & -2 \\ 2 & 1-\lambda & 2 \\ -2 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix}=-\lambda^3+3\lambda^2+9\lambda-27=-(\lambda-3)^2(\lambda+3).$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda = -3$: $\lambda = 3$:

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda = -3$: $\lambda = 3$:

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda = -3$: $\lambda = 3$:

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)$, $\left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda = -3$: $\lambda = 3$:

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}+3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}+3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} & 2 & -2 \\ 2 & & 2 \\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)$, $\left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}$.

$\left[\hat{L}+3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}$.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz =$

$$= (x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda = -3$: $\lambda = 3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3) = -3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)$, $\left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3) = \mathbf{0}$.

$\left[\hat{L}+3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}} \cdot [\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}} = [\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}$.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}+3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=$$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)$, $\left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}$.

$\left[\hat{L}+3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}$.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=$$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)$, $\left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}$.

$\left[\hat{L}+3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}$.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=-3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)$, $\left(\hat{L}+3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}$.

$\left[\hat{L}+3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}$.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ & & \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ & 0 & \\ & & \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & \\ & & \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ & & \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ & 0 & \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ & & \end{pmatrix}$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & & \end{pmatrix}$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \end{pmatrix}$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix},$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix},$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3$: $e_1-e_2+e_3$, $\lambda=3$:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}-3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}-3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} & 2 & -2 \\ 2 & & 2 \\ -2 & 2 & \end{pmatrix}$$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$

$$\left[\hat{L}-3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$

$$\left[\hat{L}-3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}-3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=$$

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}-3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot\left[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=$$

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}-3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{L}(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=3(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3),\quad \left(\hat{L}-3\hat{E}\right)(\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3)=\mathbf{0}.$$

$$\left[\hat{L}-3\hat{E}\right]_{\{e_1,e_2,e_3\}}\cdot[\alpha e_1+\beta e_2+\gamma e_3]_{\{e_1,e_2,e_3\}}=[\mathbf{0}]_{\{e_1,e_2,e_3\}}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\qquad\qquad\right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix},\qquad\right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \\ 0 \end{pmatrix},\quad\right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad (-1\ \ 1\ \ -1)\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}\in\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

$0=(e_2';e_3')=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

$0=(e_2';e_3')=(e_1+e_2;\ e_2+e_3+\tau(e_1+e_2))=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

$0=(e_2';e_3')=(e_1+e_2;\ e_2+e_3+\tau(e_1+e_2))=(e_1+e_2;\ e_2+e_3)+\tau\,(e_1+e_2;\ e_1+e_2)\,.$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

$0=(e_2';e_3')=(e_1+e_2;\ e_2+e_3+\tau(e_1+e_2))=(e_1+e_2;\ e_2+e_3)+\tau\,(e_1+e_2;\ e_1+e_2)\,.$

$$\tau=-\frac{(e_1+e_2;\ e_2+e_3)}{(e_1+e_2;\ e_1+e_2)}=$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

$0=(e_2';e_3')=(e_1+e_2;\ e_2+e_3+\tau(e_1+e_2))=(e_1+e_2;\ e_2+e_3)+\tau\,(e_1+e_2;\ e_1+e_2)\,.$

$\tau=-\dfrac{(e_1+e_2;\ e_2+e_3)}{(e_1+e_2;\ e_1+e_2)}=$ (считаем, что $\{e_1,e_2,e_3\}$ — ортонормированный базис).

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

$0=(e_2';e_3')=(e_1+e_2;\ e_2+e_3+\tau(e_1+e_2))=(e_1+e_2;\ e_2+e_3)+\tau\,(e_1+e_2;\ e_1+e_2)\,.$

$\tau=-\dfrac{(e_1+e_2;\ e_2+e_3)}{(e_1+e_2;\ e_1+e_2)}=-\dfrac{1}{2}.$ (считаем, что $\{e_1,e_2,e_3\}$ — ортонормированный базис).

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3.$

$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=-\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3.$

Векторы, отвечающие собственному значению 3, надо ортогонализовать. Применим метод Грама-Шмидта.

$0=(e_2';e_3')=(e_1+e_2;\ e_2+e_3+\tau(e_1+e_2))=(e_1+e_2;\ e_2+e_3)+\tau\,(e_1+e_2;\ e_1+e_2)\,.$

$\tau=-\dfrac{(e_1+e_2;\ e_2+e_3)}{(e_1+e_2;\ e_1+e_2)}=-\dfrac{1}{2}.$ (считаем, что $\{e_1,e_2,e_3\}$ — ортонормированный базис).

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3 \to -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3,$$

$$e_2'=e_1+e_2,\quad e_3'=e_2+e_3+\tau(e_1+e_2)=-\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3 \to -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3 \to -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$(e_1-e_2+e_3;\ e_1-e_2+e_3)=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3 \to -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$(e_1-e_2+e_3;\ e_1-e_2+e_3)=1+1+1=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3 \to -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$(e_1-e_2+e_3;\ e_1-e_2+e_3)=1+1+1=3.$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3)$,

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$(e_1-e_2+e_3;\ e_1-e_2+e_3)=1+1+1=3.$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3)$,

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$(e_1+e_2;\ e_1+e_2)=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3)$,

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$(e_1+e_2;\ e_1+e_2)=1+1=$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3)$,

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$(e_1+e_2;\ e_1+e_2)=1+1=2.$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$(e_1+e_2;\ e_1+e_2)=1+1=2.$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=$$

$$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3,$$

Нормируем базис:

$$\left(-\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3;\ -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3\right)=$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$$\left(-\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3;\ -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1=$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$$\left(-\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3;\ -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1=\frac{3}{2}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\dfrac{1}{\sqrt{6}}e_1+$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$$\left(-\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3;\ -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1=\frac{3}{2}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\dfrac{1}{\sqrt{6}}e_1+\dfrac{1}{\sqrt{6}}e_2+$

$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\dfrac{1}{2}e_1+\dfrac{1}{2}e_2+e_3,$

Нормируем базис:

$$\left(-\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3;\ -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1=\frac{3}{2}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\lambda=-3:\quad e_1-e_2+e_3,\quad \lambda=3:\quad e_1+e_2,\quad e_2+e_3\to -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3,$$

Нормируем базис:

$$\left(-\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3;\ -\frac{1}{2}e_1+\frac{1}{2}e_2+e_3\right)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1=\frac{3}{2}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3)$, $\lambda=3:\ e_2''=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2)$, $e_3''=-\dfrac{1}{\sqrt{6}}e_1+\dfrac{1}{\sqrt{6}}e_2+\dfrac{2}{\sqrt{6}}e_3$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & & \\ -1/\sqrt{3} & & \\ 1/\sqrt{3} & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & & \\ -1/\sqrt{3} & & \\ 1/\sqrt{3} & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & \\ 1/\sqrt{3} & 0 & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$\lambda=-3:\ e_1''=\dfrac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3)$, $\lambda=3:\ e_2''=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2)$, $e_3''=-\dfrac{1}{\sqrt{6}}e_1+\dfrac{1}{\sqrt{6}}e_2+\dfrac{2}{\sqrt{6}}e_3$.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & \\ 1/\sqrt{3} & 0 & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=(u\ v\ w)\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=(u\ v\ w)\begin{pmatrix} 0 & 0 & \\ 0 & & 0 \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=(u\ v\ w)\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & & 0 \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=(u\ v\ w)\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=(u\ v\ w)\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=(u\ v\ w)\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=-3u^2+3v^2+3w^2.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Пример 54. *Форму* $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz$ *из* ***примера 52*** *приведите к каноническому виду ортогональным преобразованием.*

Решение. $x^2+y^2+z^2+4xy+4yz-4xz=$

$$=(x\ y\ z)\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=(u\ v\ w)\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=-3u^2+3v^2+3w^2.$$

$$\lambda=-3:\ e_1''=\frac{1}{\sqrt{3}}(e_1-e_2+e_3),\quad \lambda=3:\ e_2''=\frac{1}{\sqrt{2}}(e_1+e_2),\ e_3''=-\frac{1}{\sqrt{6}}e_1+\frac{1}{\sqrt{6}}e_2+\frac{2}{\sqrt{6}}e_3.$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=T_{\{e_1,e_2,e_3\}\to\{e_1'',e_2'',e_3''\}}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}.$$

Вернемся к лекции?

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение.

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Можно воспользоваться представлением, **полученным ранее** при решении **примера 51**:

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Можно воспользоваться представлением, **полученным ранее** при решении **примера 51**:

$$2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Можно воспользоваться представлением, **полученным ранее** при решении **примера 51**:

$$2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Сумма квадратов неотрицательна и обращается в ноль только при нулевых значениях слагаемых.

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Можно воспользоваться представлением, **полученным ранее** при решении **примера 51**:

$$2x^2 + 4xy + 5y^2 = 2\left(x + y\right)^2 + 3y^2 = 2x'^2 + 3y'^2.$$

Сумма квадратов неотрицательна и обращается в ноль только при нулевых значениях слагаемых.

Другой вариант решения связан с применением **критерия Сильвестра**.

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.** $2x^2 + 4xy + 5y^2 = (x \;\; y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Главные миноры:

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.** $2x^2 + 4xy + 5y^2 = (x \;\; y)\begin{pmatrix} \boxed{2} & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Главные миноры: $A_1 = \det(2) = 2$

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.** $2x^2 + 4xy + 5y^2 = (x \;\; y)\begin{pmatrix} \boxed{2} & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Главные миноры: $A_1 = \det(2) = 2 > 0$,

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.** $2x^2 + 4xy + 5y^2 = (x \;\; y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Главные миноры: $A_1 = \det(2) = 2 > 0, \quad A_2 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 6$

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.** $2x^2 + 4xy + 5y^2 = (x \;\; y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Главные миноры: $A_1 = \det(2) = 2 > 0, \quad A_2 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 6 > 0.$

Пример 55. *Доказать, что квадратичная форма*

$$\varphi\left(x\overrightarrow{\mathbf{e}}_1 + y\overrightarrow{\mathbf{e}}_2\right) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$$

является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.** $2x^2 + 4xy + 5y^2 = (x \;\; y)\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Главные миноры: $A_1 = \det(2) = 2 > 0, \quad A_2 = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 6 > 0.$

Получили, что все главные миноры квадратичной формы положительны. Следовательно, квадратичная форма является положительно определенной.

Вернемся к лекции или рассмотрим **следующий пример?**

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение.

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Можно использовать **полученное ранее равенство**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = (x + 2y - 2z)^2 - 3(y - 2z)^2 + 9z^2.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Можно использовать **полученное ранее равенство**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = (x + 2y - 2z)^2 - 3(y - 2z)^2 + 9z^2.$$

Выражение в правой части последнего равенства может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Можно использовать **полученное ранее равенство**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = (x + 2y - 2z)^2 - 3(y - 2z)^2 + 9z^2.$$

Выражение в правой части последнего равенства может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Например, при $(x;\ y;\ z) = (1;\ 0;\ 0)$ значение квадратичной формы положительно.

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Можно использовать **полученное ранее равенство**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = (x + 2y - 2z)^2 - 3(y - 2z)^2 + 9z^2.$$

Выражение в правой части последнего равенства может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Например, при $(x;\ y;\ z) = (1;\ 0;\ 0)$ значение квадратичной формы положительно.

При $(x;\ y;\ z) = (-2;\ 1;\ 0)$ — отрицательно.

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Можно использовать **полученное ранее равенство**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz = (x + 2y - 2z)^2 - 3(y - 2z)^2 + 9z^2.$$

Выражение в правой части последнего равенства может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Например, при $(x;\ y;\ z) = (1;\ 0;\ 0)$ значение квадратичной формы положительно.

При $(x;\ y;\ z) = (-2;\ 1;\ 0)$ — отрицательно.

Рассмотрим еще один вариант решения.

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Матрица коэффициентов квадратичной формы

$$1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz$$

имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Матрица коэффициентов квадратичной формы

$$1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz$$

имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Матрица коэффициентов квадратичной формы

$$1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz$$

имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Матрица коэффициентов квадратичной формы

$$1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz$$

имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \\ 2 & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Матрица коэффициентов квадратичной формы

$$1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz$$

имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \\ 2 & 1 & 2 \\ & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Матрица коэффициентов квадратичной формы

$$1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz \boxed{-4} \cdot xz$$

имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \boxed{-2} \\ 2 & 1 & 2 \\ \boxed{-2} & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. Для доказательства утверждения используем **критерий Сильвестра.**

Матрица коэффициентов квадратичной формы

$$1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz$$

имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. $1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz =$

$= (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Главные миноры:

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. $1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz =$

$= (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Главные миноры: $A_1 = \det(1) = 1 > 0,$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. $1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz =$

$$= (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Главные миноры:

$$A_1 = \det(1) = 1 > 0,$$

$$A_2 = \det \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 < 0.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. $1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz =$

$$= (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Главные миноры:

$$A_1 = \det(1) = 1 > 0,$$

$$A_2 = \det \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 < 0.$$

$$A_2 = \det \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -27 < 0.$$

Пример 56. *Докажите, что квадратичная форма*

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 4xz$$

не является положительно определенной.

Решение. $1 \cdot x^2 + 1 \cdot y^2 + 1 \cdot z^2 + 4 \cdot xy + 4 \cdot yz - 4 \cdot xz =$

$$= (x\ y\ z) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Главные миноры:

$$A_1 = \det(1) = 1 > 0,$$

$$A_2 = \det \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 < 0.$$

$$A_2 = \det \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -27 < 0.$$

По **критерию Сильвестра** квадратичная форма не является положительно определенной.

Вернемся к лекции?

Задачи для самостоятельного решения

Задача LI.87. (Ответ приведен на стр.7983.) На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \left\{x^0;\ x;\ x^2\right\}$, $\mathbf{Б}' = \left\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\right\}$.

Задача LII.88. (Ответ приведен на стр.7998.) Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 + 10y^2 + 4z^2 - 6xy + 2xz - 2yz$.

Задача LII.89. (Ответ приведен на стр.8002.) Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 - 6z^2 + 4xy - 4xz - 12yz$.

Задача LII.90. (Ответ приведен на стр.8006.) Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму
$4x^2 - 8y^2 + 21z^2 - 4xy + 6yz + 12xz$.

Задача LII.91. (Ответ приведен на стр.8010.) Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму
$3x^2 + y^2 - 4z^2 + 3xy - 10yz - 12xz$.

Задача LIII.92. (Ответ приведен на стр.8015.) С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Задача LIII.93. (Ответ приведен на стр.8039.) С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Задача LIII.94. (Ответ приведен на стр.8053.) С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \text{(LIII.94)}$$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$		

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$		$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$		$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} =$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$		

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$		$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$

Система уравнений, задающая подпространство, — это

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$

Система уравнений, задающая подпространство, — это утверждение о

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$

Система уравнений, задающая подпространство, — это утверждение о векторе

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$

Система уравнений, задающая подпространство, — это утверждение о векторе из этого подпространства.

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$

Система уравнений, задающая подпространство, — это утверждение о векторе из этого подпространства.

Не совсем...

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$

Система уравнений, задающая подпространство, — это утверждение о *координатах* вектора из этого подпространства.

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
		$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\rightarrow$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\rightarrow$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\rightarrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$		

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\rightarrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$		$\Gamma_{\mathbf{B}} =$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$		$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} =$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\rightarrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$		

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$		$(a) =$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$		$(a) = [\mathbf{x}]^T_{\mathbf{B}} \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$		$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$

Здесь $\bullet^T$ — матрица, транспонированная к $\bullet$.

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$

Здесь $\bullet^T$ — матрица, транспонированная к $\bullet$.

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$

Здесь $\bullet^T$ — матрица, транспонированная к $\bullet$.

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$		

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\rightarrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$		$P_{\mathbf{B}} =$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$		$P_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ & \ldots & \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{pmatrix}$ матрица оператора

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$	$\hat{P}(e_k) =$	$P_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ & \ldots & \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{pmatrix}$ матрица оператора

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$	$\hat{P}(e_k) = p_{1k}e_1 + \ldots + p_{nk}e_n$	$P_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ & \ldots & \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{pmatrix}$ матрица оператора

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$	$\hat{P}(e_k) = p_{1k}e_1 + \ldots + p_{nk}e_n$	$P_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ & \ldots & \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{pmatrix}$ матрица оператора
Отношение $\mathbf{y} = \hat{P}(\mathbf{x})$		

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$	$\hat{P}(e_k) = p_{1k}e_1 + \ldots + p_{nk}e_n$	$P_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ & \ldots & \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{pmatrix}$ матрица оператора
Отношение $\mathbf{y} = \hat{P}(\mathbf{x})$		$[\mathbf{y}]_{\mathbf{B}} =$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\rightarrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$	$\hat{P}(e_k) = p_{1k}e_1 + \ldots + p_{nk}e_n$	$P_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ & \ldots & \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{pmatrix}$ матрица оператора
Отношение $\mathbf{y} = \hat{P}(\mathbf{x})$		$[\mathbf{y}]_{\mathbf{B}} = P_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\uparrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$	$\hat{P}(e_k) = p_{1k}e_1 + \ldots + p_{nk}e_n$	$P_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ & \ldots & \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{pmatrix}$ матрица оператора
Отношение $\mathbf{y} = \hat{P}(\mathbf{x})$	$P_{\mathbf{B}}$ —	$[\mathbf{y}]_{\mathbf{B}} = P_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$

LIV. Интерфейс между лин.пр-вами U и $\mathbb{R}^n$

$\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ – базис линейного пространства U

Объект, отношение в U	*Интерфейс*	*Объект, отношение в $\mathbb{R}^n$*
вектор $\mathbf{x} \in U$	$\mathbf{x} = \alpha_1 e_1 + \ldots + \alpha_n e_n$	$[x]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \ldots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ — столбец координат
подпространство $V \leqslant U$	$x_1 e_1 + x_2 e_2 + \ldots + x_n e_n \in V$	$\begin{cases} s_{11}x_1 + s_{12}x_2 + \ldots + s_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ s_{k1}x_1 + s_{k2}x_2 + \ldots + s_{kn}x_n = 0, \end{cases}$
	$V = \langle \alpha_{11}e_1 + \ldots + \alpha_{1n}e_n, \ldots, \ldots, \alpha_{m1}e_1 + \ldots + \alpha_{mn}e_n \rangle$	$\left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \ldots \\ \alpha_{1n} \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_{m1} \\ \ldots \\ \alpha_{mn} \end{pmatrix} \right\}$ ФСР для $\rightarrow$
скалярное произв-е $(\bullet, \bullet)$	$\gamma_{pq} = (e_p, e_q)$	$\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \ldots & \gamma_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \gamma_{n1} & \ldots & \gamma_{nn} \end{pmatrix}$ матрица Грама
Отношение $a = (\mathbf{x}, \mathbf{y})$	$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}, [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$ — столбцы коорд.	$(a) = [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}^T \cdot \Gamma_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{y}]_{\mathbf{B}}$
Линейный оператор $\hat{P} : U \to U$	$\hat{P}(e_k) = p_{1k}e_1 + \ldots + p_{nk}e_n$	$P_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} p_{11} & \ldots & p_{1n} \\ & \ldots & \\ p_{n1} & \ldots & p_{nn} \end{pmatrix}$ матрица оператора
Отношение $\mathbf{y} = \hat{P}(\mathbf{x})$	$P_{\mathbf{B}}$ — матрица оператора	$[\mathbf{y}]_{\mathbf{B}} = P_{\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$

LV. Взаимодействие между базисами

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} =$

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}, \text{ где}$$

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}, \text{ где } e'_k =$$

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}, \text{ где } e'_k = t_{1k}e_1 + t_{2k}e_2 + \ldots + t_{nk}e_n.$$

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}$, где $e'_k = t_{1k}e_1 + t_{2k}e_2 + \ldots + t_{nk}e_n$.

$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$ и $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'}$ — столбцы координат вектора $\mathbf{x}$, тогда $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'} =$

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}$, где $e'_k = t_{1k}e_1 + t_{2k}e_2 + \ldots + t_{nk}e_n$.

$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$ и $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'}$ — столбцы координат вектора $\mathbf{x}$, тогда $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}} =$

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}$, где $e'_k = t_{1k}e_1 + t_{2k}e_2 + \ldots + t_{nk}e_n$.

$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$ и $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'}$ — столбцы координат вектора $\mathbf{x}$, тогда $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}} = \mathbf{T}_{\mathbf{B}'\to\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$.

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}$, где $e'_k = t_{1k}e_1 + t_{2k}e_2 + \ldots + t_{nk}e_n$.

$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$ и $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'}$ — столбцы координат вектора $\mathbf{x}$, тогда $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}} = \mathbf{T}_{\mathbf{B}'\to\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$.

$P_{\mathbf{B}}$ и $P_{\mathbf{B}'}$ — матрицы линейного оператора $\hat{P}$, тогда $P_{\mathbf{B}'} =$

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}$, где $e'_k = t_{1k}e_1 + t_{2k}e_2 + \ldots + t_{nk}e_n$.

$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$ и $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'}$ — столбцы координат вектора $\mathbf{x}$, тогда $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}} = \mathbf{T}_{\mathbf{B}'\to\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$.

$P_{\mathbf{B}}$ и $P_{\mathbf{B}'}$ — матрицы линейного оператора $\hat{P}$, тогда $P_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot P_{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'}$.

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}$, где $e'_k = t_{1k}e_1 + t_{2k}e_2 + \ldots + t_{nk}e_n$.

$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$ и $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'}$ — столбцы координат вектора $\mathbf{x}$, тогда $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}} = \mathbf{T}_{\mathbf{B}'\to\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$.

$P_{\mathbf{B}}$ и $P_{\mathbf{B}'}$ — матрицы линейного оператора $\hat{P}$, тогда $P_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot P_{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'}$.

$F_{\mathbf{B}}$ и $F_{\mathbf{B}'}$ — матрицы билинейной формы $F(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (например, матрица Грама) или квадратичной формы $F(\mathbf{x})$, тогда $F_{\mathbf{B}'} =$

LV. Взаимодействие между базисами

Даны базисы $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$, $\mathbf{B}' = \{e'_1, e'_2, \ldots, e'_n\}$ линейного пространства U.

Матрица перехода:

$$\mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} = \begin{pmatrix} t_{11} & \ldots & t_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ t_{n1} & \ldots & t_{nn} \end{pmatrix}, \text{ где } e'_k = t_{1k}e_1 + t_{2k}e_2 + \ldots + t_{nk}e_n.$$

$[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$ и $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'}$ — столбцы координат вектора $\mathbf{x}$, тогда $[\mathbf{x}]_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}} = \mathbf{T}_{\mathbf{B}'\to\mathbf{B}} \cdot [\mathbf{x}]_{\mathbf{B}}$.

$P_{\mathbf{B}}$ и $P_{\mathbf{B}'}$ — матрицы линейного оператора $\hat{P}$, тогда $P_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{-1}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot P_{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'}$.

$F_{\mathbf{B}}$ и $F_{\mathbf{B}'}$ — матрицы билинейной формы $F(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (например, матрица Грама) или квадратичной формы $F(\mathbf{x})$, тогда $F_{\mathbf{B}'} = \mathbf{T}^{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'} \cdot F_{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{B}\to\mathbf{B}'}$.

LVI. Комментарии

Комментарий 1 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

Комментарий 1 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Комментарий 1 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Комментарий 1 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Комментарий 1 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Вернуться к примеру?

Комментарий 2 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[(-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Комментарий 2 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[(-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \right]_{\mathbf{Б}}$$

Комментарий 2 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[(-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Комментарий 2 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[(-2) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Вернуться к примеру?

Комментарий 3 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-2) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Вернуться к примеру?

Комментарий 4 к примеру

Имеем $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, по **определению столбца координат**,

$$\left[\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 9 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Вернуться к примеру?

Комментарий 5 к примеру

Для доказательства **линейной независимости** первых трех столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ возьмем линейную комбинацию первых трех столбцов, дающую нулевой вектор:

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Комментарий 5 к примеру

Для доказательства **линейной независимости** первых трех столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ возьмем линейную комбинацию первых трех столбцов, дающую нулевой вектор:

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Из последней строки получаем, что $\gamma = 0$.

Комментарий 5 к примеру

Для доказательства **линейной независимости** первых трех столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ возьмем линейную комбинацию первых трех столбцов, дающую нулевой вектор: $\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Из последней строки получаем, что $\gamma = 0$.

Тогда предпоследняя строка дает $\beta = 0$, но в этом случае из первой строки следует, что $\alpha = 0$.

Комментарий 5 к примеру

Для доказательства **линейной независимости** первых трех столбцов матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ возьмем линейную комбинацию первых трех столбцов, дающую нулевой вектор: $\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Из последней строки получаем, что $\gamma = 0$.

Тогда предпоследняя строка дает $\beta = 0$, но в этом случае из первой строки следует, что $\alpha = 0$.

Таким образом эта комбинация дает нулевой вектор тогда и только тогда, когда $\alpha = \beta = \gamma = 0$, то есть система из первого, второго и третьего вектора линейно независима.

Вернуться к примеру?

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 0, \\ -2\alpha + 2\beta + \varepsilon = 0, \\ \alpha + \beta - \gamma + \delta + \varepsilon = 0. \end{cases}$$

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Начинаем прямой ход метода Гаусса.

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{4} & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{4} & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{-2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Начинаем обратный ход метода Гаусса.

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} \alpha=-\dfrac{\delta}{2}-\dfrac{\varepsilon}{4}, \\ \beta=-\dfrac{\delta}{2}-\dfrac{3\varepsilon}{4}, \\ \gamma=0. \end{cases}$$

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} \alpha=-\dfrac{\delta}{2}-\dfrac{\varepsilon}{4}, \\ \beta=-\dfrac{\delta}{2}-\dfrac{3\varepsilon}{4}, \\ \gamma=0. \end{cases}$$

Положим, например, $\delta=2$, $\varepsilon=4$, получим ненулевое решение:

Комментарий 6 к примеру

Решим систему методом Гаусса

$$\begin{cases} \alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon=0, \\ -2\alpha+2\beta+\varepsilon=0, \\ \alpha+\beta-\gamma+\delta+\varepsilon=0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1/2 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{cases} \alpha=-\dfrac{\delta}{2}-\dfrac{\varepsilon}{4}, \\ \beta=-\dfrac{\delta}{2}-\dfrac{3\varepsilon}{4}, \\ \gamma=0. \end{cases}$$

Положим, например, $\delta=2$, $\varepsilon=4$, получим ненулевое решение: $(\alpha,\beta,\gamma,\delta,\varepsilon)=(-2;\ -4;\ 0;\ 2;\ 4)$. Вернемся к примеру?

Комментарий 7 к свойствам линейно зависимых и линейно независимых подсистем

Система векторов $\mathcal{A}$ называется **подсистемой** системы векторов $\mathcal{B}$, если $\mathcal{A}$ можно получить удалением некоторых векторов из $\mathcal{B}$. Для упорядоченных систем дополнительно требуется сохранение порядка. При этом система $\mathcal{B}$ называется **надсистемой** системы $\mathcal{A}$.

Комментарий 7 к свойствам линейно зависимых и линейно независимых подсистем

Система векторов $\mathcal{A}$ называется **подсистемой** системы векторов $\mathcal{B}$, если $\mathcal{A}$ можно получить удалением некоторых векторов из $\mathcal{B}$. Для упорядоченных систем дополнительно требуется сохранение порядка. При этом система $\mathcal{B}$ называется **надсистемой** системы $\mathcal{A}$.

Например, $\mathcal{A} = \{b,\ c,\ e\}$ является подсистемой системы $\mathcal{B} = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$.

Вернуться к свойствам линейно зависимых и независимых систем?

Комментарий 8 к свойствам линейно зависимых и линейно независимых подсистем

Утверждение, что векторы $u_1; u_2; \ldots; u_n$ **попарно различны** означает, что

$$1 \leq k < m \neq n \quad \Rightarrow \quad u_k \neq u_m.$$

Продолжим...

Комментарий 9 к свойствам линейно зависимых и линейно независимых подсистем

Утверждение, что коэффициенты $\lambda_1; \lambda_2; \ldots; \lambda_n$ **определяются однозначно** означает, что

$$x = \sum_{k=1}^{n} \mu_k u_k = \sum_{k=1}^{n} \lambda_k u_k \quad \Rightarrow \quad (\forall k \in \{1, 2, \ldots n\} \quad \lambda_k = \mu_k)\,.$$

Продолжим...

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ — это

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ — это ***выражение*** вида

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ — это ***выражение*** вида $\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k$.

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

$$\begin{cases} u = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \ldots + \alpha_k v_k, \\ u = \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k \end{cases} \Rightarrow$$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

$$\begin{cases} u = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \ldots + \alpha_k v_k, \\ u = \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \ldots \\ \alpha_k = \beta_k. \end{cases}$$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

$\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k = 0 \Rightarrow$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \ldots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

$\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \ldots + \beta_k v_k = 0 \Rightarrow \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0.$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \ldots$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \qquad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V$, что равносильно

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

$\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \qquad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V,$ что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, y_2 \in V \ldots \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \ldots \end{cases}$$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \qquad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V,$ что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, y_2 \in V \qquad v_1 + v_2 \in V, \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \ldots \end{cases}$$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что $\forall v_1, y_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \qquad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V,$ что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, y_2 \in V \qquad v_1 + v_2 \in V, \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \qquad \lambda v \in V. \end{cases}$$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

5. $\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_1 \end{pmatrix}$ — **столбец координат** вектора u в базисе $\text{Б} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, если

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

5. $\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_1 \end{pmatrix}$ — **столбец координат** вектора u в базисе $\mathbf{Б} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, если $u = \mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 + \dots + \mu_n v_n$.

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается...

подпространство V **задаётся**...

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**...

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е.

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е.

утверждением о

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е. утверждением о координатах произвольного вектора из V.

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ определяются равенством

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ определяются равенством

$v_i =$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ определяются равенством

$$v_i = t_{1i}u_1 + t_{2i}u_2 + \ldots + t_{ni}u_n =$$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ определяются равенством

$$v_i = t_{1i}u_1 + t_{2i}u_2 + \ldots + t_{ni}u_n = \sum_{j=1}^{n} t_{ji}u_j.$$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

I.a) выбрать базис исходного линейного пространства;

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

I.а) выбрать базис исходного линейного пространства;

I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

I.а) выбрать базис исходного линейного пространства;

I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;

II) решить полученную матричную задачу в $\mathbb{R}^n$;

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

I.а) выбрать базис исходного линейного пространства;

I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;

II) решить полученную матричную задачу в $\mathbb{R}^n$;

III) интерпретировать результат в исходном пространстве.

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$:...

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$:...

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y:...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$:...

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y:...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y:...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:
$\left\{ x^0, x, x^2, x^3 \right\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y:...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:
$\left\{ x^0, x, x^2, x^3 \right\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y: $\left\{ x^2, xy, y^2 \right\}$;

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:
$\left\{ x^0, x, x^2, x^3 \right\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y: $\left\{ x^2, xy, y^2 \right\}$;

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением $[w]_{\mathbf{В}} =$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением $[w]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [w]_{\mathbf{Б}}$, что равносильно

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением $[w]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [w]_{\mathbf{Б}}$, что равносильно $[w]_{\mathbf{Б}} =$

LVI.10. Упражнения по линейным пространствам

Если $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}}$ — **матрица перехода** от базиса $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ к базису $\mathbf{В} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{Б}}$ и $[w]_{\mathbf{В}}$ вектора w в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{В}$ связаны уравнением $[w]_{\mathbf{В}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [w]_{\mathbf{Б}}$, что равносильно $[w]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{В}} \cdot [w]_{\mathbf{В}}$.

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

1. **Матрица линейного оператора** $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ определяется равенствами

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

1. **Матрица линейного оператора** $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ определяется равенствами

$\hat{S}\,(u_p) =$

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

1. **Матрица линейного оператора** $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ определяется равенствами

$$\hat{S}\,(u_p) = s_{1p}u_1 + s_{2p}u_2 + \ldots + s_{np}u_n =$$

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

1. **Матрица линейного оператора** $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ определяется равенствами

$$\hat{S}\,(u_p) = s_{1p}u_1 + s_{2p}u_2 + \ldots + s_{np}u_n = \sum_{q=1}^{n}$$

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

1. **Матрица линейного оператора** $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ определяется равенствами

$$\hat{S}\,(u_p) = s_{1p}u_1 + s_{2p}u_2 + \ldots + s_{np}u_n = \sum_{q=1}^{n} s_{qp}u_q.$$

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

2. **Столбец координат** $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{Б}}$ образа вектора u в базисе $\mathbf{B} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ относительно действия линейного оператора $\hat{G}$ связаны с **матрицей** $\mathbf{G}_{\mathbf{Б}}$ оператора и координатами вектора u в этом базисе уравнением

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

2. **Столбец координат** $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{Б}}$ образа вектора u в базисе $\mathbf{B} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ относительно действия линейного оператора $\hat{G}$ связаны с **матрицей** $\mathbf{G}_{\mathbf{Б}}$ оператора и координатами вектора u в этом базисе уравнением $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{Б}} =$

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

2. **Столбец координат** $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{Б}}$ образа вектора u в базисе $\mathbf{B} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ относительно действия линейного оператора $\hat{G}$ связаны с **матрицей** $\mathbf{G_Б}$ оператора и координатами вектора u в этом базисе уравнением $\left[\hat{G}(u)\right]_{\mathbf{Б}} = \mathbf{G_Б} \cdot [u]_{\mathbf{Б}}$.

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

3. **Ядром оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U называется

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

3. **Ядром оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U называется множество таких векторов x из U, что

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

3. **Ядром оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U называется множество таких векторов x из U, что $\hat{L}(x) = \mathbf{0}$, т.е.

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

3. **Ядром оператора** $\hat{L}$ линейного пространства U называется множество таких векторов x из U, что $\hat{L}(x) = \mathbf{0}$, т.е.

$$\operatorname{Ker} \hat{L} = \left\{ x \,\middle|\, \hat{L}(x) = \mathbf{0} \right\}.$$

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

4. Образ пространства относительно действия линейного оператора $\hat{H}$ линейного пространства V — это

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

4. Образ пространства относительно действия линейного оператора $\hat{H}$ линейного пространства V — это
множество векторов вида $\hat{H}(x)$ для всех $x \in V$, т.е.

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

4. Образ пространства относительно действия линейного оператора $\hat{H}$ линейного пространства V — это
множество векторов вида $\hat{H}(x)$ для всех $x \in V$, т.е.
$\left\{ \hat{H}(x) \,\middle|\, x \in V \right\}$.

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

5. Вектор p является **собственным вектором** линейного оператора $\hat{L}$, отвечающим собственному значению λ, если

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

5. Вектор p является **собственным вектором** линейного оператора $\hat{L}$, отвечающим собственному значению λ, если
во-первых, $p \neq \mathbf{0}$,

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

5. Вектор p является **собственным вектором** линейного оператора $\hat{L}$, отвечающим собственному значению λ, если

во-первых, $p \neq \mathbf{0}$,

во-вторых, $\hat{L}(p) =$

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

5. Вектор p является **собственным вектором** линейного оператора $\hat{L}$, отвечающим собственному значению λ, если
во-первых, $p \neq \mathbf{0}$,
во-вторых, $\hat{L}(p) = \lambda x$.

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

6. Если v — вектор из **ядра** линейного оператора $\hat{D}$, то столбец его координат $[v]_{\mathbf{Б}}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ удовлетворяет

уравнению

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

6. Если v — вектор из **ядра** линейного оператора $\hat{D}$, то столбец его координат $[v]_{\mathbf{Б}}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению $D_{\mathbf{Б}}[v]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}$.

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

7. **Собственное значение** по матрице $Q_{\text{Б}}$ оператора $\hat{Q}$ в базисе $\text{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

7. **Собственное значение** по матрице $Q_{\mathbf{Б}}$ оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению $\det\left(Q_{\mathbf{Б}} - \lambda \mathbf{E}\right) = 0.$

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

8. Если v — **собственный вектор** линейного оператора $\hat{D}$, отвечающий **собственному значению** μ, то столбец его координат $[v]_{\mathbf{Б}}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению

LVI.11. Упражнения по линейным операторам

8. Если v — **собственный вектор** линейного оператора $\hat{D}$, отвечающий **собственному значению** μ, то столбец его координат $[v]_{\mathbf{Б}}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ удовлетворяет уравнению

$$\left(D_{\mathbf{Б}} - \mu\mathbf{E}\right)[v]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

LVI.12. Упражнения: типовые планы

Задача LVI.95. (Ответ приведен на стр.8073.) Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Задача LVI.96. (Ответ приведен на стр.8079.) Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Задача LVI.97. (Ответ приведен на стр.8084.) Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Задача LVI.98. (Ответ приведен на стр.8094.) Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

LVII. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля

Решим учебные тесты по линейным пространствам?

Решим учебные тесты по линейным операторам?

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = f(x) \boxed{+} \big(g(x) \boxed{+} h(x)\big)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = f(x) \boxed{+} \big(g(x) \boxed{+} h(x)\big)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda \cdot \mu)}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = f(x) \boxed{+} \big(g(x) \boxed{+} h(x)\big)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda \cdot \mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda \cdot \mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu \boxed{\cdot} (\lambda \boxed{\cdot} f(x))$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda \cdot \mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu \boxed{\cdot} (\lambda \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 8: $1 \boxed{\cdot} f(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda \cdot \mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu \boxed{\cdot} (\lambda \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 8: $1 \boxed{\cdot} f(x) = f^{1}(x) =$

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.

Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:

$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,

$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.

В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\dfrac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.

Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda \cdot \mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu \boxed{\cdot} (\lambda \boxed{\cdot} f(x))$.

Аксиома 8: $1 \boxed{\cdot} f(x) = f^{1}(x) = f(x)$.

Задача 1. На множестве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$,«умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$. Докажите, что V является **линейным пространством**.

Ответ. Надо проверить выполнение **аксиом линейного пространства**.
Коммутативность и ассоциативность «сложения» следуют из свойств умножения чисел:
$f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) = g(x) \boxed{+} f(x)$,
$\big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x) = (f(x) \cdot g(x)) \cdot h(x) = f(x) \cdot (g(x) \cdot h(x)) = \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) \boxed{+} h(x)$.
В качестве нулевого вектора выступает функция $f(x) = 1 \cdot 10^{0x} \equiv 1$.

В роли обратного вектора к функции $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ выступает функция $\tilde{f}(x) = \left(\frac{1}{p}\right) \cdot 10^{(-q)x}$.

Аксиома 5: $\lambda \boxed{\cdot} \big(f(x) \boxed{+} g(x)\big) = (f(x) \cdot g(x))^{\lambda} = f^{\lambda}(x) \cdot g^{\lambda}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\lambda \boxed{\cdot} g(x))$.
Аксиома 6: $(\lambda + \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda+\mu)}(x) = f^{\lambda}(x) \cdot f^{\mu}(x) = (\lambda \boxed{\cdot} f(x)) \boxed{+} (\mu \boxed{\cdot} f(x))$.
Аксиома 7: $(\lambda \cdot \mu) \boxed{\cdot} f(x) = f^{(\lambda \cdot \mu)}(x) = \big(f^{\lambda}(x)\big)^{\mu} = \mu \boxed{\cdot} (\lambda \boxed{\cdot} f(x))$.
Аксиома 8: $1 \boxed{\cdot} f(x) = f^{1}(x) = f(x)$.
Значит, V — линейное пространство.

Решение задачи 2.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a + bi, \quad y = c + di, \quad z = e + fi.$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x{+}y = y{+}x$; A2) $(x{+}y){+}z = x{+}(y{+}z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x{+}\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x{+}(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x{+}y) = \lambda x{+}\lambda y$; A6) $(\lambda{+}\mu)x = \lambda x{+}\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a + bi, \quad y = c + di, \quad z = e + fi$.

A1) $x + y =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A1) $x+y = (a+bi)+(c+di) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A1) $x+y = (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A1) $x+y = (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i = (c+a)+(d+b)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A1) $x+y = (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i = (c+a)+(d+b)i = (c+di)+(a+bi) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A1) $x+y = (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i = (c+a)+(d+b)i = (c+di)+(a+bi) = y+x$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A2) $(x+y)+z =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A2) $(x+y)+z = (a+bi+c+di)+(e+fi) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A2) $(x+y)+z = (a+bi+c+di)+(e+fi) = ((a+c)+e)+((b+d)+f)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A2) $(x+y)+z = (a+bi+c+di)+(e+fi) = ((a+c)+e)+((b+d)+f)i =$

$= (a+(c+e))+(b+(d+f))i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A2) $(x+y)+z = (a+bi+c+di)+(e+fi) = ((a+c)+e)+((b+d)+f)i =$

$= (a+(c+e))+(b+(d+f))i = a+bi+((c+di)+(e+fi)) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A2) $(x+y)+z = (a+bi+c+di)+(e+fi) = ((a+c)+e)+((b+d)+f)i =$
$= (a+(c+e))+(b+(d+f))i = a+bi+((c+di)+(e+fi)) = x+(y+z)$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a + bi, \quad y = c + di, \quad z = e + fi.$

A3) $x + \mathbf{0} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A3) $x + \mathbf{0} = (a+bi) + (0+0i) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A3) $x + \mathbf{0} = (a+bi) + (0+0i) = (a+0) + (b+0)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A3) $x + \mathbf{0} = (a+bi) + (0+0i) = (a+0) + (b+0)i = a+bi =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A3) $x + \mathbf{0} = (a+bi) + (0+0i) = (a+0) + (b+0)i = a+bi = x$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A4) $x + (-x) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a + bi, \quad y = c + di, \quad z = e + fi$.

A4) $x + (-x) = (a + bi) + (-a - bi) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A4) $x+(-x) = (a+bi)+(-a-bi) = (a-a)+(b-b)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A4) $x+(-x) = (a+bi)+(-a-bi) = (a-a)+(b-b)i = 0+0i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A4) $x+(-x) = (a+bi)+(-a-bi) = (a-a)+(b-b)i = 0+0i = 0$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A5) $\lambda(x+y) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda(a+bi+c+di) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda(a+bi+c+di) = \lambda(a+c+(b+d)i) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda(a+bi+c+di) = \lambda(a+c+(b+d)i) = \lambda(a+c)+\lambda(b+d)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda(a+bi+c+di) = \lambda(a+c+(b+d)i) = \lambda(a+c)+\lambda(b+d)i =$

$= \lambda a+\lambda c+(\lambda b+\lambda d)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda(a+bi+c+di) = \lambda(a+c+(b+d)i) = \lambda(a+c)+\lambda(b+d)i =$

$= \lambda a+\lambda c+(\lambda b+\lambda d)i = (\lambda a+\lambda bi)+(\lambda c+\lambda di) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda(a+bi+c+di) = \lambda(a+c+(b+d)i) = \lambda(a+c)+\lambda(b+d)i =$

$= \lambda a+\lambda c+(\lambda b+\lambda d)i = (\lambda a+\lambda bi)+(\lambda c+\lambda di) = \lambda(a+bi)+\lambda(c+di) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda(a+bi+c+di) = \lambda(a+c+(b+d)i) = \lambda(a+c)+\lambda(b+d)i =$

$= \lambda a+\lambda c+(\lambda b+\lambda d)i = (\lambda a+\lambda bi)+(\lambda c+\lambda di) = \lambda(a+bi)+\lambda(c+di) = \lambda x+\lambda y.$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a + bi, \quad y = c + di, \quad z = e + fi$.

A6) $(\lambda + \mu)x =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)(a+bi) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)(a+bi) = (\lambda+\mu)a + (\lambda+\mu)bi =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)(a+bi) = (\lambda+\mu)a + (\lambda+\mu)bi = \lambda a + \mu a + (\lambda b + \mu b)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a + bi, \quad y = c + di, \quad z = e + fi$.

A6) $(\lambda + \mu)x = (\lambda + \mu)(a + bi) = (\lambda + \mu)a + (\lambda + \mu)bi = \lambda a + \mu a + (\lambda b + \mu b)i =$

$= \lambda(a + bi) + \mu(a + bi) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)(a+bi) = (\lambda+\mu)a + (\lambda+\mu)bi = \lambda a + \mu a + (\lambda b + \mu b)i =$
$= \lambda(a+bi) + \mu(a+bi) = \lambda x + \mu x.$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A7) $(\lambda\mu)x =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)(a+bi) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)(a+bi) = (\lambda\mu)a + (\lambda\mu)bi =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)(a+bi) = (\lambda\mu)a + (\lambda\mu)bi = \lambda(\mu a) + \lambda(\mu b)i =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)(a+bi) = (\lambda\mu)a + (\lambda\mu)bi = \lambda(\mu a) + \lambda(\mu b)i = \lambda(\mu(a+bi)) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)(a+bi) = (\lambda\mu)a + (\lambda\mu)bi = \lambda(\mu a) + \lambda(\mu b)i = \lambda(\mu(a+bi)) = \lambda(\mu x)$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a + bi, \quad y = c + di, \quad z = e + fi$.

A8) $1 \cdot x =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A8) $1 \cdot x = 1 \cdot (a+bi) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A8) $1 \cdot x = 1 \cdot (a+bi) = 1 \cdot a + 1 \cdot bi =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A8) $1 \cdot x = 1 \cdot (a+bi) = 1 \cdot a + 1 \cdot bi = a+bi =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a+bi, \quad y = c+di, \quad z = e+fi$.

A8) $1 \cdot x = 1 \cdot (a+bi) = 1 \cdot a + 1 \cdot bi = a+bi = x$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

a) $x = a + bi, \quad y = c + di, \quad z = e + fi$.

Мы доказали, что множество комплексных чисел с данными операциями является линейным пространством.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x{+}y = y{+}x$; A2) $(x{+}y){+}z = x{+}(y{+}z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x{+}\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x{+}(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x{+}y) = \lambda x{+}\lambda y$; A6) $(\lambda{+}\mu)x = \lambda x{+}\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A1) $x + y =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x{+}y = y{+}x$; A2) $(x{+}y){+}z = x{+}(y{+}z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x{+}\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x{+}(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x{+}y) = \lambda x{+}\lambda y$; A6) $(\lambda{+}\mu)x = \lambda x{+}\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A1) $x + y = X \cup Y =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A1) $x + y = X \cup Y = \{x_1, x_2, \ldots\} \cup \{y_1, y_2, \ldots\} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A1) $x + y = X \cup Y = \{x_1, x_2, \ldots\} \cup \{y_1, y_2, \ldots\} = \{x_1, x_2, \ldots, y_1, y_2, \ldots\} = \{y_1, y_2, \ldots, x_1, x_2, \ldots\} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A1) $x + y = X \cup Y = \{x_1, x_2, \ldots\} \cup \{y_1, y_2, \ldots\} = \{x_1, x_2, \ldots, y_1, y_2, \ldots\} = \{y_1, y_2, \ldots, x_1, x_2, \ldots\} = Y \cup X =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A1) $x + y = X \cup Y = \{x_1, x_2, \ldots\} \cup \{y_1, y_2, \ldots\} = \{x_1, x_2, \ldots, y_1, y_2, \ldots\} = \{y_1, y_2, \ldots, x_1, x_2, \ldots\} = Y \cup X = y + x$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A2) $(x + y) + z =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x{+}y = y{+}x$; A2) $(x{+}y){+}z = x{+}(y{+}z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x{+}\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x{+}(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x{+}y) = \lambda x{+}\lambda y$; A6) $(\lambda{+}\mu)x = \lambda x{+}\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A2) $(x + y) + z = (X \cup Y) \cup Z =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A2) $(x+y)+z = (X \cup Y) \cup Z = (\{x_1, x_2, \ldots\} \cup \{y_1, y_2, \ldots\}) \cup \{z_1, z_2, \ldots\} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A2) $(x+y)+z = (X \cup Y) \cup Z = (\{x_1, x_2, \ldots\} \cup \{y_1, y_2, \ldots\}) \cup \{z_1, z_2, \ldots\} =$

$= \{x_1, x_2, \ldots, y_1, y_2, \ldots, z_1, z_2, \ldots\} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A2) $(x+y)+z = (X \cup Y) \cup Z = (\{x_1, x_2, \ldots\} \cup \{y_1, y_2, \ldots\}) \cup \{z_1, z_2, \ldots\} =$

$= \{x_1, x_2, \ldots, y_1, y_2, \ldots, z_1, z_2, \ldots\} = X \cup (Y \cup Z) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A2) $(x+y)+z = (X \cup Y) \cup Z = (\{x_1, x_2, \ldots\} \cup \{y_1, y_2, \ldots\}) \cup \{z_1, z_2, \ldots\} =$

$= \{x_1, x_2, \ldots, y_1, y_2, \ldots, z_1, z_2, \ldots\} = X \cup (Y \cup Z) = x+(y+z)$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A3) $x + \mathbf{0} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A3) $x + \mathbf{0} = X \cup \emptyset = \{x_1, x_2, \ldots\} \cup \emptyset =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A3) $x + \mathbf{0} = X \cup \emptyset = \{x_1, x_2, \ldots\} \cup \emptyset = \{x_1, x_2, \ldots\} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A3) $x + \mathbf{0} = X \cup \emptyset = \{x_1, x_2, \ldots\} \cup \emptyset = \{x_1, x_2, \ldots\} = X =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A3) $x + \mathbf{0} = X \cup \emptyset = \{x_1, x_2, \ldots\} \cup \emptyset = \{x_1, x_2, \ldots\} = X = x$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A4) $x + (-x) \stackrel{?}{=} \mathbf{0}$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A4) $x + (-x) \stackrel{?}{=} \mathbf{0}$.

Но для непустого множества X и любого множества Y имеем

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A4) $x + (-x) \stackrel{?}{=} \mathbf{0}$.

Но для непустого множества X и любого множества Y имеем

$\emptyset \neq X \subseteq X \cup Y$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A4) $x + (-x) \stackrel{?}{=} \mathbf{0}$.

Но для непустого множества X и любого множества Y имеем

$\emptyset \neq X \subseteq X \cup Y \neq \emptyset$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A4) $x + (-x) \stackrel{?}{=} \mathbf{0}$.

Но для непустого множества X и любого множества Y имеем $\emptyset \neq X \subseteq X \cup Y \neq \emptyset$. Значит, аксиома 4 не выполняется.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

b) $X = \{x_1, x_2, \ldots\}$, $Y = \{y_1, y_2, \ldots\}$, $Z = \{z_1, z_2, \ldots\}$.

A4) $x + (-x) \stackrel{?}{=} \mathbf{0}$.

Но для непустого множества X и любого множества Y имеем $\emptyset \neq X \subseteq X \cup Y \neq \emptyset$. Значит, аксиома 4 не выполняется.

Поэтому рассматриваемое множество всех подмножеств множества рациональных чисел с указанными операциями не является линейным пространством.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

c)

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

c)

Проблема с этим заданием состоит в том, что аксиомы «как бы» выполняются, формальные преобразования матричной алгебры подтверждают необходимые равенства.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

c)

Проблема с этим заданием состоит в том, что аксиомы «как бы» выполняются, формальные преобразования матричной алгебры подтверждают необходимые равенства.

Проблема в некорректности текста задания.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

c)

Проблема с этим заданием состоит в том, что аксиомы «как бы» выполняются, формальные преобразования матричной алгебры подтверждают необходимые равенства.

Проблема в некорректности текста задания. Сказано, что сложение матриц на указанном множестве является **алгебраической операцией.**

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

c)

Проблема с этим заданием состоит в том, что аксиомы «как бы» выполняются, формальные преобразования матричной алгебры подтверждают необходимые равенства.

Проблема в некорректности текста задания. Сказано, что сложение матриц на указанном множестве является **алгебраической операцией.**

Но, например, сумма двух вырожденных матриц $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

c)

Проблема с этим заданием состоит в том, что аксиомы «как бы» выполняются, формальные преобразования матричной алгебры подтверждают необходимые равенства.

Проблема в некорректности текста задания. Сказано, что сложение матриц на указанном множестве является **алгебраической операцией.**

Но, например, сумма двух вырожденных матриц $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a + bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

c)

Проблема с этим заданием состоит в том, что аксиомы «как бы» выполняются, формальные преобразования матричной алгебры подтверждают необходимые равенства.

Проблема в некорректности текста задания. Сказано, что сложение матриц на указанном множестве является **алгебраической операцией.**

Но, например, сумма двух вырожденных матриц $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ является *невырожденной матрицей*, т.е. сумма матриц «вылезла» из рассматриваемого множества.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

c)

Проблема с этим заданием состоит в том, что аксиомы «как бы» выполняются, формальные преобразования матричной алгебры подтверждают необходимые равенства.

Проблема в некорректности текста задания. Сказано, что сложение матриц на указанном множестве является **алгебраической операцией.**

Но, например, сумма двух вырожденных матриц $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ является *невырожденной матрицей*, т.е. сумма матриц «вылезла» из рассматриваемого множества.

Итак, множество всех вырожденных матриц не является линейным пространством, поскольку рассматриваемые функции алгебраическими операциями не являются.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A1) $x + y =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A1) $x + y = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A1) $x + y = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A1) $x + y = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & b+a \\ -b-a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A1) $x + y = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & b+a \\ -b-a & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A1) $x + y = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & b+a \\ -b-a & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = y + x.$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A2) $(x+y)+z =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A2) $(x+y)+z = \left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A2) $(x+y)+z = \left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (a+b)+c \\ (-a-b)-c & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A2) $(x+y)+z = \left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) + \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (a+b)+c \\ (-a-b)-c & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & a+(b+c) \\ -a+(-b-c) & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A2) $(x+y)+z = \left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) + \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (a+b)+c \\ (-a-b)-c & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & a+(b+c) \\ -a+(-b-c) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \left(\begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}\right) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A2) $(x+y)+z = \left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) + \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (a+b)+c \\ (-a-b)-c & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & a+(b+c) \\ -a+(-b-c) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \left(\begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}\right) = x+(y+z).$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A3) $x + \mathbf{0} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A3) $x + \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A3) $x + \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a+0 \\ -a-0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A3) $x + \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a+0 \\ -a-0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A3) $x + \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a+0 \\ -a-0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = x.$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A4) $x + (-x) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A4) $x + (-x) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -a \\ a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A4) $x + (-x) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -a \\ a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a-a \\ -a+a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A4) $x + (-x) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -a \\ a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a-a \\ -a+a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A4) $x + (-x) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -a \\ a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a-a \\ -a+a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{0}$.

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A5) $\lambda(x+y) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda\left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda\left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) = \lambda \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda\left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) = \lambda \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda(a+b) \\ \lambda(-a-b) & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda\left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) = \lambda \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda(a+b) \\ \lambda(-a-b) & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & \lambda a+\lambda b \\ -\lambda a-\lambda b & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda\left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) = \lambda \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda(a+b) \\ \lambda(-a-b) & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & \lambda a+\lambda b \\ -\lambda a-\lambda b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda a \\ \lambda(-a) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \lambda b \\ \lambda(-b) & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda\left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) = \lambda \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda(a+b) \\ \lambda(-a-b) & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & \lambda a+\lambda b \\ -\lambda a-\lambda b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda a \\ \lambda(-a) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \lambda b \\ \lambda(-b) & 0 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:
a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;
b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;
c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;
d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A5) $\lambda(x+y) = \lambda\left(\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}\right) = \lambda \begin{pmatrix} 0 & a+b \\ -a-b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda(a+b) \\ \lambda(-a-b) & 0 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 0 & \lambda a+\lambda b \\ -\lambda a-\lambda b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda a \\ \lambda(-a) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \lambda b \\ \lambda(-b) & 0 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix} = \lambda x+\lambda y.$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A6) $(\lambda+\mu)x =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda+\mu)a \\ (\lambda+\mu)(-a) & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda+\mu)a \\ (\lambda+\mu)(-a) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda a \\ \lambda(-a) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \mu a \\ \mu(-a) & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda+\mu)a \\ (\lambda+\mu)(-a) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda a \\ \lambda(-a) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \mu a \\ \mu(-a) & 0 \end{pmatrix} =$

$= \lambda \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A6) $(\lambda+\mu)x = (\lambda+\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda+\mu)a \\ (\lambda+\mu)(-a) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda a \\ \lambda(-a) & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \mu a \\ \mu(-a) & 0 \end{pmatrix} =$

$= \lambda \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \lambda x + \mu x.$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A7) $(\lambda\mu)x =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda\mu)a \\ (\lambda\mu)(-a) & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda\mu)a \\ (\lambda\mu)(-a) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda(\mu a) \\ \lambda(\mu(-a)) & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda\mu)a \\ (\lambda\mu)(-a) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda(\mu a) \\ \lambda(\mu(-a)) & 0 \end{pmatrix} =$

$= \lambda\left(\mu\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}\right) =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A7) $(\lambda\mu)x = (\lambda\mu)\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\lambda\mu)a \\ (\lambda\mu)(-a) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \lambda(\mu a) \\ \lambda(\mu(-a)) & 0 \end{pmatrix} =$

$= \lambda\left(\mu\begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}\right) = \lambda(\mu x).$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A8) $1 \cdot x =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U\ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U\ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A8) $1 \cdot x = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A8) $1 \cdot x = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \cdot a \\ 1 \cdot (-a) & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A8) $1 \cdot x = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \cdot a \\ 1 \cdot (-a) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

A8) $1 \cdot x = 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \cdot a \\ 1 \cdot (-a) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} = x.$

Задача 2. Выясните, какие из множеств являются линейными пространствами:

a) множество U комплексных чисел, с операциями сложения комплексных чисел и, для каждого $\lambda \in \mathbb{R}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot (a+bi) = (\lambda \cdot a) + (\lambda \cdot b)i$;

b) множество U всех подмножеств множества $\mathbb{Q}$ с операциями $\cup$ в качестве $+$ и, для каждого $\lambda \in \mathbb{Q}$, операция $\lambda\cdot$, определена формулой: $\lambda \cdot M = \left\{ \lambda \cdot x \,\middle|\, x \in M \subseteq Q \right\}$;

c) множество U **вырожденных матриц** размерности 2×2 над $\mathbb{R}$ с операциями сложения матриц и умножения матрицы на число;

d) множество U **кососимметричных матриц** над $\mathbb{R}$ размерности 2×2 с обычными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число.

Ответ. Аксиомы линейного пространства U: A1) $x+y = y+x$; A2) $(x+y)+z = x+(y+z)$; A3) $\exists \mathbf{0} \in U \ \forall x \in U \quad x+\mathbf{0} = x$; A4) $\forall x \in U \ \exists(-x) \quad x+(-x) = \mathbf{0}$; A5) $\lambda(x+y) = \lambda x+\lambda y$; A6) $(\lambda+\mu)x = \lambda x+\mu x$; A7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x)$; A8) $1 \cdot x = x$.

d) $X = \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 0 & c \\ -c & 0 \end{pmatrix}$.

Мы доказали, что множество кососимметричных матриц размерности 2×2 с данными операциями является линейным пространством.

Решение задачи 3.

Задача 3. Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Задача 3. Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Ответ. Система $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ **линейно независима** тогда и только тогда, когда

Задача 3. Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Ответ. Система $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ **линейно независима** тогда и только тогда, когда

$$\alpha p + \beta q + \gamma r + \delta t = \mathbf{0} \ \Rightarrow$$

Задача 3. Утверждение, что $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ является **линейно независимой системой векторов** означает по определению, что...

Ответ. Система $\{p;\ q;\ r;\ t\}$ **линейно независима** тогда и только тогда, когда

$$\alpha p + \beta q + \gamma r + \delta t = \mathbf{0} \ \Rightarrow\ \alpha = \beta = \gamma = \delta = 0.$$

Решение задачи 4.

Задача 4. Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Задача 4. Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Ответ. Система $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ **линейно зависима** тогда и только тогда, когда

Задача 4. Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Ответ. Система $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ **линейно зависима** тогда и только тогда, когда

$$\exists\mu_1\ \exists\mu_2\ \exists\mu_3\ \exists\mu_4\ \exists\mu_5\ \left\{\ \mu_1 A + \mu_2 Bx + \mu_3 By + \mu_3 Bz + \mu_3 C = \mathbf{0}.\right.$$

Задача 4. Система векторов $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ является **линейно зависимой** по определению означает, что...

Ответ. Система $\{A;\ Bx;\ By;\ Bz;\ C\}$ **линейно зависима** тогда и только тогда, когда

$$\exists\mu_1\ \exists\mu_2\ \exists\mu_3\ \exists\mu_4\ \exists\mu_5\ \begin{cases} \exists k \quad \mu_k \neq 0, \\ \mu_1 A + \mu_2 Bx + \mu_3 By + \mu_3 Bz + \mu_3 C = \mathbf{0}. \end{cases}$$

Решение задачи 5.

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow \ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow \ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta =$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow \ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2,$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow \ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2, \quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0 \ \Rightarrow$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha= \\ \beta= \\ \gamma= \end{array}\right.$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta= \\ \beta= \\ \gamma= \end{array}\right.$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2, \quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0, \\ \beta= \\ \gamma= \end{array}\right.$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0, \\ \beta=\Delta_\beta/\Delta= \\ \gamma= \end{array}\right.$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0, \\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0, \\ \gamma= \end{array}\right.$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0, \\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0, \\ \gamma=\Delta_\gamma/\Delta= \end{array}\right.$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha(x-1)+\beta(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l} \gamma=0, & x^2 \\ \alpha+\beta=0, & x \\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0 \end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0 \ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l} \alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0, \\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0, \\ \gamma=\Delta_\gamma/\Delta=0. \end{array}\right.$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l}\gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 1 & -1\end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l}\alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0,\\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0,\\ \gamma=\Delta_\gamma/\Delta=0.\end{array}\right.$$

Следовательно, исходная система является **линейно независимой**:

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow$$

Задача 5. Проверьте, является ли **линейно зависимой** или **независимой** система многочленов $\{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l|l}\gamma=0, & x^2\\ \alpha+\beta=0, & x\\ -\alpha+\beta-\gamma=0 & x^0\end{array}\right.$$

Воспользуемся **формулами Крамера**

$$\Delta=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 1 & -1\end{vmatrix}=2,\quad \Delta_\alpha=\Delta_\beta=\Delta_\gamma=0\ \Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l}\alpha=\Delta_\alpha/\Delta=0,\\ \beta=\Delta_\beta/\Delta=0,\\ \gamma=\Delta_\gamma/\Delta=0.\end{array}\right.$$

Следовательно, исходная система является **линейно независимой**:

$$\alpha\,(x-1)+\beta\,(x+1)+\gamma\left(x^2-1\right)\equiv 0\ \Rightarrow\ \alpha=\beta=\gamma=0.$$

Решение задачи 6.

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ \\ \\ \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ -p+3q+3r+s=0, \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ -p+3q+3r+s=0, \\ p+q+r+3s=0, \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ -p+3q+3r+s=0, \\ p+q+r+3s=0, \\ 2p+2q-2r+s+t=0. \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{pmatrix} p+2q+2r+3s+t & -p+3q+3r+s \\ p+q+r+3s & 2p+2q-2r+s+t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} p+2q+2r+3s+t=0, \\ -p+3q+3r+s=0, \\ p+q+r+3s=0, \\ 2p+2q-2r+s+t=0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=-2t, \\ q=0, \\ r=-t, \\ s=t. \end{cases}$$

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ p + q + r + 3s = 0, \\ 2p + 2q - 2r + s + t = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2t, \\ q = 0, \\ r = -t, \\ s = t. \end{cases}$$

Например, при $t = 1$ получаем ненулевой набор искомых значений переменных

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ p + q + r + 3s = 0, \\ 2p + 2q - 2r + s + t = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2t, \\ q = 0, \\ r = -t, \\ s = t. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2, \\ q = 0, \\ r = -1, \\ s = 1. \end{cases}$$

Например, при $t = 1$ получаем ненулевой набор искомых значений переменных

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ p + q + r + 3s = 0, \\ 2p + 2q - 2r + s + t = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2t, \\ q = 0, \\ r = -t, \\ s = t. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2, \\ q = 0, \\ r = -1, \\ s = 1. \end{cases}$$

Например, при $t = 1$ получаем ненулевой набор искомых значений переменных, в итоге получаем нетривиальную линейную комбинацию, равную нулевому вектору:

Задача 6. Проверьте, является **линейно зависимой** или **независимой** система матриц $\left\{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. По определению **линейно зависимой** и **линейно независимой** системы векторов надо проверить может ли равенство

$$p\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + q\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

выполняться при ненулевых значениях коэффициентов.

$$\begin{cases} p + 2q + 2r + 3s + t = 0, \\ -p + 3q + 3r + s = 0, \\ p + q + r + 3s = 0, \\ 2p + 2q - 2r + s + t = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2t, \\ q = 0, \\ r = -t, \\ s = t. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -2, \\ q = 0, \\ r = -1, \\ s = 1. \end{cases}$$

Например, при $t = 1$ получаем ненулевой набор искомых значений переменных, в итоге получаем нетривиальную линейную комбинацию, равную нулевому вектору:

$$-2\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 7.

Задача 7. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 7. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix},$

Задача 7. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix}$,

$$\begin{cases} -\alpha + 3\beta + 2\gamma = x, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = y, \\ -\alpha + \beta + \gamma = z \end{cases}$$

Задача 7. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix}$,

$\begin{cases} -\alpha + 3\beta + 2\gamma = x, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = y, \\ -\alpha + \beta + \gamma = z \end{cases}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 2 & x \\ 2 & 1 & 2 & y \\ -1 & 1 & 1 & z \end{array}\right) \sim$

Задача 7. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц $\left\{\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}\right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix}$,

$$\begin{cases} -\alpha + 3\beta + 2\gamma = x, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = y, \\ -\alpha + \beta + \gamma = z \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 2 & x \\ 2 & 1 & 2 & y \\ -1 & 1 & 1 & z \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & (x+y-4z)/5 \\ 0 & 1 & 0 & (4x-y-6z)/5 \\ 0 & 0 & 1 & (-3x+2y+7z)/5 \end{array}\right)$$

Задача 7. Выясните, является ли системой порождающих линейного пространства U **кососимметричных матриц** совокупность матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & x & y \\ -x & 0 & z \\ -y & -z & 0 \end{pmatrix}$,

$\begin{cases} -\alpha + 3\beta + 2\gamma = x, \\ 2\alpha + \beta + 2\gamma = y, \\ -\alpha + \beta + \gamma = z \end{cases}$ $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 2 & x \\ 2 & 1 & 2 & y \\ -1 & 1 & 1 & z \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & (x+y-4z)/5 \\ 0 & 1 & 0 & (4x-y-6z)/5 \\ 0 & 0 & 1 & (-3x+2y+7z)/5 \end{array}\right)$

Следовательно, исходное множество является системой порождающих для линейного пространства кососимметричных матриц.

Решение задачи 8.

Задача 8. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 8. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Задача 8. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta + 3\gamma + 3\varepsilon = a, \\ -\alpha + 2\beta + \delta + 3\varepsilon = b, \\ 2\alpha - \beta + \gamma - \delta + 4\varepsilon = c, \\ 2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta + \varepsilon = d \end{cases}$$

Задача 8. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta + 3\gamma + 3\varepsilon = a, \\ -\alpha + 2\beta + \delta + 3\varepsilon = b, \\ 2\alpha - \beta + \gamma - \delta + 4\varepsilon = c, \\ 2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta + \varepsilon = d \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & 1 & 3 & 0 & 3 & a \\ -1 & 2 & 0 & 1 & 3 & b \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 4 & c \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & d \end{array} \right)$$

Задача 8. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta + 3\gamma + 3\varepsilon = a, \\ -\alpha + 2\beta + \delta + 3\varepsilon = b, \\ 2\alpha - \beta + \gamma - \delta + 4\varepsilon = c, \\ 2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta + \varepsilon = d \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & 1 & 3 & 0 & 3 & a \\ -1 & 2 & 0 & 1 & 3 & b \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 4 & c \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & d \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 28 & -3a + 4b + 6c + d \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 18 & (-a + 3b + 3c)/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 30 & 7a - 9b - 13c - 2d \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -13 & -4a + 4b + 6c + 2d \end{array} \right)$$

Задача 8. Проверьте, является ли системой порождающих линейного пространства матриц размерности 2×2 множество матриц $\left\{ \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. $\alpha \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \delta \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta + 3\gamma + 3\varepsilon = a, \\ -\alpha + 2\beta + \delta + 3\varepsilon = b, \\ 2\alpha - \beta + \gamma - \delta + 4\varepsilon = c, \\ 2\alpha + \beta + 3\gamma + 2\delta + \varepsilon = d \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{ccccc|c} 3 & 1 & 3 & 0 & 3 & a \\ -1 & 2 & 0 & 1 & 3 & b \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 4 & c \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & d \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 28 & -3a + 4b + 6c + d \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 18 & (-a + 3b + 3c)/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 30 & 7a - 9b - 13c - 2d \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -13 & -4a + 4b + 6c + 2d \end{array} \right)$$

Значит, исходное множество является системой образующих.

Решение задачи 9.

Задача 9. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Задача 9. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Задача 9. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

Задача 9. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}.$$

Задача 9. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad \right\}.$$

Задача 9. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}.$$

Задача 9. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача 9. Найдите базис линейного пространства $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ всех матриц с действительными коэффициентами размерности 2×2.

Ответ. Матрицы из $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ имеют вид $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

«Протаскиванием единицы через параметры» получаем базис

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Задача решена.

Решение задачи 10.

Задача 10. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Задача 10. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем

Задача 10. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е.

Задача 10. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид

Задача 10. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид $\begin{pmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ -b_1 & 0 & c_2 \\ -c_1 & -c_2 & 0 \end{pmatrix}$. «Протаскивая единичку через параметры» b_1, c_1, c_2, получаем искомый базис:

Задача 10. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид $\begin{pmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ -b_1 & 0 & c_2 \\ -c_1 & -c_2 & 0 \end{pmatrix}$. «Протаскивая единичку через параметры» b_1, c_1, c_2, получаем искомый базис: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \right\}$.

Задача 10. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид $\begin{pmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ -b_1 & 0 & c_2 \\ -c_1 & -c_2 & 0 \end{pmatrix}$. «Протаскивая единичку через параметры» b_1, c_1, c_2, получаем искомый базис: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$.

Задача 10. Найдите базис линейного пространства U **кососимметричных матриц** с действительными коэффициентами размерности 3×3.

Ответ. Для $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \in U$ по **определению кососимметричных матриц** имеем $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}^t = -\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$, т.е. $\begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \\ -c_1 & -c_2 & -c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$. Следовательно, векторы из U имеют вид $\begin{pmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ -b_1 & 0 & c_2 \\ -c_1 & -c_2 & 0 \end{pmatrix}$. «Протаскивая единичку через параметры» b_1, c_1, c_2, получаем искомый базис: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Решение задачи 11.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. «Протащить единичку через параметры» не получится, поскольку

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. «Протащить единичку через параметры» не получится, поскольку $p > 0$.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. «Протащить единичку через параметры» не получится, поскольку $p > 0$.
Надо как-то иначе.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$,

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: { }.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: {2; }.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1$,

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1,$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \ldots$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \ldots$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1,$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1,$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:
$p \cdot 10^{qx} =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:
$p \cdot 10^{qx} = 2 \qquad \cdot 10 \quad =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:
$p \cdot 10^{qx} = 2^{\quad} \cdot 10^{\ } =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:
$p \cdot 10^{qx} = 2^{\log_2 p} \cdot 10^{\quad} =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:
$p \cdot 10^{qx} = 2^{\log_2 p} \cdot 10^{qx} =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:
$p \cdot 10^{qx} = 2^{\log_2 p} \cdot 10^{qx} = \underbrace{\log_2 p \boxed{\cdot} 2}_{2^{\log_2 p}} \cdot \underbrace{q \boxed{\cdot} 10^x}_{(10^x)^q} =$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2; 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:
$p \cdot 10^{qx} = 2^{\log_2 p} \cdot 10^{qx} = \underbrace{\log_2 p \boxed{\cdot} 2}_{2^{\log_2 p}} \cdot \underbrace{q \boxed{\cdot} 10^x}_{(10^x)^q} = \log_2 p \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} q \boxed{\cdot} 10^x.$

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.
Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.
Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2;\, 10^x\}$.
Проверим линейную независимость:
$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$
Осталось проверить, что это система порождающих:
$$p \cdot 10^{qx} = 2^{\log_2 p} \cdot 10^{qx} = \underbrace{\log_2 p \boxed{\cdot} 2}_{2^{\log_2 p}} \cdot \underbrace{q \boxed{\cdot} 10^x}_{(10^x)^q} = \log_2 p \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} q \boxed{\cdot} 10^x.$$
Значит, $\{2;\, 10^x\}$ является базисом рассматриваемого пространства (хотя его трудно назвать «естественным»).

Задача 11. На линейном пространстве V функций, задаваемых тождествами $f(x) = p \cdot 10^{qx}$, где $p > 0$, операция «сложение» $\boxed{+}$ определена формулой $f(x) \boxed{+} g(x) = f(x) \cdot g(x)$, «умножение $\lambda \boxed{\cdot}$ на скаляр λ» — формулой $\lambda \boxed{\cdot} f(x) = f^{\lambda}(x)$ (см. **задачу XIII.1**). Найдите базис линейного пространства V.

Ответ. Для того, чтобы найти базис линейного пространства V, представим функцию $f(x) = p \cdot 10^{qx}$ в виде $f(x) = p \cdot 10^{qx} = a^r \cdot 10^{qx}$, где $0 < a \neq 10$.

Например, $f(x) = 2^r \cdot 10^{qx}$.

Тогда можно получить искомый базис «протаскиванием единички через параметры»: $\{2;\, 10^x\}$.

Проверим линейную независимость:

$\alpha \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} \beta \boxed{\cdot} 10^x = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot (10^x)^{\beta} = 1, \quad 2^{\alpha} \cdot 10^{\beta x} = 1, \quad \alpha = 0 = \beta.$

Осталось проверить, что это система порождающих:

$$p \cdot 10^{qx} = 2^{\log_2 p} \cdot 10^{qx} = \underbrace{\log_2 p \boxed{\cdot} 2}_{2^{\log_2 p}} \cdot \underbrace{q \boxed{\cdot} 10^x}_{(10^x)^q} = \log_2 p \boxed{\cdot} 2 \boxed{+} q \boxed{\cdot} 10^x.$$

Значит, $\{2;\, 10^x\}$ является базисом рассматриваемого пространства (хотя его трудно назвать «естественным»).

Задача решена.

Решение задачи 12.

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** из равенства

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса **Б'** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса **Б'** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса **Б'** из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса $\mathbf{В}$ из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса $\mathbf{В}$ из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса $\mathbf{В}$ из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{В}} =$

Задача 12. Найдите **координаты** матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{Б'} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, в базисах $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Ответ. По **определению столбца координат** для базиса $\mathbf{В}$ из равенства

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

следует $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Решение задачи 13.

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.
Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 - 1 \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 13. Найдите **координаты** многочлена $(x^2 - x)$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x - 1, x^2 - 1\}$.

Ответ.

$$\left[x^2 - x\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \left[0 \cdot x^0 + (-1) \cdot (x - 1) + 1 \cdot \left(x^2 - 1\right)\right]_{\{x^0, x-1, x^2-1\}} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 14.

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2:

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) =$$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то .

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то $(x+1)^2 =$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 =$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 = 2\,(x^2+1) + (-1)(x-1)^2 =$

Задача 14. Найдите максимальную **линейно независимую** подсистему системы многочленов $\mathbf{B} = \{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2,\ (x+1)^2\}$ и выразите остальные вектора этой системы в виде линейной комбинации выбранной подсистемы.

Ответ. Возьмем естественный базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\mathbf{B} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\left(\left[x^2-1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[x^2+1\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x-1)^2\right]_{\mathbf{B}}\ \left[(x+1)^2\right]_{\mathbf{B}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следовательно, первые три многочлена образуют линейно независимую систему $\{x^2 - 1,\ x^2 + 1,\ (x-1)^2\}$ и, поскольку

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

то $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 = 2\,(x^2+1) + (-1)(x-1)^2 = 2\,(x^2+1) + (-1)\,(x^2 - 2x + 1)$.

Решение задачи 15.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{\qquad\qquad\}$.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, \qquad\}$.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, \quad\}$.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

Из третьей строки строки вычтем утроенную первую,

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

Из третьей строки строки вычтем утроенную первую,

потом для получения единицы в левом верхнем углу из удвоенной первой строки вычтем вторую.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

Из третьей строки строки вычтем утроенную первую,

потом для получения единицы в левом верхнем углу из удвоенной первой строки вычтем вторую.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ -x^2-2xy-3y^2 =$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ -x^2-2xy-3y^2 = \ (3x^2+7xy+9y^2) \quad (x^2+2xy+3y^2),$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) \quad (x^2+2xy+3y^2),$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2x^2+3xy+6y^2 =$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2x^2+3xy+6y^2 = \quad (3x^2+7xy+9y^2) \quad (x^2+2xy+3y^2),$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2x^2+3xy+6y^2 = -1(3x^2+7xy+9y^2) \quad (x^2+2xy+3y^2),$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2x^2+3xy+6y^2 = -1(3x^2+7xy+9y^2) + 5(x^2+2xy+3y^2),$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2x^2+3xy+6y^2 = -1(3x^2+7xy+9y^2) + 5(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2x^2+3xy+6y^2 = -1(3x^2+7xy+9y^2) + 5(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow 2x^2+3xy+6y^2 = -1(3x^2+7xy+9y^2) + 5(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 6\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2$, $x^2+2xy+3y^2$, $-x^2-2xy-3y^2$, $2x^2+3xy+6y^2$, $3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; 2x^2+3xy+6y^2 = -1(3x^2+7xy+9y^2) + 5(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 6\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; 3x^2+9xy+9y^2 =$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ 2x^2+3xy+6y^2 = -1(3x^2+7xy+9y^2) + 5(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 6\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ 3x^2+9xy+9y^2 = (3x^2+7xy+9y^2) \quad (x^2+2xy+3y^2).$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 & 3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 9 & 3 & -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 7 & 2 & -2 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 10 & -12 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ -x^2-2xy-3y^2 = 0(3x^2+7xy+9y^2) - 1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = -1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ 2x^2+3xy+6y^2 = -1(3x^2+7xy+9y^2) + 5(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 6\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ 3x^2+9xy+9y^2 = 3(3x^2+7xy+9y^2) \quad (x^2+2xy+3y^2).$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б}=\{x^2,xy,y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix}3&1&-1&2&3\\7&2&-2&3&9\\9&3&-3&6&9\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}-1&0&0&1&-3\\7&2&-2&3&9\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&-1&3\\0&2&-2&10&-12\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&-1&3\\0&1&-1&5&-6\end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами. Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-1\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ -x^2-2xy-3y^2=0(3x^2+7xy+9y^2)-1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}=-1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+5\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ 2x^2+3xy+6y^2=-1(3x^2+7xy+9y^2)+5(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-6\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ 3x^2+9xy+9y^2=3(3x^2+7xy+9y^2)-6(x^2+2xy+3y^2).$$

Задача 15. Найдите максимальную линейно независимую подсистему системы $3x^2+7xy+9y^2,\ \ x^2+2xy+3y^2,\ \ -x^2-2xy-3y^2,\ \ 2x^2+3xy+6y^2,\ \ 3x^2+9xy+9y^2$, и остальные векторы разложите в линейную комбинацию векторов выбранной подсистемы.

Ответ.

I. Переформулировать задачу в виде матричной задачи для $\mathbb{R}^n$.

II. Решить матричную задачу для $\mathbb{R}^n$.

III. Интерпретировать ответ для исходного линейного пространства.

Выберем базис, например, $\mathbf{Б}=\{x^2,xy,y^2\}$.

«Сошьём» столбцы координат векторов в одну матрицу:

$$\begin{pmatrix}3&1&-1&2&3\\7&2&-2&3&9\\9&3&-3&6&9\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}-1&0&0&1&-3\\7&2&-2&3&9\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&-1&3\\0&2&-2&10&-12\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&-1&3\\0&1&-1&5&-6\end{pmatrix}.$$

Элементарные преобразования строк не изменяют зависимостей между столбцами.

Поэтому **элементарными преобразованиями строк** получим в матрице единичный фрагмент, что позволит получить ответ.

$$\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}=0\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-1\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ -x^2-2xy-3y^2=0(3x^2+7xy+9y^2)-1(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}=-1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+5\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ 2x^2+3xy+6y^2=-1(3x^2+7xy+9y^2)+5(x^2+2xy+3y^2),$$

$$\begin{pmatrix}3\\-6\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}-6\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ 3x^2+9xy+9y^2=3(3x^2+7xy+9y^2)-6(x^2+2xy+3y^2).$$

Задача решена.

Решение задачи 16.

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$V =$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$V =$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$V =$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.
$\mathcal{Q}$ состоит из векторов, координаты которых

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \right\} =$$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.
$\mathcal{Q}$ состоит из векторов, координаты которых

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \right\} =$$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.
$\mathcal{Q}$ состоит из векторов, координаты которых удовлетворяют данной ОСЛУ.

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Подпространство — это множество. Значит, для задания $\mathcal{Q}$ надо описать *его элементы*.
$\mathcal{Q}$ состоит из векторов, координаты которых удовлетворяют данной ОСЛУ.

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$,

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-3} & 4 \\ 0 & 1 & \mathbf{4} & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{-3} & 4 \\ 0 & 1 & \mathbf{4} & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \bullet \\ \mathbf{-4} & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \bullet \\ -4 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{4} \\ 0 & 1 & 4 & \mathbf{-2} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \bullet \\ -4 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & \mathbf{4} \\ 0 & 1 & 4 & \mathbf{-2} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{-4} \\ -4 & \mathbf{2} \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\dots\} = \langle \dots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \langle \qquad\qquad \rangle .$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\dots\} = \langle \dots \rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \langle \qquad\qquad \rangle .$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \mathbf{3} & -4 \\ \mathbf{-4} & 2 \\ \mathbf{1} & 0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \langle 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b} + \mathbf{c};\qquad\qquad \rangle\,.$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \mathbf{3} & -4 \\ \mathbf{-4} & 2 \\ \mathbf{1} & 0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \langle 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b} + \mathbf{c};\qquad\qquad \rangle\,.$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{-4} \\ -4 & \mathbf{2} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 16. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{\mathbf{a};\ \mathbf{b};\ \mathbf{c};\ \mathbf{d}\}$ линейного пространства $\mathcal{P}$ подпространство $\mathcal{Q}$ задано системой уравнений $\begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0. \end{cases}$ Тогда $V = \{\ldots\} = \langle\ldots\rangle$.

Ответ.

$$V = \left\{ \alpha\mathbf{a} + \beta\mathbf{b} + \gamma\mathbf{c} + \delta\mathbf{d} \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha + \beta - 2\gamma + 6\delta = 0, \\ \alpha - 3\gamma + 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 3\mathbf{a} - 4\mathbf{b} + \mathbf{c};\ \ -4\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + \mathbf{d} \right\rangle.$$

Чтобы найти базис подпространства $\mathcal{Q}$, решим ОСЛУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 6 \\ 1 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{-4} \\ -4 & \mathbf{2} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Решение задачи 17.

Задача 17. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Задача 17. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B =$$

Задача 17. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B = \left\{ xp_1 + yp_2 + zp_3 \,\middle|\, \right\} =$$

Задача 17. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B = \left\{ xp_1 + yp_2 + zp_3 \,\middle|\, 2x - y - 3z = 0 \right\} = \langle \qquad\qquad \rangle\,.$$

Задача 17. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B = \left\{ xp_1 + yp_2 + zp_3 \,\middle|\, 2x - y - 3z = 0 \right\} = \langle p_1 + 2p_2; \qquad\qquad \rangle\,.$$

Задача 17. Если B — подпространство линейного пространства A, заданное в базисе $\mathbf{P} = \{p_1;\ p_2;\ p_3\}$ уравнением $2x - y - 3z = 0$. Тогда $B = \ldots$

Ответ.

$$B = \left\{ xp_1 + yp_2 + zp_3 \,\middle|\, 2x - y - 3z = 0 \right\} = \langle p_1 + 2p_2;\ 3p_2 - p_3 \rangle\,.$$

Решение задачи 18.

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$
$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*):

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*):

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{3} & -3 \\ 0 & 1 & \mathbf{5} & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & \mathbf{3} & -3 \\ 0 & 1 & \mathbf{5} & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{-3} & \bullet \\ \mathbf{-5} & \bullet \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & \mathbf{-3} \\ 0 & 1 & 5 & \mathbf{-4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & \bullet \\ -5 & \bullet \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{cases} p - q - 2r + t = 0, \\ 2p - q + r - 2t = 0, \\ 5p - 3q - 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \\ 0 & 2 & 10 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & \mathbf{-3} \\ 0 & 1 & 5 & \mathbf{-4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & \mathbf{3} \\ -5 & \mathbf{4} \\ 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} -3a + (-5)b + 1c = 0, \end{array} \right. \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} -3a - 5b + c = 0, \end{array} \right. \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & \mathbf{3} \\ -5 & \mathbf{4} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ \mathbf{3}a + \mathbf{4}b + \mathbf{1}d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*первый способ*): пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x^3;\ x^2y;\ xy^2;\ y^3\}$ координаты кубических форм, порождающих X, удовлетворяют уравнению $pa + qb + rc + td = 0$:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & \mathbf{3} \\ -5 & \mathbf{4} \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ G \end{pmatrix}$$

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*):

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.

По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \,\middle|\, \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \,\middle|\, \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.
По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \ \Rightarrow$$

Задача 18. Пусть $X =$
$= \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3 \rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.

По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.

По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & a \\ -1 & -1 & -3 & b \\ -2 & 1 & 0 & c \\ 1 & -2 & -3 & d \end{array}\right) \sim$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha,\beta,\gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.

По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & a \\ -1 & -1 & -3 & b \\ -2 & 1 & 0 & c \\ 1 & -2 & -3 & d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a+b \\ 0 & 5 & 10 & 2a+c \\ 0 & -4 & -8 & -a+d \end{array}\right) \sim$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.

По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \;\Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & a \\ -1 & -1 & -3 & b \\ -2 & 1 & 0 & c \\ 1 & -2 & -3 & d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a + b \\ 0 & 5 & 10 & 2a + c \\ 0 & -4 & -8 & -a + d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a + b \\ 0 & 0 & 0 & -3a - 5b + c \\ 0 & 0 & 0 & 3a + 4b + d \end{array}\right).$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.

По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \begin{cases} -3a - 5b + c = 0, \\ 3a + 4b + d = 0. \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{rrr|c} 1 & 2 & 5 & a \\ -1 & -1 & -3 & b \\ -2 & 1 & 0 & c \\ 1 & -2 & -3 & d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|c} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a + b \\ 0 & 5 & 10 & 2a + c \\ 0 & -4 & -8 & -a + d \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|c} 1 & 2 & 5 & a \\ 0 & 1 & 1 & a + b \\ 0 & 0 & 0 & -3a - 5b + c \\ 0 & 0 & 0 & 3a + 4b + d \end{array}\right).$$

Задача 18. Пусть $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle$. Тогда $X = \{\ldots\}$.

Ответ. $X = \langle x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3;\ 2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3;\ 5x^3 - 3x^2y - 3y^3\rangle =$

$$= \left\{ \alpha\,(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3) + \beta\,(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3) + \gamma\,(5x^3 - 3x^2y - 3y^3) \;\middle|\; \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{-3a - 5b + c = 0}, \\ \mathbf{3a + 4b + d = 0} \end{array} \right. \right\}.$$

Зададим X системой уравнений (*второй способ*): пусть $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \in X$.

По **теореме о внутренней характеризации линейной оболочки**

$$\alpha\left(x^3 - x^2y - 2xy^2 + y^3\right) + \beta\left(2x^3 - x^2y + xy^2 - 2y^3\right) + \gamma\left(5x^3 - 3x^2y - 3y^3\right) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{-3a - 5b + c = 0}, \\ \mathbf{3a + 4b + d = 0}. \end{array} \right.$$

В данном случае получили ту же систему уравнений, хотя могли получить и другую систему. Другую, но равносильную!

Решение задачи 19.

Задача 19. Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Задача 19. Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Ответ. $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle =$

Задача 19. Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Ответ. $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle =$

$$= \left\{ \lambda \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, \{\lambda; \mu;\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

Задача 19. Подпространство $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$ задайте системой линейных уравнений.

Ответ. $P = \left\langle \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle =$

$$= \left\{ \lambda \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \,\middle|\, \{\lambda; \mu;\} \subseteq \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} a + 4d - 3f = 0, \\ b + 3d - f = 0, \\ c + d - 2f = 0, \\ e = 0 \end{cases} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \,\middle|\, \begin{cases} a - b - c = 0, \\ a - 3b - 5d = 0, \\ e = 0, \\ 3a - 4b - 5f = 0 \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 20.

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0, \\ \mathbf{B}^t = \mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0, \\ \mathbf{B}^t = \mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B})^t = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}) = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{A}) + \mu \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0, \\ \mathbf{B}^t = \mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B})^t = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}) = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{A}) + \mu \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. По **критерию подпространства** надо проверить, что

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

По свойствам **транспонирования матриц**

$$\begin{cases} \mathbf{A} \in V, \\ \mathbf{B} \in V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0, \\ \mathbf{B}^t = \mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B})^t = \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}, \\ \operatorname{tr}(\lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}) = \lambda \operatorname{tr}(\mathbf{A}) + \mu \operatorname{tr}(\mathbf{B}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B} \in V.$$

Следовательно, V — это подпространство.

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2:

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \ \Rightarrow$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = c, \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = c, \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0. \end{cases}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = c, \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0. \end{cases}$$

$$V = \left\{ \qquad \middle| \qquad \right\}.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = c, \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0. \end{cases}$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \,\middle|\, \right\}.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Зададим подпространство с помощью системы уравнений. Возьмем естественный базис пространства матриц размерности 2×2: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Пусть $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in V$. Тогда

$$\mathbf{A} \in V \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{A}^t = \mathbf{A}, \\ \operatorname{tr}(\mathbf{A}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = c, \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0. \end{cases}$$

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса,

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi =$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} \mathbf{0} & 1 \\ \mathbf{-1} & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \end{pmatrix}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} \mathbf{0} & 1 \\ \mathbf{-1} & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как линейную оболочку базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & \mathbf{1} \\ -1 & \mathbf{0} \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & \mathbf{1} \\ -1 & \mathbf{0} \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \\ & \end{pmatrix}, \qquad \right\rangle.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \mathbf{1} & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ & \end{pmatrix}, \qquad \right\rangle.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \mathbf{1} & \end{pmatrix}, \qquad \right\rangle.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \qquad \right\rangle.$$

Задача 20. Докажите, что в **линейном пространстве** $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ матриц размерности 2×2 множество V всех **симметричных матриц** с нулевым **следом** является **подпространством**. Задайте его системой линейных уравнений и как **линейную оболочку** его базиса.

Ответ. Итак, в базисе $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ подпространство V задано с помощью системы уравнений:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\}.$$

Для того, чтобы задать V как **линейную оболочку** базиса, найдем **фундаментальную систему решений** полученной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \end{pmatrix} \qquad \Phi = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} b - c = 0, \\ a + d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение задачи 21.

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ?

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные.

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 =$

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе **Б**.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \mathbf{2} & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \mathbf{1} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$\left(\boxed{1}\ 2\ \mathbf{1}\right) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.

Найдем фундаментальную систему решений:

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \langle (x+y)^2 \rangle = \left\{ \quad \middle| \quad \right\}$$

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.
Найдем фундаментальную систему решений:

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \langle (x+y)^2 \rangle = \left\{ ax^2 + bxy + cy^2 \,\middle|\, \right\}$$

Задача 21. В линейном пространстве квадратичных форм от переменных x, y задайте подпространство $V = \langle (x+y)^2 \rangle$ системой уравнений в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2, xy, y^2\}$.

Ответ. Воспользуемся **стратегией составления уравнений**.

Что надо найти? Уравнения для координат квадратичной формы из V в базисе $\mathbf{Б}$.

В каком виде представим ответ? Равенством.

Введем переменные. Обозначим коэффициенты уравнения через α, β, γ, и **координаты** вектора из V через a, b, c.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? **координаты** многочлена $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ должны удовлетворять уравнению $\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$:

$$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot 2 + \gamma \cdot 1 = 0.$$

Следовательно для искомых коэффициентов получили уравнение $\alpha + 2\beta + \gamma = 0$.
Найдем фундаментальную систему решений:

$$(1\ 2\ 1) \qquad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Значит,

$$V = \langle (x+y)^2 \rangle = \left\{ ax^2 + bxy + cy^2 \;\middle|\; \begin{cases} -2a + b = 0, \\ -a + c = 0 \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 22.

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ.

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2 - y^2 \to \qquad\qquad (x-y)^2 \to$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2 - y^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};\ (x-y)^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2 - y^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};\ (x-y)^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства, поэтому выберем произвольный вектор из подпространства W с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2 - y^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};\ (x-y)^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства, поэтому выберем произвольный вектор из подпространства W с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство W:

$$x^2 - y^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix};\ (x-y)^2 \to \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства, поэтому выберем произвольный вектор из подпространства W с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов: $\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x - y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^2,\ xy,\ y^2\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

Решим методом Гаусса:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{|cc|c} \hline 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} \right)$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} \boxed{1} & \boxed{0} & -1 \\ \boxed{0} & \boxed{1} & -1 \end{array} \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} \boxed{1} & \boxed{0} & -1 \\ \boxed{0} & \boxed{1} & -1 \end{array} \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} \boxed{1} & \boxed{0} & -1 \\ \boxed{0} & \boxed{1} & -1 \end{array} \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} \boxed{1} & \boxed{0} & -1 \\ \boxed{0} & \boxed{1} & -1 \end{array} \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} \boxed{1} & \boxed{0} & -1 \\ \boxed{0} & \boxed{1} & -1 \end{array} \right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 22. В пространстве U квадратичных форм $(ax^2 + bxy + cy^2)$ задано подпространство $W = \langle x^2 - y^2, (x-y)^2 \rangle$. Задайте подпространство системой линейных уравнений

Ответ. Выделим естественный базис пространства U:

$$\mathbf{Б} = \left\{ x^2,\ xy,\ y^2 \right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0, \\ \alpha - 2\beta + \gamma = 0 \end{cases}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $W = \left\{ ax^2 + bxy + cy^2 \,\middle|\, \alpha + \beta + \gamma = 0 \right\}.$

Решение задачи 23.

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x - 1,\ x^2,\ x^4 - 1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ.

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

$$x-1 \to \qquad x^2-1 \to \qquad x^4-1 \to$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

$$x-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^2-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^4-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

$$x-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^2-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^4-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства. Поэтому возьмем произвольный вектор с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ из подпространства A. Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Запишем координаты векторов, порождающих подпространство A:

$$x-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^2-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad x^4-1 \to \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение, задающее подпространство, это утверждение о координатах вектора из этого подпространства. Поэтому возьмем произвольный вектор с координатами $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ из подпространства A. Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases}$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}} & 0 & \boxed{\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}} \\ -1 & & 0 & \\ -1 & \boxed{\begin{matrix} 0 & 0 \end{matrix}} & 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c|c} -1 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 & \boxed{1} \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \gamma \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c|c} -1 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 & \boxed{1} \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 1 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \gamma \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \left(\begin{array}{ccccc} -1 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 & \boxed{1} \end{array}\right)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \bullet \\ 1 & \bullet \\ 0 & 1 \\ 1 & \bullet \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \gamma \\ 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 1 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 23. В пространстве $\mathcal{P}_4(x)$ задано подпространство $A = \langle x-1,\ x^2,\ x^4-1 \rangle$. Задайте подпространство A системой линейных уравнений.

Ответ. Выделим базис пространства $\mathcal{P}_4(x)$:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^0,\ x,\ x^2,\ x^3,\ x^4\right\}.$$

Искомое утверждение о координатах вектора представим в виде уравнения:

$$\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d + \varepsilon e = 0$$

Подставим в это уравнение координаты данных векторов:

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 0, \\ -\alpha + \gamma = 0, \\ -\alpha + \varepsilon = 0. \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & \boxed{1} & \boxed{0} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{1} & 0 & \boxed{0} \\ -1 & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ.

$$A = \left\{ ax^0 + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 \;\middle|\; \begin{cases} a + b + c + e = 0, \\ d = 0. \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 24.

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \mid \ldots \right\}$.

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow$

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \left\{ \right.$

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ \end{cases}$

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q. \end{cases}$

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q. \end{cases}$

$P \cap Q = \left\{ x \,\middle|\, \right\}$.

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q. \end{cases}$

$$P \cap Q = \left\{ x \,\middle|\, \left\{ \qquad \right\} \right\}.$$

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q. \end{cases}$

$$P \cap Q = \left\{ x \,\middle|\, \begin{cases} x \in P, \\ \end{cases} \right\}.$$

Задача 24. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P \cap Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P \cap Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P \cap Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q. \end{cases}$

$$P \cap Q = \left\{ x \;\middle|\; \begin{cases} x \in P, \\ x \in Q \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 25.

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P + Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P + Q = \left\{ \ldots \mid \ldots \right\}$.

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \right.$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ \\ \end{cases}$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ \end{cases}$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p+q. \end{cases}$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \begin{array}{l} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p+q. \end{array} \right.$

$$P+Q = \left\{ x \;\middle|\; \right\}.$$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p+q. \end{cases}$

$$P+Q = \left\{ x \;\middle|\; \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \qquad\qquad \right. \right\}.$$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \,\middle|\, \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p+q. \end{cases}$

$$P+Q = \left\{ x \,\middle|\, \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ \\ \end{cases} \right\}.$$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \begin{array}{l} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p+q. \end{array} \right.$

$$P+Q = \left\{ x \;\middle|\; \exists p \quad \exists q \quad \left\{ \begin{array}{l} p \in P, \\ q \in Q, \end{array} \right. \right\}.$$

Задача 25. Пусть P и Q — подпространства линейного пространства S над полем $\mathbb{R}$. Тогда $x \in P+Q \;\Leftrightarrow \ldots$ Задайте с помощью характеристического свойства подпространство $P+Q = \left\{ \ldots \;\middle|\; \ldots \right\}$.

Ответ. $x \in P+Q \quad \Leftrightarrow \quad \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p+q. \end{cases}$

$$P+Q = \left\{ x \;\middle|\; \exists p \quad \exists q \quad \begin{cases} p \in P, \\ q \in Q, \\ x = p+q. \end{cases} \right\}.$$

Решение задачи 26.

Задача 26. Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \;\middle|\; \begin{cases} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{cases} \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Задача 26. Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \,\middle|\, \begin{cases} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{cases} \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Ответ.

$$V = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4 \right\rangle.$$

Задача 26. Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \,\middle|\, \begin{cases} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{cases} \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Ответ.

$$V = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4 \right\rangle.$$

$$V + W = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4, \right.$$

$$\left. = 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4 \right\rangle.$$

Задача 26. Докажите, что в линейном пространстве U многочленов степени не выше 4 подпространствами являются подмножества

$$V = \left\{ f(x) \,\middle|\, \left\{ \begin{array}{l} f(x) \in U, \\ f(-1) = f'(-1) = 0 \end{array} \right. \right\},$$

$$W = \left\langle 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4, \quad 6 + 7x - 6x^2 - 3x^3 + x^4 \right\rangle.$$

Найдите сумму и пересечение этих подпространств.

Ответ.

$$V = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4 \right\rangle.$$

$$V + W = \left\langle 1 + 2x + x^2, \quad -2 - 3x + x^2, \quad 3 + 4x + x^4, \right.$$

$$\left. = 7 + 9x + 2x^2 - x^3 + 2x^4 \right\rangle.$$

$$V \cap W = \left\langle 13 + 16x - 4x^2 - 4x^3 + 3x^4 \right\rangle.$$

Решение задачи 27.

Задача 27. **Постройте** «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad\qquad \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Задача 27. Постройте «стандартный» **изоморфизм** линейного пространства $M_{2\times 2}$ матриц размерности 2×2 на линейное пространство $\mathbb{R}^4$ матриц-столбцов.

Ответ.

$$\mathbf{Б}_{M_{2\times 2}} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^4} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$f\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 28.

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\},$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\},$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_2(x)} = \{x^0, \qquad \},$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_2(x)} = \left\{ x^0,\ x,\quad \right\},$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_2(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} =$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = g \left(\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \qquad\qquad \right) =$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = g \left(\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \qquad \right) =$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = g \left(\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 28. Постройте **изоморфизм** линейного пространства $\mathbb{R}^3$ матриц-столбцов на линейное пространство $\mathcal{P}_2(x)$ многочленов степени не выше 2, обратный к «**стандартному**».

Ответ. **Воспользуемся теоремой о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$.**

$$\mathbf{Б}_{\mathbb{R}^3} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Построим естественный базис пространства $\mathcal{P}_2(x)$ по аналогии с решением **примера 5**:

$$\mathbf{Б}_{\mathcal{P}_4(x)} = \left\{ x^0,\ x,\ x^2 \right\},$$

По **теореме о стандартном изомофизме в $\mathbb{R}^n$**

$$g \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = g \left(\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \alpha + \beta x + \gamma x^2.$$

Решение задачи 29.

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ.

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \qquad\qquad \right\},$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{ \qquad \right\}.$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) =$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = a\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix} + d\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}.$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix} + d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом:

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix} + d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом:
— с помощью системы уравнений, т.е.

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix} + d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом:
— с помощью системы уравнений, т.е.
утверждения о координатах произвольного вектора из $\mathcal{Q}$;

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix} + d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом:
— с помощью системы уравнений;
— как **линейную оболочку** базиса.

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(a\left(x^2\right)^3+b\left(x^2\right)^2x+cx^2x^2+dx^3\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(ax^3+bx^2x^2+c\left(x^2\right)^2x+d\left(x^2\right)^3\right)\;\Rightarrow$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(a\left(x^2\right)^3+b\left(x^2\right)^2x+cx^2x^2+dx^3\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(ax^3+bx^2x^2+c\left(x^2\right)^2x+d\left(x^2\right)^3\right)\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 6ax^5+5bx^4+4cx^3+3dx^2=3ax^2+4bx^3+5cx^4+6dx^5\;\Rightarrow$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(a\left(x^2\right)^3+b\left(x^2\right)^2x+cx^2x^2+dx^3\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(ax^3+bx^2x^2+c\left(x^2\right)^2x+d\left(x^2\right)^3\right)\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 6ax^5+5bx^4+4cx^3+3dx^2=3ax^2+4bx^3+5cx^4+6dx^5\;\Rightarrow\;\begin{cases}a-d=0,\\ b-c=0.\end{cases}$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix} + d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \left\{\begin{array}{l} a-d=0,\\ b-c=0.\end{array}\right\} \right. \Rightarrow$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q}=\left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\;\middle|\;\begin{cases}a-d=0,\\b-c=0.\end{cases}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \mathcal{Q}'=\left\{a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a-d=0,\\b-c=0.\end{cases}\right\}.$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построим с помощью правила, применённого при доказательстве **критерия изоморфности конечномерных пространств:**

$$f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q}=\left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\;\middle|\;\begin{cases}a-d=0,\\b-c=0.\end{cases}\right\}\;\Rightarrow\;\mathcal{Q}'=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a-d=0,\\b-c=0.\end{cases}\right\}.$$

$$\mathcal{Q}'=\left\{a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}+d\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{cases}a-d=0,\\b-c=0.\end{cases}\right\}$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = \begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0, \\ b-c=0. \end{cases}\right\} = \langle \qquad \rangle,$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0, \\ b-c=0. \end{cases}\right\} = \left\langle \qquad \right\rangle.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&-1&0\end{pmatrix} \mapsto$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = \begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0,\\ b-c=0.\end{cases}\right\} = \langle\qquad\qquad\rangle,$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0,\\ b-c=0.\end{cases}\right\} = \left\langle\qquad\qquad\right\rangle.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&-1&0\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}\bullet&\bullet\\\bullet&\bullet\\1&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = \begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0,\\ b-c=0.\end{cases}\right\} = \langle\qquad\qquad\rangle,$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0,\\ b-c=0.\end{cases}\right\} = \left\langle\qquad\qquad\right\rangle.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&-1&0\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}0&\bullet\\1&\bullet\\1&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y) \in \mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x) = \frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б} = \left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\}, \quad \mathbf{В} = \left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right) = \begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q} = \left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0, \\ b-c=0. \end{cases}\right\} = \langle\qquad\qquad\rangle,$$

$$\mathcal{Q}' = \left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a-d=0, \\ b-c=0. \end{cases}\right\} = \left\langle\qquad\qquad\right\rangle.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&-1&0\end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix}0&1\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Задача 29. Постройте изоморфизм линейного пространства $\mathcal{P}_3(x,y)$ кубических форм от переменных x, y, т.е. выражений вида $ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3$ в линейное пространство $M_{2\times 2}$. Найдите образ $\mathcal{Q}'$ подпространства $\mathcal{Q} < \mathcal{P}_3(x,y)$, где

$$p(x,y)\in\mathcal{Q} \;\Leftrightarrow\; \frac{\partial}{\partial x}p(x^2,x)=\frac{\partial}{\partial x}p(x,x^2).$$

Ответ. Как обычно, сначала выбираем базисы:

$$\mathbf{Б}=\left\{x^3,\ x^2y,\ xy^2,\ y^3\right\},\quad \mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}.$$

Изоморфизм построен с помощью правила: $f\left(ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3\right)=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$.

Зададим подпространство $\mathcal{Q}$ стандартным образом.

$$\mathcal{Q}=\left\{ax^3+bx^2y+cxy^2+dy^3 \;\middle|\; \begin{cases}a-d=0,\\ b-c=0.\end{cases}\right\}=\left\langle x^2y+xy^2,\ x^3+y^3\right\rangle,$$

$$\mathcal{Q}'=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases}a-d=0,\\ b-c=0.\end{cases}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&-1&0\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}0&1\\1&0\\1&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Решение задачи 30.

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ.

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$\mathbf{Б} = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}$, $\mathbf{В} = \{ \qquad \}$.

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь **зададим** V

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е.

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е.

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \ \Leftrightarrow$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z) \boxplus g(x,y,z) = f(x,y,z) \cdot g(x,y,z)$ и $\lambda \boxdot f(x,y,z) = f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \textbf{В} = \{x, y, z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in V \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix}a+b&b+c\\a+b&b+c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix}a+b&b+c\\a+b&b+c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}a+2b+c&a+2b+c\\a+2b+c&a+2b+c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}.$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$\begin{pmatrix}a+b&b+c\\a+b&b+c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a+2b+c&a+2b+c\\a+2b+c&a+2b+c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=$$

$$(1\ 2\ 1)\qquad \begin{pmatrix}\ \\ \ \end{pmatrix},\begin{pmatrix}\ \\ \ \end{pmatrix}.$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=$$

$$(1\ 2\ 1)\qquad \begin{pmatrix}\bullet\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\bullet\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=$$

$$(1\ 2\ 1)\qquad \begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\bullet\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=$$

$$(1\ 2\ 1)\qquad \begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

$$(1\ 2\ 1)\qquad \begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

$V=$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\ \middle|\ \qquad\qquad\right\}=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\qquad,\qquad\right\rangle\ \Rightarrow$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Теперь зададим V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V.

$$\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\ \Leftrightarrow\ a+2b+c=0.$$

$$a+2b+c=0\ \Leftrightarrow\ \begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C\\D\end{pmatrix}.$$

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle\ \Rightarrow$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\textbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \textbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=x^a y^b z^c.$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=x^a y^b z^c.$$

$$Q=\left\{\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\right\}=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\;\middle|\;\mathbf{a+2b+c=0}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=x^a y^b z^c.$$

$$Q=\left\{\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\;\middle|\;\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\right\}=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,\mathbf{a+2b+c=0}\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=x^a y^b z^c.$$

$$Q=\left\{\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\right\}=\left\{x^a y^b z^c\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=x^a y^b z^c.$$

$$Q=\left\{\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\right\}=\left\{x^a y^b z^c\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=x^a y^b z^c.$$

$$Q=\left\{\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\right\}=\left\{x^a y^b z^c\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle x^{-2}y,x^{-1}z\right\rangle=$$

Задача 30. В линейном пространствеU симметричных матриц размерности 2×2 рассмотрим подмножество W таких симметричных матриц X, что $\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$. Обозначим через P линейное пространство функций, задаваемых выражениями вида $x^\alpha y^\beta z^\gamma$ с операциями $f(x,y,z)\boxplus g(x,y,z)=f(x,y,z)\cdot g(x,y,z)$ и $\lambda\boxdot f(x,y,z)=f(x,y,z)^\lambda$. Найти V, какой-либо изоморфизм U в P и образ Q подпространства V в линейном пространстве P.

Ответ. Возьмём базисы пространств V и P:

$$\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\},\quad \mathbf{В}=\{x,y,z\}.$$

Задали V системой линейных уравнений, т.е. утверждением о координатах вектора из V и как линейную оболочку базиса

$$V=\left\{\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle\begin{pmatrix}-2&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\right\rangle.$$

Построим **изоморфизм**:

$$\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}=\varphi\left(a\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right)=a\boxdot x\boxplus b\boxdot y\boxplus c\boxdot z=x^a y^b z^c.$$

$$Q=\left\{\varphi\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\,\middle|\,\begin{pmatrix}a&b\\b&c\end{pmatrix}\in V\right\}=\left\{x^a y^b z^c\,\middle|\,a+2b+c=0\right\}=\left\langle x^{-2}y,x^{-1}z\right\rangle=\left\langle\frac{y}{x^2},\frac{z}{x}\right\rangle.$$

Решение задачи 31.

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i =$

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 =$

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i =$

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 =$

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m =$

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 =$

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 = \sum\limits_{k=1}^{3} t_{km}u_k$,

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 = \sum\limits_{k=1}^{3} t_{km}u_k$,

4) $Y_\alpha =$

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 = \sum\limits_{k=1}^{3} t_{km}u_k$,

4) $Y_\alpha = t_{1\alpha}X_1 + t_{2\alpha}X_2 + t_{3\alpha}X_3 + t_{4\alpha}X_4 =$

Задача 31. Запишите определение **матрицы перехода** $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ для следующих случаев: 1) $\mathbf{Б} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$; 2) $\mathbf{Б} = \{p_1, p_2\}$, $\mathbf{Б'} = \{q_1, q_2\}$; 3) $\mathbf{Б} = \{u_1, u_2, u_3\}$, $\mathbf{Б'} = \{v_1, v_2, v_3\}$; 4) $\mathbf{Б} = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$, $\mathbf{Б'} = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$;

Ответ. 1) $e'_i = t_{1i}e_1 + t_{2i}e_2 + t_{3i}e_3 + t_{4i}e_4 = \sum\limits_{j=1}^{4} t_{ji}e_j$,

2) $q_i = t_{1i}p_1 + t_{2i}p_2 = \sum\limits_{s=1}^{2} t_{si}p_s$,

3) $v_m = t_{1m}u_1 + t_{2m}u_2 + t_{3m}u_3 = \sum\limits_{k=1}^{3} t_{km}u_k$,

4) $Y_\alpha = t_{1\alpha}X_1 + t_{2\alpha}X_2 + t_{3\alpha}X_3 + t_{4\alpha}X_4 = \sum\limits_{\beta=1}^{4} t_{\beta\alpha}X_\beta$.

Решение задачи 32.

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \\ -1 & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \\ -1 & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \\ -1 & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 1 & & \\ -1 & & \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'} \to \mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + (-3) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} =$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} =$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}$.

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) =$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix}$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & \\ 2 & 4 & \\ -4 & -5 & \end{pmatrix}$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 2 & 4 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ -4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ -4 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{2} & \mathbf{-3} \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix} =$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 9 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 2 \\ -4 & -5 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах $\mathbf{Б}$ и $\mathbf{Б'}$.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}$ и $T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б}'\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 0 \\ 1/4 \end{pmatrix},$$

Задача 32. Найдите **матрицу перехода** из базиса $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ в базис $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ и, используя $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ и $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}}$, **координаты** матриц $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ в базисах **Б** и **Б'**.

Ответ. По **определению матрицы перехода** получаем $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$,

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} = T^{-1}_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1/4 & 7/4 & 5/4 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1/4 & -5/4 & -3/4 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}}, \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} \right) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1/4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 0 \\ 1/4 \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 33.

Задача 33. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Задача 33. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

Задача 33. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода**

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i =$

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$.

Задача 33. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\text{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\text{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} \left[e'_j\right]_{\text{Б}}.$$

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\text{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\text{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} \left[e'_j\right]_{\text{Б}}.$$

$$= \left([e''_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\text{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} \left[e'_j\right]_{\text{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} \left[e'_j\right]_{\text{Б}}\right) =$$

Задача 33. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}.$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left([e''_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\mathbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

Задача 33. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\mathbf{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\mathbf{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}.$$

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}} = \left([e''_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\mathbf{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} \left[e'_j\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \left(\left([e'_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right) \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \left([e'_1]_{\mathbf{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\mathbf{Б}}\right) \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\text{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\text{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} [e'_j]_{\text{Б}}\,.$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = ([e''_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\text{Б}}) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} [e'_j]_{\text{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} [e'_j]_{\text{Б}}\right) =$$

$$= \left(([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}) \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ ([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}) \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}}$$

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\text{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\text{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} [e'_j]_{\text{Б}}.$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = ([e''_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\text{Б}}) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} [e'_j]_{\text{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} [e'_j]_{\text{Б}}\right) =$$

$$= \left(([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}) \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ ([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}) \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}}$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} \ \Rightarrow$$

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\text{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\text{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} [e'_j]_{\text{Б}}.$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = ([e''_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\text{Б}}) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} [e'_j]_{\text{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} [e'_j]_{\text{Б}}\right) =$$

$$= \left(([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}) \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ ([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}) \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}}$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} \ \Rightarrow \ T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б}\to\text{Б''}} =$$

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\text{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\text{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} \left[e'_j\right]_{\text{Б}}.$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = \left([e''_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\text{Б}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} \left[e'_j\right]_{\text{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} \left[e'_j\right]_{\text{Б}}\right) =$$

$$= \left(\left([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}\right) \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \left([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}\right) \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}}$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} \ \Rightarrow \ T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б''}}.$$

Задача 33. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ. Пусть $T_{\text{Б}\to\text{Б'}} = (t'_{ij})$, $T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = (t''_{ij})$, $T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = (t_{ij})$.

По **определению матрицы перехода** $e''_i = \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j$. Поэтому с помощью **умножения на макроуровне** получаем

$$[e''_i]_{\text{Б}} = \left[\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e'_j\right]_{\text{Б}} = \sum_{j=1}^{n} t_{ji} [e'_j]_{\text{Б}}.$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = ([e''_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e''_n]_{\text{Б}}) = \left(\sum_{j=1}^{n} t_{j1} [e'_j]_{\text{Б}} \ \dots \ \sum_{j=1}^{n} t_{jn} [e'_j]_{\text{Б}}\right) =$$

$$= \left(([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}) \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ ([e'_1]_{\text{Б}} \ \dots \ [e'_n]_{\text{Б}}) \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \left(T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} \left(\begin{pmatrix} t_{11} \\ \dots \\ t_{n1} \end{pmatrix} \ \dots \ \begin{pmatrix} t_{1n} \\ \dots \\ t_{nn} \end{pmatrix}\right) = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}}$$

$$T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} \ \Rightarrow \ T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} T_{\text{Б}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б''}}.$$

$$T_{\text{Б'}\to\text{Б''}} = T_{\text{Б'}\to\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б''}}.$$

Задача 33. Пусть $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б'**, $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}$ — матрица перехода из базиса **Б** в базис **Б''**. Найдите матрицу перехода из базиса **Б'** в базис **Б''**.

Ответ.

$$T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б''}} = T_{\mathbf{Б'}\to\mathbf{Б}} T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б''}}.$$

Задача решена.

Решение задачи 34.

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

1. Коммутативность: $\big(f(x), g(x)\big) =$ $= \big(g(x), f(x)\big)$.

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

1. Коммутативность: $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx = \qquad\qquad = \big(g(x), f(x)\big)\,.$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

1. Коммутативность: $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx = \qquad\qquad = \big(g(x), f(x)\big)$.

Воспользуемся свойством коммутативности произведения многочленов.

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

1. Коммутативность: $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx = \int\limits_0^1 g(x)\, f(x)\, dx = \big(g(x), f(x)\big)$.

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

2. Линейность:

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

2. Линейность: $\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \lambda \big(f(x), h(x)\big) + \mu \big(g(x), h(x)\big)$ (**?**)

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

2. Линейность: $\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \lambda \big(f(x), h(x)\big) + \mu \big(g(x), h(x)\big)$ (**?**)

$$\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x) + \mu g(x)\big)\ h(x)\, dx =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

2. Линейность: $\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \lambda \big(f(x), h(x)\big) + \mu \big(g(x), h(x)\big)$ (**?**)

$$\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x) + \mu g(x)\big)\ h(x)\, dx = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x)h(x) + \mu g(x)h(x)\big)\ dx =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

2. Линейность: $\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \lambda \big(f(x), h(x)\big) + \mu \big(g(x), h(x)\big)$ (**?**)

$$\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x) + \mu g(x)\big)\ h(x)\, dx = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x)h(x) + \mu g(x)h(x)\big)\ dx =$$

$$= \int\limits_0^1 \lambda f(x)h(x)\, dx + \int\limits_0^1 \mu g(x)h(x)\, dx =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

2. Линейность: $\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \lambda \big(f(x), h(x)\big) + \mu \big(g(x), h(x)\big)$ (**?**)

$$\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x) + \mu g(x)\big)\ h(x)\, dx = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x)h(x) + \mu g(x)h(x)\big)\ dx =$$

$$= \int\limits_0^1 \lambda f(x)h(x)\, dx + \int\limits_0^1 \mu g(x)h(x)\, dx = \lambda \int\limits_0^1 f(x)h(x)\, dx + \mu \int\limits_0^1 g(x)h(x)\, dx =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

2. Линейность: $\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \lambda \big(f(x), h(x)\big) + \mu \big(g(x), h(x)\big)$ (**?**)

$$\big(\lambda f(x) + \mu g(x), h(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x) + \mu g(x)\big)\ h(x)\, dx = \int\limits_0^1 \big(\lambda f(x)h(x) + \mu g(x)h(x)\big)\ dx =$$

$$= \int\limits_0^1 \lambda f(x)h(x)\, dx + \int\limits_0^1 \mu g(x)h(x)\, dx = \lambda \int\limits_0^1 f(x)h(x)\, dx + \mu \int\limits_0^1 g(x)h(x)\, dx =$$

$$= \lambda \big(f(x), h(x)\big) + \mu \big(g(x), h(x)\big)\,.$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

3. Положительная определенность: $\big(f(x), f(x)\big) \geq 0$ и $\big(f(x), f(x)\big) = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx =$$

Мы рассматриваем линейное пространство многочленов степени не более двух, то есть многочленов вида $f(x) = a + bx + cx^2$.

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1} + abx^2\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1} + abx^2\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + ab + \frac{2}{3}ac + \frac{bc}{2} =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1} + abx^2\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + ab + \frac{2}{3}ac + \frac{bc}{2} = \left(a^2 + ab + \frac{2}{3}ac\right) + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1} + abx^2\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + ab + \frac{2}{3}ac + \frac{bc}{2} = \left(a^2 + ab + \frac{2}{3}ac\right) + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

$$= \Big(a + \quad + \quad\Big)^2 - \qquad\qquad + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1} + abx^2\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + ab + \frac{2}{3}ac + \frac{bc}{2} = \left(a^2 + ab + \frac{2}{3}ac\right) + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

$$= \left(a + \frac{b}{2} + \quad\right)^2 - \qquad\qquad + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1} + abx^2\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + ab + \frac{2}{3}ac + \frac{bc}{2} = \left(a^2 + ab + \frac{2}{3}ac\right) + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

$$= \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 - \qquad\qquad + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1} + abx^2\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + ab + \frac{2}{3}ac + \frac{bc}{2} = \left(a^2 + ab + \frac{2}{3}ac\right) + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

$$= \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 - \frac{b^2}{4} - \frac{c^2}{9} - \frac{bc}{3} + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x),g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x),f(x)\big)=\int\limits_0^1\big(f(x)\big)^2\,dx=\int\limits_0^1\big(a+bx+cx^2\big)^2\,dx=$$

$$=\int\limits_0^1 a^2\,dx+\int\limits_0^1 b^2x^2\,dx+\int\limits_0^1 c^2x^4\,dx+\int\limits_0^1 2abx\,dx+\int\limits_0^1 2acx^2\,dx+\int\limits_0^1 2bcx^3\,dx=$$

$$=a^2+\frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1}+abx^2\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1}=$$

$$=a^2+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+ab+\frac{2}{3}ac+\frac{bc}{2}=\left(a^2+ab+\frac{2}{3}ac\right)+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+\frac{bc}{2}=$$

$$=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2-\frac{b^2}{4}-\frac{c^2}{9}-\frac{bc}{3}+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+\frac{bc}{2}=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2+\frac{b^2}{12}+\frac{1}{6}bc+\frac{4}{45}c^2=$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x), f(x)\big) = \int\limits_0^1 \big(f(x)\big)^2\, dx = \int\limits_0^1 \big(a + bx + cx^2\big)^2\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 a^2\, dx + \int\limits_0^1 b^2x^2\, dx + \int\limits_0^1 c^2x^4\, dx + \int\limits_0^1 2abx\, dx + \int\limits_0^1 2acx^2\, dx + \int\limits_0^1 2bcx^3\, dx =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1} + abx^2\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1} + \frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1} =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + ab + \frac{2}{3}ac + \frac{bc}{2} = \left(a^2 + ab + \frac{2}{3}ac\right) + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} =$$

$$= \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 - \frac{b^2}{4} - \frac{c^2}{9} - \frac{bc}{3} + \frac{b^2}{3} + \frac{c^2}{5} + \frac{bc}{2} = \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 + \frac{b^2}{12} + \frac{1}{6}bc + \frac{4}{45}c^2 =$$

$$= \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 + \frac{1}{12}\left(b^2 + 2bc\right) + \frac{4}{45}c^2 =$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x),g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x),f(x)\big)=\int\limits_0^1\big(f(x)\big)^2\,dx=\int\limits_0^1\big(a+bx+cx^2\big)^2\,dx=$$

$$=\int\limits_0^1 a^2\,dx+\int\limits_0^1 b^2x^2\,dx+\int\limits_0^1 c^2x^4\,dx+\int\limits_0^1 2abx\,dx+\int\limits_0^1 2acx^2\,dx+\int\limits_0^1 2bcx^3\,dx=$$

$$=a^2+\frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1}+abx^2\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1}=$$

$$=a^2+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+ab+\frac{2}{3}ac+\frac{bc}{2}=\left(a^2+ab+\frac{2}{3}ac\right)+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+\frac{bc}{2}=$$

$$=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2-\frac{b^2}{4}-\frac{c^2}{9}-\frac{bc}{3}+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+\frac{bc}{2}=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2+\frac{b^2}{12}+\frac{1}{6}bc+\frac{4}{45}c^2=$$

$$=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2+\frac{1}{12}\left(b^2+2bc\right)+\frac{4}{45}c^2=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2+\frac{1}{12}\left(b+c\right)^2-\frac{1}{12}c^2+\frac{4}{45}c^2=$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x),g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Докажем, что введенная операция удовлетворяет **трем аксиомам скалярного произведения**:

$$\big(f(x),f(x)\big)=\int\limits_0^1\big(f(x)\big)^2\,dx=\int\limits_0^1\big(a+bx+cx^2\big)^2\,dx=$$

$$=\int\limits_0^1 a^2\,dx+\int\limits_0^1 b^2x^2\,dx+\int\limits_0^1 c^2x^4\,dx+\int\limits_0^1 2abx\,dx+\int\limits_0^1 2acx^2\,dx+\int\limits_0^1 2bcx^3\,dx=$$

$$=a^2+\frac{b^2}{3}x^3\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{c^2}{5}x^5\Big|_{x=0}^{x=1}+abx^2\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{2}{3}acx^3\Big|_{x=0}^{x=1}+\frac{bc}{2}x^4\Big|_{x=0}^{x=1}=$$

$$=a^2+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+ab+\frac{2}{3}ac+\frac{bc}{2}=\left(a^2+ab+\frac{2}{3}ac\right)+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+\frac{bc}{2}=$$

$$=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2-\frac{b^2}{4}-\frac{c^2}{9}-\frac{bc}{3}+\frac{b^2}{3}+\frac{c^2}{5}+\frac{bc}{2}=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2+\frac{b^2}{12}+\frac{1}{6}bc+\frac{4}{45}c^2=$$

$$=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2+\frac{1}{12}\left(b^2+2bc\right)+\frac{4}{45}c^2=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2+\frac{1}{12}\left(b+c\right)^2-\frac{1}{12}c^2+\frac{4}{45}c^2=$$

$$=\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)^2+\frac{1}{12}\left(b+c\right)^2+\frac{1}{180}c^2\geq 0.$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Наконец, равенство $\big(f(x), f(x)\big) = 0$ выполняется только тогда, когда

$$\left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 + \frac{1}{12}\,(b + c)^2 + \frac{1}{180}c^2 = 0.$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Наконец, равенство $\big(f(x), f(x)\big) = 0$ выполняется только тогда, когда

$$\left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 + \frac{1}{12}\,(b + c)^2 + \frac{1}{180}c^2 = 0.$$

Последнее равенство выполняется только в случае, когда все слагаемые равны нулю:

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Наконец, равенство $\big(f(x), f(x)\big) = 0$ выполняется только тогда, когда

$$\left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 + \frac{1}{12}\,(b + c)^2 + \frac{1}{180}c^2 = 0.$$

Последнее равенство выполняется только в случае, когда все слагаемые равны нулю:

$$\begin{cases} a + \dfrac{b}{2} + \dfrac{c}{3} = 0, \\ b + c = 0, \\ c = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Наконец, равенство $\big(f(x), f(x)\big) = 0$ выполняется только тогда, когда

$$\left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 + \frac{1}{12}\,(b + c)^2 + \frac{1}{180}c^2 = 0.$$

Последнее равенство выполняется только в случае, когда все слагаемые равны нулю:

$$\left\{\begin{array}{l} a + \dfrac{b}{2} + \dfrac{c}{3} = 0, \\ b + c = 0, \\ c = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a + \dfrac{b}{2} + \dfrac{c}{3} = 0, \\ b = 0, \\ c = 0 \end{array}\right. \Rightarrow$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Наконец, равенство $\big(f(x), f(x)\big) = 0$ выполняется только тогда, когда

$$\left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 + \frac{1}{12}\,(b + c)^2 + \frac{1}{180}c^2 = 0.$$

Последнее равенство выполняется только в случае, когда все слагаемые равны нулю:

$$\left\{\begin{array}{l} a + \dfrac{b}{2} + \dfrac{c}{3} = 0, \\ b + c = 0, \\ c = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a + \dfrac{b}{2} + \dfrac{c}{3} = 0, \\ b = 0, \\ c = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 0, \\ b = 0, \\ c = 0. \end{array}\right.$$

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Наконец, равенство $\big(f(x), f(x)\big) = 0$ выполняется только тогда, когда

$$\left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}\right)^2 + \frac{1}{12}\,(b + c)^2 + \frac{1}{180}c^2 = 0.$$

Последнее равенство выполняется только в случае, когда все слагаемые равны нулю:

$$\left\{\begin{array}{l} a + \dfrac{b}{2} + \dfrac{c}{3} = 0, \\ b + c = 0, \\ c = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a + \dfrac{b}{2} + \dfrac{c}{3} = 0, \\ b = 0, \\ c = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 0, \\ b = 0, \\ c = 0. \end{array}\right.$$

Следовательно, $f(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; f(x) \equiv 0$.

Задача 34. Докажите, что **линейное пространство** многочленов степени не выше 2 с действительными коэффициентами со скалярным произведением $\big(f(x), g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Итак для рассматриваемого скалярного произведения выполняются все **аксиомы**, поэтому указанное в условии линейное пространство является **евклидовым пространством**.

Решение задачи 35.

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **первой аксиомы**.

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **первой аксиомы**.

$$\big(f(x,y), g(x,y)\big) =$$

$$= \big(g(x,y), f(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **первой аксиомы**.

$$\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n) =$$

$$= \big(g(x,y), f(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **первой аксиомы**.

$$\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n) =$$

$$= f(1,1)g(1,1) + f(1,2)g(1,2) + f(2,1)g(2,1) + \ldots =$$

$$= \big(g(x,y), f(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **первой аксиомы**.

$$\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n) =$$

$$= f(1,1)g(1,1) + f(1,2)g(1,2) + f(2,1)g(2,1) + \ldots =$$

$$= g(1,1)f(1,1) + g(1,2)f(1,2) + g(2,1)f(2,1) + \ldots =$$

$$= \big(g(x,y), f(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **первой аксиомы**.

$$\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n) =$$

$$= f(1,1)g(1,1) + f(1,2)g(1,2) + f(2,1)g(2,1) + \ldots =$$

$$= g(1,1)f(1,1) + g(1,2)f(1,2) + g(2,1)f(2,1) + \ldots =$$

$$= \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} g(m,n)\, f(m,n) = \big(g(x,y), f(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **первой аксиомы**.

$$\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n) =$$

$$= f(1,1)g(1,1) + f(1,2)g(1,2) + f(2,1)g(2,1) + \ldots =$$

$$= g(1,1)f(1,1) + g(1,2)f(1,2) + g(2,1)f(2,1) + \ldots =$$

$$= \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} g(m,n)\, f(m,n) = \big(g(x,y), f(x,y)\big)$$

Проверено выполнение **первой аксиомы**.

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **второй аксиомы**.

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **второй аксиомы**.

$$\big(\lambda f(x,y) + \mu g(x,y), h(x,y)\big) =$$

$$= \lambda \big(f(x,y), h(x,y)\big) + \mu \big(g(x,y), h(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **второй аксиомы**.

$$\big(\lambda f(x,y) + \mu g(x,y), h(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} \big(\lambda f(m,n) + \mu g(m,n)\big)\ h(m,n) =$$

$$= \lambda \big(f(x,y), h(x,y)\big) + \mu \big(g(x,y), h(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **второй аксиомы**.

$$\big(\lambda f(x,y) + \mu g(x,y), h(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} \big(\lambda f(m,n) + \mu g(m,n)\big)\ h(m,n) =$$

$$= \big(\lambda f(1,1) + \mu g(1,1)\big)\, h(1,1) + \big(\lambda f(1,2) + \mu g(1,2)\big)\, h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda \big(f(x,y), h(x,y)\big) + \mu \big(g(x,y), h(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **второй аксиомы**.

$$\big(\lambda f(x,y) + \mu g(x,y), h(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} \big(\lambda f(m,n) + \mu g(m,n)\big)\ h(m,n) =$$

$$= \big(\lambda f(1,1) + \mu g(1,1)\big)\, h(1,1) + \big(\lambda f(1,2) + \mu g(1,2)\big)\, h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda f(1,1)h(1,1) + \mu g(1,1)h(1,1) + \lambda f(1,2)h(1,2) + \mu g(1,2)h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda \big(f(x,y), h(x,y)\big) + \mu \big(g(x,y), h(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **второй аксиомы**.

$$\big(\lambda f(x,y) + \mu g(x,y), h(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} \big(\lambda f(m,n) + \mu g(m,n)\big)\ h(m,n) =$$

$$= \big(\lambda f(1,1) + \mu g(1,1)\big)\, h(1,1) + \big(\lambda f(1,2) + \mu g(1,2)\big)\, h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda f(1,1)h(1,1) + \mu g(1,1)h(1,1) + \lambda f(1,2)h(1,2) + \mu g(1,2)h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda \big(f(1,1)h(1,1) + f(1,2)h(1,2) + \ldots\big) + \mu \big(f(1,1)h(1,1) + f(1,2)h(1,2) + \ldots\big) =$$

$$= \lambda \big(f(x,y), h(x,y)\big) + \mu \big(g(x,y), h(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **второй аксиомы**.

$$\big(\lambda f(x,y) + \mu g(x,y), h(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} \big(\lambda f(m,n) + \mu g(m,n)\big)\ h(m,n) =$$

$$= \big(\lambda f(1,1) + \mu g(1,1)\big)\, h(1,1) + \big(\lambda f(1,2) + \mu g(1,2)\big)\, h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda f(1,1)h(1,1) + \mu g(1,1)h(1,1) + \lambda f(1,2)h(1,2) + \mu g(1,2)h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda\big(f(1,1)h(1,1) + f(1,2)h(1,2) + \ldots\big) + \mu\big(f(1,1)h(1,1) + f(1,2)h(1,2) + \ldots\big) =$$

$$= \lambda \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f(m,n)h(m,n) + \mu \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} g(m,n)h(m,n) =$$

$$= \lambda\big(f(x,y), h(x,y)\big) + \mu\big(g(x,y), h(x,y)\big)$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **второй аксиомы**.

$$\big(\lambda f(x,y) + \mu g(x,y), h(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} \big(\lambda f(m,n) + \mu g(m,n)\big)\ h(m,n) =$$

$$= \big(\lambda f(1,1) + \mu g(1,1)\big)\, h(1,1) + \big(\lambda f(1,2) + \mu g(1,2)\big)\, h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda f(1,1)h(1,1) + \mu g(1,1)h(1,1) + \lambda f(1,2)h(1,2) + \mu g(1,2)h(1,2) + \ldots =$$

$$= \lambda\big(f(1,1)h(1,1) + f(1,2)h(1,2) + \ldots\big) + \mu\big(f(1,1)h(1,1) + f(1,2)h(1,2) + \ldots\big) =$$

$$= \lambda \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f(m,n)h(m,n) + \mu \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} g(m,n)h(m,n) =$$

$$= \lambda\big(f(x,y), h(x,y)\big) + \mu\big(g(x,y), h(x,y)\big)\,.$$

Проверено выполнение **второй аксиомы**.

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\big(ax^2 + bxy + cy^2,\; ax^2 + bxy + cy^2\big) = 0$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\big(ax^2 + bxy + cy^2,\; ax^2 + bxy + cy^2\big) = 0$$

$$\big(a+b+c)^2 + (a+2b+4c)^2 + (a+3b+9c)^2 + (4a+2b+c)^2 + (4a+4b+4c)^2 +$$
$$+(4a+6b+9c)^2 + (9a+3b+c)^2 + (9a+6b+4c)^2 + (9a+9b+9c)^2\big) = 0; \Leftrightarrow$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\big(ax^2 + bxy + cy^2,\; ax^2 + bxy + cy^2\big) = 0$$

$$\big(a+b+c)^2 + (a+2b+4c)^2 + (a+3b+9c)^2 + (4a+2b+c)^2 + (4a+4b+4c)^2 +$$

$$+(4a+6b+9c)^2 + (9a+3b+c)^2 + (9a+6b+4c)^2 + (9a+9b+9c)^2\big) = 0; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 294a^2 + 196b^2 + 294c^2 + 432ab + 392ac + 432bc = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\big(ax^2 + bxy + cy^2,\; ax^2 + bxy + cy^2\big) = 0$$

$$\big(a+b+c)^2 + (a+2b+4c)^2 + (a+3b+9c)^2 + (4a+2b+c)^2 + (4a+4b+4c)^2 +$$

$$+(4a+6b+9c)^2 + (9a+3b+c)^2 + (9a+6b+4c)^2 + (9a+9b+9c)^2\big) = 0; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 294a^2 + 196b^2 + 294c^2 + 432ab + 392ac + 432bc = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 3\left(7a + \frac{36}{7}b + \frac{14}{3}c\right)^2 + \frac{914}{49}\left(b + \frac{18\cdot 49}{457}c\right)^2 + \frac{16709}{7131}c^2 = 0.$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\Leftrightarrow \; 3\left(7a + \frac{36}{7}b + \frac{14}{3}c\right)^2 + \frac{914}{49}\left(b + \frac{18 \cdot 49}{457}c\right)^2 + \frac{16709}{7131}c^2 = 0.$$

Это равенство выполняется только тогда, когда все слагаемые равны нулю:

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \;\big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\Leftrightarrow \; 3\left(7a + \frac{36}{7}b + \frac{14}{3}c\right)^2 + \frac{914}{49}\left(b + \frac{18 \cdot 49}{457}c\right)^2 + \frac{16709}{7131}c^2 = 0.$$

Это равенство выполняется только тогда, когда все слагаемые равны нулю:

$$\begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c, \\ b + \dfrac{18 \cdot 49}{457}c = 0 \Rightarrow \\ c = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\Leftrightarrow\; 3\left(7a + \frac{36}{7}b + \frac{14}{3}c\right)^2 + \frac{914}{49}\left(b + \frac{18\cdot 49}{457}c\right)^2 + \frac{16709}{7131}c^2 = 0.$$

Это равенство выполняется только тогда, когда все слагаемые равны нулю:

$$\begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c, \\ b + \dfrac{18\cdot 49}{457}c = 0 \Rightarrow b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\Leftrightarrow\; 3\left(7a + \frac{36}{7}b + \frac{14}{3}c\right)^2 + \frac{914}{49}\left(b + \frac{18\cdot 49}{457}c\right)^2 + \frac{16709}{7131}c^2 = 0.$$

Это равенство выполняется только тогда, когда все слагаемые равны нулю:

$$\begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c, \\ b + \dfrac{18\cdot 49}{457}c = 0 \Rightarrow b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c \Rightarrow \\ b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\Leftrightarrow\; 3\left(7a + \frac{36}{7}b + \frac{14}{3}c\right)^2 + \frac{914}{49}\left(b + \frac{18\cdot 49}{457}c\right)^2 + \frac{16709}{7131}c^2 = 0.$$

Это равенство выполняется только тогда, когда все слагаемые равны нулю:

$$\begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c, \\ b + \dfrac{18\cdot 49}{457}c = 0 \Rightarrow b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c \Rightarrow a = 0, \\ b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\Leftrightarrow\; 3\left(7a + \frac{36}{7}b + \frac{14}{3}c\right)^2 + \frac{914}{49}\left(b + \frac{18\cdot 49}{457}c\right)^2 + \frac{16709}{7131}c^2 = 0.$$

Это равенство выполняется только тогда, когда все слагаемые равны нулю:

$$\begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c, \\ b + \dfrac{18\cdot 49}{457}c = 0 \Rightarrow b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c \Rightarrow a = 0, \\ b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0, \\ b = 0, \\ c = 0. \end{cases}$$

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\,g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Проверим выполнение **третьей аксиомы**.

$$\big(f(x,y), f(x,y)\big) \geq 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \big(f(x,y), f(x,y)\big) = \sum_{m=1}^{3}\sum_{n=1}^{3} f^2(m,n) \geq 0.$$

Докажем, что $\big(f(x,y), f(x,y)\big) = 0$ тогда и только тогда, когда $f(x,y) \equiv 0$:

$$\Leftrightarrow\; 3\left(7a + \frac{36}{7}b + \frac{14}{3}c\right)^2 + \frac{914}{49}\left(b + \frac{18\cdot 49}{457}c\right)^2 + \frac{16709}{7131}c^2 = 0.$$

Это равенство выполняется только тогда, когда все слагаемые равны нулю:

$$\begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c, \\ b + \dfrac{18\cdot 49}{457}c = 0 \Rightarrow b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a + \dfrac{36}{7}b + \dfrac{14}{3}c \Rightarrow a = 0, \\ b = 0, \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0, \\ b = 0, \\ c = 0. \end{cases}$$

Следовательно, $f(x,y) = 0 \;\Leftrightarrow\; f(x,y) \equiv 0$.

Задача 35. Докажите, что **линейное пространство** квадратичных форм $f(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ с действительными коэффициентами a, b, c со скалярным произведением $\big(f(x,y), g(x,y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3} \sum\limits_{n=1}^{3} f(m,n)\, g(m,n)$ является **евклидовым пространством**.

Ответ. Итак для рассматриваемого скалярного произведения выполняются все **аксиомы**, поэтому указанное в условии линейное пространство является **евклидовым пространством**.

Решение задачи 36.

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)\,,\quad (x^2;y^2)\,,\quad (x^2+y^2;x^2-y^2)\,,\quad (x^2+y^2;xy)\,.$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)\,,\quad (x^2;y^2)\,,\quad (x^2+y^2;x^2-y^2)\,,\quad (x^2+y^2;xy)\,.$

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:
$(x^2;y^2) =$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} +$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} +$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} =$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m} \alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$

$(x^2;xy) =$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

$$(x^2;xy) = \underbrace{1^2\cdot(1\cdot 1) + 1^2\cdot(1\cdot 2) + 1^2\cdot(1\cdot 3)}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot(2\cdot 1) + 2^2\cdot(2\cdot 2)}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot(3\cdot 1)}_{n=3} =$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

$$(x^2;xy) = \underbrace{1^2\cdot(1\cdot 1) + 1^2\cdot(1\cdot 2) + 1^2\cdot(1\cdot 3)}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot(2\cdot 1) + 2^2\cdot(2\cdot 2)}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot(3\cdot 1)}_{n=3} = 6 + 24 + 27 =$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m} \alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

$$(x^2;xy) = \underbrace{1^2\cdot(1\cdot 1) + 1^2\cdot(1\cdot 2) + 1^2\cdot(1\cdot 3)}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot(2\cdot 1) + 2^2\cdot(2\cdot 2)}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot(3\cdot 1)}_{n=3} = 6+24+27 = 57,$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m} \alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

$$(x^2;xy) = \underbrace{1^2\cdot(1\cdot 1) + 1^2\cdot(1\cdot 2) + 1^2\cdot(1\cdot 3)}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot(2\cdot 1) + 2^2\cdot(2\cdot 2)}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot(3\cdot 1)}_{n=3} = 6+24+27 = 57,$$

$\ldots$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & \\ 57 & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m} \alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

$$(x^2;xy) = \underbrace{1^2\cdot(1\cdot 1) + 1^2\cdot(1\cdot 2) + 1^2\cdot(1\cdot 3)}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot(2\cdot 1) + 2^2\cdot(2\cdot 2)}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot(3\cdot 1)}_{n=3} = 6+24+27 = 57,$$

$\ldots$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & & \\ 43 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m} \alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

$$(x^2;xy) = \underbrace{1^2\cdot(1\cdot 1) + 1^2\cdot(1\cdot 2) + 1^2\cdot(1\cdot 3)}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot(2\cdot 1) + 2^2\cdot(2\cdot 2)}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot(3\cdot 1)}_{n=3} = 6+24+27 = 57,$$

$\ldots$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & \\ 43 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m} \alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

$$(x^2;xy) = \underbrace{1^2\cdot(1\cdot 1) + 1^2\cdot(1\cdot 2) + 1^2\cdot(1\cdot 3)}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot(2\cdot 1) + 2^2\cdot(2\cdot 2)}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot(3\cdot 1)}_{n=3} = 6+24+27 = 57,$$

$\ldots$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & \end{pmatrix}.$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m} \alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Сначала найдём матрицу Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$:

$$(x^2;y^2) = \underbrace{1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2 + 1^2\cdot 1^2}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot 2^2 + 2^2\cdot 2^2}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot 3^2}_{n=3} = 116,$$

$$(x^2;xy) = \underbrace{1^2\cdot(1\cdot 1) + 1^2\cdot(1\cdot 2) + 1^2\cdot(1\cdot 3)}_{n=1} + \underbrace{2^2\cdot(2\cdot 1) + 2^2\cdot(2\cdot 2)}_{n=2} + \underbrace{3^2\cdot(3\cdot 1)}_{n=3} = 6+24+27 = 57,$$

$\ldots$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}.$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$(x^2;x^2) = 116$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116\ ??\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$(x^2;y^2) =$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$(x^2;y^2) = 57$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x^2;y^2) = 57 \text{ ?? } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x^2;y^2) = 57 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$(x^2+y^2;x^2-y^2) =$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x^2;y^2) = 57 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;x^2-y^2) = 0$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x^2;y^2) = 57 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;x^2-y^2) = 0 \text{ ?? } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x^2;y^2) = 57 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;x^2-y^2) = 0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;xy) =$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x^2;y^2) = 57 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;x^2-y^2) = 0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;xy) = 114$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x^2;y^2) = 57 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;x^2-y^2) = 0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;xy) = 114\ ??\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 36. Пусть в **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $ax^2 + bxy + cy^2$, где $\{a;\ b;\ c\} \subseteq \mathbb{R}$, скалярное произведение задано формулой $\big(\alpha(x;y);\beta(x;y)\big) = \sum\limits_{m=1}^{3}\sum\limits_{n=1}^{4-m}\alpha(m;n)\beta(m;n)$. Вычислите по определению и с **помощью матрицы Грама** скалярные произведения $(x^2;x^2)$, $(x^2;y^2)$, $(x^2+y^2;x^2-y^2)$, $(x^2+y^2;xy)$.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2;\ xy;\ y^2\}$: $\Gamma = \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix}$.

Найдем требуемые скалярные произведения:

$$(x^2;x^2) = 116 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$(x^2;y^2) = 57 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;x^2-y^2) = 0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$(x^2+y^2;xy) = 114 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 116 & 57 & 43 \\ 57 & 43 & 57 \\ 43 & 57 & 116 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 37.

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ.

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix},$$

$\gamma_{11} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{11} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{11} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{11} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 4,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{11} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 4,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$\gamma_{12} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{12} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{12} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{12} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 2,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{12} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 2$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & \\ & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{12} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 = g_{21},$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & \\ 2 & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{12} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 2 = g_{21},$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & \\ 2 & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$\gamma_{13} = \gamma_{31} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & \\ 2 & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{13} = \gamma_{31} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & \\ 2 & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{13} = \gamma_{31} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & \\ 2 & & \\ & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{13} = \gamma_{31} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{13} = \gamma_{31} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$\gamma_{22} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{22} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{22} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{22} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 5,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{22} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 5,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$\gamma_{23} = \gamma_{32} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{23} = \gamma_{32} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{23} = \gamma_{32} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & \\ 0 & & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{23} = \gamma_{32} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 2,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{23} = \gamma_{32} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 2,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & \end{pmatrix},$$

$\gamma_{33} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{\text{ЗЗ}} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{33} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{33} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 4,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. Возьмём естественный базис линейного пространства симметричных матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ размерности 2×2:

$$\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{33} = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= (2 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 4,$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \qquad \right\}$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\alpha_{21} = -\frac{(e_2, e_1)}{(e_1, e_1)} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{21} = -\frac{(e_2, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\alpha_{21} = -\frac{(e_2, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\alpha_{21} = -\frac{(e_2, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = -\frac{1}{2}.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\alpha_{21} = -\frac{(e_2, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = -\frac{1}{2}.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\}$

$$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\alpha_{21} = -\frac{(e_2, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = -\frac{1}{2}.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$$e_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} e_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\alpha_{21} = -\frac{(e_2, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = -\frac{1}{2}.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$e_3 =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$\alpha_{31} = -\frac{(e_3, e_1)}{(e_1, e_1)} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} e_1 + \alpha_{32} e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{31} = -\frac{(e_3, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} e_1 + \alpha_{32} e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{31} = -\frac{(e_3, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} e_1 + \alpha_{32} e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{31} = -\frac{(e_3, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = 0.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31} e_1 + \alpha_{32} e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{31} = -\frac{(e_3, e_1)}{(e_1, e_1)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} = 0.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$\alpha_{32} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$\alpha_{32} = -\dfrac{(e_3, e_2)}{(e_2, e_2)} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix},$

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{32} = -\frac{(e_3, e_2)}{(e_2, e_2)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{32} = -\frac{(e_3, e_2)}{(e_2, e_2)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}} =$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{32} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{32} = -\frac{(e_3, e_2)}{(e_2, e_2)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}} =$$

$$= -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$

$$\alpha_{32} = -\frac{(e_3, e_2)}{(e_2, e_2)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}} =$$

$= -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$.

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\alpha_{32} = -\frac{(e_3, e_2)}{(e_2, e_2)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}} =$$

$$= -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

$e_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \alpha_{31}e_1 + \alpha_{32}e_2 =$

$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\alpha_{32} = -\frac{(e_3, e_2)}{(e_2, e_2)} = -\frac{\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)}{\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)} = -\frac{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}} =$$

$$= -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \right.$ $\left. \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \right.$ $\left. \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = (1 \quad 0 \quad 0) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \right.$

$\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = (1 \quad 0 \quad 0) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 4,$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = (1 \quad 0 \quad 0) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 4,$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$$

$$\left. \left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) = \right.$$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) = (-1/2 \quad 1 \quad 0) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) = (-1/2 \quad 1 \quad 0) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$

$= (0 \quad 4 \quad 0) \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) = (-1/2 \quad 1 \quad 0) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$

$= (0 \quad 4 \quad 0) \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 4,$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) = (-1/2 \quad 1 \quad 0) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$

$= (0 \quad 4 \quad 0) \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 4,$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением

$$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right) =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X,Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}, \right.$ $\left. \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right) = (1/4 \quad -1/2 \quad 1) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/4 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right) = (1/4 \quad -1/2 \quad 1) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/4 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} =$

$= (0 \quad 0 \quad 3) \begin{pmatrix} 1/4 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} =$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right) = (1/4 \quad -1/2 \quad 1) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/4 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} =$

$= (0 \quad 0 \quad 3) \begin{pmatrix} 1/4 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} = 3.$

Задача 37. Найдите ортонормированный базис евклилова пространства симметричных матриц размерности 2×2 со скалярным произведением
$(X, Y) = (2 \quad 1)XY \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (0 \quad 1)X \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} Y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ответ. $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$, $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$,

Ортогональный базис: $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, e_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Для получения ортонормированного базиса остаётся нормировать векторы:

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{4\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \right\}$

$\left(\begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/4 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix} \right) = (1/4 \quad -1/2 \quad 1) \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/4 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} =$

$= (0 \quad 0 \quad 3) \begin{pmatrix} 1/4 \\ -1/2 \\ 1 \end{pmatrix} = 3.$

Решение задачи 38.

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);\,g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} ? & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} ? & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\quad \big(x^0;x^0\big)=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} ? & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^0\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^0\,dx=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} ? & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^0\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^0\,dx=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} 1 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^0\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^0\,dx=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} 1 & ? & \\ ? & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & ? & \\ ? & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x\,dx=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & ? & \\ ? & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x\,dx=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & \\ 1 & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x\,dx=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & \mathbf{?}\\ 1 & & \\ \mathbf{?} & & \end{pmatrix}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & \mathbf{?}\\ 1 & & \\ \mathbf{?} & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^2\,dx=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & \mathbf{?}\\ 1 & & \\ \mathbf{?} & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^2\,dx=2$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & & \\ 2 & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^2\,dx=2$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & \mathbf{?} & \\ 2 & & \end{pmatrix}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & \mathbf{?} & \\ 2 & & \end{pmatrix}\qquad (x;x)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x\,dx=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & \mathbf{?} & \\ 2 & & \end{pmatrix}\qquad (x;x)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x\,dx=2$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&\\2&&\end{pmatrix}\qquad (x;x)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x\,dx=2$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & \mathbf{?}\\ 2 & \mathbf{?} & \end{pmatrix}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&\mathbf{?}\\2&\mathbf{?}&\end{pmatrix}\qquad \big(x;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x^2\,dx=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&\mathbf{?}\\2&\mathbf{?}&\end{pmatrix}\qquad \big(x;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x^2\,dx=6$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&\end{pmatrix}\qquad \big(x;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x^2\,dx=6$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&\mathbf{?}\end{pmatrix}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&\mathbf{?}\end{pmatrix}\qquad \big(x^2;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x^2\cdot x^2\,dx=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&\mathbf{?}\end{pmatrix}\qquad \big(x^2;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x^2\cdot x^2\,dx=24$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\qquad \big(x^2;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x^2\cdot x^2\,dx=24$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x - \dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} e_1'\right.$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \Big\{x^0,\ x - \dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} e_1',$

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} = \frac{[x]^t_{\mathbf{Б}}\, \Gamma_{\mathbf{Б}}\, [x^0]_{\mathbf{Б}}}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\, \Gamma_{\mathbf{Б}}\, [x^0]_{\mathbf{Б}}} =$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x - \dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} e_1',\right.$

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} = \frac{[x]^t_{\mathbf{Б}}\, \Gamma_{\mathbf{Б}}\, [x^0]_{\mathbf{Б}}}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\, \Gamma_{\mathbf{Б}}\, [x^0]_{\mathbf{Б}}} =$$

$$[x]^t_{\mathbf{Б}}\, \Gamma_{\mathbf{Б}}\, [x^0]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\Big\{x^0,\ x-\dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}e_1',$

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{[x]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}=$$

$$[x]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x - \dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} e_1',\right.$

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} = \frac{1}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\, \Gamma_{\mathbf{Б}}\, [x^0]_{\mathbf{Б}}} =$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\Big\{x^0,\ x-\dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}e_1',$

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{1}{[x^0]_{\mathbf{Б}}^t\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}=$$

$$[x^0]_{\mathbf{Б}}^t\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\Big\{x^0,\ x-\dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}e_1',$

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{1}{[x^0]_{\mathbf{Б}}^t\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}=$$

$$[x^0]_{\mathbf{Б}}^t\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-\dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}e_1',\right.$

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{1}{1}=$$

$$[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x - \dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} e_1',\right.$

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} = \frac{1}{1} = 1.$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \{x^0,\ x - e_1',$
Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем
$\dfrac{(x;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} = \dfrac{1}{1} = 1.$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e'_1,\ e'_2;\ e'_3\}=\{x^0,\ x-1,$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x-1, x^2 - \dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1' - \dfrac{(x^2,\ e_2')}{(e_2',\ e_2')}e_2'\right\}$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-\dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1'-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-\dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1'-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-\dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1'-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}$$

$[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}=$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-\dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1'-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}$$

$$[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-\dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1'-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}$$

$$[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=2.$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x-1, x^2 - \dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1' - \dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} = \frac{2}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}$$

$$[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 2.$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x-1, x^2 - \dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1' - \dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} = \frac{2}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}$$

$$[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x-1, x^2 - \dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1' - \dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)} = \frac{2}{[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}}$$

$$[x^0]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 1.$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-\dfrac{(x^2,\ x^0)}{(x^0,\ x^0)}e_1'-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{2}{1}$$

$$[x^0]_{\mathbf{Б}}^t\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x^0]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=1.$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2e_1'-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{2}{1}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x^0)}{(x^0;\ x^0)}=\frac{2}{1}$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x-1, x^2 - 2 - \dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$\dfrac{(x^2;\ x-1)}{(x-1;\ x-1)} =$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x); g(x)\big) = \int\limits_0^\infty e^{-x}\, f(x)\, g(x)\, dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^0,\ x-1, x^2 - 2 - \dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x-1)}{(x-1;\ x-1)} =$$

$$[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\, \Gamma_{\mathbf{Б}}\, [x-1]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x-1)}{(x-1;\ x-1)}=$$

$$[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x-1]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{(x^2;\ x-1)}{(x-1;\ x-1)}=$$

$$[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x-1]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=4$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{4}{(x-1;\ x-1)}=$$

$$[x^2]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x-1]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=4$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^{\infty} e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{4}{(x-1;\ x-1)}=$$

$$[x-1]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x-1]_{\mathbf{Б}}=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^{\infty} e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{4}{(x-1;\ x-1)}=$$

$$[x-1]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x-1]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^{\infty} e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{4}{(x-1;\ x-1)}=$$

$$[x-1]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x-1]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\left\{x^0,\ x-1, x^2-2-\dfrac{(x^2,\ x-1)}{(x-1,\ x-1)}(x-1)\right\}$.

Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$\dfrac{4}{1}=$

$$[x-1]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x-1]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\{x^0,\ x-1, x^2-2-4(x-1)\}$.
Согласно **формуле вычисления скалярного произведения с помощью матрицы Грама** получаем

$$\frac{4}{1}=4$$

$$[x-1]^t_{\mathbf{Б}}\,\Gamma_{\mathbf{Б}}\,[x-1]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=1$$

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e'_1,\ e'_2;\ e'_3\}=\{x^0,\ x-1,\ x^2-4x+2\}$.

Задача 38. Пусть в **евклидовом пространстве** многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Найдите **ортонормированный базис**.

Ответ. Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$ имеет вид:

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}.$$

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\}=\{x^0,\ x-1,\ x^2-4x+2\}$.

ОНБ: $\{e_1'',\ e_2'';\ e_3''\}=\left\{x^0,\ x-1,\ \dfrac{x^2}{2}-2x+1\right\}$.

Решение задачи 39.

Задача 39. Пусть в евклидовом пространстве квадратичных форм от переменных x, y скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x,y);g(x,y)\big) = \iint\limits_G f(x,y)\,g(x,y)\,dx\,dy$, где G — чертверть круга $\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0, \\ x^2+y^2 \leq 1. \end{cases}$ Найдите ортонормированный базис.

Задача 39. Пусть в евклидовом пространстве квадратичных форм от переменных x, y скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x,y);g(x,y)\big) = \iint\limits_G f(x,y)\,g(x,y)\,dx\,dy$, где G — черверть круга $\begin{cases} x \geq 0, & y \geq 0, \\ x^2+y^2 \leq 1. \end{cases}$ Найдите ортонормированный базис.

Ответ. $\Gamma = \begin{pmatrix} \frac{\pi}{32} & \frac{1}{24} & \frac{\pi}{96} \\ \frac{1}{24} & \frac{\pi}{96} & \frac{1}{24} \\ \frac{\pi}{96} & \frac{1}{24} & \frac{\pi}{32} \end{pmatrix}$.

Задача 39. Пусть в евклидовом пространстве квадратичных форм от переменных x, y скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x,y);\,g(x,y)\big) = \iint\limits_G f(x,y)\,g(x,y)\,dx\,dy$, где G — чертверть круга $\begin{cases} x \ge 0, & y \ge 0, \\ x^2 + y^2 \le 1. \end{cases}$ Найдите ортонормированный базис.

Ответ. $\Gamma = \begin{pmatrix} \frac{\pi}{32} & \frac{1}{24} & \frac{\pi}{96} \\ \frac{1}{24} & \frac{\pi}{96} & \frac{1}{24} \\ \frac{\pi}{96} & \frac{1}{24} & \frac{\pi}{32} \end{pmatrix}$.

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{x^2,\ xy - \frac{4}{3\pi}x^2,\ y^2 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8\pi}{3\pi^2 - 16}\left(xy - \frac{4}{3\pi}x^2\right)\right\} =$

$= \left\{x^2,\ xy - \frac{4}{3\pi}x^2,\ \frac{16 - \pi^2}{3\pi^2 - 16}x^2 - \frac{8\pi}{3\pi^2 - 16}xy + y^2\right\}.$

Задача 39. Пусть в евклидовом пространстве квадратичных форм от переменных x, y скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x,y);\, g(x,y)\big) = \iint\limits_G f(x,y)\, g(x,y)\, dx\, dy$, где G — чертверть круга $\begin{cases} x \geq 0, & y \geq 0, \\ x^2 + y^2 \leq 1. \end{cases}$ Найдите ортонормированный базис.

Ответ. $\Gamma = \begin{pmatrix} \frac{\pi}{32} & \frac{1}{24} & \frac{\pi}{96} \\ \frac{1}{24} & \frac{\pi}{96} & \frac{1}{24} \\ \frac{\pi}{96} & \frac{1}{24} & \frac{\pi}{32} \end{pmatrix}$.

ОБ: $\{e_1',\ e_2';\ e_3'\} = \left\{ x^2,\ xy - \frac{4}{3\pi}x^2,\ \frac{16-\pi^2}{3\pi^2-16}x^2 - \frac{8\pi}{3\pi^2-16}xy + y^2 \right\}$.

ОНБ: $\{e_1'',\ e_2'';\ e_3''\} = \left\{ \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}x^2,\ \frac{12\sqrt{2\pi}}{\sqrt{3\pi^2-16}}\left(xy - \frac{4}{3\pi}x^2\right),\right.$

$\left. \frac{2\sqrt{3\,(3\pi^2-16)}}{\sqrt{\pi\,(\pi^2-8)}}\left(\frac{16-\pi^2}{3\pi^2-16}x^2 - \frac{8\pi}{3\pi^2-16}xy + y^2\right) \right\}$.

Решение задачи 40.

Задача 40. Если X — подпространство евклидова пространства Y, то $X^{\perp} = \ldots$

Задача 40. Если X — подпространство евклидова пространства Y, то $X^\perp = \ldots$

Ответ. $X^\perp = \left\{ y \,\middle|\, \right\}$.

Задача 40. Если X — подпространство евклидова пространства Y, то $X^\perp = \ldots$

Ответ. $X^\perp = \left\{ y \,\middle|\, x \in X \;\Rightarrow\; (x, y) = 0 \right\}$.

Решение задачи 41.

Задача 41. Если $P = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \rangle$ — подпространство евклидова пространства S, то $P^{\perp} = \ldots$

Задача 41. Если $P = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \rangle$ — подпространство евклидова пространства S, то $P^{\perp} = \ldots$

Ответ. $P^{\perp} =$

Задача 41. Если $P = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \rangle$ — подпространство евклидова пространства S, то $P^{\perp} = \ldots$

Ответ. $P^{\perp} = \left\{ s \,\middle|\, \right\} =$

Задача 41. Если $P = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \rangle$ — подпространство евклидова пространства S, то $P^{\perp} = \ldots$

Ответ. $P^{\perp} = \left\{ s \,\middle|\, p \in P \;\Rightarrow\; (p, s) = 0 \right\} =$

Задача 41. Если $P = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \rangle$ — подпространство евклидова пространства S, то $P^{\perp} = \ldots$

Ответ. $P^{\perp} = \left\{ s \,\middle|\, p \in P \;\Rightarrow\; (p, s) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ s \,\middle|\, (s, \alpha\mathbf{u} + \beta\mathbf{v} + \gamma\mathbf{w} + \delta\mathbf{z}) = 0 \right\} =$$

Задача 41. Если $P = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \rangle$ — подпространство евклидова пространства S, то $P^{\perp} = \ldots$

Ответ. $P^{\perp} = \left\{ s \,\middle|\, p \in P \;\Rightarrow\; (p, s) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ s \,\middle|\, (s, \alpha\mathbf{u} + \beta\mathbf{v} + \gamma\mathbf{w} + \delta\mathbf{z}) = 0 \right\} = \left\{ s \,\middle|\, \begin{cases} (s, \mathbf{u}) = 0, \\ (s, \mathbf{v}) = 0, \\ (s, \mathbf{w}) = 0, \\ (s, \mathbf{z}) = 0 \end{cases} \right\} =$$

Задача 41. Если $P = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \rangle$ — подпространство евклидова пространства S, то $P^{\perp} = \ldots$

Ответ. $P^{\perp} = \left\{ s \,\middle|\, p \in P \;\Rightarrow\; (p, s) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ s \,\middle|\, (s, \alpha\mathbf{u} + \beta\mathbf{v} + \gamma\mathbf{w} + \delta\mathbf{z}) = 0 \right\} = \left\{ s \,\middle|\, \begin{cases} (s, \mathbf{u}) = 0, \\ (s, \mathbf{v}) = 0, \\ (s, \mathbf{w}) = 0, \\ (s, \mathbf{z}) = 0 \end{cases} \right\} = \{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z}\}^{\perp}.$$

Решение задачи 42.

Задача 42. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $M^{\perp} = \ldots$

Задача 42. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $M^{\perp} = \ldots$

Ответ. $M^{\perp} =$

Задача 42. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $M^{\perp} = \ldots$

Ответ. $M^{\perp} = \left\{ v \,\middle|\, \right\} =$

Задача 42. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $M^{\perp} = \ldots$

Ответ. $M^{\perp} = \left\{ v \,\middle|\, m \in M \;\Rightarrow\; (v, m) = 0 \right\} =$

Задача 42. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $M^\perp = \ldots$

Ответ. $M^\perp = \left\{ v \,\middle|\, m \in M \;\Rightarrow\; (v, m) = 0 \right\} = \langle M \rangle^\perp$.

Решение задачи 43.

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} =$

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, \right\} =$

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X+Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} =$

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X+Y \;\Rightarrow\; (z,t)=0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \;\Rightarrow\; (z, x+y)=0 \right\} =$

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X+Y \;\Rightarrow\; (z,t)=0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \;\Rightarrow\; (z, x+y)=0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \;\Rightarrow\; \begin{cases} (z;x)=0, \\ (z;y)=0 \end{cases} \right\} =$$

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X+Y \;\Rightarrow\; (z,t)=0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow\; (z, x+y)=0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (z;x)=0, \\ (z;y)=0 \end{cases} \right\} =$$

Поскольку в формуле $\begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow (z,x)=0$ в заключении не упоминается y, то $x \in X \;\Rightarrow\; (z;x)=0$.

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X+Y \;\Rightarrow\; (z,t)=0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow\; (z, x+y)=0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (z;x)=0, \\ (z;y)=0 \end{cases} \right\} =$$

Поскольку в формуле $\begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow (z,x)=0$ в заключении не упоминается y, то $x \in X \;\Rightarrow\; (z;x)=0$.

Аналогично $\begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow (z,y)=0$ влечет, что $y \in X \;\Rightarrow\; (z;y)=0$.

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X+Y \;\Rightarrow\; (z,t)=0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow\; (z, x+y)=0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (z;x)=0, \\ (z;y)=0 \end{cases} \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x)=0, \\ y \in Y \;\Rightarrow\; (z;y)=0 \end{cases} \right\} =$$

Поскольку в формуле $\begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow (z,x)=0$ в заключении не упоминается y, то $x \in X \;\Rightarrow\; (z;x)=0$.

Аналогично $\begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \Rightarrow (z,y)=0$ влечет, что $y \in X \;\Rightarrow\; (z;y)=0$.

Задача 43. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X+Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X+Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X+Y \;\Rightarrow\; (z,t)=0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \;\Rightarrow\; (z, x+y)=0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ y \in Y \end{cases} \;\Rightarrow\; \begin{cases} (z;x)=0, \\ (z;y)=0 \end{cases} \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x)=0, \\ y \in Y \;\Rightarrow\; (z;y)=0 \end{cases} \right\} = X^{\perp} \cap Y^{\perp}.$$

Решение задачи 44.

Задача 44. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Задача 44. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cap Y)^{\perp} =$

Задача 44. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cap Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, \right\} =$

Задача 44. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cap Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cap Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} =$

Задача 44. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cap Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cap Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ x \in Y \end{cases} \Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

Задача 44. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cap Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cap Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ x \in Y \end{cases} \Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

Можно показать, что если α, β, γ — высказывания, то формула
$\begin{cases} \alpha, \\ \beta \end{cases} \Rightarrow \gamma$ равносильна $\left[\begin{array}{l} \alpha \Rightarrow \gamma, \\ \beta \Rightarrow \gamma. \end{array} \right.$

Задача 44. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cap Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cap Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ x \in Y \end{cases} \Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \begin{bmatrix} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ x \in Y \;\Rightarrow\; (z;x) = 0 \end{bmatrix} \right\} =$$

Можно показать, что если α, β, γ — высказывания, то формула

$\begin{cases} \alpha, \\ \beta \end{cases} \Rightarrow \gamma$ равносильна $\begin{bmatrix} \alpha \;\Rightarrow\; \gamma, \\ \beta \;\Rightarrow\; \gamma. \end{bmatrix}$

Задача 44. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cap Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cap Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cap Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \begin{cases} x \in X, \\ x \in Y \end{cases} \Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \begin{bmatrix} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ x \in Y \;\Rightarrow\; (z;x) = 0 \end{bmatrix} \right\} = X^{\perp} + Y^{\perp}.$$

Можно показать, что если α, β, γ — высказывания, то формула

$\begin{cases} \alpha, \\ \beta \end{cases} \Rightarrow \gamma$ равносильна $\begin{bmatrix} \alpha \;\Rightarrow\; \gamma, \\ \beta \;\Rightarrow\; \gamma. \end{bmatrix}$

Решение задачи 45.

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} =$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, \right\} =$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cup Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} =$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cup Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ x \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cup Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ x \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ x \in Y \;\Rightarrow\; (z;x) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cup Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ x \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ x \in Y \;\Rightarrow\; (z;x) = 0 \end{array} \right. \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ y \in Y \;\Rightarrow\; (z;y) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cup Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ x \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ x \in Y \;\Rightarrow\; (z;x) = 0 \end{array} \right. \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ y \in Y \;\Rightarrow\; (z;y) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ y \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z;x+y) = 0 \right\} =$$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cup Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ x \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ x \in Y \;\Rightarrow\; (z;x) = 0 \end{array} \right. \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ y \in Y \;\Rightarrow\; (z;y) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ y \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z;x+y) = 0 \right\} = (X+Y)^{\perp} =$$

Задача 45. Пусть $X \leq U, \quad Y \leq U$, где U —евклидово пространство. Тогда $(X \cup Y)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $(X \cup Y)^{\perp} = \left\{ z \,\middle|\, t \in X \cup Y \;\Rightarrow\; (z,t) = 0 \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ x \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ x \in Y \;\Rightarrow\; (z;x) = 0 \end{array} \right. \right\} = \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X \;\Rightarrow\; (z;x) = 0, \\ y \in Y \;\Rightarrow\; (z;y) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \left\{ z \,\middle|\, \left[\begin{array}{l} x \in X, \\ y \in Y \end{array} \right. \;\Rightarrow\; (z;x+y) = 0 \right\} = (X+Y)^{\perp} = X^{\perp} \cap Y^{\perp}.$$

Решение задачи 46.

Задача 46. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \ldots$

Задача 46. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} =$

Задача 46. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \left\{ u \,\middle|\, \right\} =$

Задача 46. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \left\{ u \,\middle|\, x \in M^{\perp} \;\Rightarrow\; (u,x) = 0 \right\} =$

Задача 46. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \left\{ u \,\middle|\, x \in M^{\perp} \;\Rightarrow\; (u,x) = 0 \right\} =$

$= \left\{ u \,\middle|\, (v \in M \;\Rightarrow\; (x,v) = 0) \;\Rightarrow\; (u,x) = 0 \right\} =$

Задача 46. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \left\{ u \,\middle|\, x \in M^{\perp} \;\Rightarrow\; (u,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ u \,\middle|\, (v \in M \;\Rightarrow\; (x,v) = 0) \;\Rightarrow\; (u,x) = 0 \right\} =$$

$$= \left\{ u \,\middle|\, \exists v_1 \in M \quad \ldots \exists v_k \in M \quad \exists \lambda_1 \in \mathbb{R} \quad \ldots \exists \lambda_k \in \mathbb{R} \quad u = \lambda_1 v_1 + \ldots + \lambda_k v_k \right\} =$$

Задача 46. Если L — евклидово пространство и $M \subseteq L$, то $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \ldots$

Ответ. $\left(M^{\perp}\right)^{\perp} = \left\{ u \,\middle|\, x \in M^{\perp} \;\Rightarrow\; (u,x) = 0 \right\} =$

$$= \left\{ u \,\middle|\, (v \in M \;\Rightarrow\; (x,v) = 0) \;\Rightarrow\; (u,x) = 0 \right\} =$$

$$= \left\{ u \,\middle|\, \exists v_1 \in M \quad \ldots \exists v_k \in M \quad \exists \lambda_1 \in \mathbb{R} \quad \ldots \exists \lambda_k \in \mathbb{R} \quad u = \lambda_1 v_1 + \ldots + \lambda_k v_k \right\} = \langle M \rangle \,.$$

Решение задачи 47.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.
Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти?

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ортогональное дополнение.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ортогональное дополнение.

В каком виде представим ответ?

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ортогональное дополнение.

В каком виде представим ответ? По **теореме об ортогональном дополнении** мы ищем подпространство.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ортогональное дополнение.

В каком виде представим ответ? По **теореме об ортогональном дополнении** мы ищем подпространство.

Стандартными способами задания подпространства являются:

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ортогональное дополнение.

В каком виде представим ответ? По **теореме об ортогональном дополнении** мы ищем подпространство.

Стандартными способами задания подпространства являются:

1) системой уравнений (утверждение о координатах вектора из подпространства);

2) в виде линейной оболочки базиса.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ортогональное дополнение.

В каком виде представим ответ? По **теореме об ортогональном дополнении** мы ищем подпространство.

Стандартными способами задания подпространства являются:

1) системой уравнений (утверждение о координатах вектора из подпространства);

2) в виде линейной оболочки базиса.

Введем переменные.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ортогональное дополнение.

В каком виде представим ответ? По **теореме об ортогональном дополнении** мы ищем подпространство.

Стандартными способами задания подпространства являются:

1) системой уравнений (утверждение о координатах вектора из подпространства);

2) в виде линейной оболочки базиса.

Введем переменные. Обозначим буквами координаты вектора из $Q^{\perp} \cap P$:

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений**.

Что надо найти? Ортогональное дополнение.

В каком виде представим ответ? По **теореме об ортогональном дополнении** мы ищем подпространство.

Стандартными способами задания подпространства являются:

1) системой уравнений (утверждение о координатах вектора из подпространства);

2) в виде линейной оболочки базиса.

Введем переменные. Обозначим буквами координаты вектора из $Q^\perp \cap P$:

$v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2$.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^{\perp} \cap P$.

Составим уравнение. Значения какой величины вычислим двумя способами?

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

Составим уравнение. Значения какой величины вычислим двумя способами?

Координаты вектора v удовлетворяют системе уравнений, определяющих P, и системе уравнений, определяющих $Q^\perp$.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

Составим уравнение. Значения какой величины вычислим двумя способами?

Координаты вектора v удовлетворяют системе уравнений, определяющих P, и системе уравнений, определяющих $Q^\perp$.

$v \in Q^\perp$, значит, по **теореме о вычислении скалярного произведения**, с использованием умножения **матриц на макроуровне** получаем систему уравнений

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

Составим уравнение. Значения какой величины вычислим двумя способами?

Координаты вектора v удовлетворяют системе уравнений, определяющих P, и системе уравнений, определяющих $Q^\perp$.

$v \in Q^\perp$, значит, по **теореме о вычислении скалярного произведения**, с использованием умножения **матриц на макроуровне** получаем систему уравнений

$$\begin{pmatrix} [p_1]_{\mathbf{A}} & [p_2]_{\mathbf{A}} \end{pmatrix}^t \Gamma_{\mathbf{A}} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^{\perp} \cap P$.

$v \in Q^{\perp}$, значит,

$$\begin{pmatrix} [p_1]_{\mathbf{A}} & [p_2]_{\mathbf{A}} \end{pmatrix}^t \Gamma_{\mathbf{A}} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^{\perp} \cap P$.

$v \in Q^{\perp}$, значит,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} =$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & \mathbf{-4} & 6 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{4} & \bullet \\ \mathbf{2} & 0 \\ \mathbf{0} & 2 \\ \mathbf{-1} & \bullet \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & \mathbf{6} & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{-3} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & \bullet \\ 2 & 0 \\ 0 & \mathbf{2} \\ -1 & \bullet \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит,

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & \mathbf{6} & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{-3} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & \mathbf{-6} \\ 2 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{2} \\ -1 & \mathbf{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P: (мы ввели переменные x, y, z, t — коэффициенты искомого уравнения)

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ -4 \end{pmatrix}.$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ. Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \quad \middle| \quad \right\} =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \right\} =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-4} & \mathbf{6} & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \left\{ \qquad\qquad \right\} \right. =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-4} & \mathbf{6} & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \left\{ 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \right. \right\} =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \left\{ 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \right. \right\} =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \end{cases} \right\} =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \mathbf{3} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{-7} \\ \mathbf{-4} \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \end{cases} \right\} =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \mathbf{3} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{-7} \\ \mathbf{-4} \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 3 & -7 & -4 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 3 & -7 & -4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 18 & -32 & -8 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 3 & -7 & -4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 18 & -32 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 22 & -44 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 3 & -7 & -4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 18 & -32 & -8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 22 & -44 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 3 & -7 & 1 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 47.

Пусть $v = \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \in Q^\perp \cap P$.

$v \in Q^\perp$, значит, $\begin{pmatrix} 2 & -4 & 6 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$v \in Q$, значит, уравнению $x\alpha + y\beta + z\gamma + t\delta = 0$ удовлетворяют координаты всех векторов из P:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве

$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$

$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^{\perp}$:

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^{\perp}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^{\perp}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}}_{} =$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^{\perp}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} =$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^{\perp}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \\ \\ \end{pmatrix} =$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^{\perp}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \\ \end{pmatrix} =$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^{\perp}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \end{pmatrix} =$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^{\perp}$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} =$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^\perp$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}.$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^\perp$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^\perp \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in Q^\perp$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in P$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in P$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 4 & 2 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in P$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 4 & 2 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in P$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in P$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Пятый столбец является линейной комбинацией первых трех.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in P$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Значит, рассматриваемый вектор является линейной комбинацией векторов p_1, p_2, p_3.

Задача 47. В базисе $\mathbf{A} = \{x^2;\ xy;\ yx;\ y^2\}$ евклидова пространства квадратичных форм $ax^2 + bxy + cyx + dy^2$ от некоммутирующих переменных x, y **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Найдите в подпространстве
$P = \langle 2x^2 - xy + yx - y^2;\ x^2 + yx - y^2;\ 2x^2 + 3xy + yx + 2y^2;$
$4x^2 - xy + 3yx - 3y^2;\ 3x^2 + 3xy + 2yx + y^2\rangle = \langle p_1;\ p_2;\ p_3;\ p_4;\ p_5\rangle$ **ортогональное дополнение** к линейной оболочке $Q = \langle p_1;\ p_2\rangle$.

Ответ.

$$Q^{\perp} \cap P = \left\{ \alpha x^2 + \beta xy + \gamma yx + \delta y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 2\alpha - 4\beta + 6\gamma = 0, \\ \beta - 3\gamma + 2\delta = 0, \\ 3\alpha + 3\beta - 7\gamma - 4\delta = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle 2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \right\rangle.$$

Проверим, верно ли, что $2x^2 + 4xy + 2yx + y^2 \in P$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 2 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \sim \ldots \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поэтому из **теоремы о внутренней характеризации линейной оболочки** следует требуемое включение.

Решение задачи 48.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Сначала надо определиться, в каком базисе будем проводить вычисления: **а) в базисе B** или **б) в естественном базисе Б** $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B. Найдем координаты векторов из M в базисе $\mathbf{B}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B. Найдем координаты векторов из M в базисе $\mathbf{B}$. Воспользуемся **теоремой о координатах вектора в разных базисах**.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B. Найдем координаты векторов из M в базисе $\mathbf{B}$. Воспользуемся **теоремой о координатах вектора в разных базисах**.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B. Найдем координаты векторов из M в базисе $\mathbf{B}$. Воспользуемся **теоремой о координатах вектора в разных базисах**.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & & & \\ 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B. Найдем координаты векторов из M в базисе $\mathbf{B}$. Воспользуемся **теоремой о координатах вектора в разных базисах**.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B. Найдем координаты векторов из M в базисе $\mathbf{B}$. Воспользуемся **теоремой о координатах вектора в разных базисах**.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & \\ 1 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B. Найдем координаты векторов из M в базисе $\mathbf{B}$. Воспользуемся **теоремой о координатах вектора в разных базисах**.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} =$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Используя **теорему о координатах вектора в разных базисах** и умножение **матриц на макроуровне** имеем

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Используя **теорему о координатах вектора в разных базисах** и умножение **матриц на макроуровне** имеем

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} \cdot \begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{Б}} & [m_2]_{\mathbf{Б}} & [m_3]_{\mathbf{Б}} & [m_4]_{\mathbf{Б}} & [m_5]_{\mathbf{Б}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix}$,

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Используя **теорему о координатах вектора в разных базисах** и умножение **матриц на макроуровне** имеем

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} \cdot \begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{Б}} & [m_2]_{\mathbf{Б}} & [m_3]_{\mathbf{Б}} & [m_4]_{\mathbf{Б}} & [m_5]_{\mathbf{Б}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix}$,

$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -6 & -2 & -14 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & -5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix} =$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

Найдем **матрицу перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Используя **теорему о координатах вектора в разных базисах** и умножение **матриц на макроуровне** имеем

$T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} \cdot \begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{Б}} & [m_2]_{\mathbf{Б}} & [m_3]_{\mathbf{Б}} & [m_4]_{\mathbf{Б}} & [m_5]_{\mathbf{Б}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix}$,

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -6 & -2 & -14 & 2 & 6 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & -5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\left([m_1]_{\mathbf{B}} \quad [m_2]_{\mathbf{B}} \quad [m_3]_{\mathbf{B}} \quad [m_4]_{\mathbf{B}} \quad [m_5]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Выберем максимальную линейно независимую подсистему векторов:

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\left([m_1]_{\mathbf{B}} \quad [m_2]_{\mathbf{B}} \quad [m_3]_{\mathbf{B}} \quad [m_4]_{\mathbf{B}} \quad [m_5]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Выберем максимальную линейно независимую подсистему векторов:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\left([m_1]_{\mathbf{B}} \quad [m_2]_{\mathbf{B}} \quad [m_3]_{\mathbf{B}} \quad [m_4]_{\mathbf{B}} \quad [m_5]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Выберем максимальную линейно независимую подсистему векторов:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 5 & 10 & -15 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\left([m_1]_{\mathbf{B}} \quad [m_2]_{\mathbf{B}} \quad [m_3]_{\mathbf{B}} \quad [m_4]_{\mathbf{B}} \quad [m_5]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Выберем максимальную линейно независимую подсистему векторов:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 5 & 10 & -15 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Выберем максимальную линейно независимую подсистему векторов:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 5 & 10 & -15 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Значит, векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти?

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Ортогональное дополнение.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Ортогональное дополнение.
В каком виде представим ответ?

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Ортогональное дополнение.
В каком виде представим ответ? Согласно **теореме об ортогональном дополнении** мы ищем подпространство.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Ортогональное дополнение.
В каком виде представим ответ? Согласно **теореме об ортогональном дополнении** мы ищем подпространство.
Стандартными способами задания подпространства являются:
1) системой уравнений (утверждение о координатах вектора из подпространства);
2) в виде линейной оболочки базиса.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Ортогональное дополнение.
В каком виде представим ответ? Системой уравнений (утверждением о координатах вектора из подпространства).

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Ортогональное дополнение.
В каком виде представим ответ? Системой уравнений (утверждением о координатах вектора из подпространства).
Введем переменные.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Для нахождения $M^{\perp}$ применим **стратегию составления уравнений**.
Что надо найти? Ортогональное дополнение.
В каком виде представим ответ? Системой уравнений (утверждением о координатах вектора из подпространства).
Введем переменные. Возьмем произвольный вектор из $M^{\perp}$, обозначим его координаты в $\mathbf{B}$ через $a; b; c; d$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Возьмем произвольный вектор из $M^{\perp}$, $a; b; c; d$ — его координаты в $\mathbf{B}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Возьмем произвольный вектор из $M^{\perp}$, $a; b; c; d$ — его координаты в $\mathbf{B}$.

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right)$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Возьмем произвольный вектор из $M^{\perp}$, $a; b; c; d$ — его координаты в $\mathbf{B}$.
Значит, в силу **теоремы о дополнении к линейной оболочке**

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \in M^{\perp} \quad \Leftrightarrow$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.
Возьмем произвольный вектор из $M^{\perp}$, $a; b; c; d$ — его координаты в $\mathbf{B}$.
Значит, в силу **теоремы о дополнении к линейной оболочке**

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \in M^{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} (m_1;\ p(x)) = 0, \\ (m_2;\ p(x)) = 0, \end{cases}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\left([m_1]_{\mathbf{B}} \quad [m_2]_{\mathbf{B}} \quad [m_3]_{\mathbf{B}} \quad [m_4]_{\mathbf{B}} \quad [m_5]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \in M^{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} (m_1;\ p(x)) = 0, \\ (m_2;\ p(x)) = 0, \end{cases}$$

В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \in M^{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} (\mathbf{m_1};\ \mathbf{p(x)}) = \mathbf{0}, \\ (m_2;\ p(x)) = 0, \end{cases}$$

В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**

$$\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \in M^{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} (\mathbf{m_1};\ \mathbf{p(x)}) = \mathbf{0}, \\ (m_2;\ p(x)) = 0, \end{cases}$$

В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**

$$\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \in M^{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} (m_1;\ p(x)) = 0, \\ \mathbf{(m_2;\ p(x)) = 0}, \end{cases}$$

В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\left([m_1]_{\mathbf{B}} \quad [m_2]_{\mathbf{B}} \quad [m_3]_{\mathbf{B}} \quad [m_4]_{\mathbf{B}} \quad [m_5]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \in M^{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} (m_1;\ p(x)) = 0, \\ \mathbf{(m_2;\ p(x)) = 0}, \end{cases}$$

В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Векторы m_1 и m_2 образуют максимальную линейно независимую подсистему системы M.

$$p(x) = a(x-1) + b(x+1) + c\left(x^2-1\right) + d\left(x^3-1\right) \in M^{\perp} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} (m_1;\ p(x)) = 0, \\ (m_2;\ p(x)) = 0, \end{cases}$$

В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\left([m_1]_{\mathbf{B}} \quad [m_2]_{\mathbf{B}} \quad [m_3]_{\mathbf{B}} \quad [m_4]_{\mathbf{B}} \quad [m_5]_{\mathbf{B}} \right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 26 & 6 & -4 & 64 \\ 8 & 0 & 4 & 27 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 26 & 6 & -4 & 64 \\ 8 & 0 & 4 & 27 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 34 & 6 & 0 & 91 \\ 8 & 0 & 4 & 27 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 26 & 6 & -4 & 64 \\ 8 & 0 & 4 & 27 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 34 & 6 & 0 & 91 \\ 8 & 0 & 4 & 27 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 68 & 12 & 0 & 182 \\ 24 & 0 & 12 & 81 \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc|c} 68 & & 12 & 0 & 182 \\ 24 & & 0 & 12 & 81 \end{array}\right) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{c|cc|c} 68 & 12 & 0 & 182 \\ 24 & 0 & 12 & 81 \end{array}\right) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{c|cc|c} 68 & 12 & 0 & 182 \\ 24 & 0 & 12 & 81 \end{array}\right) \rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{12} & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{c|cc|c} \mathbf{68} & 12 & 0 & 182 \\ \mathbf{24} & 0 & 12 & 81 \end{array}\right) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} \mathbf{12} & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc|c} \mathbf{68} & & 12 & 0 & 182 \\ \mathbf{24} & & 0 & 12 & 81 \end{array}\right) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} \mathbf{12} & 0 \\ \mathbf{-68} & \bullet \\ \mathbf{-24} & \bullet \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{c|cc|c} 68 & 12 & 0 & 182 \\ 24 & 0 & 12 & 81 \end{array}\right) \quad \to \quad \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & \bullet \\ -24 & \bullet \\ 0 & \mathbf{12} \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 68 & 12 & 0 & \mathbf{182} \\ 24 & 0 & 12 & \mathbf{81} \end{array}\right) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & \bullet \\ -24 & \bullet \\ 0 & \mathbf{12} \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 68 & 12 & 0 & \mathbf{182} \\ 24 & 0 & 12 & \mathbf{81} \end{array}\right) \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & \mathbf{-182} \\ -24 & \mathbf{-81} \\ 0 & \mathbf{12} \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} [m_1]_{\mathbf{B}} & [m_2]_{\mathbf{B}} & [m_3]_{\mathbf{B}} & [m_4]_{\mathbf{B}} & [m_5]_{\mathbf{B}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -1 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc|c} 68 & \multicolumn{2}{c|}{12 \quad 0} & 182 \\ 24 & \multicolumn{2}{c|}{0 \quad 12} & 81 \end{array}\right) \quad \to \quad \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & -182 \\ -24 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & -182 \\ -24 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} =$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & -182 \\ -24 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -17 & -182 \\ -6 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4P \\ Q \end{pmatrix}$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & -182 \\ -24 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -17 & -182 \\ -6 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$M^{\perp} = \left\{ \quad \middle| \quad \right\} =$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & -182 \\ -24 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -17 & -182 \\ -6 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$M^{\perp} = \left\{ \left| \begin{cases} 8a + 4c + 27d = 0, \\ 13a + 3b - 2c + 32d = 0 \end{cases} \right. \right\} =$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & -182 \\ -24 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -17 & -182 \\ -6 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$M^{\perp} = \left\{ a(x-1) + b(x+1) + c\,(x^2-1) + d\,(x^3-1) \;\middle|\; \begin{cases} 8a + 4c + 27d = 0, \\ 13a + 3b - 2c + 32d = 0 \end{cases} \right\} =$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & -182 \\ -24 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & 0 \\ \mathbf{-17} & -182 \\ \mathbf{-6} & -81 \\ \mathbf{0} & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$M^{\perp} = \left\{ a(x-1) + b(x+1) + c\,(x^2-1) + d\,(x^3-1) \;\middle|\; \begin{cases} 8a + 4c + 27d = 0, \\ 13a + 3b - 2c + 32d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \Big\langle \mathbf{3}(x-1) + (\mathbf{-17})(x+1) + (\mathbf{-6})\,(x^2-1)\,;$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 & 27 \\ 13 & 3 & -2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 0 \\ -68 & -182 \\ -24 & -81 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{0} \\ -17 & \mathbf{-182} \\ -6 & \mathbf{-81} \\ 0 & \mathbf{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4P \\ Q \end{pmatrix}$$

$$M^{\perp} = \left\{ a(x-1) + b(x+1) + c\,(x^2-1) + d\,(x^3-1) \;\middle|\; \begin{cases} 8a + 4c + 27d = 0, \\ 13a + 3b - 2c + 32d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\langle 3(x-1) - 17(x+1) - 6\,(x^2-1)\,;\ \mathbf{(-182)}(x+1) + \mathbf{(-81)}\,(x^2-1) + \mathbf{12}\,(x^3-1) \right\rangle.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в базисе B.

$$M^{\perp} = \left\{ a(x-1) + b(x+1) + c\,(x^2-1) + d\,(x^3-1) \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} 8a + 4c + 27d = 0, \\ 13a + 3b - 2c + 32d = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \left\langle 3(x-1) - 17(x+1) - 6\,(x^2-1)\,;\ -182(x+1) - 81\,(x^2-1) + 12\,(x^3-1) \right\rangle.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$**.** Мы нашли **матрицы перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$**.** Мы нашли **матрицы перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Согласно **теореме о матрице Грама в разных базисах**

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$**.** Мы нашли **матрицы перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Согласно **теореме о матрице Грама в разных базисах**

$\Gamma_{\mathbf{Б}} =$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$**.** Мы нашли **матрицы перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Согласно **теореме о матрице Грама в разных базисах**

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$**.** Мы нашли **матрицы перехода**: $T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $T_{\mathbf{B}\to\mathbf{Б}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Согласно **теореме о матрице Грама в разных базисах**

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**, а также **теоремы о дополнении к линейной оболочке**, учитывая, что, как мы уже выяснили, максимальную линейно независимую подсистему образуют векторы m_1 и m_2,

включение $q(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \in M^{\perp}$ равносильно

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**, а также **теоремы о дополнении к линейной оболочке**, учитывая, что, как мы уже выяснили, максимальную линейно независимую подсистему образуют векторы m_1 и m_2, включение $q(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \in M^{\perp}$ равносильно $\begin{cases} (m_1;\ q(x)) = 0, \\ (m_2;\ q(x)) = 0, \end{cases}$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**, а также **теоремы о дополнении к линейной оболочке**, учитывая, что, как мы уже выяснили, максимальную линейно независимую подсистему образуют векторы m_1 и m_2, включение $q(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \in M^{\perp}$ равносильно $\begin{cases} (m_1;\ q(x)) = 0, \\ (m_2;\ q(x)) = 0, \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} -6 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**, а также **теоремы о дополнении к линейной оболочке**, учитывая, что, как мы уже выяснили, максимальную линейно независимую подсистему образуют векторы m_1 и m_2, включение $q(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \in M^{\perp}$ равносильно $\begin{cases} (m_1;\ q(x)) = 0, \\ (m_2;\ q(x)) = 0, \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} -6 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -10 & 6 & -2 & 25 \\ -11 & 17 & -16 & 21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**, а также **теоремы о дополнении к линейной оболочке**, учитывая, что, как мы уже выяснили, максимальную линейно независимую подсистему образуют векторы m_1 и m_2, включение $q(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \in M^{\perp}$ равносильно $\begin{cases} (m_1;\ q(x)) = 0, \\ (m_2;\ q(x)) = 0, \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} -10 & 6 & -2 & 25 \\ -11 & 17 & -16 & 21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**, а также **теоремы о дополнении к линейной оболочке**, учитывая, что, как мы уже выяснили, максимальную линейно независимую подсистему образуют векторы m_1 и m_2, включение $q(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \in M^{\perp}$ равносильно $\begin{cases} (m_1;\ q(x)) = 0, \\ (m_2;\ q(x)) = 0, \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet \\ 65 & 0 \\ 0 & 65 \\ \bullet & \bullet \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**, а также **теоремы о дополнении к линейной оболочке**, учитывая, что, как мы уже выяснили, максимальную линейно независимую подсистему образуют векторы m_1 и m_2, включение $q(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \in M^{\perp}$ равносильно $\begin{cases} (m_1;\ q(x)) = 0, \\ (m_2;\ q(x)) = 0, \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 299 & \bullet \\ 65 & 0 \\ 0 & 65 \\ 104 & \bullet \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -1 & 5 & -5 & 0 \\ 1 & -5 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. В силу **теоремы о вычислении скалярного произведения**, а также **теоремы о дополнении к линейной оболочке**, учитывая, что, как мы уже выяснили, максимальную линейно независимую подсистему образуют векторы m_1 и m_2, включение $q(x) = \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \in M^{\perp}$ равносильно $\begin{cases} (m_1;\ q(x)) = 0, \\ (m_2;\ q(x)) = 0, \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 299 & -358 \\ 65 & 0 \\ 0 & 65 \\ 104 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$**.**

$$\begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 299 & -358 \\ 65 & 0 \\ 0 & 65 \\ 104 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} =$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6+x+x^2+2x^3;\ -2+2x-x^2+3x^3;\ -14+4x+x^2+7x^3;$
$2+3x-3x^2+4x^3;\ 6+4x-5x^2+5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$$\begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 299 & -358 \\ 65 & 0 \\ 0 & 65 \\ 104 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & -358 \\ 5 & 0 \\ 0 & 65 \\ 8 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13P \\ Q \end{pmatrix}.$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$$\begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 299 & -358 \\ 65 & 0 \\ 0 & 65 \\ 104 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & -358 \\ 5 & 0 \\ 0 & 65 \\ 8 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13P \\ Q \end{pmatrix}.$$

$M^{\perp} =$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$$\begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 299 & -358 \\ 65 & 0 \\ 0 & 65 \\ 104 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & -358 \\ 5 & 0 \\ 0 & 65 \\ 8 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13P \\ Q \end{pmatrix}.$$

$$M^{\perp} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \;\middle|\; \begin{cases} 65\alpha - 299\beta + 358\gamma = 0, \\ -104\beta + 138\gamma + 65\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

Задача 48. Пусть в базисе $\mathbf{B} = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1;\ x^3-1\}$ линейного пространства многочленов степени не выше 3 **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$.

Найдите ортогональное дополнение к системе векторов
$M = \{-6 + x + x^2 + 2x^3;\ -2 + 2x - x^2 + 3x^3;\ -14 + 4x + x^2 + 7x^3;$
$2 + 3x - 3x^2 + 4x^3;\ 6 + 4x - 5x^2 + 5x^3\} = \{m_1;\ m_2;\ m_3;\ m_4;\ m_5\}$.

Ответ. Вариант вычислений в естественном базисе Б $= \{x^0;\ x;\ x^2;\ x^3\}$.

$$\begin{pmatrix} 65 & -299 & 358 & 0 \\ 0 & -104 & 138 & 65 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 299 & -358 \\ 65 & 0 \\ 0 & 65 \\ 104 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 & -358 \\ 5 & 0 \\ 0 & 65 \\ 8 & 138 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13P \\ Q \end{pmatrix}.$$

$$M^{\perp} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 \;\middle|\; \begin{cases} 65\alpha - 299\beta + 358\gamma = 0, \\ -104\beta + 138\gamma + 65\delta = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\langle 26 + 5x + 8x^3;\ -358 + 65x^2 + 138x^3 \right\rangle.$$

Решение задачи 49.

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} =$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^{\perp}$ **имеем** $(x^2 - 2xy + y^2,\ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = 0$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^{\perp}$ **имеем** $(x^2 - 2xy + y^2,\ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^{\perp}$ **имеем** $(x^2 + 2xy + y^2,\ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^{\perp}$ **имеем** $(xy,\ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2) = 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^{\perp}$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^{\perp}$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$ что равносильно

$$\begin{cases} 7p + 4q + 7r = 0, \\ 91p + 80q + 91r = 0, \\ 21p + 19q + 21r = 0. \end{cases}$$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^\perp$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ что равносильно}$$

$$\begin{cases} 7p + 4q + 7r = 0, \\ 91p + 80q + 91r = 0, \\ 21p + 19q + 21r = 0. \end{cases}$$

$M^\perp =$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^\perp$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ что равносильно}$$

$$\begin{cases} 7p + 4q + 7r = 0, \\ 91p + 80q + 91r = 0, \\ 21p + 19q + 21r = 0. \end{cases}$$

$$M^\perp = \left\{ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 7p + 4q + 7r = 0, \\ 91p + 80q + 91r = 0, \\ 21p + 19q + 21r = 0. \end{cases} \right\} =$$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^\perp$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ что равносильно}$$

$$\begin{cases} 7p + 4q + 7r = 0, \\ 91p + 80q + 91r = 0, \\ 21p + 19q + 21r = 0. \end{cases}$$

$$M^\perp = \left\{ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 7p + 4q + 7r = 0, \\ 91p + 80q + 91r = 0, \\ 21p + 19q + 21r = 0. \end{cases} \right\} = \left\{ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2 \;\middle|\; \begin{cases} p + r = 0, \\ q = 0. \end{cases} \right\} =$$

Задача 49. В **евклидовом пространстве** квадратичных форм от переменных x, y, т.е. многочленов вида $a\,x^2 + b\,xy + c\,y^2$ со скалярным произведением $\big(f(x,y);\ g(x,y)\big) = \int\limits_0^1 \left(\int\limits_{1-x}^{1} f(x,y)\,g(x,y)\,dy \right) dx$ найдите **ортогональное дополнение** к множеству $M = \{(x-y)^2, (x+y)^2, xy\}$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица Грама** имеет вид

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, для **вектора** $p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2$ из $M^\perp$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/6 & 7/60 & 19/180 \\ 7/60 & 19/180 & 7/60 \\ 19/180 & 7/60 & 1/6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ что равносильно}$$

$$\begin{cases} 7p + 4q + 7r = 0, \\ 91p + 80q + 91r = 0, \\ 21p + 19q + 21r = 0. \end{cases}$$

$$M^\perp = \left\{ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2 \;\middle|\; \begin{cases} 7p + 4q + 7r = 0, \\ 91p + 80q + 91r = 0, \\ 21p + 19q + 21r = 0. \end{cases} \right\} = \left\{ p\,x^2 + q\,xy + r\,y^2 \;\middle|\; \begin{cases} p + r = 0, \\ q = 0. \end{cases} \right\} =$$

$$= \left\langle -x^2 + y^2 \right\rangle.$$

Решение задачи 50.

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна

$$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**:

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**:

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**: $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**:

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \qquad \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = 0.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**: $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ & \end{pmatrix} \qquad \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = 0.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**: $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} \qquad \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = 0.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**: $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = 0.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**:

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = 0.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**: $\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = 0.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**:

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = 0.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y)=\begin{pmatrix}1 & -2\end{pmatrix}(X^t+X)(Y^t+Y)\begin{pmatrix}1\\ -2\end{pmatrix}+\operatorname{tr}(X^tY).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$ **матрица Грама** равна $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}3&-2&-2&0\\-2&6&0&-2\\-2&0&6&-2\\0&-2&2&9\end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**: $\mathbf{B}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&-2&-2&0\\-2&6&0&-2\\-2&0&6&-2\\0&-2&2&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\quad\begin{cases}3a-2b-2c=0,\\-4a+6b+6c-4d=0,\\-2b+2c+9d=0\end{cases}\Rightarrow$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица Грама** равна

$\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**:

$\mathbf{В} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} 3a - 2b - 2c = 0, \\ -4a + 6b + 6c - 4d = 0, \\ -2b + 2c + 9d = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a - 4d = 0, \\ 20a - 57d = 0, \\ 20c + 33d = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y)=\begin{pmatrix}1 & -2\end{pmatrix}(X^t+X)(Y^t+Y)\begin{pmatrix}1\\ -2\end{pmatrix}+\operatorname{tr}(X^tY).$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$ **матрица Грама** равна

$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}3&-2&-2&0\\-2&6&0&-2\\-2&0&6&-2\\0&-2&2&9\end{pmatrix}$. **Базис** подпространства **симметричных матриц**:

$\mathbf{В}=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\right\}$. Значит, для вектора $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in S$ **имеем**

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&-2&-2&0\\-2&6&0&-2\\-2&0&6&-2\\0&-2&2&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\quad\begin{cases}3a-2b-2c=0,\\-4a+6b+6c-4d=0,\\-2b+2c+9d=0\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}5a-4d=0,\\20a-57d=0,\\20c+33d=0\end{cases}\Rightarrow\begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\end{pmatrix}=C\begin{pmatrix}16\\57\\-33\\20\end{pmatrix}.$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. $\begin{cases} 3a - 2b - 2c = 0, \\ -4a + 6b + 6c - 4d = 0, \\ -2b + 2c + 9d = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} 16 \\ 57 \\ -33 \\ 20 \end{pmatrix}.$

$V^{\perp} =$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. $$\begin{cases} 3a - 2b - 2c = 0, \\ -4a + 6b + 6c - 4d = 0, \\ -2b + 2c + 9d = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} 16 \\ 57 \\ -33 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

$$V^{\perp} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} 3a - 2b - 2c = 0, \\ -4a + 6b + 6c - 4d = 0, \\ -2b + 2c + 9d = 0, \end{cases} \right\} =$$

Задача 50. Найдите ортогональное дополнение к подпространству S **симметричных матриц** евклидова пространства U матриц размерности 2×2 со скалярным произведением, заданным формулой (здесь tr — **след матрицы**, M^t — матрица, **транспонированная** к M)

$$(X,\ Y) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix} (X^t + X)(Y^t + Y) \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \operatorname{tr}(X^t Y).$$

Ответ. $$\begin{cases} 3a - 2b - 2c = 0, \\ -4a + 6b + 6c - 4d = 0, \\ -2b + 2c + 9d = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} 16 \\ 57 \\ -33 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

$$V^\perp = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} 3a - 2b - 2c = 0, \\ -4a + 6b + 6c - 4d = 0, \\ -2b + 2c + 9d = 0, \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} 16 & 57 \\ -33 & 20 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Решение задачи 51.

Задача 51. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -5 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -6 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Задача 51. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -5 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -6 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Характеристический полином можно представить в виде:

$$\left| \begin{pmatrix} -5 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -6 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = (\lambda + 2)^5.$$

Задача 51. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -5 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -6 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + 2E = \begin{pmatrix} -3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 3 \end{pmatrix},$$

Задача 51. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -5 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -6 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + 2E = \begin{pmatrix} -3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\left(A_{\mathbf{Б}} + 2E\right)^2 = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Задача 51. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -5 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -6 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + 2E = \begin{pmatrix} -3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\left(A_{\mathbf{Б}} + 2E\right)^2 = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\left(A_{\mathbf{Б}} + 2E\right)^3 = \mathbf{0}.$$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\
-1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\
-1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\
0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\
1 & 4 & -4 & -2 & 3 \\
\hline
0 & -3 & 0 & 0 & -3 \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\
-1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\
-1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\
0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\
1 & 4 & -4 & -2 & 3 \\
\hline
\mathbf{0} & -3 & 0 & 0 & -3 \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Плохо...

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\
-1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\
-1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\
0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\
1 & 4 & -4 & -2 & 3 \\
\hline
0 & \mathbf{-3} & 0 & 0 & \mathbf{-3} \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

То же плоховато...

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\
-1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\
-1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\
0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\
1 & 4 & -4 & -2 & 3 \\
\hline
0 & -3 & 0 & 0 & -3 \\
0 & \textbf{-1} & 0 & 0 & \textbf{-1} \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

А вот теперь в самый раз...

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\
-1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\
-1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\
0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\
1 & 4 & -4 & -2 & 3 \\
\hline
0 & -3 & 0 & 0 & -3 \\
0 & -1 & 0 & 0 & \textbf{-1} \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{r}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1
\end{array}\right) =$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Пятый столбец сделаем первым.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\
0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\
0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{0} \\
0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{0} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \\
\hline
-3 & 19 & -18 & 16 & \mathbf{-8} \\
-1 & -4 & 4 & 2 & \mathbf{-3} \\
-1 & -1 & 1 & 3 & \mathbf{-3} \\
0 & 9 & -9 & 3 & \mathbf{0} \\
1 & 4 & -4 & -2 & \mathbf{3} \\
\hline
0 & -3 & 0 & 0 & \mathbf{-3} \\
0 & -1 & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\
0 & -1 & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\
0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1}
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{c}
\mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1}
\end{array}\right) =$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Пятый столбец сделаем первым.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ \hline -3 & 19 & -18 & 16 & \mathbf{-8} \\ -1 & -4 & 4 & 2 & \mathbf{-3} \\ -1 & -1 & 1 & 3 & \mathbf{-3} \\ 0 & 9 & -9 & 3 & \mathbf{0} \\ 1 & 4 & -4 & -2 & \mathbf{3} \\ \hline 0 & -3 & 0 & 0 & \mathbf{-3} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{r} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline -8 \\ -3 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \\ \hline -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Пятый столбец сделаем первым.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
1 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 \\
0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & 0 \\
0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-3 & \mathbf{19} & -18 & 16 & -8 \\
-1 & \mathbf{-4} & 4 & 2 & -3 \\
-1 & \mathbf{-1} & 1 & 3 & -3 \\
0 & \mathbf{9} & -9 & 3 & 0 \\
1 & \mathbf{4} & -4 & -2 & 3 \\
\hline
0 & \mathbf{-3} & 0 & 0 & -3 \\
0 & \mathbf{-1} & 0 & 0 & -1 \\
0 & \mathbf{-1} & 0 & 0 & -1 \\
0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccc}
0 & & \\
0 & 1 & \\
0 & & \\
0 & & \\
1 & &
\end{array}\right)
=
\left(\begin{array}{c}
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
1 \\
\hline
-8 \\
-3 \\
-3 \\
0 \\
3 \\
\hline
-3 \\
-1 \\
-1 \\
0 \\
1
\end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Из второго столбца

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 1 \\ \hline -3 & \mathbf{19} & -18 & 16 & -8 \\ -1 & \mathbf{-4} & 4 & 2 & -3 \\ -1 & \mathbf{-1} & 1 & 3 & -3 \\ 0 & \mathbf{9} & -9 & 3 & 0 \\ 1 & \mathbf{4} & -4 & -2 & 3 \\ \hline 0 & \mathbf{-3} & 0 & 0 & -3 \\ 0 & \mathbf{-1} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \mathbf{-1} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cc} 0 & \\ 0 & 1 \\ 0 & \\ 0 & \\ 1 & \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline -8 \\ -3 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \\ \hline -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Из второго столбца вычтем пятый столбец исходной матрицы

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
1 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{0} \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{0} \\
0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & \mathbf{0} \\
0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & \mathbf{0} \\
0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\
\hline
-3 & \mathbf{19} & -18 & 16 & \mathbf{-8} \\
-1 & \mathbf{-4} & 4 & 2 & \mathbf{-3} \\
-1 & \mathbf{-1} & 1 & 3 & \mathbf{-3} \\
0 & \mathbf{9} & -9 & 3 & \mathbf{0} \\
1 & \mathbf{4} & -4 & -2 & \mathbf{3} \\
\hline
0 & \mathbf{-3} & 0 & 0 & \mathbf{-3} \\
0 & \mathbf{-1} & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\
0 & \mathbf{-1} & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\
0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{0} \\
0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1}
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cc}
0 & \\
0 & 1 \\
0 & \\
0 & \\
1 & -1
\end{array}\right)
=
\left(\begin{array}{c}
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
1 \\
\hline
-8 \\
-3 \\
-3 \\
0 \\
3 \\
\hline
-3 \\
-1 \\
-1 \\
0 \\
1
\end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Из второго столбца вычтем пятый столбец исходной матрицы (первый столбец новой матрицы).

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ \hline -3 & \mathbf{19} & -18 & 16 & \mathbf{-8} \\ -1 & \mathbf{-4} & 4 & 2 & \mathbf{-3} \\ -1 & \mathbf{-1} & 1 & 3 & \mathbf{-3} \\ 0 & \mathbf{9} & -9 & 3 & \mathbf{0} \\ 1 & \mathbf{4} & -4 & -2 & \mathbf{3} \\ \hline 0 & \mathbf{-3} & 0 & 0 & \mathbf{-3} \\ 0 & \mathbf{-1} & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\ 0 & \mathbf{-1} & 0 & 0 & \mathbf{-1} \\ 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{array}\right) \left(\begin{array}{rr} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rr} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ \hline -8 & 27 \\ -3 & -1 \\ -3 & 2 \\ 0 & 9 \\ 3 & 1 \\ \hline -3 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Из второго столбца вычтем пятый столбец исходной матрицы (первый столбец новой матрицы).

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \mathbf{-3} & 19 & -18 & 16 & -8 \\ \mathbf{-1} & -4 & 4 & 2 & -3 \\ \mathbf{-1} & -1 & 1 & 3 & -3 \\ \mathbf{0} & 9 & -9 & 3 & 0 \\ \mathbf{1} & 4 & -4 & -2 & 3 \\ \hline \mathbf{0} & -3 & 0 & 0 & -3 \\ \mathbf{0} & -1 & 0 & 0 & -1 \\ \mathbf{0} & -1 & 0 & 0 & -1 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rr} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rr} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ \hline -8 & 27 \\ -3 & -1 \\ -3 & 2 \\ 0 & 9 \\ 3 & 1 \\ \hline -3 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве третьего столбца возьмем первый столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
\mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 0 & 0 & 1 & 0 \\
\mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
\mathbf{-3} & 19 & -18 & 16 & -8 \\
\mathbf{-1} & -4 & 4 & 2 & -3 \\
\mathbf{-1} & -1 & 1 & 3 & -3 \\
\mathbf{0} & 9 & -9 & 3 & 0 \\
\mathbf{1} & 4 & -4 & -2 & 3 \\
\hline
\mathbf{0} & -3 & 0 & 0 & -3 \\
\mathbf{0} & -1 & 0 & 0 & -1 \\
\mathbf{0} & -1 & 0 & 0 & -1 \\
\mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrr}
0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & \\
0 & 0 & \\
0 & 0 & \\
1 & -1 &
\end{array}\right)
=
\left(\begin{array}{rr}
0 & 0 \\
0 & 1 \\
0 & 0 \\
0 & 0 \\
1 & -1 \\
\hline
-8 & 27 \\
-3 & -1 \\
-3 & 2 \\
0 & 9 \\
3 & 1 \\
\hline
-3 & 0 \\
-1 & 0 \\
-1 & 0 \\
0 & 0 \\
1 & 0
\end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве третьего столбца возьмем первый столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \mathbf{-3} & 19 & -18 & 16 & -8 \\ \mathbf{-1} & -4 & 4 & 2 & -3 \\ \mathbf{-1} & -1 & 1 & 3 & -3 \\ \mathbf{0} & 9 & -9 & 3 & 0 \\ \mathbf{1} & 4 & -4 & -2 & 3 \\ \hline \mathbf{0} & -3 & 0 & 0 & -3 \\ \mathbf{0} & -1 & 0 & 0 & -1 \\ \mathbf{0} & -1 & 0 & 0 & -1 \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrr} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rr} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ \hline -8 & 27 \\ -3 & -1 \\ -3 & 2 \\ 0 & 9 \\ 3 & 1 \\ \hline -3 & 0 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве третьего столбца возьмем первый столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
\mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 0 & 0 & 1 & 0 \\
\mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
\mathbf{-3} & 19 & -18 & 16 & -8 \\
\mathbf{-1} & -4 & 4 & 2 & -3 \\
\mathbf{-1} & -1 & 1 & 3 & -3 \\
\mathbf{0} & 9 & -9 & 3 & 0 \\
\mathbf{1} & 4 & -4 & -2 & 3 \\
\hline
\mathbf{0} & -3 & 0 & 0 & -3 \\
\mathbf{0} & -1 & 0 & 0 & -1 \\
\mathbf{0} & -1 & 0 & 0 & -1 \\
\mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrr}
0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0
\end{array}\right)
=
\left(\begin{array}{rrr}
0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0 \\
\hline
-8 & 27 & -3 \\
-3 & -1 & -1 \\
-3 & 2 & -1 \\
0 & 9 & 0 \\
3 & 1 & 1 \\
\hline
-3 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве третьего столбца возьмем первый столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 \\ \hline -3 & 19 & \mathbf{-18} & 16 & -8 \\ -1 & -4 & \mathbf{4} & 2 & -3 \\ -1 & -1 & \mathbf{1} & 3 & -3 \\ 0 & 9 & \mathbf{-9} & 3 & 0 \\ 1 & 4 & \mathbf{-4} & -2 & 3 \\ \hline 0 & -3 & \mathbf{0} & 0 & -3 \\ 0 & -1 & \mathbf{0} & 0 & -1 \\ 0 & -1 & \mathbf{0} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{0} & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ \hline -8 & 27 & -3 \\ -3 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 0 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ \hline -3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве четвертого столбца возьмем третий столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 \\ \hline -3 & 19 & \mathbf{-18} & 16 & -8 \\ -1 & -4 & \mathbf{4} & 2 & -3 \\ -1 & -1 & \mathbf{1} & 3 & -3 \\ 0 & 9 & \mathbf{-9} & 3 & 0 \\ 1 & 4 & \mathbf{-4} & -2 & 3 \\ \hline 0 & -3 & \mathbf{0} & 0 & -3 \\ 0 & -1 & \mathbf{0} & 0 & -1 \\ 0 & -1 & \mathbf{0} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{0} & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ \hline -8 & 27 & -3 \\ -3 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & -1 \\ 0 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ \hline -3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве четвертого столбца возьмем третий столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 1 \\ \hline -3 & 19 & \mathbf{-18} & 16 & -8 \\ -1 & -4 & \mathbf{4} & 2 & -3 \\ -1 & -1 & \mathbf{1} & 3 & -3 \\ 0 & 9 & \mathbf{-9} & 3 & 0 \\ 1 & 4 & \mathbf{-4} & -2 & 3 \\ \hline 0 & -3 & \mathbf{0} & 0 & -3 \\ 0 & -1 & \mathbf{0} & 0 & -1 \\ 0 & -1 & \mathbf{0} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{0} & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ \hline -8 & 27 & -3 & -18 \\ -3 & -1 & -1 & 4 \\ -3 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 9 & 0 & -9 \\ 3 & 1 & 1 & -4 \\ \hline -3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве четвертого столбца возьмем третий столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
1 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\
0 & 1 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\
0 & 0 & 1 & \mathbf{0} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 1 \\
\hline
-3 & 19 & -18 & \mathbf{16} & -8 \\
-1 & -4 & 4 & \mathbf{2} & -3 \\
-1 & -1 & 1 & \mathbf{3} & -3 \\
0 & 9 & -9 & \mathbf{3} & 0 \\
1 & 4 & -4 & \mathbf{-2} & 3 \\
\hline
0 & -3 & 0 & \mathbf{0} & -3 \\
0 & -1 & 0 & \mathbf{0} & -1 \\
0 & -1 & 0 & \mathbf{0} & -1 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\
0 & 1 & 0 & \mathbf{0} & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0 & 0
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{cccc}
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0 & 0 \\
\hline
-8 & 27 & -3 & -18 \\
-3 & -1 & -1 & 4 \\
-3 & 2 & -1 & 1 \\
0 & 9 & 0 & -9 \\
3 & 1 & 1 & -4 \\
\hline
-3 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве пятого столбца возьмем четвертый столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\
0 & 1 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\
0 & 0 & 1 & \mathbf{0} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 1 \\
\hline
-3 & 19 & -18 & \mathbf{16} & -8 \\
-1 & -4 & 4 & \mathbf{2} & -3 \\
-1 & -1 & 1 & \mathbf{3} & -3 \\
0 & 9 & -9 & \mathbf{3} & 0 \\
1 & 4 & -4 & \mathbf{-2} & 3 \\
\hline
0 & -3 & 0 & \mathbf{0} & -3 \\
0 & -1 & 0 & \mathbf{0} & -1 \\
0 & -1 & 0 & \mathbf{0} & -1 \\
0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 \\
0 & 1 & 0 & \mathbf{0} & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & -1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{rrrr}
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0 & 0 \\
\hline
-8 & 27 & -3 & -18 \\
-3 & -1 & -1 & 4 \\
-3 & 2 & -1 & 1 \\
0 & 9 & 0 & -9 \\
3 & 1 & 1 & -4 \\
\hline
-3 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

В качестве пятого столбца возьмем четвертый столбец исходной матрицы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline -3 & 19 & -18 & 16 & -8 \\ -1 & -4 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 9 & -9 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -2 & 3 \\ \hline 0 & -3 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -8 & 27 & -3 & -18 & 16 \\ -3 & -1 & -1 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & -4 & -2 \\ \hline -3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
-8 & 27 & -3 & -18 & 16 \\
-3 & -1 & -1 & 4 & 2 \\
-3 & 2 & -1 & 1 & 3 \\
0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\
3 & 1 & 1 & -4 & -2 \\
\hline
-3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

«Уроним» столбцы с нулевым «подвалом».

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
-8 & 27 & -3 & -18 & 16 \\
-3 & -1 & -1 & 4 & 2 \\
-3 & 2 & -1 & 1 & 3 \\
0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\
3 & 1 & 1 & -4 & -2 \\
\hline
-3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
-3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
-3 & 27 & -3 & -18 & 16 \\
-1 & -1 & -1 & 4 & 2 \\
-1 & 2 & -1 & 1 & 3 \\
0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\
1 & 1 & 1 & -4 & -2
\end{array}\right)$$

«Уроним» столбцы с нулевым «подвалом».

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
-3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
-3 & 27 & -3 & -18 & 16 \\
\textbf{-1} & -1 & -1 & 4 & 2 \\
-1 & 2 & -1 & 1 & 3 \\
0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\
1 & 1 & 1 & -4 & -2
\end{array}\right)$$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc} 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 1 & & & & \\ \hline -8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -3 & 27 & -3 & -18 & 16 \\ \textbf{-1} & -1 & -1 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & -2 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccccc} 1 & -1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc} 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 1 & & & & \\ \hline -8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -3 & 27 & -3 & -18 & 16 \\ \mathbf{-1} & -1 & -1 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & -2 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccccc} 1 & -1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccccc} 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & & & & \\ 1 & & & & \\ \hline -8 & 8 & 9 & -32 & -16 \\ -3 & 4 & 3 & -12 & -6 \\ -3 & 3 & 3 & -11 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & -4 & -3 & 12 & 6 \\ \hline -3 & 27 & -3 & -18 & 16 \\ \mathbf{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & 8 & 9 & -32 & -16 \\
-3 & 4 & 3 & -12 & -6 \\
-3 & 3 & 3 & -11 & -6 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
3 & -4 & -3 & 12 & 6 \\
\hline
-3 & 27 & -3 & -18 & 16 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 3 & 0 & -3 & \mathbf{1} \\
0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & 8 & 9 & -32 & -16 \\
-3 & 4 & 3 & -12 & -6 \\
-3 & 3 & 3 & -11 & -6 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
3 & -4 & -3 & 12 & 6 \\
\hline
-3 & 27 & -3 & -18 & 16 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 3 & 0 & -3 & \mathbf{1} \\
0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & -3 & 3 & 0
\end{array}\right) =$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & 8 & 9 & -32 & -16 \\
-3 & 4 & 3 & -12 & -6 \\
-3 & 3 & 3 & -11 & -6 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
3 & -4 & -3 & 12 & 6 \\
\hline
-3 & 27 & -3 & -18 & 16 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 3 & 0 & -3 & \mathbf{1} \\
0 & 9 & 0 & -9 & 3 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & -3 & 3 & 0
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & -16 & 56 & -80 & 9 \\
-3 & -6 & 22 & -30 & 3 \\
-3 & -6 & 21 & -29 & 3 \\
0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\
3 & 6 & -22 & 30 & -3 \\
\hline
-3 & 16 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & -16 & 56 & -80 & 9 \\
-3 & -6 & 22 & -30 & 3 \\
-3 & -6 & 21 & -29 & 3 \\
0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\
3 & 6 & -22 & 30 & -3 \\
\hline
-3 & 16 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

«Уроним» столбцы с нулевым «подвалом».

Задача 51.

$$
\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & -16 & 56 & -80 & 9 \\
-3 & -6 & 22 & -30 & 3 \\
-3 & -6 & 21 & -29 & 3 \\
0 & 1 & -3 & 3 & 0 \\
3 & 6 & -22 & 30 & -3 \\
\hline
-3 & 16 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
\sim
\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & -16 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
0 & 1 & & & \\
3 & 6 & & & \\
\hline
-3 & 10 & 56 & -80 & 9 \\
-1 & 0 & 22 & -30 & 3 \\
-1 & 1 & 21 & -29 & 3 \\
0 & 3 & -3 & 3 & 0 \\
1 & 0 & -22 & 30 & -3
\end{array}\right)
$$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & -16 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
0 & 1 & & & \\
3 & 6 & & & \\
\hline
-3 & 10 & 56 & -80 & 9 \\
\textbf{-1} & 0 & 22 & -30 & 3 \\
-1 & 1 & 21 & -29 & 3 \\
0 & 3 & -3 & 3 & 0 \\
1 & 0 & -22 & 30 & -3
\end{array}\right)$$

«Прочистим» четвертую строку снизу.

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & -16 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
0 & 1 & & & \\
3 & 6 & & & \\
\hline
-3 & 10 & 56 & -80 & 9 \\
\mathbf{-1} & 0 & 22 & -30 & 3 \\
-1 & 1 & 21 & -29 & 3 \\
0 & 3 & -3 & 3 & 0 \\
1 & 0 & -22 & 30 & -3
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccc}
1 & 0 & 22 & -30 & 3 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =$$

«Прочистим» четвертую строку снизу.

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & -16 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
0 & 1 & & & \\
3 & 6 & & & \\
\hline
-3 & 10 & 56 & -80 & 9 \\
\mathbf{-1} & 0 & 22 & -30 & 3 \\
-1 & 1 & 21 & -29 & 3 \\
0 & 3 & -3 & 3 & 0 \\
1 & 0 & -22 & 30 & -3
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccc}
1 & 0 & 22 & -30 & 3 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{ccccc}
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
0 & & & & \\
1 & & & & \\
\hline
-8 & -16 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
-3 & -6 & & & \\
0 & 1 & & & \\
3 & 6 & & & \\
\hline
-3 & 10 & -10 & 10 & 0 \\
\mathbf{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\
0 & 3 & -3 & 3 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

«Прочистим» четвертую строку снизу.

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cccccc}
0 & & & & & \\
0 & & & & & \\
0 & & & & & \\
0 & & & & & \\
1 & & & & & \\
\hline
-8 & -16 & & & & \\
-3 & -6 & & & & \\
-3 & -6 & & & & \\
0 & 1 & & & & \\
3 & 6 & & & & \\
\hline
-3 & 10 & -10 & 10 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & \mathbf{1} & -1 & 1 & 0 \\
0 & 3 & -3 & 3 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Удалим нулевой столбец и «прочистим» третью строку снизу.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cccc}
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
1 & & & \\
\hline
-8 & -16 & & \\
-3 & -6 & & \\
-3 & -6 & & \\
0 & 1 & & \\
3 & 6 & & \\
\hline
-3 & 10 & -10 & 10 \\
-1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 1 & -1 & 1 \\
0 & 3 & -3 & 3 \\
1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & -1 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =$$

«Прочистим» третью строку снизу.

Преобразование представим в виде произведения матриц, используя **умножение матриц «на макроуровне»**.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cccc}
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
1 & & & \\
\hline
-8 & -16 & & \\
-3 & -6 & & \\
-3 & -6 & & \\
0 & 1 & & \\
3 & 6 & & \\
\hline
-3 & 10 & -10 & 10 \\
-1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 1 & -1 & 1 \\
0 & 3 & -3 & 3 \\
1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & -1 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{cccc}
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
1 & & & \\
\hline
-8 & -16 & & \\
-3 & -6 & & \\
-3 & -6 & & \\
0 & 1 & & \\
3 & 6 & & \\
\hline
-3 & 10 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 3 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Удалим нулевые столбцы.

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cc} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 1 & \\ \hline -8 & -16 \\ -3 & -6 \\ -3 & -6 \\ 0 & 1 \\ 3 & 6 \\ \hline -3 & 10 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}\right)$$

Запишем ответ:

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cc} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 1 & \\ \hline -8 & -16 \\ -3 & -6 \\ -3 & -6 \\ 0 & 1 \\ 3 & 6 \\ \hline \mathbf{-3} & 10 \\ \mathbf{-1} & 0 \\ \mathbf{-1} & 1 \\ \mathbf{0} & 3 \\ \mathbf{1} & 0 \end{array}\right) \qquad \left\{ \left(\begin{array}{c} -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right), \qquad \right\}$$

Запишем ответ: в базисе

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{-3e_1 - e_2 - e_3 + e_5}, \end{array} \right\} \text{ имеем } A_{\mathbf{B}} + 2E = \left(\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{array} \right)$$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cc} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 1 & \\ \hline \mathbf{-8} & -16 \\ \mathbf{-3} & -6 \\ \mathbf{-3} & -6 \\ \mathbf{0} & 1 \\ \mathbf{3} & 6 \\ \hline -3 & 10 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \right\}$$

Запишем ответ: в базисе

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{array}{c} -3e_1 - e_2 - e_3 + e_5, \\ \mathbf{-8e_1 - 3e_2 - 3e_3 + 3e_5}, \end{array} \right\} \text{ имеем } A_{\mathbf{B}} + 2E = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{1} \\ 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cc} \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \\ \mathbf{1} & \\ \hline -8 & -16 \\ -3 & -6 \\ -3 & -6 \\ 0 & 1 \\ 3 & 6 \\ \hline -3 & 10 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \right\}$$

Запишем ответ: в базисе

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{array}{c} -3e_1 - e_2 - e_3 + e_5, \\ -8e_1 - 3e_2 - 3e_3 + 3e_5, \\ \mathbf{e_5}, \end{array} \right\} \text{ имеем } A_{\mathbf{B}} + 2E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cc} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 1 & \\ \hline -8 & -16 \\ -3 & -6 \\ -3 & -6 \\ 0 & 1 \\ 3 & 6 \\ \hline -3 & \mathbf{10} \\ -1 & \mathbf{0} \\ -1 & \mathbf{1} \\ 0 & \mathbf{3} \\ 1 & \mathbf{0} \end{array}\right) \qquad \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \right\}$$

Запишем ответ: в базисе

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{array}{c} -3e_1 - e_2 - e_3 + e_5, \\ -8e_1 - 3e_2 - 3e_3 + 3e_5, \\ e_5, \\ \mathbf{10e_1 + e_3 + 3e_4}, \end{array} \right\} \text{ имеем } A_{\mathbf{B}} + 2E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cc} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 1 & \\ \hline -8 & \mathbf{-16} \\ -3 & \mathbf{-6} \\ -3 & \mathbf{-6} \\ 0 & \mathbf{1} \\ 3 & \mathbf{6} \\ \hline -3 & 10 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -16 \\ -6 \\ -6 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$$

Запишем ответ: в базисе

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{array}{c} -3e_1 - e_2 - e_3 + e_5, \\ -8e_1 - 3e_2 - 3e_3 + 3e_5, \\ e_5, \\ 10e_1 + e_3 + 3e_4, \\ \mathbf{-16e_1 - 6e_2 - 6e_3 + e_4 + 6e_5} \end{array} \right\}$$ имеем $A_{\mathbf{B}} + 2E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$

Задача 51.

$$\left(\begin{array}{cc} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 1 & \\ \hline -8 & -16 \\ -3 & -6 \\ -3 & -6 \\ 0 & 1 \\ 3 & 6 \\ \hline -3 & 10 \\ -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}\right) \qquad \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ -3 \\ -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -16 \\ -6 \\ -6 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$$

Запишем ответ: в базисе

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{array}{c} -3e_1 - e_2 - e_3 + e_5, \\ -8e_1 - 3e_2 - 3e_3 + 3e_5, \\ e_5, \\ 10e_1 + e_3 + 3e_4, \\ -16e_1 - 6e_2 - 6e_3 + e_4 + 6e_5 \end{array} \right\} \text{ имеем } A_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Вернемся к лекции?

Решение задачи 52.

Задача 52. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -7 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Задача 52. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -7 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$\left| \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -7 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = (\lambda + 1)^5$$

Задача 52. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -7 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + E =$$

Задача 52. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -7 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -6 \end{pmatrix},$$

Задача 52. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -7 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -6 \end{pmatrix},$$

$$\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^2 =$$

Задача 52. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -7 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 & -5 & -4 \\ -3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -6 \end{pmatrix},$$

$$\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
0 & 3 & -3 & -5 & -4 \\
-3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\
-1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\
-2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\
1 & 4 & -4 & -7 & -6
\end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
0 & \mathbf{3} & -3 & -5 & \mathbf{-4} \\
-3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\
-1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\
-2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\
1 & 4 & -4 & -7 & -6
\end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & \mathbf{3} & -3 & -5 & \mathbf{-4} \\ -3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -6 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) =$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & \mathbf{3} & -3 & -5 & \mathbf{-4} \\ -3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -6 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & \mathbf{3} & -3 & -5 & \mathbf{-4} \\ -3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -6 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & \mathbf{3} & -3 & -5 & \mathbf{-4} \\ -3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -6 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -3 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & \mathbf{3} & -3 & -5 & \mathbf{-4} \\ -3 & 6 & -6 & -9 & -6 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & -4 & -7 & -6 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -3 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -3 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -3 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{-3} & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -3 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{-3} & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 3 & -3 & -5 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -4 & -7 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -3 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{-3} & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \textbf{-3} & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline \textbf{1} & 0 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -3 & -5 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \textbf{-3} & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline \textbf{1} & 0 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -3 & -5 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \textbf{-3} & 6 & -6 & -9 \\ -1 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -4 & -6 \\ 2 & 1 & -2 & 2 & 3 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & 2 & -2 & -3 \\ -1 & 0 & 4 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline \textbf{1} & 0 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -3 & -5 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rr} 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ -1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{array}\right.\left.\begin{array}{rrrr} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ \hline 2 & -2 & -3 \\ 4 & -3 & -5 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & -5 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rr} 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ -1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{array}\right.\left.\begin{array}{rrrr} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rr} 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ \hline 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ -1 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{array}\right.\left.\begin{array}{rrrr} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -3 & -5 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & \mathbf{1} & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 2 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -3 & -5 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & -2 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & \mathbf{1} & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrrr} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 3 & -2 & 4 & \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \\ -1 & 2 & -2 & 4 & \\ 2 & -1 & 1 & -2 & \end{array}\right) \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 0 & -1 & & \\ -1 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ -1 & 0 & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & -1 & & \\ -1 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & & \\ -1 & 0 & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & -1 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ -1 & 0 & & & \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccc}
0 & -1 & \\
-1 & 0 & \\
0 & 0 & \\
0 & 0 & \\
-1 & 0 & \\
\hline
\mathbf{1} & 0 & 0 \\
\mathbf{0} & 3 & -2 \\
\mathbf{-1} & 1 & 0 \\
\mathbf{-1} & 2 & -2 \\
\mathbf{2} & -1 & 1
\end{array}\right)
\left\{\left(\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{array}\right),\right.
\left.\right\}$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccc} \mathbf{0} & -1 & \\ \mathbf{-1} & 0 & \\ \mathbf{0} & 0 & \\ \mathbf{0} & 0 & \\ \mathbf{-1} & 0 & \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \right\}$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -1 & \\ -1 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ -1 & 0 & \\ \hline 1 & \mathbf{0} & 0 \\ 0 & \mathbf{3} & -2 \\ -1 & \mathbf{1} & 0 \\ -1 & \mathbf{2} & -2 \\ 2 & \mathbf{-1} & 1 \end{array}\right) \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \right\}$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccc} 0 & \mathbf{-1} & \\ -1 & \mathbf{0} & \\ 0 & \mathbf{0} & \\ 0 & \mathbf{0} & \\ -1 & \mathbf{0} & \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{array}\right) \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \right\}$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -1 & \\ -1 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ -1 & 0 & \\ \hline 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 3 & \mathbf{-2} \\ -1 & 1 & \mathbf{0} \\ -1 & 2 & \mathbf{-2} \\ 2 & -1 & \mathbf{1} \end{array}\right) \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -1 & \\ -1 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ -1 & 0 & \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{array}\right) \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$$

$$\mathbf{B} = \left\{\begin{array}{c} e_1 - e_3 - e_4 + 2e_5, \\ -e_2 - e_5, \\ 3e_2 + e_3 + 2e_4 - e_5, \\ -e_1, \\ -2e_2 - 2e_4 + e_5 \end{array}\right\}, \text{ причем}$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -1 & \\ -1 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ -1 & 0 & \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{array}\right) \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{array}{c} e_1 - e_3 - e_4 + 2e_5, \\ -e_2 - e_5, \\ 3e_2 + e_3 + 2e_4 - e_5, \\ -e_1, \\ -2e_2 - 2e_4 + e_5 \end{array} \right\}, \text{ причем } B_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 52.

$$\left(\begin{array}{ccc} 0 & -1 & \\ -1 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ 0 & 0 & \\ -1 & 0 & \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{array}\right) \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$$

$$\mathbf{B} = \left\{\begin{array}{c} e_1 - e_3 - e_4 + 2e_5, \\ -e_2 - e_5, \\ 3e_2 + e_3 + 2e_4 - e_5, \\ -e_1, \\ -2e_2 - 2e_4 + e_5 \end{array}\right\}, \text{ причем } A_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Решение задачи 53.

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \multicolumn{2}{c}{\ldots} \end{array}\right)$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ & \cdots \end{array}\right)$$

Ответ.

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\right).$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\right).$$

Образ вектора со столбцом координат I_1 равен

$$(L - 7E)\, I_1 = \square$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right).$$

Образ вектора со столбцом координат I_1 равен

$$(L - 7E)\, I_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_1 равен

$$(L - 7E)\, I_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат $I_1, I_2,$ **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат $I_1, I_2,$ **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_2 равен

$(L - 7E)\, I_2 =$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат $I_1, I_2,$ **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_2 равен

$$(L - 7E)\, I_2 = I_1 =$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ & \cdots \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат $I_1, I_2,$ **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_2 равен

$$(L - 7E)\, I_2 = I_1 = 1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 =$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат $I_1, I_2,$ **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_2 равен

$$(L - 7E)\, I_2 = I_1 = 1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_2 равен

$$(L - 7E)\, I_2 = I_1 = 1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу (I_1, I_2... некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_3 равен

$$(L - 7E)\, I_3 = \square$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_3 равен

$$(L - 7E)\, I_3 = I_2 =$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу (I_1, I_2... некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ & \cdots \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_3 равен

$$(L - 7E)\, I_3 = I_2 = 0 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 =$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_3 равен

$$(L - 7E)\, I_3 = I_2 = 0 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_3 равен

$$(L - 7E)\, I_3 = I_2 = 0 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу (I_1, I_2... некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_4 равен

$(L - 7E)\, I_4 =$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ & \cdots \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_4 равен

$$(L - 7E)\, I_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_4 равен

$$(L - 7E)\, I_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу (I_1, I_2... некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_5 равен

$(L - 7E)\, I_5 =$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_5 равен

$$(L - 7E)\, I_5 = I_4 =$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу (I_1, I_2... некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_5 равен

$$(L - 7E)\, I_5 = I_4 = 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 1 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 =$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_5 равен

$$(L - 7E)\, I_5 = I_4 = 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 1 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу ($I_1, I_2 \ldots$ некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ & \cdots \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Образ вектора со столбцом координат I_5 равен

$$(L - 7E)\, I_5 = I_4 = 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 1 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 53.

Для оператора $\hat{L}$ все пространство является **корневым**, отвечающим собственному значению 7. **В результате вычисления канонического базиса** получили указанную матрицу (I_1, I_2... некоторые столбцы чисел). Укажите **канонический базис** и матрицу оператора $\hat{L}$ в этом базисе.

$$\left(\begin{array}{cc} I_3 & \\ I_2 & I_5 \\ I_1 & I_4 \\ \hline 0 & 0 \\ \cdots & \end{array}\right)$$

Ответ. В базисе со столбцами координат I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 **матрица оператора** $\left(\hat{L} - 7\hat{E}\right)$ равна

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача решена.

Решение задачи 54.

Задача 54. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -6 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -2 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Задача 54. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -6 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -2 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Характеристический полином можно представить в виде:

$$\left| \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -6 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = (\lambda + 1)^4(\lambda - 2).$$

Задача 54. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -6 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -2 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -5 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -1 \end{pmatrix},$$

Задача 54. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -6 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -2 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -5 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^2 = \begin{pmatrix} -2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\ 1 & -2 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\ 2 & -31 & 31 & 55 & 13 \\ -1 & 29 & -29 & -50 & -11 \end{pmatrix},$$

Задача 54. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -6 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -2 \end{pmatrix}$. Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ.

$$A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -3 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & -5 & -12 & -4 \\ 3 & 7 & -5 & -6 & -1 \\ -4 & -5 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & 7 & -6 & -8 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^2 = \begin{pmatrix} -2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\ 1 & -2 & 2 & 5 & 2 \\ -2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\ 2 & -31 & 31 & 55 & 13 \\ -1 & 29 & -29 & -50 & -11 \end{pmatrix},$$

$$\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^3 = \begin{pmatrix} 0 & 81 & -81 & -135 & -27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 81 & -81 & -135 & -27 \\ 0 & -81 & 81 & 135 & 27 \\ 0 & 81 & -81 & -135 & -27 \end{pmatrix}, \quad \text{больше ранг не уменьшается.}$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
4 & 5 & -3 & -1 & 1 \\
-3 & 4 & -5 & -12 & -4 \\
3 & 7 & -5 & -6 & -1 \\
-4 & -5 & 3 & 1 & -1 \\
2 & 7 & -6 & -8 & -1 \\
\hline
-2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\
1 & -2 & 2 & 5 & 2 \\
-2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\
2 & -31 & 31 & 55 & 13 \\
-1 & 29 & -29 & -50 & -11 \\
\hline
0 & 81 & -81 & -135 & -27 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 81 & -81 & -135 & -27 \\
0 & -81 & 81 & 135 & 27 \\
0 & 81 & -81 & -135 & -27
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
4 & 5 & -3 & -1 & 1 \\
-3 & 4 & -5 & -12 & -4 \\
3 & 7 & -5 & -6 & -1 \\
-4 & -5 & 3 & 1 & -1 \\
2 & 7 & -6 & -8 & -1 \\
\hline
-2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\
1 & -2 & 2 & 5 & 2 \\
-2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\
2 & -31 & 31 & 55 & 13 \\
-1 & 29 & -29 & -50 & -11 \\
\hline
0 & 81 & -81 & -135 & -27 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 81 & -81 & -135 & -27 \\
0 & -81 & 81 & 135 & 27 \\
0 & 81 & -81 & -135 & -27
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccc}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) =$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
4 & 5 & -3 & -1 & 1 \\
-3 & 4 & -5 & -12 & -4 \\
3 & 7 & -5 & -6 & -1 \\
-4 & -5 & 3 & 1 & -1 \\
2 & 7 & -6 & -8 & -1 \\
\hline
-2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\
1 & -2 & 2 & 5 & 2 \\
-2 & 31 & -31 & -55 & -13 \\
2 & -31 & 31 & 55 & 13 \\
-1 & 29 & -29 & -50 & -11 \\
\hline
0 & 81 & -81 & -135 & -27 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 81 & -81 & -135 & -27 \\
0 & -81 & 81 & 135 & 27 \\
0 & 81 & -81 & -135 & -27
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccc}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
1 & 4 & 5 & -3 & -1 \\
-4 & -3 & 4 & -5 & -12 \\
-1 & 3 & 7 & -5 & -6 \\
-1 & -4 & -5 & 3 & 1 \\
-1 & 2 & 7 & -6 & -8 \\
\hline
-13 & -2 & 31 & -31 & -55 \\
2 & 1 & -2 & 2 & 5 \\
-13 & -2 & 31 & -31 & -55 \\
13 & 2 & -31 & 31 & 55 \\
-11 & -1 & 29 & -29 & -50 \\
\hline
-27 & 0 & 81 & -81 & -135 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-27 & 0 & 81 & -81 & -135 \\
27 & 0 & -81 & 81 & 135 \\
-27 & 0 & 81 & -81 & -135
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
1 & 4 & 5 & -3 & -1 \\
-4 & -3 & 4 & -5 & -12 \\
-1 & 3 & 7 & -5 & -6 \\
-1 & -4 & -5 & 3 & 1 \\
-1 & 2 & 7 & -6 & -8 \\
\hline
-13 & -2 & 31 & -31 & -55 \\
2 & 1 & -2 & 2 & 5 \\
-13 & -2 & 31 & -31 & -55 \\
13 & 2 & -31 & 31 & 55 \\
-11 & -1 & 29 & -29 & -50 \\
\hline
-27 & 0 & 81 & -81 & -135 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-27 & 0 & 81 & -81 & -135 \\
27 & 0 & -81 & 81 & 135 \\
-27 & 0 & 81 & -81 & -135
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
1 & 4 & 5 & -3 & -1 \\
-4 & -3 & 4 & -5 & -12 \\
-1 & 3 & 7 & -5 & -6 \\
-1 & -4 & -5 & 3 & 1 \\
-1 & 2 & 7 & -6 & -8 \\
\hline
-13 & -2 & 31 & -31 & -55 \\
2 & 1 & -2 & 2 & 5 \\
-13 & -2 & 31 & -31 & -55 \\
13 & 2 & -31 & 31 & 55 \\
-11 & -1 & 29 & -29 & -50 \\
\hline
-27 & 0 & 81 & -81 & -135 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-27 & 0 & 81 & -81 & -135 \\
27 & 0 & -81 & 81 & 135 \\
-27 & 0 & 81 & -81 & -135
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
1 & 4 & 5 & -3 & -1 \\
-4 & -3 & 4 & -5 & -12 \\
-1 & 3 & 7 & -5 & -6 \\
-1 & -4 & -5 & 3 & 1 \\
-1 & 2 & 7 & -6 & -8 \\
\hline
-13 & -2 & 31 & -31 & -55 \\
2 & 1 & -2 & 2 & 5 \\
-13 & -2 & 31 & -31 & -55 \\
13 & 2 & -31 & 31 & 55 \\
-11 & -1 & 29 & -29 & -50 \\
\hline
-27 & 0 & 81 & -81 & -135 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-27 & 0 & 81 & -81 & -135 \\
27 & 0 & -81 & 81 & 135 \\
-27 & 0 & 81 & -81 & -135
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrr}
1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
1 & 4 & 8 & -6 & -6 \\
-4 & -3 & -8 & 7 & 8 \\
-1 & 3 & 4 & -2 & -1 \\
-1 & -4 & -8 & 6 & 6 \\
-1 & 2 & 4 & -3 & -3 \\
\hline
-13 & -2 & -8 & 8 & 10 \\
2 & 1 & 4 & -4 & -5 \\
-13 & -2 & -8 & 8 & 10 \\
13 & 2 & 8 & -8 & -10 \\
-11 & -1 & -4 & 4 & 5 \\
\hline
-27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-27 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
1 & 4 & 8 & -6 & -6 \\
-4 & -3 & -8 & 7 & 8 \\
-1 & 3 & 4 & -2 & -1 \\
-1 & -4 & -8 & 6 & 6 \\
-1 & 2 & 4 & -3 & -3 \\
\hline
-13 & -2 & -8 & 8 & 10 \\
2 & 1 & 4 & -4 & -5 \\
-13 & -2 & -8 & 8 & 10 \\
13 & 2 & 8 & -8 & -10 \\
-11 & -1 & -4 & 4 & 5 \\
\hline
-27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-27 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) \mapsto$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
1 & 4 & 8 & -6 & -6 \\
-4 & -3 & -8 & 7 & 8 \\
-1 & 3 & 4 & -2 & -1 \\
-1 & -4 & -8 & 6 & 6 \\
-1 & 2 & 4 & -3 & -3 \\
\hline
-13 & -2 & -8 & 8 & 10 \\
2 & 1 & 4 & -4 & -5 \\
-13 & -2 & -8 & 8 & 10 \\
13 & 2 & 8 & -8 & -10 \\
-11 & -1 & -4 & 4 & 5 \\
\hline
\textbf{-27} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\textbf{0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\textbf{-27} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\textbf{27} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\textbf{-27} & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)
\mapsto
\left(\begin{array}{rrrr}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
4 & 8 & -6 & -6 \\
-3 & -8 & 7 & 8 \\
3 & 4 & -2 & -1 \\
-4 & -8 & 6 & 6 \\
2 & 4 & -3 & -3 \\
\hline
-2 & -8 & 8 & 10 \\
1 & 4 & -4 & -5 \\
-2 & -8 & 8 & 10 \\
2 & 8 & -8 & -10 \\
-1 & -4 & 4 & 5 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrr}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
4 & 8 & -6 & -6 \\
-3 & -8 & 7 & 8 \\
3 & 4 & -2 & -1 \\
-4 & -8 & 6 & 6 \\
2 & 4 & -3 & -3 \\
\hline
-2 & -8 & 8 & 10 \\
1 & 4 & -4 & -5 \\
-2 & -8 & 8 & 10 \\
2 & 8 & -8 & -10 \\
-1 & -4 & 4 & 5
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrr}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
4 & 8 & -6 & -6 \\
-3 & -8 & 7 & 8 \\
3 & 4 & -2 & -1 \\
-4 & -8 & 6 & 6 \\
2 & 4 & -3 & -3 \\
\hline
-2 & -8 & 8 & 10 \\
1 & 4 & -4 & -5 \\
-2 & -8 & 8 & 10 \\
2 & 8 & -8 & -10 \\
-1 & -4 & 4 & 5
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrr}
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -4 & 4 & 5 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrr} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 4 & 8 & -6 & -6 \\ -3 & -8 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & -2 & -1 \\ -4 & -8 & 6 & 6 \\ 2 & 4 & -3 & -3 \\ \hline -2 & -8 & 8 & 10 \\ 1 & 4 & -4 & -5 \\ -2 & -8 & 8 & 10 \\ 2 & 8 & -8 & -10 \\ -1 & -4 & 4 & 5 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrr} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrr} 1 & -4 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & -5 \\ \hline 4 & -8 & 10 & 14 \\ -3 & 4 & -5 & -7 \\ 3 & -8 & 10 & 14 \\ -4 & 8 & -10 & -14 \\ 2 & -4 & 5 & 7 \\ \hline -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrr}
1 & -4 & 4 & 5 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
4 & -8 & 10 & 14 \\
-3 & 4 & -5 & -7 \\
3 & -8 & 10 & 14 \\
-4 & 8 & -10 & -14 \\
2 & -4 & 5 & 7 \\
\hline
-2 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{rrrr}
1 & -4 & 4 & 5 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
4 & -8 & 10 & 14 \\
-3 & 4 & -5 & -7 \\
3 & -8 & 10 & 14 \\
-4 & 8 & -10 & -14 \\
2 & -4 & 5 & 7 \\
\hline
-2 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{rrrr}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & -4 & 4 & 5 \\
-3 & 1 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 1 & 0 \\
-4 & 0 & 0 & 1 \\
2 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
-2 & -8 & 10 & 14 \\
1 & 4 & -5 & -7 \\
-2 & -8 & 10 & 14 \\
2 & 8 & -10 & -14 \\
-1 & -4 & 5 & 7
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$
\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & -4 & 4 & 5 \\
-3 & 1 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 1 & 0 \\
-4 & 0 & 0 & 1 \\
2 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
\textbf{-2} & -8 & 10 & 14 \\
1 & 4 & -5 & -7 \\
-2 & -8 & 10 & 14 \\
2 & 8 & -10 & -14 \\
-1 & -4 & 5 & 7
\end{array}\right)
$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & -4 & 4 & 5 \\
-3 & 1 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 1 & 0 \\
-4 & 0 & 0 & 1 \\
2 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
\textbf{-2} & -8 & 10 & 14 \\
1 & 4 & -5 & -7 \\
-2 & -8 & 10 & 14 \\
2 & 8 & -10 & -14 \\
-1 & -4 & 5 & 7
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & -4 & 5 & 7 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & -4 & 4 & 5 \\
-3 & 1 & 0 & 0 \\
3 & 0 & 1 & 0 \\
-4 & 0 & 0 & 1 \\
2 & 3 & -3 & -5 \\
\hline
-2 & -8 & 10 & 14 \\
1 & 4 & -5 & -7 \\
-2 & -8 & 10 & 14 \\
2 & 8 & -10 & -14 \\
-1 & -4 & 5 & 7
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & -4 & 5 & 7 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & -20 & 24 & 33 \\
-3 & 13 & -15 & -21 \\
3 & -12 & 16 & 21 \\
-4 & 16 & -20 & -27 \\
2 & -5 & 7 & 9 \\
\hline
-2 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & -20 & 24 & 33 \\
-3 & 13 & -15 & -21 \\
3 & -12 & 16 & 21 \\
-4 & 16 & -20 & -27 \\
2 & -5 & 7 & 9 \\
\hline
-2 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) \mapsto$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & -20 & 24 & 33 \\
-3 & 13 & -15 & -21 \\
3 & -12 & 16 & 21 \\
-4 & 16 & -20 & -27 \\
2 & -5 & 7 & 9 \\
\hline
-2 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & & & \\
-3 & & & \\
3 & & & \\
-4 & & & \\
2 & & & \\
\hline
-2 & -20 & 24 & 33 \\
1 & 13 & -15 & -21 \\
-2 & -12 & 16 & 21 \\
2 & 16 & -20 & -27 \\
-1 & -5 & 7 & 9
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc|c}
 & & & & 1 \\
 & & & & 0 \\
 & & & & 0 \\
 & & & & 0 \\
 & & & & 0 \\
\hline
 & & & & 4 \\
 & & & & -3 \\
 & & & & 3 \\
 & & & & -4 \\
 & & & & 2 \\
\hline
-2 & -20 & 24 & 33 & \\
1 & 13 & -15 & -21 & \\
-2 & -12 & 16 & 21 & \\
2 & 16 & -20 & -27 & \\
-1 & -5 & 7 & 9 &
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & & & \\
-3 & & & \\
3 & & & \\
-4 & & & \\
2 & & & \\
\hline
-2 & -20 & 24 & 33 \\
1 & 13 & -15 & -21 \\
-2 & -12 & 16 & 21 \\
2 & 16 & -20 & -27 \\
-1 & -5 & 7 & 9
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & -13 & 15 & 21 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & & & \\
-3 & & & \\
3 & & & \\
-4 & & & \\
2 & & & \\
\hline
-2 & -20 & 24 & 33 \\
1 & 13 & -15 & -21 \\
-2 & -12 & 16 & 21 \\
2 & 16 & -20 & -27 \\
-1 & -5 & 7 & 9
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & -13 & 15 & 21 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & & & \\
-3 & & & \\
3 & & & \\
-4 & & & \\
2 & & & \\
\hline
-2 & 6 & -6 & -9 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 14 & -14 & -21 \\
2 & -10 & 10 & 15 \\
-1 & 8 & -8 & -12
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & & & \\
-3 & & & \\
3 & & & \\
-4 & & & \\
2 & & & \\
\hline
-2 & 6 & -6 & -9 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 14 & -14 & -21 \\
2 & -10 & 10 & 15 \\
-1 & 8 & -8 & -12
\end{array}\right) \mapsto$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
0 & & & \\
\hline
4 & & & \\
-3 & & & \\
3 & & & \\
-4 & & & \\
2 & & & \\
\hline
-2 & 6 & -6 & -9 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 14 & -14 & -21 \\
2 & -10 & 10 & 15 \\
-1 & 8 & -8 & -12
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{cc}
1 & \\
0 & \\
0 & \\
0 & \\
0 & \\
\hline
4 & \\
-3 & \\
3 & \\
-4 & \\
2 & \\
\hline
-2 & 6 \\
1 & 0 \\
-2 & 14 \\
2 & -10 \\
-1 & 8
\end{array}\right)$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ \hline 4 & \\ -3 & \\ 3 & \\ -4 & \\ 2 & \\ \hline -2 & 6 \\ 1 & 0 \\ -2 & 14 \\ 2 & -10 \\ -1 & 8 \end{array}\right)$$

, и **ранее** мы получили координаты базиса образа пространства

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ \hline 4 & \\ -3 & \\ 3 & \\ -4 & \\ 2 & \\ \hline -2 & 6 \\ 1 & 0 \\ -2 & 14 \\ 2 & -10 \\ -1 & 8 \end{array}\right)$$

, и **ранее** мы получили координаты базиса образа пространства $\begin{pmatrix} -27 \\ 0 \\ -27 \\ 27 \\ -27 \end{pmatrix}$.

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ \hline 4 & \\ -3 & \\ 3 & \\ -4 & \\ 2 & \\ \hline -2 & 6 \\ 1 & 0 \\ -2 & 14 \\ 2 & -10 \\ -1 & 8 \end{array}\right), \qquad \left\{ \left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{27}}\right) \begin{pmatrix} -27 \\ 0 \\ -27 \\ 27 \\ -27 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \mathbf{e_1 + e_3 - e_4 + e_5}, \right\}, \quad B_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \mathbf{2+1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ \hline 4 & \\ -3 & \\ 3 & \\ -4 & \\ 2 & \\ \hline \mathbf{-2} & 6 \\ \mathbf{1} & 0 \\ \mathbf{-2} & 14 \\ \mathbf{2} & -10 \\ \mathbf{-1} & 8 \end{array}\right), \qquad \left\{\left(-\frac{1}{27}\right)\begin{pmatrix} -27 \\ 0 \\ -27 \\ 27 \\ -27 \end{pmatrix}\right\},$$

$$\left\{ e_1 + e_3 - e_4 + e_5, \quad \mathbf{-2e_1 + e_2 - 2e_3 + 2e_4 - e_5}, \right\}, \quad B_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 3 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ \hline \mathbf{4} & \\ \mathbf{-3} & \\ \mathbf{3} & \\ \mathbf{-4} & \\ \mathbf{2} & \\ \hline -2 & 6 \\ 1 & 0 \\ -2 & 14 \\ 2 & -10 \\ -1 & 8 \end{array}\right), \qquad \left\{ \left(-\frac{1}{27}\right) \begin{pmatrix} -27 \\ 0 \\ -27 \\ 27 \\ -27 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{array}{c} e_1 + e_3 - e_4 + e_5, \quad -2e_1 + e_2 - 2e_3 + 2e_4 - e_5, \\ \mathbf{4e_1 - 3e_2 + 3e_3 - 4e_4 + 2e_5}, \end{array} \right\}, \quad B_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cc} \mathbf{1} & \\ \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \\ \hline 4 & \\ -3 & \\ 3 & \\ -4 & \\ 2 & \\ \hline -2 & 6 \\ 1 & 0 \\ -2 & 14 \\ 2 & -10 \\ -1 & 8 \end{array}\right), \qquad \left\{ \left(-\frac{1}{27}\right) \begin{pmatrix} -27 \\ 0 \\ -27 \\ 27 \\ -27 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{array}{c} e_1 + e_3 - e_4 + e_5, \quad -2e_1 + e_2 - 2e_3 + 2e_4 - e_5, \\ 4e_1 - 3e_2 + 3e_3 - 4e_4 + 2e_5, \\ \mathbf{e_1}, \end{array} \right\}, \quad B_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ \hline 4 & \\ -3 & \\ 3 & \\ -4 & \\ 2 & \\ \hline -2 & \mathbf{6} \\ 1 & \mathbf{0} \\ -2 & \mathbf{14} \\ 2 & \mathbf{-10} \\ -1 & \mathbf{8} \end{array}\right), \qquad \left\{ \left(-\frac{1}{27}\right) \begin{pmatrix} -27 \\ 0 \\ -27 \\ 27 \\ -27 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{array}{c} e_1 + e_3 - e_4 + e_5, \quad -2e_1 + e_2 - 2e_3 + 2e_4 - e_5, \\ 4e_1 - 3e_2 + 3e_3 - 4e_4 + 2e_5, \\ e_1, \quad \mathbf{6e_1 + 14e_3 - 10e_4 + 8e_5} \end{array} \right\}, \quad B_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Задача 54.

$$\left(\begin{array}{cc} 1 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ \hline 4 & \\ -3 & \\ 3 & \\ -4 & \\ 2 & \\ \hline -2 & 6 \\ 1 & 0 \\ -2 & 14 \\ 2 & -10 \\ -1 & 8 \end{array}\right), \qquad \left\{ \left(-\frac{1}{27}\right) \begin{pmatrix} -27 \\ 0 \\ -27 \\ 27 \\ -27 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{array}{c} e_1 + e_3 - e_4 + e_5, \quad -2e_1 + e_2 - 2e_3 + 2e_4 - e_5, \\ 4e_1 - 3e_2 + 3e_3 - 4e_4 + 2e_5, \\ e_1, \quad 6e_1 + 14e_3 - 10e_4 + 8e_5 \end{array} \right\}, \quad A_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Вернемся к лекции?

Решение задачи 55.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Характеристический полином можно представить в виде:

$$\left| \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = (\lambda + 1)^4 (\lambda - 2)^3.$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. $A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 15 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -24 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -22 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 20 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 9 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 12 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -1 \end{pmatrix}$,

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. $A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 15 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -24 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -22 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 20 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 9 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 12 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -1 \end{pmatrix}$,

$\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^2 = \begin{pmatrix} 66 & -135 & 150 & 324 & 135 & -12 & -378 \\ 60 & -108 & 111 & 288 & 153 & -15 & -243 \\ -51 & 108 & -111 & -270 & -135 & -3 & 270 \\ 9 & -54 & 63 & 90 & 9 & 27 & -216 \\ 12 & 27 & -39 & 0 & 54 & -39 & 189 \\ 18 & -54 & 63 & 108 & 27 & 9 & -189 \\ -21 & 27 & -24 & -90 & -63 & 12 & 27 \end{pmatrix}$,

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. $A_{\mathbf{Б}} + E = \begin{pmatrix} 15 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -24 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -22 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 20 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 9 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 12 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -1 \end{pmatrix}$,

$\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^2 = \begin{pmatrix} 66 & -135 & 150 & 324 & 135 & -12 & -378 \\ 60 & -108 & 111 & 288 & 153 & -15 & -243 \\ -51 & 108 & -111 & -270 & -135 & -3 & 270 \\ 9 & -54 & 63 & 90 & 9 & 27 & -216 \\ 12 & 27 & -39 & 0 & 54 & -39 & 189 \\ 18 & -54 & 63 & 108 & 27 & 9 & -189 \\ -21 & 27 & -24 & -90 & -63 & 12 & 27 \end{pmatrix}$,

Ранг матрицы $\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^3$ равен 3, что совпадает с рангом матрицы $\left(A_{\mathbf{Б}} + E\right)^2$.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Найдем канонический базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению (-1).

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
15 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
10 & -24 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-6 & 24 & -22 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
-2 & -18 & 16 & 20 & 3 & 24 & -67 \\
5 & 15 & -14 & -6 & 9 & -26 & 69 \\
3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 12 & -60 \\
-4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -1 \\
\hline
66 & -135 & 150 & 324 & 135 & -12 & -378 \\
60 & -108 & 111 & 288 & 153 & -15 & -243 \\
-51 & 108 & -111 & -270 & -135 & -3 & 270 \\
9 & -54 & 63 & 90 & 9 & 27 & -216 \\
12 & 27 & -39 & 0 & 54 & -39 & 189 \\
18 & -54 & 63 & 108 & 27 & 9 & -189 \\
-21 & 27 & -24 & -90 & -63 & 12 & 27
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
15 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
10 & -24 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-6 & 24 & -22 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
-2 & -18 & 16 & 20 & 3 & 24 & -67 \\
5 & 15 & -14 & -6 & 9 & -26 & 69 \\
3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 12 & -60 \\
-4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -1 \\
\hline
66 & -135 & 150 & 324 & 135 & -12 & -378 \\
60 & -108 & 111 & 288 & 153 & -15 & -243 \\
-51 & 108 & -111 & -270 & -135 & -3 & 270 \\
9 & -54 & 63 & 90 & 9 & 27 & -216 \\
12 & 27 & -39 & 0 & 54 & -39 & 189 \\
18 & -54 & 63 & 108 & 27 & 9 & -189 \\
-21 & 27 & -24 & -90 & -63 & 12 & 27
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccccc}
-2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & 15 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
4 & 10 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-12 & -6 & -22 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
22 & -2 & 16 & 20 & 3 & 24 & -67 \\
-25 & 5 & -14 & -6 & 9 & -26 & 69 \\
12 & 3 & 18 & 30 & 9 & 12 & -60 \\
5 & -4 & -3 & -16 & -12 & 5 & -1 \\
\hline
3 & 66 & 150 & 324 & 135 & -12 & -378 \\
-12 & 60 & 111 & 288 & 153 & -15 & -243 \\
-6 & -51 & -111 & -270 & -135 & -3 & 270 \\
36 & 9 & 63 & 90 & 9 & 27 & -216 \\
-51 & 12 & -39 & 0 & 54 & -39 & 189 \\
18 & 18 & 63 & 108 & 27 & 9 & -189 \\
15 & -21 & -24 & -90 & -63 & 12 & 27
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & 15 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
4 & 10 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-12 & -6 & -22 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
22 & -2 & 16 & 20 & 3 & 24 & -67 \\
-25 & 5 & -14 & -6 & 9 & -26 & 69 \\
12 & 3 & 18 & 30 & 9 & 12 & -60 \\
5 & -4 & -3 & -16 & -12 & 5 & -1 \\
\hline
3 & 66 & 150 & 324 & 135 & -12 & -378 \\
-12 & 60 & 111 & 288 & 153 & -15 & -243 \\
-6 & -51 & -111 & -270 & -135 & -3 & 270 \\
36 & 9 & 63 & 90 & 9 & 27 & -216 \\
-51 & 12 & -39 & 0 & 54 & -39 & 189 \\
18 & 18 & 63 & 108 & 27 & 9 & -189 \\
15 & -21 & -24 & -90 & -63 & 12 & 27
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & -22 & -50 & -108 & -45 & 4 & 126 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 45 & 100 & 216 & 90 & -8 & -252 \\
-1 & 22 & 50 & 108 & 45 & -4 & -126 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -183 & -409 & -886 & -369 & 43 & 1022 \\
4 & -78 & -177 & -372 & -147 & 21 & 447 \\
-12 & 258 & 578 & 1244 & 513 & -62 & -1447 \\
22 & -486 & -1084 & -2356 & -987 & 112 & 2705 \\
-25 & 555 & 1236 & 2694 & 1134 & -126 & -3081 \\
12 & -261 & -582 & -1266 & -531 & 60 & 1452 \\
5 & -114 & -253 & -556 & -237 & 25 & 629 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 324 & 711 & 1584 & 693 & -63 & -1755 \\
-6 & 81 & 189 & 378 & 135 & -27 & -486 \\
36 & -783 & -1737 & -3798 & -1611 & 171 & 4320 \\
-51 & 1134 & 2511 & 5508 & 2349 & -243 & -6237 \\
18 & -378 & -837 & -1836 & -783 & 81 & 2079 \\
15 & -351 & -774 & -1710 & -738 & 72 & 1917
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 45 & 100 & 216 & 90 & -8 & -252 \\
-1 & 22 & 50 & 108 & 45 & -4 & -126 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -183 & -409 & -886 & -369 & 43 & 1022 \\
4 & -78 & -177 & -372 & -147 & 21 & 447 \\
-12 & 258 & 578 & 1244 & 513 & -62 & -1447 \\
22 & -486 & -1084 & -2356 & -987 & 112 & 2705 \\
-25 & 555 & 1236 & 2694 & 1134 & -126 & -3081 \\
12 & -261 & -582 & -1266 & -531 & 60 & 1452 \\
5 & -114 & -253 & -556 & -237 & 25 & 629 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 324 & 711 & 1584 & 693 & -63 & -1755 \\
-6 & 81 & 189 & 378 & 135 & -27 & -486 \\
36 & -783 & -1737 & -3798 & -1611 & 171 & 4320 \\
-51 & 1134 & 2511 & 5508 & 2349 & -243 & -6237 \\
18 & -378 & -837 & -1836 & -783 & 81 & 2079 \\
15 & -351 & -774 & -1710 & -738 & 72 & 1917
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 8 & 100 & 216 & 90 & 45 & -252 \\
-1 & 4 & 50 & 108 & 45 & 22 & -126 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -43 & -409 & -886 & -369 & -183 & 1022 \\
4 & -21 & -177 & -372 & -147 & -78 & 447 \\
-12 & 62 & 578 & 1244 & 513 & 258 & -1447 \\
22 & -112 & -1084 & -2356 & -987 & -486 & 2705 \\
-25 & 126 & 1236 & 2694 & 1134 & 555 & -3081 \\
12 & -60 & -582 & -1266 & -531 & -261 & 1452 \\
5 & -25 & -253 & -556 & -237 & -114 & 629 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 63 & 711 & 1584 & 693 & 324 & -1755 \\
-6 & 27 & 189 & 378 & 135 & 81 & -486 \\
36 & -171 & -1737 & -3798 & -1611 & -783 & 4320 \\
-51 & 243 & 2511 & 5508 & 2349 & 1134 & -6237 \\
18 & -81 & -837 & -1836 & -783 & -378 & 2079 \\
15 & -72 & -774 & -1710 & -738 & -351 & 1917
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 8 & 100 & 216 & 90 & 45 & -252 \\
-1 & 4 & 50 & 108 & 45 & 22 & -126 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -43 & -409 & -886 & -369 & -183 & 1022 \\
4 & -21 & -177 & -372 & -147 & -78 & 447 \\
-12 & 62 & 578 & 1244 & 513 & 258 & -1447 \\
22 & -112 & -1084 & -2356 & -987 & -486 & 2705 \\
-25 & 126 & 1236 & 2694 & 1134 & 555 & -3081 \\
12 & -60 & -582 & -1266 & -531 & -261 & 1452 \\
5 & -25 & -253 & -556 & -237 & -114 & 629 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 63 & 711 & 1584 & 693 & 324 & -1755 \\
-6 & 27 & 189 & 378 & 135 & 81 & -486 \\
36 & -171 & -1737 & -3798 & -1611 & -783 & 4320 \\
-51 & 243 & 2511 & 5508 & 2349 & 1134 & -6237 \\
18 & -81 & -837 & -1836 & -783 & -378 & 2079 \\
15 & -72 & -774 & -1710 & -738 & -351 & 1917
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -7 & -14 & -5 & -3 & 18 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 8 & 44 & 104 & 50 & 21 & -108 \\
-1 & 4 & 22 & 52 & 25 & 10 & -54 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 7 & 14 & 5 & 3 & -18 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -43 & -108 & -284 & -154 & -54 & 248 \\
4 & -21 & -30 & -78 & -42 & -15 & 69 \\
-12 & 62 & 144 & 376 & 203 & 72 & -331 \\
22 & -112 & -300 & -788 & -427 & -150 & 689 \\
-25 & 126 & 354 & 930 & 504 & 177 & -813 \\
12 & -60 & -162 & -426 & -231 & -81 & 372 \\
5 & -25 & -78 & -206 & -112 & -39 & 179 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 63 & 270 & 702 & 378 & 135 & -621 \\
-6 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
36 & -171 & -540 & -1404 & -756 & -270 & 1242 \\
-51 & 243 & 810 & 2106 & 1134 & 405 & -1863 \\
18 & -81 & -270 & -702 & -378 & -135 & 621 \\
15 & -72 & -270 & -702 & -378 & -135 & 621
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 8 & 44 & 104 & 50 & 21 & -108 \\
-1 & 4 & 22 & 52 & 25 & 10 & -54 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 7 & 14 & 5 & 3 & -18 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -43 & -108 & -284 & -154 & -54 & 248 \\
4 & -21 & -30 & -78 & -42 & -15 & 69 \\
-12 & 62 & 144 & 376 & 203 & 72 & -331 \\
22 & -112 & -300 & -788 & -427 & -150 & 689 \\
-25 & 126 & 354 & 930 & 504 & 177 & -813 \\
12 & -60 & -162 & -426 & -231 & -81 & 372 \\
5 & -25 & -78 & -206 & -112 & -39 & 179 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 63 & 270 & 702 & 378 & 135 & -621 \\
-6 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
36 & -171 & -540 & -1404 & -756 & -270 & 1242 \\
-51 & 243 & 810 & 2106 & 1134 & 405 & -1863 \\
18 & -81 & -270 & -702 & -378 & -135 & 621 \\
15 & -72 & -270 & -702 & -378 & -135 & 621
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 8 & 1 & 44 & 50 & 21 & -108 \\
-1 & 4 & -2 & 22 & 25 & 10 & -54 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 7 & 5 & 3 & -18 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -43 & 14 & -108 & -154 & -54 & 248 \\
4 & -21 & 3 & -30 & -42 & -15 & 69 \\
-12 & 62 & -16 & 144 & 203 & 72 & -331 \\
22 & -112 & 38 & -300 & -427 & -150 & 689 \\
-25 & 126 & -45 & 354 & 504 & 177 & -813 \\
12 & -60 & 21 & -162 & -231 & -81 & 372 \\
5 & -25 & 11 & -78 & -112 & -39 & 179 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 63 & -27 & 270 & 378 & 135 & -621 \\
-6 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
36 & -171 & 54 & -540 & -756 & -270 & 1242 \\
-51 & 243 & -81 & 810 & 1134 & 405 & -1863 \\
18 & -81 & 27 & -270 & -378 & -135 & 621 \\
15 & -72 & 27 & -270 & -378 & -135 & 621
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 8 & 1 & 44 & 50 & 21 & -108 \\
-1 & 4 & -2 & 22 & 25 & 10 & -54 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 7 & 5 & 3 & -18 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -43 & 14 & -108 & -154 & -54 & 248 \\
4 & -21 & 3 & -30 & -42 & -15 & 69 \\
-12 & 62 & -16 & 144 & 203 & 72 & -331 \\
22 & -112 & 38 & -300 & -427 & -150 & 689 \\
-25 & 126 & -45 & 354 & 504 & 177 & -813 \\
12 & -60 & 21 & -162 & -231 & -81 & 372 \\
5 & -25 & 11 & -78 & -112 & -39 & 179 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 63 & -27 & 270 & 378 & 135 & -621 \\
-6 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
36 & -171 & 54 & -540 & -756 & -270 & 1242 \\
-51 & 243 & -81 & 810 & 1134 & 405 & -1863 \\
18 & -81 & 27 & -270 & -378 & -135 & 621 \\
15 & -72 & 27 & -270 & -378 & -135 & 621
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 10 & 14 & 5 & -23 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 8 & 1 & 54 & 64 & 26 & -131 \\
-1 & 4 & -2 & 2 & -3 & 0 & -8 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & -10 & -14 & -5 & 23 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 17 & 19 & 8 & -41 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -43 & 14 & 32 & 42 & 16 & -74 \\
4 & -21 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 62 & -16 & -16 & -21 & -8 & 37 \\
22 & -112 & 38 & 80 & 105 & 40 & -185 \\
-25 & 126 & -45 & -96 & -126 & -48 & 222 \\
12 & -60 & 21 & 48 & 63 & 24 & -111 \\
5 & -25 & 11 & 32 & 42 & 16 & -74 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 63 & -27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-6 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
36 & -171 & 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-51 & 243 & -81 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & -81 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
15 & -72 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
-2 & 8 & 1 & 54 & 64 & 26 & -131 \\
-1 & 4 & -2 & 2 & -3 & 0 & -8 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & -10 & -14 & -5 & 23 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 17 & 19 & 8 & -41 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
9 & -43 & 14 & 32 & 42 & 16 & -74 \\
4 & -21 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 62 & -16 & -16 & -21 & -8 & 37 \\
22 & -112 & 38 & 80 & 105 & 40 & -185 \\
-25 & 126 & -45 & -96 & -126 & -48 & 222 \\
12 & -60 & 21 & 48 & 63 & 24 & -111 \\
5 & -25 & 11 & 32 & 42 & 16 & -74 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-12 & 63 & -27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-6 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
36 & -171 & 54 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-51 & 243 & -81 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & -81 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
15 & -72 & 27 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{rrrr}
54 & 64 & 26 & -131 \\
2 & -3 & 0 & -8 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-10 & -14 & -5 & 23 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
17 & 19 & 8 & -41 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
32 & 42 & 16 & -74 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
-16 & -21 & -8 & 37 \\
80 & 105 & 40 & -185 \\
-96 & -126 & -48 & 222 \\
48 & 63 & 24 & -111 \\
32 & 42 & 16 & -74
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrr}
54 & 64 & 26 & -131 \\
2 & -3 & 0 & -8 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-10 & -14 & -5 & 23 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
17 & 19 & 8 & -41 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
32 & 42 & 16 & -74 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
-16 & -21 & -8 & 37 \\
80 & 105 & 40 & -185 \\
-96 & -126 & -48 & 222 \\
48 & 63 & 24 & -111 \\
32 & 42 & 16 & -74
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrr} 54 & 64 & 26 & -131 \\ 2 & -3 & 0 & -8 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -10 & -14 & -5 & 23 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 17 & 19 & 8 & -41 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 32 & 42 & 16 & -74 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -16 & -21 & -8 & 37 \\ 80 & 105 & 40 & -185 \\ -96 & -126 & -48 & 222 \\ 48 & 63 & 24 & -111 \\ 32 & 42 & 16 & -74 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrr} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrr} 54 & 64 & 26 & -131 \\ 2 & -3 & 0 & -8 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -10 & -14 & -5 & 23 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 17 & 19 & 8 & -41 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 32 & 42 & 16 & -74 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -16 & -21 & -8 & 37 \\ 80 & 105 & 40 & -185 \\ -96 & -126 & -48 & 222 \\ 48 & 63 & 24 & -111 \\ 32 & 42 & 16 & -74 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrr} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{rrrr} -16 & 54 & 26 & -131 \\ -9 & 2 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -10 & -5 & 23 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 17 & 8 & -41 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 32 & 16 & -74 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -16 & -8 & 37 \\ -5 & 80 & 40 & -185 \\ 6 & -96 & -48 & 222 \\ -3 & 48 & 24 & -111 \\ -2 & 32 & 16 & -74 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrr}
-16 & 54 & 26 & -131 \\
-9 & 2 & 0 & -8 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
-2 & -10 & -5 & 23 \\
3 & 0 & 0 & 0 \\
-7 & 17 & 8 & -41 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-2 & 32 & 16 & -74 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -16 & -8 & 37 \\
-5 & 80 & 40 & -185 \\
6 & -96 & -48 & 222 \\
-3 & 48 & 24 & -111 \\
-2 & 32 & 16 & -74
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrr} -16 & 54 & 26 & -131 \\ -9 & 2 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -10 & -5 & 23 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 17 & 8 & -41 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 32 & 16 & -74 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -16 & -8 & 37 \\ -5 & 80 & 40 & -185 \\ 6 & -96 & -48 & 222 \\ -3 & 48 & 24 & -111 \\ -2 & 32 & 16 & -74 \end{array}\right) \left(\begin{array}{rrrr} 1 & 16 & 8 & -37 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc} -16 & 54 & 26 & -131 \\ -9 & 2 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -10 & -5 & 23 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 17 & 8 & -41 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 32 & 16 & -74 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -16 & -8 & 37 \\ -5 & 80 & 40 & -185 \\ 6 & -96 & -48 & 222 \\ -3 & 48 & 24 & -111 \\ -2 & 32 & 16 & -74 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cccc} 1 & 16 & 8 & -37 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cccc} -16 & -202 & -102 & 461 \\ -9 & -142 & -72 & 325 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -42 & -21 & 97 \\ 3 & 48 & 24 & -111 \\ -7 & -95 & -48 & 218 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & -202 & -102 & 461 \\
-9 & -142 & -72 & 325 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
-2 & -42 & -21 & 97 \\
3 & 48 & 24 & -111 \\
-7 & -95 & -48 & 218 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & 0 & 0 \\
-3 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & -202 & -102 & 461 \\
-9 & -142 & -72 & 325 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
-2 & -42 & -21 & 97 \\
3 & 48 & 24 & -111 \\
-7 & -95 & -48 & 218 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
-2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 0 & 0 & 0 \\
6 & 0 & 0 & 0 \\
-3 & 0 & 0 & 0 \\
-2 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & -202 & -102 & 461 \\
0 & -142 & -72 & 325 \\
1 & 1 & 0 & 0 \\
-5 & -42 & -21 & 97 \\
6 & 48 & 24 & -111 \\
-3 & -95 & -48 & 218 \\
-2 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & -202 & -102 & 461 \\
0 & -142 & -72 & 325 \\
1 & 1 & 0 & 0 \\
-5 & -42 & -21 & 97 \\
6 & 48 & 24 & -111 \\
-3 & -95 & -48 & 218 \\
-2 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & -202 & -102 & 461 \\
0 & -142 & -72 & 325 \\
1 & 1 & 0 & 0 \\
-5 & -42 & -21 & 97 \\
6 & 48 & 24 & -111 \\
-3 & -95 & -48 & 218 \\
-2 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & -202 & -102 & 461 \\
0 & -142 & -72 & 325 \\
1 & 1 & 0 & 0 \\
-5 & -42 & -21 & 97 \\
6 & 48 & 24 & -111 \\
-3 & -95 & -48 & 218 \\
-2 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & -200 & -102 & 461 \\
0 & -142 & -72 & 325 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & -37 & -21 & 97 \\
6 & 42 & 24 & -111 \\
-3 & -92 & -48 & 218 \\
-2 & 2 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & -200 & -102 & 461 \\
0 & -142 & -72 & 325 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & -37 & -21 & 97 \\
6 & 42 & 24 & -111 \\
-3 & -92 & -48 & 218 \\
-2 & 2 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & -200 & -102 & 461 \\
0 & -142 & -72 & 325 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & -37 & -21 & 97 \\
6 & 42 & 24 & -111 \\
-3 & -92 & -48 & 218 \\
-2 & 2 & 0 & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -2
\end{array}\right) =$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & -200 & -102 & 461 \\
0 & -142 & -72 & 325 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & -37 & -21 & 97 \\
6 & 42 & 24 & -111 \\
-3 & -92 & -48 & 218 \\
-2 & 2 & 0 & 1
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -2
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 & -1122 \\
0 & 325 & -72 & -792 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 & -231 \\
6 & -111 & 24 & 264 \\
-3 & 218 & -48 & -528 \\
-2 & 1 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 & -1122 \\
0 & 325 & -72 & -792 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 & -231 \\
6 & -111 & 24 & 264 \\
-3 & 218 & -48 & -528 \\
-2 & 1 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 & -1122 \\
0 & 325 & -72 & -792 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 & -231 \\
6 & -111 & 24 & 264 \\
-3 & 218 & -48 & -528 \\
-2 & 1 & 0 & 0
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -11 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 & -1122 \\
0 & 325 & -72 & -792 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 & -231 \\
6 & -111 & 24 & 264 \\
-3 & 218 & -48 & -528 \\
-2 & 1 & 0 & 0
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -11 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right) =
\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 & 0 \\
0 & 325 & -72 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 & 0 \\
6 & -111 & 24 & 0 \\
-3 & 218 & -48 & 0 \\
-2 & 1 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc}
-16 & & & \\
-9 & & & \\
0 & & & \\
-2 & & & \\
3 & & & \\
-7 & & & \\
0 & & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 & 0 \\
0 & 325 & -72 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 & 0 \\
6 & -111 & 24 & 0 \\
-3 & 218 & -48 & 0 \\
-2 & 1 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -16 & & & & \\ -9 & & & & \\ 0 & & & & \\ -2 & & & & \\ 3 & & & & \\ -7 & & & & \\ 0 & & & & \\ \hline -2 & 461 & -102 & 0 & \\ 0 & 325 & -72 & 0 & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \\ -5 & 97 & -21 & 0 & \\ 6 & -111 & 24 & 0 & \\ -3 & 218 & -48 & 0 & \\ -2 & 1 & 0 & 0 & \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{cccc|c} -16 & & & & \\ -9 & & & & \\ 0 & & & & \\ -2 & & & & \\ 3 & & & & \\ -7 & & & & \\ 0 & & & & \\ \hline -2 & 461 & -102 & & \\ 0 & 325 & -72 & & \\ 1 & 0 & 0 & & \\ -5 & 97 & -21 & & \\ 6 & -111 & 24 & & \\ -3 & 218 & -48 & & \\ -2 & 1 & 0 & & \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc}
-16 & & \\
-9 & & \\
0 & & \\
-2 & & \\
3 & & \\
-7 & & \\
0 & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 \\
0 & 325 & -72 \\
1 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 \\
6 & -111 & 24 \\
-3 & 218 & -48 \\
-2 & 1 & 0
\end{array}\right)$$

Мы нашли канонический базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению (-1):

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc}
-16 & & \\
-9 & & \\
0 & & \\
-2 & & \\
3 & & \\
-7 & & \\
0 & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 \\
0 & 325 & -72 \\
1 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 \\
6 & -111 & 24 \\
-3 & 218 & -48 \\
-2 & 1 & 0
\end{array}\right)$$

Мы нашли векторы канонического базиса **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению (-1):

$$-2e_1 + e_3 - 5e_4 + 6e_5 - 3e_6 - 2e_7,$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc}
-16 & & \\
-9 & & \\
0 & & \\
-2 & & \\
3 & & \\
-7 & & \\
0 & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 \\
0 & 325 & -72 \\
1 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 \\
6 & -111 & 24 \\
-3 & 218 & -48 \\
-2 & 1 & 0
\end{array}\right)$$

Мы нашли векторы канонического базиса **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению (-1):

$$-2e_1 + e_3 - 5e_4 + 6e_5 - 3e_6 - 2e_7,$$
$$-16e_1 - 9e_2 - 2e_4 + 3e_5 - 7e_6,$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc}
-16 & & \\
-9 & & \\
0 & & \\
-2 & & \\
3 & & \\
-7 & & \\
0 & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 \\
0 & 325 & -72 \\
1 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 \\
6 & -111 & 24 \\
-3 & 218 & -48 \\
-2 & 1 & 0
\end{array}\right)$$

Мы нашли векторы канонического базиса **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению (-1):

$$-2e_1 + e_3 - 5e_4 + 6e_5 - 3e_6 - 2e_7,$$
$$-16e_1 - 9e_2 - 2e_4 + 3e_5 - 7e_6,$$
$$461e_1 + 325e_2 + 97e_4 - 111e_5 + 218e_6 + e_7,$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc}
-16 & & \\
-9 & & \\
0 & & \\
-2 & & \\
3 & & \\
-7 & & \\
0 & & \\
\hline
-2 & 461 & -102 \\
0 & 325 & -72 \\
1 & 0 & 0 \\
-5 & 97 & -21 \\
6 & -111 & 24 \\
-3 & 218 & -48 \\
-2 & 1 & 0
\end{array}\right)$$

Мы нашли векторы канонического базиса **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению (-1):

$$-2e_1 + e_3 - 5e_4 + 6e_5 - 3e_6 - 2e_7,$$
$$-16e_1 - 9e_2 - 2e_4 + 3e_5 - 7e_6,$$
$$461e_1 + 325e_2 + 97e_4 - 111e_5 + 218e_6 + e_7,$$
$$-102e_1 - 72e_2 - 21e_4 + 24e_5 - 48e_6.$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Найдем канонический базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению 2.

Задача 55.

Имеем $A_{\mathbf{Б}} - 2E = \begin{pmatrix} 12 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -27 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \end{pmatrix}$,

Задача 55.

Имеем $A_{\mathbf{Б}} - 2E = \begin{pmatrix} 12 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -27 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \end{pmatrix}$, $\operatorname{Rg}\left(A_{\mathbf{Б}} - 2E\right) = 5$,

$\left(A_{\mathbf{Б}} - 2E\right)^2 = \begin{pmatrix} -15 & 99 & -96 & -192 & -81 & -54 & 294 \\ 0 & 45 & -27 & -72 & -45 & -45 & 99 \\ -15 & -36 & 30 & 42 & 27 & 81 & -120 \\ 21 & 54 & -33 & -21 & -9 & -117 & 186 \\ -18 & -63 & 45 & 36 & 9 & 117 & -225 \\ 0 & 54 & -45 & -72 & -27 & -54 & 171 \\ 3 & 9 & -6 & 6 & 9 & -18 & 42 \end{pmatrix}$,

Задача 55.

Имеем $A_{\mathbf{Б}} - 2E = \begin{pmatrix} 12 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -27 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \end{pmatrix}$, $\operatorname{Rg}\left(A_{\mathbf{Б}} - 2E\right) = 5$,

$\left(A_{\mathbf{Б}} - 2E\right)^2 = \begin{pmatrix} -15 & 99 & -96 & -192 & -81 & -54 & 294 \\ 0 & 45 & -27 & -72 & -45 & -45 & 99 \\ -15 & -36 & 30 & 42 & 27 & 81 & -120 \\ 21 & 54 & -33 & -21 & -9 & -117 & 186 \\ -18 & -63 & 45 & 36 & 9 & 117 & -225 \\ 0 & 54 & -45 & -72 & -27 & -54 & 171 \\ 3 & 9 & -6 & 6 & 9 & -18 & 42 \end{pmatrix}$, $\operatorname{Rg}\left(A_{\mathbf{Б}} - 2E\right)^2 = 4$,

$\operatorname{Rg}\left(A_{\mathbf{Б}} - 2E\right)^3 = 4$.

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
12 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
10 & -27 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-6 & 24 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
-2 & -18 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\
5 & 15 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\
3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
-4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
-15 & 99 & -96 & -192 & -81 & -54 & 294 \\
0 & 45 & -27 & -72 & -45 & -45 & 99 \\
-15 & -36 & 30 & 42 & 27 & 81 & -120 \\
21 & 54 & -33 & -21 & -9 & -117 & 186 \\
-18 & -63 & 45 & 36 & 9 & 117 & -225 \\
0 & 54 & -45 & -72 & -27 & -54 & 171 \\
3 & 9 & -6 & 6 & 9 & -18 & 42
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
12 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
10 & -27 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-6 & 24 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
-2 & -18 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\
5 & 15 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\
3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
-4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
-15 & 99 & -96 & -192 & -81 & -54 & 294 \\
0 & 45 & -27 & -72 & -45 & -45 & 99 \\
-15 & -36 & 30 & 42 & 27 & 81 & -120 \\
21 & 54 & -33 & -21 & -9 & -117 & 186 \\
-18 & -63 & 45 & 36 & 9 & 117 & -225 \\
0 & 54 & -45 & -72 & -27 & -54 & 171 \\
3 & 9 & -6 & 6 & 9 & -18 & 42
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccccc}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
12 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
10 & -27 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-6 & 24 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
-2 & -18 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\
5 & 15 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\
3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
-4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
-15 & 99 & -96 & -192 & -81 & -54 & 294 \\
0 & 45 & -27 & -72 & -45 & -45 & 99 \\
-15 & -36 & 30 & 42 & 27 & 81 & -120 \\
21 & 54 & -33 & -21 & -9 & -117 & 186 \\
-18 & -63 & 45 & 36 & 9 & 117 & -225 \\
0 & 54 & -45 & -72 & -27 & -54 & 171 \\
3 & 9 & -6 & 6 & 9 & -18 & 42
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & 12 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
-4 & 10 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-1 & -6 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
-2 & -2 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\
1 & 5 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\
0 & 3 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & -4 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & -15 & -96 & -192 & -81 & -54 & 294 \\
18 & 0 & -27 & -72 & -45 & -45 & 99 \\
-6 & -15 & 30 & 42 & 27 & 81 & -120 \\
21 & 21 & -33 & -21 & -9 & -117 & 186 \\
-18 & -18 & 45 & 36 & 9 & 117 & -225 \\
9 & 0 & -45 & -72 & -27 & -54 & 171 \\
3 & 3 & -6 & 6 & 9 & -18 & 42
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & 12 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
-4 & 10 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-1 & -6 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
-2 & -2 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\
1 & 5 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\
0 & 3 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & -4 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & -15 & -96 & -192 & -81 & -54 & 294 \\
18 & 0 & -27 & -72 & -45 & -45 & 99 \\
-6 & -15 & 30 & 42 & 27 & 81 & -120 \\
21 & 21 & -33 & -21 & -9 & -117 & 186 \\
-18 & -18 & 45 & 36 & 9 & 117 & -225 \\
9 & 0 & -45 & -72 & -27 & -54 & 171 \\
3 & 3 & -6 & 6 & 9 & -18 & 42
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 5 & 32 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & 12 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\
-4 & 10 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\
-1 & -6 & -25 & -52 & -27 & -14 & 65 \\
-2 & -2 & 16 & 17 & 3 & 24 & -67 \\
1 & 5 & -14 & -6 & 6 & -26 & 69 \\
0 & 3 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & -4 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & -15 & -96 & -192 & -81 & -54 & 294 \\
18 & 0 & -27 & -72 & -45 & -45 & 99 \\
-6 & -15 & 30 & 42 & 27 & 81 & -120 \\
21 & 21 & -33 & -21 & -9 & -117 & 186 \\
-18 & -18 & 45 & 36 & 9 & 117 & -225 \\
9 & 0 & -45 & -72 & -27 & -54 & 171 \\
3 & 3 & -6 & 6 & 9 & -18 & 42
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 5 & 32 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
1 & 5 & 33 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & 22 & 105 & 214 & 90 & 43 & -308 \\
-4 & -10 & -105 & -196 & -75 & -67 & 335 \\
-1 & -11 & -57 & -116 & -54 & -32 & 163 \\
-2 & -12 & -48 & -111 & -51 & -12 & 129 \\
1 & 10 & 18 & 58 & 33 & -8 & -29 \\
0 & 3 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & -4 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 90 & 549 & 1080 & 441 & 279 & -1665 \\
-6 & -45 & -162 & -342 & -135 & -27 & 468 \\
21 & 126 & 639 & 1323 & 558 & 261 & -1872 \\
-18 & -108 & -531 & -1116 & -477 & -207 & 1539 \\
9 & 45 & 243 & 504 & 216 & 108 & -711 \\
3 & 18 & 90 & 198 & 90 & 36 & -252
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 5 & 32 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
1 & 5 & 33 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & 22 & 105 & 214 & 90 & 43 & -308 \\
-4 & -10 & -105 & -196 & -75 & -67 & 335 \\
-1 & -11 & -57 & -116 & -54 & -32 & 163 \\
-2 & -12 & -48 & -111 & -51 & -12 & 129 \\
1 & 10 & 18 & 58 & 33 & -8 & -29 \\
0 & 3 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & -4 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 90 & 549 & 1080 & 441 & 279 & -1665 \\
-6 & -45 & -162 & -342 & -135 & -27 & 468 \\
21 & 126 & 639 & 1323 & 558 & 261 & -1872 \\
-18 & -108 & -531 & -1116 & -477 & -207 & 1539 \\
9 & 45 & 243 & 504 & 216 & 108 & -711 \\
3 & 18 & 90 & 198 & 90 & 36 & -252
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 5 & 32 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
1 & 5 & 33 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & 22 & 105 & 214 & 90 & 43 & -308 \\
-4 & -10 & -105 & -196 & -75 & -67 & 335 \\
-1 & -11 & -57 & -116 & -54 & -32 & 163 \\
-2 & -12 & -48 & -111 & -51 & -12 & 129 \\
1 & 10 & 18 & 58 & 33 & -8 & -29 \\
0 & 3 & 18 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & -4 & -3 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 90 & 549 & 1080 & 441 & 279 & -1665 \\
-6 & -45 & -162 & -342 & -135 & -27 & 468 \\
21 & 126 & 639 & 1323 & 558 & 261 & -1872 \\
-18 & -108 & -531 & -1116 & -477 & -207 & 1539 \\
9 & 45 & 243 & 504 & 216 & 108 & -711 \\
3 & 18 & 90 & 198 & 90 & 36 & -252
\end{array}\right)
\mapsto
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 4 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
1 & 3 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & -19 & 22 & 214 & 90 & 43 & -308 \\
-4 & -29 & -10 & -196 & -75 & -67 & 335 \\
-1 & -7 & -11 & -116 & -54 & -32 & 163 \\
-2 & 24 & -12 & -111 & -51 & -12 & 129 \\
1 & -34 & 10 & 58 & 33 & -8 & -29 \\
0 & 0 & 3 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & 13 & -4 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 9 & 90 & 1080 & 441 & 279 & -1665 \\
-6 & 108 & -45 & -342 & -135 & -27 & 468 \\
21 & -117 & 126 & 1323 & 558 & 261 & -1872 \\
-18 & 117 & -108 & -1116 & -477 & -207 & 1539 \\
9 & -27 & 45 & 504 & 216 & 108 & -711 \\
3 & -18 & 18 & 198 & 90 & 36 & -252
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccccccc}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 4 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
1 & 3 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & -19 & 22 & 214 & 90 & 43 & -308 \\
-4 & -29 & -10 & -196 & -75 & -67 & 335 \\
-1 & -7 & -11 & -116 & -54 & -32 & 163 \\
-2 & 24 & -12 & -111 & -51 & -12 & 129 \\
1 & -34 & 10 & 58 & 33 & -8 & -29 \\
0 & 0 & 3 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & 13 & -4 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 9 & 90 & 1080 & 441 & 279 & -1665 \\
-6 & 108 & -45 & -342 & -135 & -27 & 468 \\
21 & -117 & 126 & 1323 & 558 & 261 & -1872 \\
-18 & 117 & -108 & -1116 & -477 & -207 & 1539 \\
9 & -27 & 45 & 504 & 216 & 108 & -711 \\
3 & -18 & 18 & 198 & 90 & 36 & -252
\end{array}\right)
\left(\begin{array}{ccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -10 & -120 & -49 & -31 & 185 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 4 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
1 & 3 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & -19 & 22 & 214 & 90 & 43 & -308 \\
-4 & -29 & -10 & -196 & -75 & -67 & 335 \\
-1 & -7 & -11 & -116 & -54 & -32 & 163 \\
-2 & 24 & -12 & -111 & -51 & -12 & 129 \\
1 & -34 & 10 & 58 & 33 & -8 & -29 \\
0 & 0 & 3 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & 13 & -4 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 9 & 90 & 1080 & 441 & 279 & -1665 \\
-6 & 108 & -45 & -342 & -135 & -27 & 468 \\
21 & -117 & 126 & 1323 & 558 & 261 & -1872 \\
-18 & 117 & -108 & -1116 & -477 & -207 & 1539 \\
9 & -27 & 45 & 504 & 216 & 108 & -711 \\
3 & -18 & 18 & 198 & 90 & 36 & -252
\end{array}\right)
\mapsto
\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 4 & -35 & -416 & -169 & -106 & 642 \\
1 & 3 & -25 & -296 & -120 & -75 & 457 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & -20 & -240 & -98 & -61 & 370 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & -19 & 212 & 2494 & 1021 & 632 & -3823 \\
-4 & -29 & 280 & 3284 & 1346 & 832 & -5030 \\
-1 & -7 & 59 & 724 & 289 & 185 & -1132 \\
-2 & 24 & -252 & -2991 & -1227 & -756 & 4569 \\
1 & -34 & 350 & 4138 & 1699 & 1046 & -6319 \\
0 & 0 & 3 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & 13 & -134 & -1576 & -649 & -398 & 2401 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-6 & 108 & -1125 & -13302 & -5427 & -3375 & 20448 \\
21 & -117 & 1296 & 15363 & 6291 & 3888 & -23517 \\
-18 & 117 & -1278 & -15156 & -6210 & -3834 & 23184 \\
9 & -27 & 315 & 3744 & 1539 & 945 & -5706 \\
3 & -18 & 198 & 2358 & 972 & 594 & -3582
\end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 4 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
1 & 3 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & -19 & 22 & 214 & 90 & 43 & -308 \\
-4 & -29 & -10 & -196 & -75 & -67 & 335 \\
-1 & -7 & -11 & -116 & -54 & -32 & 163 \\
-2 & 24 & -12 & -111 & -51 & -12 & 129 \\
1 & -34 & 10 & 58 & 33 & -8 & -29 \\
0 & 0 & 3 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & 13 & -4 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 9 & 90 & 1080 & 441 & 279 & -1665 \\
-6 & 108 & -45 & -342 & -135 & -27 & 468 \\
21 & -117 & 126 & 1323 & 558 & 261 & -1872 \\
-18 & 117 & -108 & -1116 & -477 & -207 & 1539 \\
9 & -27 & 45 & 504 & 216 & 108 & -711 \\
3 & -18 & 18 & 198 & 90 & 36 & -252
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 4 & -35 & -416 & -169 & -106 & 642 \\
1 & 3 & -25 & -296 & -120 & -75 & 457 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & -20 & -240 & -98 & -61 & 370 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & -19 & 212 & 2494 & 1021 & 632 & -3823 \\
-4 & -29 & 280 & 3284 & 1346 & 832 & -5030 \\
-1 & -7 & 59 & 724 & 289 & 185 & -1132 \\
-2 & 24 & -252 & -2991 & -1227 & -756 & 4569 \\
1 & -34 & 350 & 4138 & 1699 & 1046 & -6319 \\
0 & 0 & 3 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & 13 & -134 & -1576 & -649 & -398 & 2401 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-6 & 108 & -1125 & -13302 & -5427 & -3375 & 20448 \\
21 & -117 & 1296 & 15363 & 6291 & 3888 & -23517 \\
-18 & 117 & -1278 & -15156 & -6210 & -3834 & 23184 \\
9 & -27 & 315 & 3744 & 1539 & 945 & -5706 \\
3 & -18 & 198 & 2358 & 972 & 594 & -3582
\end{array}\right)$$

УЖАС!!!

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 4 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
1 & 3 & 5 & 64 & 27 & 18 & -98 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & -19 & 22 & 214 & 90 & 43 & -308 \\
-4 & -29 & -10 & -196 & -75 & -67 & 335 \\
-1 & -7 & -11 & -116 & -54 & -32 & 163 \\
-2 & 24 & -12 & -111 & -51 & -12 & 129 \\
1 & -34 & 10 & 58 & 33 & -8 & -29 \\
0 & 0 & 3 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & 13 & -4 & -16 & -12 & 5 & -4 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 9 & 90 & 1080 & 441 & 279 & -1665 \\
-6 & 108 & -45 & -342 & -135 & -27 & 468 \\
21 & -117 & 126 & 1323 & 558 & 261 & -1872 \\
-18 & 117 & -108 & -1116 & -477 & -207 & 1539 \\
9 & -27 & 45 & 504 & 216 & 108 & -711 \\
3 & -18 & 18 & 198 & 90 & 36 & -252
\end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{rrrrrrr}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 4 & -35 & -416 & -169 & -106 & 642 \\
1 & 3 & -25 & -296 & -120 & -75 & 457 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 2 & -20 & -240 & -98 & -61 & 370 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hline
2 & -19 & 212 & 2494 & 1021 & 632 & -3823 \\
-4 & -29 & 280 & 3284 & 1346 & 832 & -5030 \\
-1 & -7 & 59 & 724 & 289 & 185 & -1132 \\
-2 & 24 & -252 & -2991 & -1227 & -756 & 4569 \\
1 & -34 & 350 & 4138 & 1699 & 1046 & -6319 \\
0 & 0 & 3 & 30 & 9 & 9 & -60 \\
0 & 13 & -134 & -1576 & -649 & -398 & 2401 \\
\hline
3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
18 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-6 & 108 & -1125 & -13302 & -5427 & -3375 & 20448 \\
21 & -117 & 1296 & 15363 & 6291 & 3888 & -23517 \\
-18 & 117 & -1278 & -15156 & -6210 & -3834 & 23184 \\
9 & -27 & 315 & 3744 & 1539 & 945 & -5706 \\
3 & -18 & 198 & 2358 & 972 & 594 & -3582
\end{array}\right)$$

Попробуем иначе...

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Найдем канонический базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению 2: вторая попытка.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Найдем канонический базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению 2: вторая попытка.

Мы знаем базис **образа пространства относительно действия оператора** $(A+E)^2$: $\mathbf{B} = \{v_1,\ v_2,\ v_3\}$, где

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Найдем канонический базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению 2: вторая попытка.

Мы знаем базис **образа пространства относительно действия оператора** $(A+E)^2$: $\mathbf{B} = \{v_1,\ v_2,\ v_3\}$, где

$$[v_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \\ -6 \\ 36 \\ -51 \\ 18 \\ 15 \end{pmatrix}, \quad [v_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 63 \\ 27 \\ -171 \\ 243 \\ -81 \\ -72 \end{pmatrix}, \quad [v_3]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -27 \\ 0 \\ 54 \\ -81 \\ 27 \\ 27 \end{pmatrix}.$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Найдем канонический базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению 2: вторая попытка.

Мы знаем базис **образа пространства относительно действия оператора** $(A+E)^2$: $\mathbf{B} = \{v_1,\ v_2,\ v_3\}$, где

$[v_1]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \\ -6 \\ 36 \\ -51 \\ 18 \\ 15 \end{pmatrix}$, $[v_2]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 63 \\ 27 \\ -171 \\ 243 \\ -81 \\ -72 \end{pmatrix}$, $[v_3]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -27 \\ 0 \\ 54 \\ -81 \\ 27 \\ 27 \end{pmatrix}$. Найдем матрицу ограничения оператора $(\hat{A}+\hat{E})$ на подпространство с базисом $\mathbf{B} = \{v_1,\ v_2,\ v_3\}$.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. В силу **теоремы о координатах образа вектора** с помощью **умножения матриц на макроуровне** получаем

$$\left(\left[\hat{A}v_1\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{A}v_2\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{A}v_3\right]_{\mathbf{Б}}\right) = A_{\mathbf{Б}} \left([v_1]_{\mathbf{Б}} [v_2]_{\mathbf{Б}} [v_3]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. В силу **теоремы о координатах образа вектора** с помощью **умножения матриц на макроуровне** получаем

$$\left(\left[\hat{A}v_1\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{A}v_2\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{A}v_3\right]_{\mathbf{Б}}\right) = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -12 & 63 & -27 \\ -6 & 27 & 0 \\ 36 & -171 & 54 \\ -51 & 243 & -81 \\ 18 & -81 & 27 \\ 15 & -72 & 27 \end{pmatrix} =$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. В силу **теоремы о координатах образа вектора** с помощью **умножения матриц на макроуровне** получаем

$$\left(\left[\hat{A}v_1\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{A}v_2\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{A}v_3\right]_{\mathbf{Б}}\right) = \begin{pmatrix} -27 & 189 & -54 \\ -108 & 567 & -189 \\ 54 & -297 & 108 \\ 108 & -513 & 162 \\ -189 & 918 & -297 \\ 54 & -243 & 81 \\ 81 & -405 & 135 \end{pmatrix}.$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. С помощью **теоремы о координатах образа вектора** для матрицы $(A' + E)$ ограничения оператора $(\hat{A} + \hat{E})$ на подпространство с базисом $\mathbf{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$, используя **умножения матриц на макроуровне**, получаем:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -12 & 63 & -27 \\ -6 & 27 & 0 \\ 36 & -171 & 54 \\ -51 & 243 & -81 \\ 18 & -81 & 27 \\ 15 & -72 & 27 \end{pmatrix} (A' + E) = \begin{pmatrix} -27 & 189 & -54 \\ -108 & 567 & -189 \\ 54 & -297 & 108 \\ 108 & -513 & 162 \\ -189 & 918 & -297 \\ 54 & -243 & 81 \\ 81 & -405 & 135 \end{pmatrix}.$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. С помощью **теоремы о координатах образа вектора** для матрицы $(A' + E)$ ограничения оператора $(\hat{A} + \hat{E})$ на подпространство с базисом $\mathbf{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$, используя **умножения матриц на макроуровне**, получаем:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -12 & 63 & -27 \\ -6 & 27 & 0 \\ 36 & -171 & 54 \\ -51 & 243 & -81 \\ 18 & -81 & 27 \\ 15 & -72 & 27 \end{pmatrix} (A' + E) = \begin{pmatrix} -27 & 189 & -54 \\ -108 & 567 & -189 \\ 54 & -297 & 108 \\ 108 & -513 & 162 \\ -189 & 918 & -297 \\ 54 & -243 & 81 \\ 81 & -405 & 135 \end{pmatrix}.$$

Решая это уравнение, например, методом Гаусса, имеем

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Решая уравнение, например, методом Гаусса, имеем $A' + E = \begin{pmatrix} -9 & 63 & -18 \\ 0 & 3 & 0 \\ 8 & -42 & 15 \end{pmatrix}$.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Решая уравнение, например, методом Гаусса, имеем $A' + E = \begin{pmatrix} -9 & 63 & -18 \\ 0 & 3 & 0 \\ 8 & -42 & 15 \end{pmatrix}$.

Осталось найти канонический базис. Имеем

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Решая уравнение, например, методом Гаусса, имеем $A' + E = \begin{pmatrix} -9 & 63 & -18 \\ 0 & 3 & 0 \\ 8 & -42 & 15 \end{pmatrix}$.

Осталось найти канонический базис. Имеем

$(A' - 2E) = \begin{pmatrix} -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{pmatrix}$, $(A' - 2E)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 21 & 30 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 21 & 30 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 21 & 30 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 21 & 30 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & -7 & -10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) =$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 21 & 30 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & -7 & -10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 14 & 21 \end{array}\right)$$

Задача 55.

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline -12 & 63 & -18 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & -42 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & -12 & -18 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & 12 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & 21 & 30 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 21 & 30 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{ccc} 1 & -7 & -10 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 6 \\ -2 & 14 & 21 \end{array}\right) \mapsto \left(\begin{array}{ccc} 5 & & \\ 1 & & \\ 0 & & \\ \hline 3 & 0 & \\ 0 & 4 & \\ -2 & 14 & \end{array}\right)$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Полученный результат $\left(\begin{array}{cc} 5 & \\ 1 & \\ 0 & \\ \hline 3 & 0 \\ 0 & 4 \\ -2 & 14 \end{array}\right)$ показывает, что матрица ограничения оператора $\left(\hat{A} - 2\hat{E}\right)$ на корневое подпространство оператора $\hat{A}$, отвечающее собственному значению 2, в базисе $\{3v_1 + (-2)v_3,$

имеет матрицу $\begin{pmatrix} 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Полученный результат $\left(\begin{array}{cc} 5 & \\ 1 & \\ 0 & \\ \hline 3 & 0 \\ 0 & 4 \\ -2 & 14 \end{array}\right)$ показывает, что матрица ограничения оператора $\left(\hat{A} - 2\hat{E}\right)$ на корневое подпространство оператора $\hat{A}$, отвечающее собственному значению 2, в базисе $\{3v_1 - 2v_3,\ 5v_1 + 1v_2,$

имеет матрицу $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Полученный результат $\left(\begin{array}{c} 5 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 3 \quad 0 \\ 0 \quad 4 \\ -2 \quad 14 \end{array}\right)$ показывает, что матрица ограничения оператора $\left(\hat{A} - 2\hat{E}\right)$ на корневое подпространство оператора $\hat{A}$, отвечающее собственному значению 2, в базисе $\{3v_1 - 2v_3,\ 5v_1 + v_2,\ 4v_2 + 14v_3\}$ имеет матрицу $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Найдем координаты векторов $\{3v_1 - 2v_3,\ 5v_1 + v_2,\ 4v_2 + 14v_3\}$ в исходном базисе $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2,\ e_3,\ e_4,\ e_5,\ e_6,\ e_7\}$, используя **координаты векторов** $v_1,\ v_2,\ v_3$ (последний «слой» матрицы) и **умножение матриц «на макроуровне»**:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -12 & 63 & -27 \\ -6 & 27 & 0 \\ 36 & -171 & 54 \\ -51 & 243 & -81 \\ 18 & -81 & 27 \\ 15 & -72 & 27 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 14 \end{pmatrix} =$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Найдем координаты векторов $\{3v_1 - 2v_3,\ 5v_1 + v_2,\ 4v_2 + 14v_3\}$ в исходном базисе $\mathbf{Б} = \{e_1,\ e_2,\ e_3,\ e_4,\ e_5,\ e_6,\ e_7\}$, используя **координаты векторов** $v_1,\ v_2,\ v_3$ (последний «слой» матрицы) и **умножение матриц «на макроуровне»**:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -12 & 63 & -27 \\ -6 & 27 & 0 \\ 36 & -171 & 54 \\ -51 & 243 & -81 \\ 18 & -81 & 27 \\ 15 & -72 & 27 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 15 & 0 \\ 18 & 3 & -126 \\ -18 & -3 & 108 \\ 0 & 9 & 72 \\ 9 & -12 & -162 \\ 0 & 9 & 54 \\ -9 & 3 & 90 \end{pmatrix}.$$

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. Следовательно, переход в канонический базис **Б'** можно осуществить с помощью матрицы перехода

$$T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б'}} = \begin{pmatrix} -2 & -16 & 461 & -102 & 9 & 15 & 0 \\ 0 & -9 & 325 & -72 & 18 & 3 & -126 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -18 & -3 & 108 \\ -5 & -2 & 97 & -21 & 0 & 9 & 72 \\ 6 & 3 & -111 & 24 & 9 & -12 & -162 \\ -3 & -7 & 218 & -48 & 0 & 9 & 54 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & -9 & 3 & 90 \end{pmatrix},$$

(базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению (-1), **был найден ранее**).

Задача 55. Рассмотрим линейный оператор $\hat{A}$, имеющий в базисе $\mathbf{Б} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4, \mathbf{e}_5, \mathbf{e}_6, \mathbf{e}_7\}$ матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 14 & -39 & 41 & 86 & 36 & 7 & -112 \\ 10 & -25 & 23 & 60 & 33 & 5 & -57 \\ -6 & 24 & -23 & -52 & -27 & -14 & 65 \\ -2 & -18 & 16 & 19 & 3 & 24 & -67 \\ 5 & 15 & -14 & -6 & 8 & -26 & 69 \\ 3 & -18 & 18 & 30 & 9 & 11 & -60 \\ -4 & 3 & -3 & -16 & -12 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти **нормальную жорданову форму** этого оператора и **канонический базис**.

Ответ. При этом **матрица оператора** $\hat{A}$ в базисе **Б'** имеет вид:

$$A_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

(базис **корневого подпространства**, отвечающего собственному значению (-1), **был найден ранее**).

Вернемся к лекции?

Решение задачи 56.

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ.

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{S}(\quad) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{S}(\varphi_i) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{S}(\varphi_i) = \sum_{j=1}^{3}$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{S}\,(\varphi_i) = \sum_{j=1}^{3} s \quad \varphi \ .$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{S}\,(\varphi_i) = \sum_{j=1}^{3} s\ {}_i\varphi\ =$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{S}(\varphi_i) = \sum_{j=1}^{3} s_{ji}\varphi_j =$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{S}(\varphi_i) = \sum_{j=1}^{3} s_{ji}\varphi_j = s\ \ \varphi_1 + s\ \ \varphi_2 + s\ \ \varphi_3.$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{S}(\varphi_i) = \sum_{j=1}^{3} s_{ji}\varphi_j = s_{\ i}\varphi_1 + s_{\ i}\varphi_2 + s_{\ i}\varphi_3.$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. а) Матрица $\mathbf{S_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{S}(\varphi_i) = \sum_{j=1}^{3} s_{ji}\varphi_j = s_{1i}\varphi_1 + s_{2i}\varphi_2 + s_{3i}\varphi_3.$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. **б)** Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{\varphi_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. б) Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{B}(\ \ ) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. б) Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{B}(v_i) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. б) Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{B}(v_i) = \sum_{j=1}^{5}$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. б) Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора$\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{B}\,(v_i) = \sum\limits_{j=1}^{5} b \quad v \quad =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. б) Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора$\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{B}\,(v_i) = \sum\limits_{j=1}^{5} b\ {}_i v\ =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. б) Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{B}(v_i) = \sum_{j=1}^{5} b_{ji} v_j =$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. б) Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{B}\,(v_i) = \sum_{j=1}^{5} b_{ji} v_j = b\ \ v\ \ + b\ \ v\ \ + b\ \ v\ \ + b\ \ v\ \ + b\ \ v\ .$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. б) Матрица $\mathbf{B_Б}$ является матрицей линейного оператора $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{B}\,(v_i) = \sum_{j=1}^{5} b_{ji} v_j = b_{1i} v_1 + b_{2i} v_2 + b_{3i} v_3 + b_{4i} v_4 + b_{5i} v_5.$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{X}(\ ) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{X}\,(p) =$ $\quad +$ $\quad +$ $\quad +$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{X}\,(p) = x \quad p + x \quad q + x \quad r + x \quad t$;

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{X}(p) = x_{11}p + x_{21}q + x_{31}r + x_{41}t$;

$\hat{X}(q) = x \quad p + x \quad q + x \quad r + x \quad t$;

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{X}(p) = x_{11}p + x_{21}q + x_{31}r + x_{41}t$;

$\hat{X}(q) = x_{12}p + x_{22}q + x_{32}r + x_{42}t$;

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{X}(p) = x_{11}p + x_{21}q + x_{31}r + x_{41}t;$

$\hat{X}(q) = x_{12}p + x_{22}q + x_{32}r + x_{42}t;$

$\hat{X}(r) = x_{13}p + x_{23}q + x_{33}r + x_{43}t;$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{X}(p) = x_{11}p + x_{21}q + x_{31}r + x_{41}t;$

$\hat{X}(q) = x_{12}p + x_{22}q + x_{32}r + x_{42}t;$

$\hat{X}(r) = x_{13}p + x_{23}q + x_{33}r + x_{43}t;$

$\hat{X}(t) = x_{14}p + x_{24}q + x_{34}r + x_{44}t.$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. в) Матрица $\mathbf{X_D}$ является матрицей линейного оператора $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{D} = \{p, q, r, t\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{X}(p) = x_{11}p + x_{21}q + x_{31}r + x_{41}t;$

$\hat{X}(q) = x_{12}p + x_{22}q + x_{32}r + x_{42}t;$

$\hat{X}(r) = x_{13}p + x_{23}q + x_{33}r + x_{43}t;$

$\hat{X}(t) = x_{14}p + x_{24}q + x_{34}r + x_{44}t.$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. **г)** Матрица $\mathbf{L_Н}$ является матрицей линейного оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Н} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ тогда и только тогда, когда

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. **г)** Матрица $\mathbf{L_H}$ является матрицей линейного оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{H} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = L_{11} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{21} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{31} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{41} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. **г)** Матрица $\mathbf{L_H}$ является матрицей линейного оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{H} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = L_{11}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{21}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{31}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{41}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = L_{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{22}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{32}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{42}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. **г)** Матрица $\mathbf{L_H}$ является матрицей линейного оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Н} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = L_{11}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{21}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{31}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{41}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = L_{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{22}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{32}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{42}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) = L_{13}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{23}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{33}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{43}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. **г)** Матрица $\mathbf{L_H}$ является матрицей линейного оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{H} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ тогда и только тогда, когда

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = L_{11}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{21}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{31}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{41}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = L_{12}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{22}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{32}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{42}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right) = L_{13}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{23}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{33}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{43}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\hat{L}\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) = L_{14}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{24}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + L_{34}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + L_{44}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. **д)** Матрица $\mathbf{M_Q}$ является матрицей линейного оператора $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Q} = \{1 - x, 1 + x\}$ тогда и только тогда, когда

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. **д)** Матрица $\mathbf{M_Q}$ является матрицей линейного оператора $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Q} = \{1 - x, 1 + x\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{M}(1 - x) =$;

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. д) Матрица $\mathbf{M_Q}$ является матрицей линейного оператора $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Q} = \{1 - x, 1 + x\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{M}(1 - x) = m_{11}(1 - x) + m_{21}(1 + x)$;

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. д) Матрица $\mathbf{M_Q}$ является матрицей линейного оператора $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Q} = \{1 - x, 1 + x\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{M}(1 - x) = m_{11}(1 - x) + m_{21}(1 + x)$;

$\hat{M}(1 + x) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. д) Матрица $\mathbf{M_Q}$ является матрицей линейного оператора $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Q} = \{1 - x, 1 + x\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{M}(1 - x) = m_{11}(1 - x) + m_{21}(1 + x)$;

$\hat{M}(1 + x) = m_{12}(1 - x) + m_{22}(1 + x)$.

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. е) Матрица $\mathbf{P_X}$ является матрицей линейного оператора $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{X} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$ тогда и только тогда, когда

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. е) Матрица $\mathbf{P_X}$ является матрицей линейного оператора $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{X} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{P}\,(\qquad) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. е) Матрица $\mathbf{P_X}$ является матрицей линейного оператора $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{X} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{P}\,(x^2 - y^2) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. е) Матрица $\mathbf{P_X}$ является матрицей линейного оператора $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{X} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{P}\,(x^2 - y^2) = p_{11}\,(x^2 - y^2) + p_{21}x^2$;

$\hat{P}\,(\quad) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. е) Матрица $\mathbf{P_X}$ является матрицей линейного оператора $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{X} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{P}\,(x^2 - y^2) = p_{11}\,(x^2 - y^2) + p_{21}x^2$;

$\hat{P}\,(x^2) =$

Задача 56. Запишите определение матрицы оператора:

а) $\hat{S}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\}$;

б) $\hat{B}$ в базисе $\mathbf{Н} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;

в) $\hat{X}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{p, q, r, t\}$;

г) $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

д) $\hat{M}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{1 - x, 1 + x\}$;

е) $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{Б} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$.

Ответ. е) Матрица $\mathbf{P_X}$ является матрицей линейного оператора $\hat{P}$ в базисе $\mathbf{X} = \{x^2 - y^2,\ x^2\}$ тогда и только тогда, когда

$\hat{P}\,(x^2 - y^2) = p_{11}\,(x^2 - y^2) + p_{21}x^2$;

$\hat{P}\,(x^2) = p_{12}\,(x^2 - y^2) + p_{22}x^2$.

Решение задачи 57.

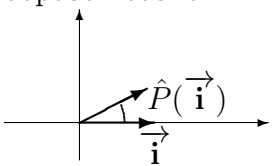
Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)$.

Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

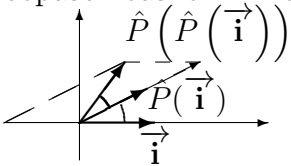
Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\overrightarrow{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



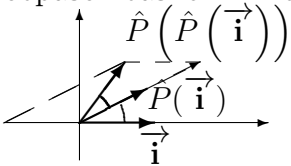
Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$:

$$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) =$$

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\hat{P}(\vec{\mathbf{i}})\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$$

Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



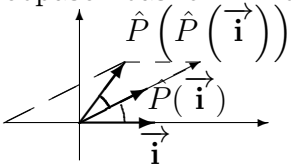
Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$:

$$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = 0 \cdot \vec{\mathbf{i}} + 1 \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right),$$

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}(\vec{\mathbf{i}})\right\}} = \left(\qquad \right)$$

Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



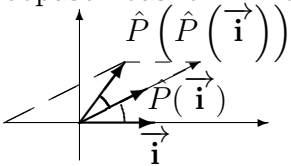
Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$:

$$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = 0 \cdot \vec{\mathbf{i}} + 1 \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right),$$

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}(\vec{\mathbf{i}})\right\}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right)$:

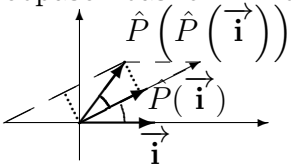
$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\hat{P}(\vec{\mathbf{i}})\right\}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = 0 \cdot \vec{\mathbf{i}} + 1 \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$,

$\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right) = ____ \cdot \vec{\mathbf{i}} + _____ \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right)$:

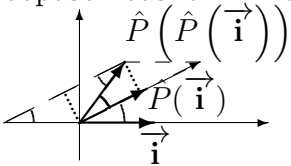
$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\hat{P}(\vec{\mathbf{i}})\right\}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = 0 \cdot \vec{\mathbf{i}} + 1 \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$,

$\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right) = ____ \cdot \vec{\mathbf{i}} + _____ \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right)$:

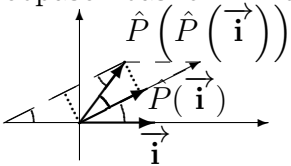
$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\hat{P}(\vec{\mathbf{i}})\right\}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = 0 \cdot \vec{\mathbf{i}} + 1 \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$,

$\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right) = ____ \cdot \vec{\mathbf{i}} + _____ \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right)$:

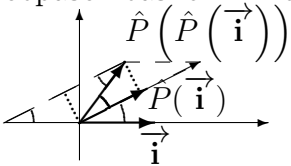
$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\hat{P}(\vec{\mathbf{i}})\right\}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = 0 \cdot \vec{\mathbf{i}} + 1 \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right),$$

$$\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right) = (-1) \cdot \vec{\mathbf{i}} + 2\cos\alpha \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right).$$

Задача 57. Найдите **матрицу оператора** $\hat{P}$ поворота плоскости на угол $\alpha \in \left(0;\ \frac{\pi}{4}\right)$ в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right)$:

$$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = 0 \cdot \vec{\mathbf{i}} + 1 \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right),$$
$$\hat{P}\left(\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)\right) = (-1) \cdot \vec{\mathbf{i}} + 2\cos\alpha \cdot \hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right).$$

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}}, \hat{P}(\vec{\mathbf{i}})\right\}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2\cos\alpha \end{pmatrix}$$

Решение задачи 58.

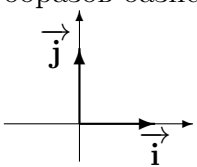
Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}$, $\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\overrightarrow{\mathbf{i}}$, $\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

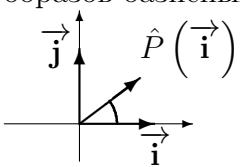
Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



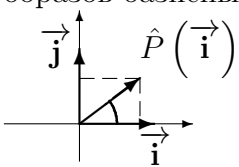
Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$:

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \left(\quad \right)$$

????

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

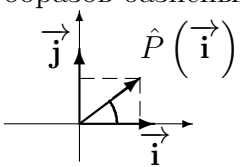


Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$:

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \left(\qquad \right)$$

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

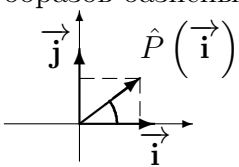


Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$: $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$

из прямоугольного треугольника получаем, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = ____\,\vec{\mathbf{i}} + ____\,\vec{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

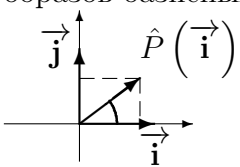


Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$: $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$

из прямоугольного треугольника получаем, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \cos\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + ____\,\vec{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

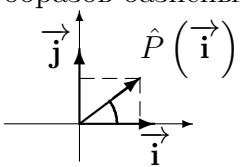


Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$: $P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \left(\qquad\qquad\right)$

из прямоугольного треугольника получаем, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \cos\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + \sin\alpha\,\vec{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



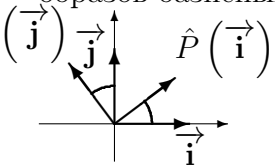
Найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right)$:

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

из прямоугольного треугольника получаем, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \cos\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + \sin\alpha\,\vec{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

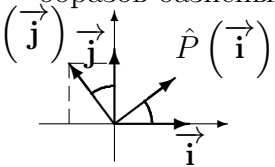


Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right)$:

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

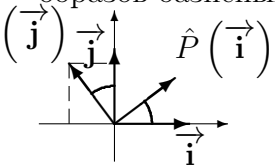


Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right)$:

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



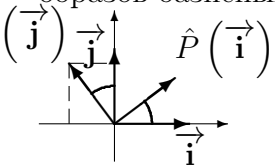
Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right)$:

$$P_{\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \\ \sin\alpha & \end{pmatrix}$$

из прямоугольного треугольника получаем, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = _____\,\vec{\mathbf{i}} + ____\,\vec{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



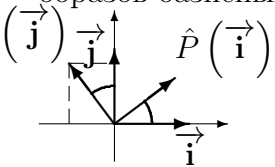
Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right)$:

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \\ \sin\alpha & \end{pmatrix}$$

из прямоугольного треугольника получаем, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = -\sin\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + ____\,\vec{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.



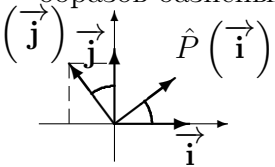
Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right)$:

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

из прямоугольного треугольника получаем, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = -\sin\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + \cos\alpha\,\vec{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора** нам следует найти координаты образов базисных векторов.

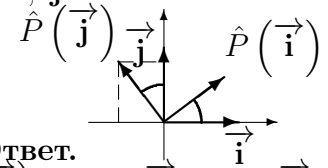


Теперь найдем координаты вектора $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right)$:

$$P_{\left\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\right\}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

из прямоугольного треугольника получаем, что $\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = -\sin\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + \cos\alpha\,\vec{\mathbf{j}}$.

Задача 58. Найдите **матрицу оператора** поворота плоскости на угол α в базисе из векторов $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$.



Ответ.

$$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{i}}\right) = \cos\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + \sin\alpha\,\vec{\mathbf{j}},$$

$$\hat{P}\left(\vec{\mathbf{j}}\right) = -\sin\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + \cos\alpha\,\vec{\mathbf{j}},$$

$$P_{\{\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}}\}} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 59.

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Условие задачи некорректно, поскольку не указан базис, в котором надо найти матрицу оператора.

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Условие задачи некорректно, поскольку не указан базис, в котором надо найти матрицу оператора.

Выберем естественный базис «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б}=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$.

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Б $=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$.

Естественно, применим, **стратегию составления уравнений**.

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Б $=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$. *Что надо найти?*

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Б $=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$. *Что надо найти?* Матрицу оператора.

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Б $=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$. *Что надо найти?* Матрицу оператора. *В каком виде представим ответ?*

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Б $=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$. *Что надо найти?* Матрицу оператора. *В каком виде представим ответ?* Таблицей.

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Б $=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$. *Что надо найти?* Матрицу оператора.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные.

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Б $=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$. *Что надо найти?* Матрицу оператора.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим буквами коэффициенты матрицы:

$$L_{\textbf{Б}}=\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14}\\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24}\\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34}\\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44}\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. Б $=\left\{\dfrac{\partial^3}{\partial x^3};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y};\ \dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2};\ \dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right\}$. *Что надо найти?* Матрицу оператора.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим буквами коэффициенты матрицы:

$$L_{\textbf{Б}}=\begin{pmatrix}L_{11}&L_{12}&L_{13}&L_{14}\\L_{21}&L_{22}&L_{23}&L_{24}\\L_{31}&L_{32}&L_{33}&L_{34}\\L_{41}&L_{42}&L_{43}&L_{44}\end{pmatrix}.$$

Составим уравнения.

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4=$

$$=\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{11}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{21}\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{31}\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{41}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$$

$$L_{\textbf{Б}}=\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4=$

$$=\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{11}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{21}\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{31}\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{41}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=\ldots$$

$$\boxed{\frac{\partial^3}{\partial x^3}x^4y^4=}$$

$$L_{\textbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4=$

$$=\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{11}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{21}\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{31}\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{41}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=\ldots$$

$$\boxed{\frac{\partial^3}{\partial x^3}x^4y^4=\frac{\partial^2}{\partial x^2}4x^3y^4=}$$

$$L_{\textbf{Б}}=\begin{pmatrix}&&\\&&\\&&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{11}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{21}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{31}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{41}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=\ldots$

$$\frac{\partial^3}{\partial x^3}x^4y^4=\frac{\partial^2}{\partial x^2}4x^3y^4=\frac{\partial}{\partial x}4\cdot3x^2y^4=$$

$$L_{\textbf{Б}}=\begin{pmatrix}&&&\\&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4=$

$$=\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{11}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{21}\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{31}\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{41}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=\ldots$$

$$\boxed{\frac{\partial^3}{\partial x^3}x^4y^4=\frac{\partial^2}{\partial x^2}4x^3y^4=\frac{\partial}{\partial x}4\cdot3x^2y^4=4\cdot3\cdot2xy^4.}$$

$$L_{\textbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{11}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{21}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{31}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{41}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$
$=L_{11}\cdot4\cdot3\cdot2xy^4+L_{21}\cdot4\cdot3\cdot4x^2y^3+L_{31}\cdot4\cdot4\cdot3x^3y^2+L_{41}\cdot4\cdot3\cdot2x^4y.$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{11}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{21}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{31}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{41}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$
$=L_{11}\cdot4\cdot3\cdot2xy^4+L_{21}\cdot4\cdot3\cdot4x^2y^3+L_{31}\cdot4\cdot4\cdot3x^3y^2+L_{41}\cdot4\cdot3\cdot2x^4y.$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&&&\\1&&&\\1&&&\\-1&&&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&&\\1&&\\1&&\\-1&&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4=$

$$=\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{12}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{22}\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{32}\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{42}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&&\\1&&\\1&&\\-1&&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{12}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{22}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{32}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{42}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$
$=L_{12}\cdot4\cdot3\cdot2xy^4+L_{22}\cdot4\cdot3\cdot4x^2y^3+L_{32}\cdot4\cdot4\cdot3x^3y^2+L_{42}\cdot4\cdot3\cdot2x^4y.$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&&&\\1&&&\\1&&&\\-1&&&\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{12}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{22}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{32}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{42}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$
$=L_{12}\cdot4\cdot3\cdot2xy^4+L_{22}\cdot4\cdot3\cdot4x^2y^3+L_{32}\cdot4\cdot4\cdot3x^3y^2+L_{42}\cdot4\cdot3\cdot2x^4y.$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\\1&1\\-1&-1\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 2\\ 1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4=$

$$=\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{13}\frac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{23}\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{33}\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{43}\frac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 2\\ 1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{13}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{23}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{33}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{43}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$
$=L_{13}\cdot4\cdot3\cdot2xy^4+L_{23}\cdot4\cdot3\cdot4x^2y^3+L_{33}\cdot4\cdot4\cdot3x^3y^2+L_{43}\cdot4\cdot3\cdot2x^4y.$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\\1&1\\-1&-1\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{13}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{23}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{33}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{43}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$
$=L_{13}\cdot4\cdot3\cdot2xy^4+L_{23}\cdot4\cdot3\cdot4x^2y^3+L_{33}\cdot4\cdot4\cdot3x^3y^2+L_{43}\cdot4\cdot3\cdot2x^4y.$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&2&-1\\1&2&-1\\1&1&-2\\-1&-1&2\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{14}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{24}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{34}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{44}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$
$=L_{14}\cdot4\cdot3\cdot2xy^4+L_{24}\cdot4\cdot3\cdot4x^2y^3+L_{34}\cdot4\cdot4\cdot3x^3y^2+L_{44}\cdot4\cdot3\cdot2x^4y.$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&2&-1\\1&2&-1\\1&1&-2\\-1&-1&2\end{pmatrix}.$$

Задача 59. Рассмотрим линейное пространство операторов вида $\alpha\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+\beta\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+\gamma\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+\delta\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}$. Найдите **матрицу линейного оператора** $\hat{L}$, если известно, что

$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+48x^2y^3+24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}\right)\right)(x^4y^4)=-24x^4y+48x^3y^2+96x^2y^3+48xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4,$$
$$\left(\hat{L}\left(\frac{\partial^3}{\partial ypp^3}\right)\right)(x^4y^4)=48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4.$$

Ответ. $48x^4y-96x^3y^2-48x^2y^3-24xy^4=$
$=\left(\hat{L}\left(\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}\right)\right)(x^4y^4)=\left(L_{14}\dfrac{\partial^3}{\partial x^3}+L_{24}\dfrac{\partial^3}{\partial x^2\partial y}+L_{34}\dfrac{\partial^3}{\partial x\partial y^2}+L_{44}\dfrac{\partial^3}{\partial y^3}\right)(x^4y^4)=$
$=L_{14}\cdot4\cdot3\cdot2xy^4+L_{24}\cdot4\cdot3\cdot4x^2y^3+L_{34}\cdot4\cdot4\cdot3x^3y^2+L_{44}\cdot4\cdot3\cdot2x^4y.$

$$L_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&2&-1&-1\\1&2&-1&-1\\1&1&-2&-2\\-1&-1&2&2\end{pmatrix}.$$

Решение задачи 60.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{\qquad\qquad\}$.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\quad\quad\quad\}$.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\quad\}$.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\ \}$.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [\qquad\qquad\qquad\qquad]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [\ \cdot e^t + \ \cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1 \cdot e^t + \ \cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \\ \end{pmatrix}$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \end{pmatrix}$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} = [e^t]_{\mathbf{Б}} = [1\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [\qquad\qquad\qquad\qquad]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [\ \cdot e^t + \qquad \cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [\ \cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ \\ \end{pmatrix}$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ \end{pmatrix}$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} = [-2\,e^{-2t}]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + (-2)\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} = [\qquad\qquad]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} = [\,\cdot e^t + \,\cdot e^{-2t} + \,\cdot 1 + \,\cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + \ \cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$\left[\hat{D}1\right]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 0\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} = [\qquad\qquad\qquad]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} = [\ \cdot e^t + \ \cdot e^{-2t} + \ \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} = [\ \cdot e^t + \ \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + \ \cdot e^{-2t} + 1\cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 1\cdot 1 + \ \cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 1\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 1\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$\left[\hat{D}t\right]_{\mathbf{Б}} = [1]_{\mathbf{Б}} = [0\cdot e^t + 0\cdot e^{-2t} + 1\cdot 1 + 0\cdot t]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t})$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2)$, $\hat{D}\,(e^t + t)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(5e^t - e^{-2t}) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\,(e^t + e^{-2t} + t - 2) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\,(e^t + t) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$=$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t,$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t,$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = 5e^t - 2e^{-2t} + 1 =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = 5e^t - 2e^{-2t} + 1 = 1 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = 5e^t - 2e^{-2t} + 1 = 1 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = 5e^t - 2e^{-2t} + 1 = 1 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + t\right) =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t; e^{-2t}; 1; t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = 5e^t - 2e^{-2t} + 1 = 1 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1 =$

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = 5e^t - 2e^{-2t} + 1 = 1 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1 = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + 0 \cdot t$.

Задача 60. На **линейном пространстве** функций вида $f(t) = Ae^t + Be^{-2t} + C + Dt$ задан оператор дифференцирования $\hat{D} = \dfrac{d}{dt}$. Найдите: **а)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$; **б)** матрицу оператора $\hat{D}$; **в)** векторы $\hat{D}e^t$, $\hat{D}e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)$, $\hat{D}\left(e^t + t\right)$ с помощью **теоремы о координатах образа вектора**.

Ответ. а) $\hat{D}e^t = e^t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t}$, $\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = e^t - 2e^{-2t} + 1$, $\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1$.

б) базис выберем «протаскиванием единички через параметры»: $\mathbf{Б} = \{e^t;\, e^{-2t};\, 1;\, t\}$.

Найдем **матрицу оператора** $\hat{D}$ в базисе **Б**.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

в) Воспользуемся **теоремой о координатах образа вектора**:

$$\left(\left[\hat{D}e^t\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}e^{-2t}\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right)\right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{D}\left(e^t + t\right)\right]_{\mathbf{Б}}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$\hat{D}e^t = e^t = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$, $\hat{D}e^{-2t} = -2e^{-2t} = 0 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(5e^t - e^{-2t}\right) = 5e^t + 2e^{-2t} = 5 \cdot e^t + 2 \cdot e^{-2t} + 0 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + e^{-2t} + t - 2\right) = 5e^t - 2e^{-2t} + 1 = 1 \cdot e^t + (-2) \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + 0 \cdot t$,

$\hat{D}\left(e^t + t\right) = e^t + 1 = 1 \cdot e^t + 0 \cdot e^{-2t} + 1 \cdot 1 + 0 \cdot t$.

Решение задачи 61.

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \left($

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \Bigg($

$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \Bigg($

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \left($

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \Bigg($

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

По определению **матрицы оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$ С другой стороны,

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. С другой стороны,

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. С другой стороны,

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. С другой стороны,

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

т.е. по **определению координат вектора**

$$\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. С другой стороны,

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$. С другой стороны,

$$\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^t - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 61. На линейном пространстве **матриц** размерности 2×2 **линейный оператор** $\hat{L}$ задан формулой:

$$\hat{L}(X) = X^t - X.$$

Найдите **матрицу оператора** $\hat{L}$ и проверьте выполнение **теоремы о координатах образа вектора** с помощью вычисления векторов $\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ. Возьмем базис $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Итак, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. По **теореме о координатах образа вектора** имеем

$$\left(\left[\hat{L}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} \left[\hat{L}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} \right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 62.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$. Применим стратегию составления уравнений.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти?

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}\,(1-x^2)=1+2x+x^2$, $\hat{S}\,(1-x)=x^2-1$, $\hat{S}\,(1+x)=2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ?

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.
Что надо найти? Матрицу.
В каком виде представим ответ? Таблицей.
Введем переменные.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.
Что надо найти? Матрицу.
В каком виде представим ответ? Таблицей.
Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.
Что надо найти? Матрицу.
В каком виде представим ответ? Таблицей.
Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.*

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.* Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$ следует, что

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.* Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$ следует, что

$$S\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.* Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1-x) = x^2-1$ следует, что

$$S\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.* Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1-x) = x^2-1$ следует, что

$$S\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.* Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1+x) = 2x$ следует, что

$$S\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}.$$

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.* Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1+x) = 2x$ следует, что

$$S\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.* Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1+x) = 2x$ следует, что

$$S\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Используя **умножение матриц «на макроуровне»** можно эти три равенства представить в виде одного матричного уравнения: $S\begin{pmatrix} \mathbf{1} & & \\ \mathbf{0} & & \\ \mathbf{-1} & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & & \\ \mathbf{2} & & \\ \mathbf{1} & & \end{pmatrix}$.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.
Что надо найти? Матрицу.
В каком виде представим ответ? Таблицей.
Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.*
Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1+x) = 2x$ следует, что

$$S\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\quad S\begin{pmatrix}\mathbf{1}\\\mathbf{-1}\\\mathbf{0}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathbf{-1}\\\mathbf{0}\\\mathbf{1}\end{pmatrix},\quad S\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}.$$

Используя **умножение матриц «на макроуровне»** можно эти три равенства представить в виде одного матричного уравнения: $S\begin{pmatrix}1 & \mathbf{1}\\0 & \mathbf{-1}\\-1 & \mathbf{0}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & \mathbf{-1}\\2 & \mathbf{0}\\1 & \mathbf{1}\end{pmatrix}$.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.
Что надо найти? Матрицу.
В каком виде представим ответ? Таблицей.
Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.*
Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1+x) = 2x$ следует, что

$$S\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\quad S\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix},\quad S\begin{pmatrix}\mathbf{1}\\\mathbf{1}\\\mathbf{0}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{2}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}.$$

Используя **умножение матриц «на макроуровне»** можно эти три равенства представить в виде одного матричного уравнения: $S\begin{pmatrix}1 & 1 & \mathbf{1}\\0 & -1 & \mathbf{1}\\-1 & 0 & \mathbf{0}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -1 & \mathbf{0}\\2 & 0 & \mathbf{2}\\1 & 1 & \mathbf{0}\end{pmatrix}$.

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.
Что надо найти? Матрицу.
В каком виде представим ответ? Таблицей.
Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.*
Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1+x) = 2x$ следует, что

$$S\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad S\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Используя **умножение матриц «на макроуровне»** можно эти три равенства представить в виде одного матричного уравнения: $S\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
Решая полученное уравнение, получаем:

$S =$

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.
Применим стратегию составления уравнений.
Что надо найти? Матрицу.
В каком виде представим ответ? Таблицей.
Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.*
Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1+x) = 2x$ следует, что

$$S\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\quad S\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix},\quad S\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}.$$

Используя **умножение матриц «на макроуровне»** можно эти три равенства представить в виде одного матричного уравнения: $S\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\0 & -1 & 1\\-1 & 0 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\2 & 0 & 2\\1 & 1 & 0\end{pmatrix}$.
Решая полученное уравнение, получаем:

$$S = \begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\2 & 0 & 2\\1 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\0 & -1 & 1\\-1 & 0 & 0\end{pmatrix}^{-1} =$$

Задача 62. Найдите матрицу оператора $\hat{S}$ линейного пространства многочленов степени не выше 2, если известно, что $\hat{S}(1-x^2) = 1+2x+x^2$, $\hat{S}(1-x) = x^2-1$, $\hat{S}(1+x) = 2x$.

Ответ. Возьмём базис линейного пространства многочленов степени не выше 2: $\{x^0,\ x,\ x^2\}$.

Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Матрицу.

В каком виде представим ответ? Таблицей.

Введем переменные. Обозначим искомую матрицу буквой, например, S. *Составим уравнение.* Согласно **теореме о координатах образа вектора** из равенства $\hat{S}(1+x) = 2x$ следует, что

$$S\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix},\quad S\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix},\quad S\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\0\end{pmatrix}.$$

Используя **умножение матриц «на макроуровне»** можно эти три равенства представить в виде одного матричного уравнения: $S\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-1&1\\-1&0&0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1&-1&0\\2&0&2\\1&1&0\end{pmatrix}$.

Решая полученное уравнение, получаем:

$$S = \begin{pmatrix}1&-1&0\\2&0&2\\1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1\\0&-1&1\\-1&0&0\end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1&-3\\2&2&-2\\1&-1&-1\end{pmatrix}.$$

Решение задачи 63.

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\,(f(x)) = f(2-x)$, $\hat{B}\,(f(x)) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис.

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Возьмем естественный базис: $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$. Найдем **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$. Напомним, что в теории многочленов принимается по определению, что $x^0 = 1$.

$$\hat{A}\left(x^0\right) =$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Возьмем естественный базис: $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$. Найдем **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$. Напомним, что в теории многочленов принимается по определению, что $x^0 = 1$.

$$\hat{A}\left(x^0\right) = (2-x)^0 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Возьмем естественный базис: $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$. Найдем **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$. Напомним, что в теории многочленов принимается по определению, что $x^0 = 1$.

$$\hat{A}\left(x^0\right) = (2-x)^0 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Возьмем естественный базис: $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$. Найдем **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$. Напомним, что в теории многочленов принимается по определению, что $x^0 = 1$.

$$\hat{A}\left(x^0\right) = (2-x)^0 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Возьмем естественный базис: $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$. Найдем **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$. Напомним, что в теории многочленов принимается по определению, что $x^0 = 1$.

$$\hat{A}\left(x^0\right) = (2-x)^0 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}\left(x\right) = (2-x) = 2\cdot x^0 + (-1)\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Возьмем естественный базис: $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$. Найдем **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$. Напомним, что в теории многочленов принимается по определению, что $x^0 = 1$.

$$\hat{A}\left(x^0\right) = (2-x)^0 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}\left(x\right) = (2-x) = 2\cdot x^0 + (-1)\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}\left(x^2\right) = (2-x)^2 = 4\cdot x^0 + (-4)\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Возьмем естественный базис: $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$. Найдем **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$. Напомним, что в теории многочленов принимается по определению, что $x^0 = 1$.

$$\hat{A}\left(x^0\right) = (2-x)^0 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}\left(x\right) = (2-x) = 2\cdot x^0 + (-1)\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}\left(x^2\right) = (2-x)^2 = 4\cdot x^0 + (-4)\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix},$$

поэтому $A_{\mathbf{Б}} =$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ. Возьмем естественный базис: $\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$. Найдем **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$. Напомним, что в теории многочленов принимается по определению, что $x^0 = 1$.

$$\hat{A}\left(x^0\right) = (2-x)^0 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}\left(x\right) = (2-x) = 2\cdot x^0 + (-1)\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{A}\left(x^2\right) = (2-x)^2 = 4\cdot x^0 + (-4)\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{A}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix},$$

поэтому $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ.

$$\hat{B}\left(x^0\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^0 = x^2 = 0\cdot x^0 + 0\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ.

$$\hat{B}\left(x^0\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^0 = x^2 = 0\cdot x^0 + 0\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right) = x = 0\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ.

$$\hat{B}\left(x^0\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^0 = x^2 = 0\cdot x^0 + 0\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right) = x = 0\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x^2\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ.

$$\hat{B}\left(x^0\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^0 = x^2 = 0\cdot x^0 + 0\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right) = x = 0\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x^2\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ.

$$\hat{B}\left(x^0\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^0 = x^2 = 0\cdot x^0 + 0\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right) = x = 0\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x^2\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(A+B)_{\mathbf{Б}} = A_{\mathbf{Б}} + B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Задача 63. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}\left(f(x)\right) = f(2-x)$, $\hat{B}\left(f(x)\right) = x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A}+\hat{B}\right)$, $\left(\hat{A}\cdot\hat{B}\right)$.

Ответ.

$$\hat{B}\left(x^0\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^0 = x^2 = 0\cdot x^0 + 0\cdot x + 1\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right) = x = 0\cdot x^0 + 1\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{B}\left(x^2\right) = x^2\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 1 = 1\cdot x^0 + 0\cdot x + 0\cdot x^2 \;\Rightarrow\; \left[\hat{B}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(AB)_{\mathbf{Б}} = A_{\mathbf{Б}}\cdot B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -4 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Решение задачи 64.

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X$, $\hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X$, $\hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

$$\hat{A} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left[\hat{A} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

$$\hat{A} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left[\hat{A} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 2 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

$$\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left[\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 2 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

$$\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left[\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & & \\ 2 & 0 & & \\ 0 & 2 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

$$\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left[\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & & \\ 2 & 0 & & \\ 0 & 2 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

$$\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left[\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

$$\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left[\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{A}$.

$$\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$= 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left[\hat{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X$, $\hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Аналогично можно найти **матрицу оператора** $\hat{B}$:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X$, $\hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Аналогично можно найти **матрицу оператора** $\hat{B}$:

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X$, $\hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

Поэтому

$$(A + B)_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X, \quad \hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

Поэтому

$$(A+B)_{\mathbf{Б}} = A_{\mathbf{Б}} + B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X$, $\hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

Поэтому

$$(A \cdot B)_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 64. На **линейном пространстве** матриц размерности 2×2 линейные операторы $\hat{A}$ и $\hat{B}$ определены формулами: $\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X$, $\hat{B}(X) = X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите **матрицы операторов** $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\left(\hat{A} + \hat{B}\right)$, $\left(\hat{A} \cdot \hat{B}\right)$.

Ответ. Разумеется, постановка задачи некорректна, так как не указан соответствующий базис. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

Поэтому

$$(A \cdot B)_{\mathbf{Б}} = A_{\mathbf{Б}} \cdot B_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 4 & 8 \\ 2 & 4 & 4 & 12 \\ 4 & 8 & 8 & 16 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 65.

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ.

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ.

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**
$P_{\text{Б}'} =$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ.

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**
$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы перехода в другой базис**

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**
$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы перехода в другой базис**

$$= e_i' =$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы перехода в другой базис**

$$= e'_i = \hat{P}(e_i) =$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы перехода в другой базис**

$\sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = e'_i = \hat{P}(e_i) =$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора**

$\sum\limits_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = e'_i = \hat{P}(e_i) =$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора**

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = e'_i = \hat{P}(e_i) = \sum_{j=1}^{n} p_{ji} e_j$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$$P_{\text{Б'}} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б'}} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б'}} =$$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора**

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = e'_i = \hat{P}(e_i) = \sum_{j=1}^{n} p_{ji} e_j \quad \Rightarrow \quad T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора**

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = e'_i = \hat{P}(e_i) = \sum_{j=1}^{n} p_{ji} e_j \quad \Rightarrow \quad T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = P_{\text{Б}}.$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} =$$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора**

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = e'_i = \hat{P}(e_i) = \sum_{j=1}^{n} p_{ji} e_j \quad \Rightarrow \quad T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = P_{\text{Б}}.$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = P^{-1}_{\text{Б}} P_{\text{Б}} P_{\text{Б}} =$$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора**

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = e'_i = \hat{P}(e_i) = \sum_{j=1}^{n} p_{ji} e_j \quad \Rightarrow \quad T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = P_{\text{Б}}.$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = P^{-1}_{\text{Б}} P_{\text{Б}} P_{\text{Б}} = P_{\text{Б}}.$$

Задача 65. Невырожденный линейный оператор $\hat{P}$ в базисе Б $= \{e_1, \ldots, e_n\}$ имеет матрицу $P_{\text{Б}}$. Найти матрицу оператора $\hat{P}$ **в базисе** Б' $= \left\{\hat{P}(e_1), \ldots, \hat{P}(e_n)\right\}$.

Ответ. По определению **матрицы линейного оператора**

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ji} e_j = e'_i = \hat{P}(e_i) = \sum_{j=1}^{n} p_{ji} e_j \quad \Rightarrow \quad T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = P_{\text{Б}}.$$

По **теореме о матрице оператора в другом базисе**

$$P_{\text{Б}'} = T^{-1}_{\text{Б}\to\text{Б}'} P_{\text{Б}} T_{\text{Б}\to\text{Б}'} = P^{-1}_{\text{Б}} P_{\text{Б}} P_{\text{Б}} = P_{\text{Б}}.$$

Итак, $\boxed{P_{\text{Б}'} = P_{\text{Б}}.}$ Неожиданно, правда?

Решение задачи 66.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;

2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;

2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;

2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;
1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;
2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;
1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;
2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.
Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;
1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;
2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.
Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а)

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;
1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;
2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.
Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
Базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б =

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;
1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;
2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.
Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
Базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \quad \right\}$.

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;
1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;
2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.
Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
Базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$.

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;
1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;
2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.
Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
Базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$.

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:
1) перейти в $\mathbb{R}^n$;
1а) ввести базис;
1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;
2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;
3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.
Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.
Базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \right\}$.

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:

1) перейти в $\mathbb{R}^n$;

1а) ввести базис;

1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;

2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;

3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.

Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Применим типовую стратегию решения задач линейной алгебры:

1) перейти в $\mathbb{R}^n$;

1а) ввести базис;

1б) все рассматриваемые объекты и отношения представить их типовыми образами в $\mathbb{R}^n$;

2) решить переформулированную для $\mathbb{R}^n$ задачу;

3) интерпретировать результат в исходном линейном пространстве.

Вектор из рассматриваемого пространства имеет вид

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Базис получим «протаскиванием единички через параметры».

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \square \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 4 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 4 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & & \\ 4 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \square \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & & \\ 4 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 4 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 16 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & \\ 4 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 16 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & & \\ 4 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 16 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & & & \\ 4 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 16 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 16 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 16 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \square \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 16 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \square \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \square \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 16 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 \\ 4 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 16 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = 0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + 16 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$ Теперь найдем **ядро оператора**.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ & & & \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \qquad\qquad \right\} \right. =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \left\{ \begin{array}{l} a + 4b = 0, \\ \end{array} \right. \right\} =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & & & \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & \\ 1 & 0 \\ 0 & \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} =$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \qquad , \qquad \right\rangle.$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \right\rangle.$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) $\mathbf{Б} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \left[\hat{S} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}}, \quad S_{\mathbf{Б}} \cdot \left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}} = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{Б}},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:**

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:**

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2-\lambda & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:**

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2-\lambda & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 \\ 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 \\ 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:**

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2-\lambda & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 \\ 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 \\ 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} = (\lambda^2 - 18\lambda)^2.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16-\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2-\lambda & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 \\ 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2-\lambda & 8 \\ 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} = (\lambda^2 - 18\lambda)^2.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$\left(S_{\mathbf{Б}} - 18E\right) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} \qquad\qquad\qquad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$\left(S_{\mathbf{Б}} - 18E\right) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} & 8 & 0 & 0 \\ 4 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & & 8 \\ 0 & 0 & 4 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} & & & \end{pmatrix} \rightarrow$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ & & & \end{pmatrix} \to$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to \Phi_{18} =$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to \Phi_{18} = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to \Phi_{18} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \\ 0 & \\ & \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to \Phi_{18} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ & \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to \Phi_{18} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & \\ 0 & 1 \\ 0 & \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$:

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to \Phi_{18} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to \Phi_{18} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$(S_{\mathbf{Б}} - 18E) \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -16 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \to \Phi_{18} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим:

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$ $\quad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$.

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$ $\quad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$.

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix}$ $\quad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$.

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 36 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 36 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 36 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} =$

Задача 66. На линейном пространстве матриц размерности 2×2 оператор $\hat{S}$ действует следующим образом: $\hat{S}(X) = X \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$. **а)** Найти **ядро оператора** $\hat{S}$. **б)** Найти **собственные векторы и собственные значения** оператора $\hat{S}$.

Ответ. а) Б $= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

$$S_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 0 & 0 \\ 4 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & 16 \end{pmatrix} \qquad \operatorname{Ker} \hat{S} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \;\middle|\; \begin{cases} a + 4b = 0, \\ c + 4d = 0 \end{cases} \right\} = \left\langle \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

б) Применим **типовой план**. **Характеристический полином:** $\lambda^2(\lambda - 18)^2$.

Для $\lambda = 0$ собственное подпространство мы уже нашли: это ядро оператора, $\operatorname{Ker} \hat{S}$.

Найдем собственные векторы, отвечающие $\lambda = 18$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Проверим: $\hat{S} \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

$\hat{S} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 36 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{S} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 18 & 36 \end{pmatrix}$.

Решение задачи 67.

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^1 - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^1 - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[0\cdot x^0 - 13\cdot x + 0\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^1 - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[0\cdot x^0 - 13\cdot x + 0\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -13 \\ 0 \end{pmatrix};$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^1 - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[0\cdot x^0 - 13\cdot x + 0\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -13 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^1 - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[0\cdot x^0 - 13\cdot x + 0\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -13 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^2 - 8\frac{d^2}{dx^2}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^1 - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[0\cdot x^0 - 13\cdot x + 0\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -13 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^2 - 8\frac{d^2}{dx^2}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[-16\cdot x^0 + 0\cdot x + 9\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^1 - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[0\cdot x^0 - 13\cdot x + 0\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -13 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^2 - 8\frac{d^2}{dx^2}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[-16\cdot x^0 + 0\cdot x + 9\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -16 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Возьмем базис пространства многочленов, например, $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$. Найдем в этом базисе **матрицу оператора**:

$$\left[\hat{A}\left(x^0\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^0 - 8\frac{d^0}{dx^0}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[1\cdot x^0 + 0\cdot x - 8\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^1 - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[0\cdot x^0 - 13\cdot x + 0\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -13 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\left[\hat{A}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[(3x)^2 - 8\frac{d^2}{dx^2}\left(x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \left[-16\cdot x^0 + 0\cdot x + 9\cdot x^2\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} -16 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-7):

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-7):

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -16 \\ 0 & -6 & 0 \\ -8 & 0 & 16 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-7):

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -16 \\ 0 & -6 & 0 \\ -8 & 0 & 16 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-7):

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -16 \\ 0 & -6 & 0 \\ -8 & 0 & 16 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Значит, множество собственных векторов, отвечающих собственному значению (-7), имеет вид $\left\{C\,(\quad)\;\middle|\; C \neq 0\right\}$.

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-7):

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -16 \\ 0 & -6 & 0 \\ -8 & 0 & 16 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Значит, множество собственных векторов, отвечающих собственному значению (-7), имеет вид $\left\{C\left(2+x^2\right) \,\middle|\, C \neq 0\right\}$.

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Теперь найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 17:

$$\begin{pmatrix} -16 & 0 & -16 \\ 0 & -30 & 0 \\ -8 & 0 & -8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = D\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Теперь найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 17:

$$\begin{pmatrix} -16 & 0 & -16 \\ 0 & -30 & 0 \\ -8 & 0 & -8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = D\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Теперь найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 17:

$$\begin{pmatrix} -16 & 0 & -16 \\ 0 & -30 & 0 \\ -8 & 0 & -8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = D\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Значит, множество собственных векторов, отвечающих собственному значению 17, имеет вид $\left\{ D\,(\quad) \,\middle|\, D \neq 0 \right\}$.

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Теперь найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 17:

$$\begin{pmatrix} -16 & 0 & -16 \\ 0 & -30 & 0 \\ -8 & 0 & -8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = D\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Значит, множество собственных векторов, отвечающих собственному значению 17, имеет вид $\left\{ D\left(1-x^2\right) \,\middle|\, D \neq 0 \right\}$.

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Наконец, найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-13):

$$\begin{pmatrix} 14 & 0 & -16 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = F\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Наконец, найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-13):

$$\begin{pmatrix} 14 & 0 & -16 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = F\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Наконец, найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-13):

$$\begin{pmatrix} 14 & 0 & -16 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = F\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Значит, множество собственных векторов, отвечающих собственному значению (-13), имеет вид

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Поэтому **матрица оператора** имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$.

Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -16 \\ 0 & -13-\lambda & 0 \\ -8 & 0 & 9-\lambda \end{vmatrix} = -\left(\lambda+13\right)\left(\lambda+7\right)\left(\lambda-17\right).$$

Наконец, найдем **собственные векторы**, отвечающие собственному значению (-13):

$$\begin{pmatrix} 14 & 0 & -16 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = F\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Значит, множество собственных векторов, отвечающих собственному значению (-13), имеет вид $\left\{Fx \,\middle|\, F \neq 0\right\}$.

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

На матричном языке, с использованием **теоремы о координатах образа вектора**:

$$\left[\hat{P}\left(2+x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

На матричном языке, с использованием **теоремы о координатах образа вектора**:

$$\left[\hat{P}\left(2+x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

На матричном языке, с использованием **теоремы о координатах образа вектора**:

$$\left[\hat{P}\left(2+x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

На матричном языке, с использованием **теоремы о координатах образа вектора**:

$$\left[\hat{P}\left(2+x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} = (-7)\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$,
а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).
Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$,
а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).
Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\left[\hat{P}\left(2+x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\left[\hat{P}\left(2+x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}$,
а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).
Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\left[\hat{P}\left(2+x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 0 \\ -17 \end{pmatrix} =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\left[\hat{P}\left(2+x^2\right)\right]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 0 \\ -17 \end{pmatrix} = 17\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(x\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(x\right) = 3x - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(x\right) = 3x - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right) = 3x - 8\left(2x\right) =$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(x\right) = 3x - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right) = 3x - 8\left(2x\right) = -13x.$$

Задача 67. На пространстве многочленов степени не выше 2 линейный оператор $\hat{P}$ задан формулой

$$\hat{P}\left(f(x)\right) = f(3x) - 8\left(f\left(\frac{d}{dx}\right)\right)\left(x^2\right).$$

Найдите его **собственные векторы** и собственные значения и, если возможно, базис из собственных векторов.

Ответ. Итак, **матрица оператора** в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$ имеет вид

$$P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -16 \\ 0 & -13 & 0 \\ -8 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

а **характеристический полином** $-(\lambda+13)(\lambda+7)(\lambda-17)$. Мы вычислили, что многочлен $(2+x^2)$ отвечает собственному значению (-7), многочлен $(1-x^2)$ — собственному значению 17, многочлен x — собственному значению (-13).

Проверим результат по **определению собственного вектора**:

$$\hat{P}\left(2+x^2\right) = \left(2+(3x)^2\right) - 8\left(2+\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 2+9x^2-8\left(2x^2+2\right) = -14-7x^2 = -7\left(2+x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(1-x^2\right) = \left(1-(3x)^2\right) - 8\left(1-\frac{d^2}{dx^2}\right)\left(x^2\right) = 1-9x^2-8\left(x^2-2\right) = 17-17x^2 = 17\left(1-x^2\right).$$

$$\hat{P}\left(x\right) = 3x - 8\frac{d}{dx}\left(x^2\right) = 3x - 8\left(2x\right) = -13x.$$

Все ожидания оправдались!

Решение задачи 68.

Задача 68. Найдите **собственные векторы** линейного оператора $\hat{P}$, заданного на **линейном пространстве** многочленов степени не выше 1 формулой $\hat{P}(f(x)) = f(2-x)$.

Задача 68. Найдите **собственные векторы** линейного оператора $\hat{P}$, заданного на **линейном пространстве** многочленов степени не выше 1 формулой $\hat{P}(f(x)) = f(2-x)$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$ **матрица оператора** $\hat{P}$ имеет вид

Задача 68. Найдите **собственные векторы** линейного оператора $\hat{P}$, заданного на **линейном пространстве** многочленов степени не выше 1 формулой $\hat{P}(f(x)) = f(2-x)$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$ **матрица оператора** $\hat{P}$ имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Задача 68. Найдите **собственные векторы** линейного оператора $\hat{P}$, заданного на **линейном пространстве** многочленов степени не выше 1 формулой $\hat{P}(f(x)) = f(2-x)$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$ **матрица оператора** $\hat{P}$ имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Собственные векторы таковы: собственному значению 1 соответствуют векторы, пропорциональные многочлену

Задача 68. Найдите **собственные векторы** линейного оператора $\hat{P}$, заданного на **линейном пространстве** многочленов степени не выше 1 формулой $\hat{P}(f(x)) = f(2-x)$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$ **матрица оператора** $\hat{P}$ имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Собственные векторы таковы: собственному значению 1 соответствуют векторы, пропорциональные многочлену x^0. Собственному значению (-1) соответствуют векторы, пропорциональные многочлену

Задача 68. Найдите **собственные векторы** линейного оператора $\hat{P}$, заданного на **линейном пространстве** многочленов степени не выше 1 формулой $\hat{P}(f(x)) = f(2-x)$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$ **матрица оператора** $\hat{P}$ имеет вид $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Собственные векторы таковы: собственному значению 1 соответствуют векторы, пропорциональные многочлену x^0. Собственному значению (-1) соответствуют векторы, пропорциональные многочлену $(x - x^0)$.

Решение задачи 69.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;**

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;**

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$;

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы: вектор: $x \in U$:

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы: вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы: вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$:

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$:

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{\qquad\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{\quad\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, \quad\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, \qquad\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, \quad\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, \quad\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(\quad) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(\quad) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(x^0) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(x^0) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = \cdot x^0 + \cdot x + \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1 \cdot x^0 + \ \cdot x + \ \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$,

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} =$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1 \cdot x^0 + 0 \cdot x + 0 \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\ ) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\ ) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x) = 1 - x =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x) = 1 - x =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x) = 1 - x = \cdot x^0 + \quad \cdot x + \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x) = 1 - x = 1 \cdot x^0 + \quad \cdot x + \quad \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x) = 1 - x = 1 \cdot x^0 + (-1) \cdot x + \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 0 & & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x) = 1 - x = 1 \cdot x^0 + (-1) \cdot x + 0 \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x) = 1 - x = 1 \cdot x^0 + (-1) \cdot x + 0 \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\quad) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \\ 0 & -1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(\quad) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \\ 0 & -1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^2) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^2) = (1-x)^2 =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^2) = (1-x)^2 = 1 - 2x + x^2 =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \\ 0 & -1 & \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^2) = (1-x)^2 = 1 - 2x + x^2 = \cdot x^0 + \quad \cdot x + \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^2) = (1-x)^2 = 1 - 2x + x^2 = 1 \cdot x^0 + \quad \cdot x + \quad \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^2) = (1-x)^2 = 1 - 2x + x^2 = 1 \cdot x^0 + (-2) \cdot x + \; \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^2) = (1-x)^2 = 1 - 2x + x^2 = 1 \cdot x^0 + (-2) \cdot x + 1 \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^2) = (1-x)^2 = 1 - 2x + x^2 = 1 \cdot x^0 + (-2) \cdot x + 1 \cdot x^2$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Найдем собственные значения и собственные векторы.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $= \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}}$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}}$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}} = \lambda \; [v]_{\mathbf{Б}}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}} = \lambda E [v]_{\mathbf{Б}}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}} = \lambda E [v]_{\mathbf{Б}}$, $L_{\mathbf{Б}}[v]_{\mathbf{Б}} - \lambda E [v]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}} = \lambda E [v]_{\mathbf{Б}}$, $L_{\mathbf{Б}}[v]_{\mathbf{Б}} - \lambda E [v]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \left(L_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)[v]_{\mathbf{Б}}$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}} = \lambda E [v]_{\mathbf{Б}}$, $L_{\mathbf{Б}}[v]_{\mathbf{Б}} - \lambda E [v]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \left(L_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)[v]_{\mathbf{Б}}$.
Последняя система линейных алгебраических уравнений имеет ненулевое решение. Значит...

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$,

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}} = \lambda E [v]_{\mathbf{Б}}$, $L_{\mathbf{Б}}[v]_{\mathbf{Б}} - \lambda E [v]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \left(L_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)[v]_{\mathbf{Б}}$.
Последняя система линейных алгебраических уравнений имеет ненулевое решение. Значит...

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(v) = \lambda v$, $L_{\mathbf{Б}} \cdot [v]_{\mathbf{Б}} = \left[\hat{L}(v)\right]_{\mathbf{Б}} = [\lambda v]_{\mathbf{Б}} = \lambda E [v]_{\mathbf{Б}}$, $L_{\mathbf{Б}}[v]_{\mathbf{Б}} - \lambda E [v]_{\mathbf{Б}} = [\mathbf{0}]_{\mathbf{Б}} = \left(L_{\mathbf{Б}} - \lambda E\right)[v]_{\mathbf{Б}}$.
Последняя система линейных алгебраических уравнений имеет ненулевое решение. Значит...

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$0 = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 \\ 0 & -1-\lambda & -2 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} =$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$0 = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 \\ 0 & -1-\lambda & -2 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2(-1-\lambda).$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: $\lambda = -1$:

$$0 = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 \\ 0 & -1-\lambda & -2 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2(-1-\lambda).$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: $\lambda = -1$:

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$:
$\lambda = -1$:

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$:

$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$:

$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$:
$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$:
$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: $\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \bullet \end{pmatrix},$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: $\lambda = -1$:

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \bullet \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: $\lambda = -1$:

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix},$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: $1x^0 + 0x + 0x^2$,
$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix},$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0,
$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \bullet \end{pmatrix},$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0,
$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0, $0x^0 + 1x - 1x^2$

$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0, $x - x^2$
$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0, $x - x^2$

$\lambda = -1$:

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0, $x - x^2$

$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0, $x - x^2$

$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0, $x - x^2$

$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0, $x - x^2$

$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ \bullet \\ \bullet \end{pmatrix},$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: x^0, $x - x^2$

$\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1$: $x^0, x - x^2$
$\lambda = -1$: $1x^0 - 2x + 0x^2$

$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$

$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{В} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{В} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{В}} =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} & 0 & 0 \\ 0 & & 0 \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \end{pmatrix}$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Проверим...

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$; $\lambda = -1:\ 1 - 2x$; $\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.
$\hat{L}(x - x^2) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис **Б**$= \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

Б $= \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$; $\lambda = -1:\ 1 - 2x$; **В** $= \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.

$\hat{L}(x - x^2) = (1-x) - (1-x)^2 =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$
$\lambda = -1:\ 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.
$\hat{L}(x - x^2) = (1-x) - (1-x)^2 = 1 - x - 1 + 2x - x^2 =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$; $\lambda = -1:\ 1 - 2x$; $\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.

$\hat{L}(x - x^2) = (1-x) - (1-x)^2 = 1 - x - 1 + 2x - x^2 = 0x^0 + 1(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1: \; x^0, x - x^2$
$\lambda = -1: \; 1 - 2x$
$\mathbf{B} = \{x^0; \; x - x^2; \; 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.
$\hat{L}(x - x^2) = (1-x) - (1-x)^2 = 1 - x - 1 + 2x - x^2 = 0x^0 + 1(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.
$\hat{L}(1 - 2x) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$; $\lambda = -1:\ 1 - 2x$; $\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.

$\hat{L}(x - x^2) = (1-x) - (1-x)^2 = 1 - x - 1 + 2x - x^2 = 0x^0 + 1(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.

$\hat{L}(1 - 2x) = 1 - 2(1 - x) =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$ $\lambda = -1:\ 1 - 2x$ $\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.

$\hat{L}(x - x^2) = (1-x) - (1-x)^2 = 1 - x - 1 + 2x - x^2 = 0x^0 + 1(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.

$\hat{L}(1 - 2x) = 1 - 2(1-x) = -1 + 2x =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:

вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$, $f(x) = a + bx + cx^2$, $\det\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right) = 0$, $\left(L_{\mathbf{Б}} - E\right)[v]_{\mathbf{Б}} = [0]_{\mathbf{Б}}$.

$\mathbf{Б} = \{x^0, x, x^2\}$, $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\lambda = 1:\ x^0,\ x - x^2$; $\lambda = -1:\ 1 - 2x$; $\mathbf{B} = \{x^0;\ x - x^2;\ 1 - 2x\}$, $L_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\hat{L}(x^0) = (1-x)^0 = x^0 = 1x^0 + 0(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.
$\hat{L}(x - x^2) = (1-x) - (1-x)^2 = 1 - x - 1 + 2x - x^2 = 0x^0 + 1(x - x^2) + 0(1 - 2x)$.
$\hat{L}(1 - 2x) = 1 - 2(1-x) = -1 + 2x = 0x^0 + 0(x - x^2) - 1(1 - 2x)$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$.

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\lambda = 2$, $x^2 + y^2$, $xy - y^2$ $\lambda = -2$, $-x^2 + 2xy + y^2$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\lambda = 2$, $x^2 + y^2$, $xy - y^2$ $\lambda = -2$, $-x^2 + 2xy + y^2$,

$\mathbf{В} = \{$ $\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\lambda = 2$, $x^2 + y^2$, $xy - y^2$ $\lambda = -2$, $-x^2 + 2xy + y^2$,

$\mathbf{B} = \{x^2 + y^2;$ $\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\lambda = 2$, $x^2 + y^2$, $xy - y^2$ $\lambda = -2$, $-x^2 + 2xy + y^2$,

$\mathbf{B} = \{x^2 + y^2; xy - y^2; \qquad\qquad\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\lambda = 2$, $x^2 + y^2$, $xy - y^2$ $\lambda = -2$, $-x^2 + 2xy + y^2$,

$\mathbf{B} = \{x^2 + y^2; xy - y^2; -x^2 + 2xy + y^2\}$,

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \ldots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \ldots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \ldots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \ldots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \ldots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0, \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ & \ldots & \\ a_{n1} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \ldots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\lambda = 2$, $x^2 + y^2$, $xy - y^2$ $\lambda = -2$, $-x^2 + 2xy + y^2$,

$\mathbf{В} = \{x^2 + y^2; xy - y^2; -x^2 + 2xy + y^2\}$, $P_{\mathbf{В}} =$

Задача 69. Если возможно, найти базис, в котором диагональна матрица оператора:
a) $\hat{L}(f(x)) = f(1-x)$ на линейном пространстве многочленов степени не выше 2;
b) $\hat{L}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$ на линейном пространстве квадратичных форм вида $\alpha x^2 + \beta x + \gamma y^2$.

Ответ. **I. Переформулировать задачу для $\mathbb{R}^n$;** **II. Решить полученную матричную задачу;** **III. Интерпретировать результат.**

I.1. Ввести базис $\mathbf{Б} = \{e_1; \dots; e_n\}$; I.2. Все объекты и отношения заменить на типовые образы:
вектор: $x \in U$: $[x]_{\mathbf{Б}} = (x_1 \dots x_n)^t$, $x = x_1 e_1 + \dots + x_n e_n$,

подпространство: $V \leqslant U$: $V = \langle v_1, \dots, v_k \rangle = \left\{ x_1 e_1 + \dots + x_n e_1 \;\middle|\; \begin{cases} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases} \right\}$,

лин.оператор $\hat{L}$: $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ & \dots & \\ a_{n1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$, где $\hat{L}(e_j) = a_{1j}e_1 + \dots + x_{nj}e_n$, $\left[\hat{L}(x)\right]_{\mathbf{Б}} = L_{\mathbf{Б}} \cdot [x]_{\mathbf{Б}}$.

b) $\hat{P}(f(x,y)) = f(x+y, x-y)$. В данном случае приведем только ответ:

$\mathbf{Б} = \{x^2; xy; y^2\}$, $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$\lambda = 2$, $x^2 + y^2$, $xy - y^2$ $\lambda = -2$, $-x^2 + 2xy + y^2$,

$\mathbf{В} = \{x^2 + y^2; xy - y^2; -x^2 + 2xy + y^2\}$, $P_{\mathbf{В}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

Решение задачи 70.

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис:

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

Что надо найти?

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Что надо найти? Матрицу.

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

Что надо найти? Матрицу. *В каком виде запишем ответ?*

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

Что надо найти? Матрицу. *В каком виде запишем ответ?* Таблицей чисел.

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Что надо найти? Матрицу. *В каком виде запишем ответ?* Таблицей чисел. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

Что надо найти? Матрицу. *В каком виде запишем ответ?* Таблицей чисел. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Обозначим коэффициенты искомой матрицы через h_{ij}.

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

Что надо найти? Матрицу. *В каком виде запишем ответ?* Таблицей чисел. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Обозначим коэффициенты искомой матрицы через h_{ij}. *Составим уравнение. Значение какой величину вычислим разными способами?*

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

Что надо найти? Матрицу. *В каком виде запишем ответ?* Таблицей чисел. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Обозначим коэффициенты искомой матрицы через h_{ij}. *Составим уравнение. Значение какой величину вычислим разными способами?* Вычисляя двумя способами $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)$, получаем

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\dfrac{\partial}{\partial x}+b\dfrac{\partial}{\partial y}+c\dfrac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\dfrac{\partial}{\partial x};\ \dfrac{\partial}{\partial y};\ \dfrac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Что надо найти? Матрицу. *В каком виде запишем ответ?* Таблицей чисел. *Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* Обозначим коэффициенты искомой матрицы через h_{ij}. *Составим уравнение. Значение какой величину вычислим разными способами?* Вычисляя двумя способами $\left[\hat{H}\left(\dfrac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)$, получаем

$$\left[h_{11}\frac{\partial}{\partial x}+h_{21}\frac{\partial}{\partial y}+h_{31}\frac{\partial}{\partial z}\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz\ \Rightarrow$$

$$h_{11}yz+h_{21}xz+h_{31}xy=-8xy+4xz-5yz\ \Rightarrow\ \begin{cases}h_{11}=-5,\\ h_{21}=4,\\ h_{31}=-8.\end{cases}$$

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

Вычисляя двумя способами $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)$, получаем

$$\left[h_{11}\frac{\partial}{\partial x}+h_{21}\frac{\partial}{\partial y}+h_{31}\frac{\partial}{\partial z}\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz\ \Rightarrow$$

$$h_{11}yz+h_{21}xz+h_{31}xy=-8xy+4xz-5yz\ \Rightarrow\ \begin{cases}h_{11}=-5,\\ h_{21}=4,\\ h_{31}=-8.\end{cases}$$

Аналогично находим остальные коэффициенты матрицы $H_{\mathbf{Б}}$ (вычисляя двумя способами сначала $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)$ и затем $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)$).

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

В итоге получаем $H_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-5 & -2 & 2\\ 4 & 1 & -2\\ -8 & -4 & 3\end{pmatrix}$.

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

В итоге получаем $H_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-5 & -2 & 2\\ 4 & 1 & -2\\ -8 & -4 & 3\end{pmatrix}$. Найдем **характеристический полином**:

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе **Б**.

В итоге получаем $H_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-5 & -2 & 2\\ 4 & 1 & -2\\ -8 & -4 & 3\end{pmatrix}$. Найдем **характеристический полином**:

$$\begin{vmatrix}-5-\lambda & -2 & 2\\ 4 & 1-\lambda & -2\\ -8 & -4 & 3-\lambda\end{vmatrix}=-\lambda^3-\lambda^2+\lambda+1=-(\lambda-1)(\lambda+1)^2.$$

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

В итоге получаем $H_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-5&-2&2\\4&1&-2\\-8&-4&3\end{pmatrix}$. **Характеристический полином** $-(\lambda-1)(\lambda+1)^2$.

Находим **собственные векторы** для $\lambda=1$:

$$\begin{pmatrix}-6&-2&2\\4&0&-2\\-8&-4&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}-6&-2&2\\4&0&-2\\-8&-4&2\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&1&0\\-2&0&1\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}1\\\bullet\\\bullet\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}=\left[\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z}\right]_{\mathbf{Б}}.$$

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Искомый базис состоит из собственных векторов оператора $\hat{H}$. Выберем естественный базис: $\mathbf{Б}=\left\{\frac{\partial}{\partial x};\ \frac{\partial}{\partial y};\ \frac{\partial}{\partial z}\right\}$. Найдем **матрицу оператора** $\hat{H}$ в базисе $\mathbf{Б}$.

В итоге получаем $H_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}-5 & -2 & 2\\ 4 & 1 & -2\\ -8 & -4 & 3\end{pmatrix}$.

Находим **собственные векторы** для $\lambda=-1$:

$$\begin{pmatrix}-4 & -2 & 2\\ 4 & 2 & -2\\ -8 & -4 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}-4 & -2 & 2\\ 4 & 2 & -2\\ -8 & -4 & 4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}-2 & -1 & 1\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ \bullet & \bullet\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\left(\left[\frac{\partial}{\partial x}+2\frac{\partial}{\partial z}\right]_{\mathbf{Б}}\ \left[\frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\right]_{\mathbf{Б}}\right)$$

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Ответ. В базисе $\left\{\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z};\ \frac{\partial}{\partial x}+2\frac{\partial}{\partial z};\ \frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\right\}$ **матрица оператора** $\hat{H}$ диагональна и имеет вид $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$.

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Ответ. В базисе $\left\{\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z};\ \frac{\partial}{\partial x}+2\frac{\partial}{\partial z};\ \frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\right\}$ **матрица оператора** $\hat{H}$ диагональна и имеет вид $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$.

Проверку проведем только для первого базисного вектора. В координатной форме получаем $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]_{\mathbf{Б}}=$

$$=\begin{pmatrix}-5&-2&2\\4&1&-2\\-8&-4&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}=1\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}.$$

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Ответ. В базисе $\left\{\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z};\ \frac{\partial}{\partial x}+2\frac{\partial}{\partial z};\ \frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\right\}$ **матрица оператора** $\hat{H}$ диагональна и имеет вид $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$.

Другой способ проверки: с одной стороны, вычисляя с использованием характеристического свойства оператора $\hat{H}$, получаем $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=$

$$=\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)-\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)+2\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=$$

$$=-8xy+4xz-5yz-(-4xy+xz-2yz)+2\,(3xy-2xz+2yz)=$$

$$=2xy-xz+yz.$$

Задача 70. На **линейном пространстве** дифференциальных операторов вида $a\frac{\partial}{\partial x}+b\frac{\partial}{\partial y}+c\frac{\partial}{\partial z}$ задан линейный оператор $\hat{H}$ такой, что $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\right](xyz)=-8xy+4xz-5yz$,

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right](xyz)=-4xy+xz-2yz,$$

$$\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=3xy-2xz+2yz.$$

Если возможно, найдите базис, в котором матрица этого оператора диагональна и укажите вид матрицы в этом базисе.

Ответ. Ответ. В базисе $\left\{\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z};\ \frac{\partial}{\partial x}+2\frac{\partial}{\partial z};\ \frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\right\}$ **матрица оператора** $\hat{H}$ диагональна и имеет вид $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$.

Другой способ проверки: с одной стороны, вычисляя с использованием характеристического свойства оператора $\hat{H}$, получаем $\left[\hat{H}\left(\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z}\right)\right](xyz)=2xy-xz+yz$.

С другой стороны,

$$1\cdot\left[\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial z}\right](xyz)=yz-xz+2xy.$$

Очевидно, что из совпадения рассматриваемых операторов на xyz следует их совпадение. Проверка «как бы закончена» (мы не проверили вторым способом правильность нахождения второго и третьего базисных векторов).

Решение задачи 71.

Задача 71. Найти базис, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет диагональный вид, если на множестве **симметричных** матриц размерности 2×2 он задан формулой

$$\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 71. Найти базис, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет диагональный вид, если на множестве **симметричных** матриц размерности 2×2 он задан формулой

$$\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ оператор $\hat{A}$ имеет матрицу

Задача 71. Найти базис, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет диагональный вид, если на множестве **симметричных** матриц размерности 2×2 он задан формулой

$$\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ оператор $\hat{A}$ имеет матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 16 & -8 & 4 \\ 8 & -8 & 2 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** равен

Задача 71. Найти базис, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет диагональный вид, если на множестве **симметричных** матриц размерности 2×2 он задан формулой

$$\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ оператор $\hat{A}$ имеет матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 16 & -8 & 4 \\ 8 & -8 & 2 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** равен $\lambda^3 - 9\lambda^2$.

Собственному значению 0 соответствуют, например, векторы (базис ядра оператора $\hat{A}$)

Задача 71. Найти базис, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет диагональный вид, если на множестве **симметричных** матриц размерности 2×2 он задан формулой

$$\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ оператор $\hat{A}$ имеет матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 16 & -8 & 4 \\ 8 & -8 & 2 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** равен $\lambda^3 - 9\lambda^2$.
Собственному значению 0 соответствуют, например, векторы (базис ядра оператора $\hat{A}$) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Задача 71. Найти базис, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет диагональный вид, если на множестве **симметричных** матриц размерности 2×2 он задан формулой

$$\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ оператор $\hat{A}$ имеет матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 16 & -8 & 4 \\ 8 & -8 & 2 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** равен $\lambda^3 - 9\lambda^2$.

Собственному значению 0 соответствуют, например, векторы (базис ядра оператора $\hat{A}$) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Собственному значению $\lambda = 9$ соответствуют ненулевые векторы, пропорциональные вектору

Задача 71. Найти базис, в котором **матрица оператора** $\hat{A}$ имеет диагональный вид, если на множестве **симметричных** матриц размерности 2×2 он задан формулой

$$\hat{A}(X) = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ответ. В базисе $\mathbf{Б} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ оператор $\hat{A}$ имеет матрицу $A_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 16 & -8 & 4 \\ 8 & -8 & 2 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** равен $\lambda^3 - 9\lambda^2$.

Собственному значению 0 соответствуют, например, векторы (базис ядра оператора $\hat{A}$) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Собственному значению $\lambda = 9$ соответствуют ненулевые векторы, пропорциональные вектору $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение задачи 72.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x))=f(1-x). \tag{55}$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x))=f(1-x). \tag{55}$$

Ответ.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x))=f(1-x). \tag{55}$$

Ответ.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Мы приведем 2 решения: решение, полностью основанное на алгебре многочленов, и стандартное решение, связанное с переходом «в пространство координат».

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x))=f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;\, g(x)\Big) = \Big(f(x);\, \hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\, g(x)\, dx =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

В интеграле из левой части сделаем замену переменной $t=1-x$, получим...

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

$$\int \qquad\qquad =\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В интеграле из левой части сделаем замену переменной $t=1-x$, получим...

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

$$\int f(t)\,g(1-t) \qquad =\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В интеграле из левой части сделаем замену переменной $t=1-x$, получим...

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x))=f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

$$\int f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В интеграле из левой части сделаем замену переменной $t=1-x$, получим...

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

$$\int f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В интеграле из левой части сделаем замену переменной $t=1-x$, получим...

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В интеграле из левой части сделаем замену переменной $t=1-x$, получим...

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В интеграле из левой части сделаем замену переменной $t=1-x$, получим...

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x))=f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\left(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\right)=\left(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\right)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В интеграле из левой части сделаем замену переменной $t=1-x$, получим...

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\left(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\right)=\left(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\right)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \qquad =\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \qquad =\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\left(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\right)=\left(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\right)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

$$\int\limits_1^0 f(t)\,g(1-t)\,(-1)dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В левой части последнего равенства переменную интегрирования t заменим на x, получим

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В левой части последнего равенства переменную интегрирования t заменим на x, получим

$$\int\limits_0^1 f(x)\,g(1-x)\,dx=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В левой части последнего равенства переменную интегрирования t заменим на x, получим

$$\int\limits_0^1 f(x)\,g(1-x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx,$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В левой части последнего равенства переменную интегрирования t заменим на x, получим

$$\int\limits_0^1 f(x)\,g(1-x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx,$$

то есть можно положить $\hat{P}^*\,(g(x))=$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В левой части последнего равенства переменную интегрирования t заменим на x, получим

$$\int\limits_0^1 f(x)\,g(1-x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx,$$

то есть можно положить $\hat{P}^*\,(g(x))=g(1-x)$.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В левой части последнего равенства переменную интегрирования t заменим на x, получим

$$\int\limits_0^1 f(x)\,g(1-x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx,$$

то есть можно положить $\hat{P}^*\,(g(x))=g(1-x)$. Следовательно, $\hat{P}^*=\hat{P}$, то есть оператор $\hat{P}$ —

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\Big(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\Big)=\Big(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\Big)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В левой части последнего равенства переменную интегрирования t заменим на x, получим

$$\int\limits_0^1 f(x)\,g(1-x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx,$$

то есть можно положить $\hat{P}^*\,(g(x))=g(1-x)$. Следовательно, $\hat{P}^*=\hat{P}$, то есть оператор $\hat{P}$ — самосопряженный.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Первое решение. В определении сопряженного оператора $\left(\hat{P}\,(f(x))\,;g(x)\right)=\left(f(x);\hat{P}^*\,(g(x))\right)$ воспользуемся формулами (54) и (55):

$$\int\limits_0^1 f(1-x)\,g(x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx \quad\Leftrightarrow\quad \int\limits_0^1 f(t)\,g(1-t)\,dt=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx.$$

В левой части последнего равенства переменную интегрирования t заменим на x, получим

$$\int\limits_0^1 f(x)\,g(1-x)\,dx=\int\limits_0^1 f(x)\,\hat{P}^*\,(g(x))\;dx,$$

то есть можно положить $\hat{P}^*\,(g(x))=g(1-x)$. Следовательно, $\hat{P}^*=\hat{P}$, то есть оператор $\hat{P}$ — самосопряженный.

Этот метод дал ответ быстро, но это достигнуто за счет некоторой нестандартности решения, его «эвристичности». Далеко не всегда можно за разумное время получить «хорошую» формулу для сопряженного оператора, точнее, для нахождения образа вектора. Поэтому мы продемонстрируем второй, стандартный, способ.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{\qquad\qquad\}=$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{\qquad\qquad\}=$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\qquad\}=$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{\qquad\qquad\}$.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\quad\}$.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$\Big[\hat{P}\,(\qquad)\Big]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$\left[\hat{P}\,(x(x-1))\right]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} =$$
$$= [(1-x)(1-x-1)]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$\left[\hat{P}\,(x(x-1))\right]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} =$

$= [(1-x)(1-x-1)]_{\mathbf{Б}} =$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} =$$
$$= [(1-x)(1-x-1)]_{\mathbf{Б}} = [1 \cdot x(x-1) + 0 \cdot x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$= [(1-x)(1-x-1)]_{\mathbf{Б}} = [1 \cdot x(x-1) + 0 \cdot x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(\qquad\qquad)\Big]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}}=[x(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$,

$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}}=$

$=[(1-x)^2((1-x)-1)]_{\mathbf{Б}}=$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1) - x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} =$$

$$= [(1-x)^2((1-x)-1)]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}}=[x(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}}=[x(x-1)-x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}}=$$

$$=[(1-x)^2((1-x)-1)]_{\mathbf{Б}}=[1\cdot x(x-1)-1\cdot x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}}=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1) - x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$= [(1-x)^2((1-x)-1)]_{\mathbf{Б}} = [1 \cdot x(x-1) - 1 \cdot x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1) - x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1) - x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ 0 & \end{pmatrix}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1) - x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ 0 & \end{pmatrix}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}} = [x(x-1) - x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Найдем в этом базисе **матрицу оператора** $\hat{P}$:

$$\Big[\hat{P}\,(x(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}}=[x(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix},$$

$$\Big[\hat{P}\,(x^2(x-1))\Big]_{\mathbf{Б}}=[x(x-1)-x^2(x-1)]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

$\gamma_{11} =$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11} = \Big(x(x-1);\, x(x-1)\Big) =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11} = \Big(x(x-1);\, x(x-1)\Big) = \int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\; dx =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11} = \Big(x(x-1);\, x(x-1)\Big) = \int_0^1 x^2\,(x-1)^2\; dx = \frac{1}{5} - \frac{2}{4} + \frac{1}{3} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}\,.\quad P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}.$

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & \\ & \end{pmatrix}.$

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\;dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$\gamma_{12}=\gamma_{21}=$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\,g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\,x^2(x-1)\} = \{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11} = \Big(x(x-1);\,x(x-1)\Big) = \int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\;dx = \frac{1}{5} - \frac{2}{4} + \frac{1}{3} = \frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12} = \gamma_{21} = \Big(x^2(x-1);\,x(x-1)\Big) =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & \\ & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{60},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{60},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{60},$$

$\gamma_{22}=$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{60},$$

$$\gamma_{22}=\Big(x^2(x-1);x^2(x-1)\Big)=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}\,.\quad P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}.$

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & \end{pmatrix}.$

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{60},$$

$$\gamma_{22}=\Big(x^2(x-1);x^2(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^4\,(x-1)^2\,dx=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{60},$$

$$\gamma_{22}=\Big(x^2(x-1);x^2(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^4\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{7}-\frac{2}{6}+\frac{1}{5}=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & \end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{60},$$

$$\gamma_{22}=\Big(x^2(x-1);x^2(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^4\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{7}-\frac{2}{6}+\frac{1}{5}=\frac{1}{105},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}$.

$$\gamma_{11}=\Big(x(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^2\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{5}-\frac{2}{4}+\frac{1}{3}=\frac{1}{30},$$

$$\gamma_{12}=\gamma_{21}=\Big(x^2(x-1);x(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^3\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{6}-\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{60},$$

$$\gamma_{22}=\Big(x^2(x-1);x^2(x-1)\Big)=\int\limits_0^1 x^4\,(x-1)^2\,dx=\frac{1}{7}-\frac{2}{6}+\frac{1}{5}=\frac{1}{105},$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору**

$$\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x). \tag{55}$$

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} =$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \qquad & \qquad \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ & \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ & \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\qquad\qquad} \begin{pmatrix} \qquad\qquad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\qquad\qquad} \begin{pmatrix} \qquad\qquad \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}}=\Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}P^t_{\mathbf{Б}}\Gamma_{\mathbf{Б}}=$

$$=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{\qquad\qquad}\begin{pmatrix}\\ & 1/30\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & -1/140\end{pmatrix}=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\qquad\qquad} \begin{pmatrix} & \\ & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{} \begin{pmatrix} 1/105 & \\ & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\qquad\qquad} \begin{pmatrix} 1/105 & \\ & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\qquad\qquad} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\qquad} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\qquad} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

$$= \qquad\qquad \cdot \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

$$= 60 \cdot 60 \cdot 7 \cdot \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/140 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

$$= 60 \cdot 60 \cdot 7 \cdot \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/140 \end{pmatrix} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 4/7 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3/7 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} = \Big($ $\Big) =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

$$= 60 \cdot 60 \cdot 7 \cdot \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/140 \end{pmatrix} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 4/7 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3/7 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & \\ & \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

$$= 60 \cdot 60 \cdot 7 \cdot \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/140 \end{pmatrix} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 4/7 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3/7 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

$$= 60 \cdot 60 \cdot 7 \cdot \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/140 \end{pmatrix} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 4/7 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3/7 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

$$= 60 \cdot 60 \cdot 7 \cdot \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/140 \end{pmatrix} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 4/7 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3/7 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);\, g(x)\big) = \int\limits_0^1 f(x)\, g(x)\, dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x)) = f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б} = \{x(x-1);\, x^2(x-1)\} = \{x^2 - x;\, x^3 - x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}} = \Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}} P^t_{\mathbf{Б}} \Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/105 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105} - \left(\frac{1}{60}\right)^2} \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & -1/140 \end{pmatrix} =$$

$$= 60 \cdot 60 \cdot 7 \cdot \begin{pmatrix} 1/105 & -1/60 \\ -1/60 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/30 & 1/60 \\ 1/60 & 1/140 \end{pmatrix} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 4/7 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3/7 \end{pmatrix} =$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}}=\Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}P^t_{\mathbf{Б}}\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}=P_{\mathbf{Б}}$.

$$=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{30}\cdot\frac{1}{105}-\left(\frac{1}{60}\right)^2}\begin{pmatrix}1/105 & -1/60\\ -1/60 & 1/30\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & -1/140\end{pmatrix}=$$

$$=60\cdot 60\cdot 7\cdot\begin{pmatrix}1/105 & -1/60\\ -1/60 & 1/30\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/140\end{pmatrix}=7\cdot\begin{pmatrix}4/7 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3/7\end{pmatrix}=$$

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}}=\Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}P^t_{\mathbf{Б}}\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}=P_{\mathbf{Б}}$.

На первый взгляд, сравнение с первым решением не в пользу второго решения.

Задача 72. Пусть U — линейное пространство таких многочленов степени не выше 3, что числа 0 и 1 являются корнями каждого из них. Скалярное произведение введено формулой

$$\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^1 f(x)\,g(x)\,dx. \tag{54}$$

Найдите **сопряженный к оператору** $\hat{P}\,(f(x))=f(1-x).$ (55)

Ответ. Второе решение. Выберем какой-либо базис пространства U, например, $\mathbf{Б}=\{x(x-1);\,x^2(x-1)\}=\{x^2-x;\,x^3-x^2\}$. $P_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Теперь вычислим **матрицу Грама**: $\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1/30 & 1/60\\ 1/60 & 1/105\end{pmatrix}$.

Следовательно, матрица сопряженного оператора равна $P^*_{\mathbf{Б}}=\Gamma^{-1}_{\mathbf{Б}}P^t_{\mathbf{Б}}\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}=P_{\mathbf{Б}}$.

На первый взгляд, сравнение с первым решением не в пользу второго решения.
Но бóльшая часть трудностей связана с переходом в «пространство координат» (пространство $\mathbb{R}^2$), зато после этого оператор можно задавать стандартным образом — с помощью матрицы — и вычисление матрицы сопряженного оператора представляет собой рутинную процедуру.

Решение задачи 73.

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ.

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$,

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,
$(x^2, x^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, x^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, x^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$= \Bigg($

$+ \qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, x^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \qquad + \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, x^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} + \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, x^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, x^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$$= \Bigg(\underbrace{\left((-1)^2 + 0(-1)^2\right)\left((-1)^2 + 0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} + $$

$$+ \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, x^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$$= \Bigg(\underbrace{\left((-1)^2 + 0(-1)^2\right)\left((-1)^2 + 0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\left((-1)^2 + 0 \cdot 0^2\right)\left((-1)^2 + 0 \cdot 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0} +$$

$$+ \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}\quad\end{pmatrix}$,

$(x^2,x^2)=(x^2+0\cdot y^2,x^2+0\cdot y^2)=$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2,x^2)=(x^2+0\cdot y^2,x^2+0\cdot y^2)=$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,x^2)=(x^2+0\cdot y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2,x^2)=(x^2+0\cdot y^2,x^2+0\cdot y^2)=$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,x^2)=(x^2+0\cdot y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\qquad\qquad\qquad\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,x^2)=(x^2+0\cdot y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=1,\ q=-1}\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,x^2)=(x^2+0\cdot y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=1,\ q=-1}\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,x^2)=(x^2+0\cdot y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=1,\,q=-1}\Bigg)_{p=1}=4.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,
$(x^2, y^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,
$(x^2, y^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, y^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$= \Bigg($

$+ \qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} \quad +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, y^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{p=-1,\, q=-1} + \qquad + \qquad\qquad\qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, y^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} +$

$+ \qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, y^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$(x^2, y^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$$= \Bigg(\underbrace{\left((-1)^2 + 0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2, y^2) = (x^2 + 0 \cdot y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$$

$$= \Bigg(\underbrace{\left((-1)^2 + 0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\left((-1)^2 + 0 \cdot 0^2\right)\left(0 \cdot (-1)^2 + 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0} +$$

$$+ \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,y^2)=(x^2+0\cdot y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,y^2)=(x^2+0\cdot y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,y^2)=(x^2+0\cdot y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0\cdot 0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,y^2)=(x^2+0\cdot y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0\cdot 0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot 0^2+0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,y^2)=(x^2+0\cdot y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0\cdot 0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot 0^2+0^2\right)}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\qquad\qquad\qquad\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,y^2)=(x^2+0\cdot y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0\cdot 0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot 0^2+0^2\right)}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=1,\ q=-1}\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,y^2)=(x^2+0\cdot y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left((-1)^2+0(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(0\cdot 0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0^2+0\cdot 0^2\right)\left(0\cdot 0^2+0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=1,\,q=-1}\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & \\ & \end{pmatrix}$,

$$(x^2,y^2)=(x^2+0\cdot y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\big((-1)^2+0(-1)^2\big)\big(0(-1)^2+(-1)^2\big)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\big((-1)^2+0\cdot 0^2\big)\big(0\cdot(-1)^2+0^2\big)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\big((-1)^2+0\cdot 1^2\big)\big(0\cdot(-1)^2+1^2\big)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\big(0^2+0\cdot(-1)^2\big)\big(0\cdot 0^2+(-1)^2\big)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\big(0^2+0\cdot 0^2\big)\big(0\cdot 0^2+0^2\big)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\big(1^2+0\cdot(-1)^2\big)\big(1^2+0\cdot(-1)^2\big)}_{p=1,\,q=-1}\Bigg)_{p=1}=3.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ & \end{pmatrix}$,

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ & \end{pmatrix}$,
$(y^2, x^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix}$,
$(y^2, x^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \end{pmatrix}$,

$(y^2, x^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$= \Bigg($

$+ \qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} \quad +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ & \end{pmatrix}$,

$(y^2, x^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \qquad + \qquad\qquad\qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ & \end{pmatrix}$,

$(y^2, x^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} +$

$+ \qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ & \end{pmatrix}$,

$(y^2, x^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ & \end{pmatrix}$,

$(y^2, x^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$$= \Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)\left((-1)^2 + 0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} + $$

$$+ \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ & \end{pmatrix}$,

$(y^2, x^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, x^2 + 0 \cdot y^2) =$

$$= \left(\underbrace{\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)\left((-1)^2 + 0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\left(0 \cdot (-1)^2 + 0^2\right)\left((-1)^2 + 0 \cdot 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0} + \right.$$

$$\left. + \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \right)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ \end{pmatrix}$,

$(y^2,x^2)=(0\cdot x^2+y^2,x^2+0\cdot y^2)=$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ \end{pmatrix}$,

$$(y^2,x^2)=(0\cdot x^2+y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ \end{pmatrix}$,

$(y^2,x^2)=(0\cdot x^2+y^2,x^2+0\cdot y^2)=$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot 0^2+(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ \end{pmatrix}$,

$(y^2,x^2)=(0\cdot x^2+y^2,x^2+0\cdot y^2)=$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot0^2+0^2\right)\left(0^2+0\cdot0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ \end{pmatrix}$,

$$(y^2,x^2)=(0\cdot x^2+y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot 0^2+(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot 0^2+0^2\right)\left(0^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\qquad\qquad\qquad\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ \end{pmatrix}$,

$(y^2,x^2)=(0\cdot x^2+y^2,x^2+0\cdot y^2)=$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot0^2+0^2\right)\left(0^2+0\cdot0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=1,\,q=-1}\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ \end{pmatrix}$,

$$(y^2,x^2)=(0\cdot x^2+y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot 1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot 0^2+(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot 0^2+0^2\right)\left(0^2+0\cdot 0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=1,\,q=-1}\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ \end{pmatrix}$,

$$(y^2,x^2)=(0\cdot x^2+y^2,x^2+0\cdot y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left((-1)^2+0(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left((-1)^2+0\cdot0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left((-1)^2+0\cdot1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot0^2+0^2\right)\left(0^2+0\cdot0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=1,\,q=-1}\Bigg)_{p=1}=3.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,
$(y^2, y^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,
$(y^2, y^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,

$(y^2, y^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$= \Bigg($

$+ \qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} \quad +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,

$(y^2, y^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{p=-1,\, q=-1} + \qquad + \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,

$(y^2, y^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$= \Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} +$

$+ \qquad\qquad \Bigg)_{p=-1} +$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,

$(y^2, y^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$$= \left(\underbrace{\qquad}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad}_{p=-1,\ q=0} + \underbrace{\qquad}_{p=-1,\ q=1} \right)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,

$$(y^2, y^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$$

$$= \left(\underbrace{\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=0} + \right.$$

$$\left. + \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \right)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,

$$(y^2, y^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$$

$$= \Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\left(0 \cdot (-1)^2 + 0^2\right)\left(0 \cdot (-1)^2 + 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0} +$$

$$+ \underbrace{\qquad\qquad}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & \end{pmatrix}$,

$(y^2, y^2) = (0 \cdot x^2 + y^2, 0 \cdot x^2 + y^2) =$

$$= \Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)\left(0(-1)^2 + (-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1} + \underbrace{\left(0 \cdot (-1)^2 + 0^2\right)\left(0 \cdot (-1)^2 + 0^2\right)}_{p=-1,\ q=0} +$$

$$+ \underbrace{\left(0 \cdot (-1)^2 + 1^2\right)\left(0 \cdot (-1)^2 + 1^2\right)}_{p=-1,\ q=1} \Bigg)_{p=-1} +$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$,

$(y^2,y^2)=(0\cdot x^2+y^2,0\cdot x^2+y^2)=$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & \end{pmatrix}$,

$$(y^2,y^2)=(0\cdot x^2+y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\qquad\qquad}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & \end{pmatrix}$,

$$(y^2,y^2)=(0\cdot x^2+y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot0^2+0^2\right)\left(0\cdot0^2+0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & \end{pmatrix}$,

$$(y^2,y^2)=(0\cdot x^2+y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot0^2+0^2\right)\left(0\cdot0^2+0^2\right)}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\qquad\qquad\qquad\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & \end{pmatrix}$,

$$(y^2,y^2)=(0\cdot x^2+y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\ q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\ q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\ q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\ q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot0^2+0^2\right)\left(0\cdot0^2+0^2\right)}_{p=0,\ q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\qquad\qquad}_{p=1,\ q=-1}\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$,

$$(y^2,y^2)=(0\cdot x^2+y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot0^2+0^2\right)\left(0\cdot0^2+0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=1,\,q=-1}\Bigg)_{p=1}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$,

$$(y^2,y^2)=(0\cdot x^2+y^2,0\cdot x^2+y^2)=$$

$$=\Bigg(\underbrace{\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)\left(0(-1)^2+(-1)^2\right)}_{p=-1,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+0^2\right)}_{p=-1,\,q=0}+$$

$$+\underbrace{\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)\left(0\cdot(-1)^2+1^2\right)}_{p=-1,\,q=1}\Bigg)_{p=-1}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)\left(0\cdot0^2+(-1)^2\right)}_{p=0,\,q=-1}+\underbrace{\left(0\cdot0^2+0^2\right)\left(0\cdot0^2+0^2\right)}_{p=0,\,q=0}+\Bigg)_{p=0}+$$

$$+\Bigg(\underbrace{\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)\left(1^2+0\cdot(-1)^2\right)}_{p=1,\,q=-1}\Bigg)_{p=1}=4.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\Gamma_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$,

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) = \hat{D}\,(x^2 + 0 \cdot y^2) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) = \hat{D}\,(x^2 + 0 \cdot y^2) = \dfrac{d^2}{dx^2}$ $\qquad -\dfrac{d^2}{dy^2}$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) = \hat{D}\,(x^2 + 0 \cdot y^2) = \dfrac{d^2}{dx^2}\Big((\quad)^2 + 0 \cdot (\quad)^2\Big) - \dfrac{d^2}{dy^2}$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) = \hat{D}\,(x^2 + 0 \cdot y^2) = \dfrac{d^2}{dx^2}\Big((x^2)^2 + 0 \cdot (\quad)^2\Big) - \dfrac{d^2}{dy^2}$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) = \hat{D}\,(x^2 + 0 \cdot y^2) = \dfrac{d^2}{dx^2}\Big((x^2)^2 + 0 \cdot (x^2)^2\Big) - \dfrac{d^2}{dy^2}$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) = \hat{D}\,(x^2 + 0 \cdot y^2) = \dfrac{d^2}{dx^2}\Big((x^2)^2 + 0 \cdot (x^2)^2\Big) - \dfrac{d^2}{dy^2}\Big(\big(\quad\big)^2 + 0 \cdot \big(\quad\big)^2\Big) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) = \hat{D}\,(x^2 + 0 \cdot y^2) = \dfrac{d^2}{dx^2}\Big((x^2)^2 + 0 \cdot (x^2)^2\Big) - \dfrac{d^2}{dy^2}\Big((y^2)^2 + 0 \cdot (\quad)^2\Big) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\,(x^2) = \hat{D}\,(x^2 + 0 \cdot y^2) = \dfrac{d^2}{dx^2}\Big((x^2)^2 + 0 \cdot (x^2)^2\Big) - \dfrac{d^2}{dy^2}\Big((y^2)^2 + 0 \cdot (-y^2)^2\Big) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \dfrac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \dfrac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$

$\hat{D}\left(y^2\right) =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) =$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2} \qquad - \frac{d^2}{dy^2}$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(0 \cdot (\quad)^2 + (\quad)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(0 \cdot \left(x^2\right)^2 + (\quad)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(0 \cdot \left(x^2\right)^2 + \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&\\&-12\end{pmatrix}$,

$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\dfrac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\dfrac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$

$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\dfrac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\dfrac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot(\quad)^2+(\quad)^2\right)=$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&\\&-12\end{pmatrix}$,

$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\dfrac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\dfrac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$

$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\dfrac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\dfrac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+(\quad)^2\right)=$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(0 \cdot \left(x^2\right)^2 + \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(0 \cdot \left(y^2\right)^2 + \left(-y^2\right)^2\right) =$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & \\ & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(0 \cdot \left(x^2\right)^2 + \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(0 \cdot \left(y^2\right)^2 + \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & 12 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}$,

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(0 \cdot \left(x^2\right)^2 + \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(0 \cdot \left(y^2\right)^2 + \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. $\text{Б} = \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & 12 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}} =$

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(0 \cdot \left(x^2\right)^2 + \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(0 \cdot \left(y^2\right)^2 + \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида $ax^2 + by^2$ **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y), g(x,y)) = \sum\limits_{p=-1}^{1} \sum\limits_{q=-1}^{-p} f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y)) = \dfrac{d^2}{dx^2} f(x^2, x^2) - \dfrac{d^2}{dy^2} f(y^2, -y^2)$.

Ответ. Б $= \{x^2, y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}} = \begin{pmatrix} 12 & 12 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}} =$

$$\hat{D}\left(x^2\right) = \hat{D}\left(x^2 + 0 \cdot y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2 + 0 \cdot \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2 + 0 \cdot \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right) = \hat{D}\left(0 \cdot x^2 + y^2\right) = \frac{d^2}{dx^2}\left(0 \cdot \left(x^2\right)^2 + \left(x^2\right)^2\right) - \frac{d^2}{dy^2}\left(0 \cdot \left(y^2\right)^2 + \left(-y^2\right)^2\right) = 12x^2 - 12y^2.$$

$D^*_{\text{Б}} =$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{-}\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{-}\begin{pmatrix}4&\\&\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{-}\begin{pmatrix}4&-3\\&\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{-}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. Б $=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{-}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=$

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=\dfrac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\1&1\end{pmatrix}$.

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}.$$

Задача 73. В линейном пространстве квадратичных форм вида ax^2+by^2 **скалярное произведение** задано формулой $(f(x,y),g(x,y))=\sum\limits_{p=-1}^{1}\sum\limits_{q=-1}^{-p}f(p,q)g(p,q)$. Найдите оператор, **сопряжённый к оператору** $\hat{D}(f(x,y))=\dfrac{d^2}{dx^2}f(x^2,x^2)-\dfrac{d^2}{dy^2}f(y^2,-y^2)$.

Ответ. $\text{Б}=\{x^2,y^2\}$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}_{\text{Б}}=\begin{pmatrix}12&12\\-12&-12\end{pmatrix}$, $\mathbf{D}^*_{\text{Б}}=\dfrac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\1&1\end{pmatrix}$.

$$\hat{D}\left(x^2\right)=\hat{D}\left(x^2+0\cdot y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(\left(x^2\right)^2+0\cdot\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(\left(y^2\right)^2+0\cdot\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$\hat{D}\left(y^2\right)=\hat{D}\left(0\cdot x^2+y^2\right)=\frac{d^2}{dx^2}\left(0\cdot\left(x^2\right)^2+\left(x^2\right)^2\right)-\frac{d^2}{dy^2}\left(0\cdot\left(y^2\right)^2+\left(-y^2\right)^2\right)=12x^2-12y^2.$$

$$D^*_{\text{Б}}=\mathbf{\Gamma}^{-1}_{\text{Б}}D^t_{\text{Б}}\Gamma_{\text{Б}}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}12&-12\\12&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}4&-3\\-3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4&3\\3&4\end{pmatrix}=\frac{12}{7}\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}.$$ Задача решена.

Решение задачи 74.

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б}= \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица оператора** имеет вид

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б}= \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица оператора** имеет вид $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б}= \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица оператора** имеет вид $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}$ равна

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б}= \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица оператора** имеет вид $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}$ равна $\Gamma = \dfrac{1}{360}\begin{pmatrix} 12 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 12 \end{pmatrix}$, **обратная** к ней матрица имеет вид

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б}= \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица оператора** имеет вид $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}$ равна $\Gamma = \dfrac{1}{360}\begin{pmatrix} 12 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 12 \end{pmatrix}$, **обратная** к ней матрица имеет вид $\Gamma^{-1} = 18\begin{pmatrix} 3 & -6 & 1 \\ -6 & 28 & -6 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$.

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Ответ. В базисе $\mathbf{Б}= \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица оператора** имеет вид $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Матрица Грама в базисе $\mathbf{Б}$ равна $\Gamma = \frac{1}{360}\begin{pmatrix} 12 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 12 \end{pmatrix}$, **обратная** к ней матрица имеет вид $\Gamma^{-1} = 18\begin{pmatrix} 3 & -6 & 1 \\ -6 & 28 & -6 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$.

Следовательно,

$L^* =$

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Ответ. В базисе **Б**$= \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица оператора** имеет вид $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Матрица Грама в базисе **Б** равна $\Gamma = \dfrac{1}{360}\begin{pmatrix} 12 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 12 \end{pmatrix}$, **обратная** к ней матрица имеет вид $\Gamma^{-1} = 18\begin{pmatrix} 3 & -6 & 1 \\ -6 & 28 & -6 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$.

Следовательно,

$$L^* = \frac{1}{360}\begin{pmatrix} 12 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 12 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^t \cdot 18 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -6 & 1 \\ -6 & 28 & -6 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix} =$$

Задача 74. На **линейном пространстве** квадратичных форм от переменных x, y линейный оператор $\hat{L}$ задан формулой $\hat{L}(f(x;y)) = f(x-y; x+y)$. Найдите сопряженный оператор, если скалярное произведение задано формулой $(f(x;y),\ g(x;y)) = \iint\limits_G f(x;y)g(x;y)\,dx\,dy$, где G — треугольник $x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x+y \leq 0$.

Ответ. В базисе **Б**$= \{x^2,\ xy,\ y^2\}$ **матрица оператора** имеет вид $L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Матрица Грама в базисе **Б** равна $\Gamma = \dfrac{1}{360}\begin{pmatrix} 12 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 12 \end{pmatrix}$, **обратная** к ней матрица имеет вид $\Gamma^{-1} = 18\begin{pmatrix} 3 & -6 & 1 \\ -6 & 28 & -6 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix}$.

Следовательно,

$$L^* = \frac{1}{360}\begin{pmatrix} 12 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 12 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}^t \cdot 18 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -6 & 1 \\ -6 & 28 & -6 \\ 1 & -6 & 3 \end{pmatrix} = \frac{2}{5}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 13 \\ 14 & -9 & -56 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix}.$$

Решение задачи 75.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\,x,\,x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 1. Так как оператор $\hat{L}$ вырожденный, то

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 1. Так как оператор $\hat{L}$ вырожденный, то **спектр** этого оператора включает в себя 0.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 1. Так как оператор $\hat{L}$ вырожденный, то **спектр** этого оператора включает в себя 0.
Значит, **спектр** оператора $\hat{L}$ имеет вид

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 1. Так как оператор $\hat{L}$ вырожденный, то **спектр** этого оператора включает в себя 0.
Значит, **спектр** оператора $\hat{L}$ имеет вид $\mathrm{Spec}\hat{L}=\{0_1;\ 1_2\}$.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 1. Так как оператор $\hat{L}$ вырожденный, то **спектр** этого оператора включает в себя 0.

Собственный вектор, отвечающий собственному значению 0, согласно **свойствам нормального оператора**

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 1. Так как оператор $\hat{L}$ вырожденный, то **спектр** этого оператора включает в себя 0.

Собственный вектор, отвечающий собственному значению 0, согласно **свойствам нормального оператора**, ортогонален к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 1. Так как оператор $\hat{L}$ вырожденный, то **спектр** этого оператора включает в себя 0.

Собственный вектор, отвечающий собственному значению 0, согласно **свойствам нормального оператора**, ортогонален к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).

Для того, чтобы найти вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1), воспользуемся **формулой для вычисления скалярного произведения**.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что векторы $(x-1)$ и (x^2-1) «остаются неподвижными» означает, что это **собственные векторы**, отвечающие собственному значению 1. Так как оператор $\hat{L}$ вырожденный, то **спектр** этого оператора включает в себя 0.

Собственный вектор, отвечающий собственному значению 0, согласно **свойствам нормального оператора**, ортогонален к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).

Для того, чтобы найти вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1), воспользуемся **формулой для вычисления скалярного произведения**.

Для этого надо найти **матрицу Грама** в базисе **Б** (у нас пока нет другого).

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} ? & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} ? & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\quad \big(x^0;x^0\big)=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} ? & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^0\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^0\,dx=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} ? & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^0\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^0\,dx=1$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^0\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^0\,dx=1$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & ? & \\ ? & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \mathbf{?}\\ \mathbf{?} & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x\,dx=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & ? & \\ ? & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x\,dx=1$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & \\ 1 & & \\ & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x\,dx=1$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & \mathbf{?}\\ 1 & & \\ \mathbf{?} & & \end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & \mathbf{?}\\ 1 & & \\ \mathbf{?} & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^2\,dx=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & \mathbf{?}\\ 1 & & \\ \mathbf{?} & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^2\,dx=2$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & & \\ 2 & & \end{pmatrix}\qquad \big(x^0;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,x^0\,x^2\,dx=2$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & \mathbf{?} & \\ 2 & & \end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & \mathbf{?} & \\ 2 & & \end{pmatrix}\qquad (x;x)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x\,dx=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & \mathbf{?} & \\ 2 & & \end{pmatrix}\qquad (x;x)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x\,dx=2$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&\\2&&\end{pmatrix}\qquad (x;x)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x\,dx=2$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & \mathbf{?}\\ 2 & \mathbf{?} & \end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&\mathbf{?}\\2&\mathbf{?}&\end{pmatrix}\qquad \big(x;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x^2\,dx=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & \mathbf{?}\\ 2 & \mathbf{?} & \end{pmatrix}\qquad \big(x;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x^2\,dx=6$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&\end{pmatrix}\qquad \big(x;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x\cdot x^2\,dx=6$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&\mathbf{?}\end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&\mathbf{?}\end{pmatrix}\qquad \big(x^2;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x^2\cdot x^2\,dx=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&\mathbf{?}\end{pmatrix}\qquad \big(x^2;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x^2\cdot x^2\,dx=24$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

$$\Gamma_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\qquad \big(x^2;x^2\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\cdot x^2\cdot x^2\,dx=24$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\,x,\,x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.
Что надо найти?

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.
Что надо найти? Вектор.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.
Что надо найти? Вектор.
В каком виде представим ответ?

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.
Что надо найти? Вектор.
В каком виде представим ответ? Разложением по базису **Б**.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.
Что надо найти? Вектор.
В каком виде представим ответ? Разложением по базису **Б**.
Сведем задачу к значениям величин и введем переменные.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.
Что надо найти? Вектор.
В каком виде представим ответ? Разложением по базису **Б**.
Сведем задачу к значениям величин и введем переменные. Обозначим координаты ненулевого вектора из ядра через α, β, γ.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.
Что надо найти? Вектор.
В каком виде представим ответ? Разложением по базису **Б**.
Сведем задачу к значениям величин и введем переменные. Обозначим координаты ненулевого вектора из ядра через α, β, γ.
Получим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Теперь найдем ненулевой вектор из ядра, т.е. в данном случае, вектор, ортогональный к векторам $(x-1)$ и (x^2-1).
Для этого, естественно, применим **план составления уравнений**.
Что надо найти? Вектор.
В каком виде представим ответ? Разложением по базису **Б**.
Сведем задачу к значениям величин и введем переменные. Обозначим координаты ненулевого вектора из ядра через α, β, γ.
Получим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Естественно, скалярные произведения с векторами $(x-1)$ и (x^2-1).

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем двумя способами скалярное произведение вектора $\alpha+\beta x+\gamma x^2$ с помощью **соответствующей формулы** и **умножения матриц «на макроуровне»**.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем двумя способами скалярное произведение вектора $\alpha+\beta x+\gamma x^2$ с помощью **соответствующей формулы** и **умножения матриц «на макроуровне»**.

$$(\alpha\ \beta\ \gamma)\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&\\1&\\0&\end{pmatrix}=(0\quad).$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем двумя способами скалярное произведение вектора $\alpha+\beta x+\gamma x^2$ с помощью **соответствующей формулы** и **умножения матриц «на макроуровне»**.

$$(\alpha\ \beta\ \gamma)\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}=(0\ 0).$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем двумя способами скалярное произведение вектора $\alpha+\beta x+\gamma x^2$ с помощью **соответствующей формулы** и **умножения матриц «на макроуровне»**.

$$(\alpha\ \beta\ \gamma)\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}=(0\ 0).$$

$$\begin{cases}\beta+4\gamma=0,\\ \alpha+5\beta+22\gamma=0.\end{cases}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем двумя способами скалярное произведение вектора $\alpha+\beta x+\gamma x^2$ с помощью **соответствующей формулы** и **умножения матриц «на макроуровне»**.

$$(\alpha\ \beta\ \gamma)\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&-1\\1&0\\0&1\end{pmatrix}=(0\ 0).$$

$$\begin{cases}\beta+4\gamma=0,\\ \alpha+5\beta+22\gamma=0.\end{cases}$$

Решая эту систему линейных уравнений, получаем, что $-2-4x+x^2$ — ненулевой вектор из ядра.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. $-2-4x+x^2$ — ненулевой вектор из ядра. Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**:

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. $-2-4x+x^2$ — ненулевой вектор из ядра. Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**:

$$L_{\mathbf{Б}}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. $-2-4x+x^2$ — ненулевой вектор из ядра. Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**:

$$L_{\mathbf{Б}}\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. $-2-4x+x^2$ — ненулевой вектор из ядра. Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**:

$$L_{\mathbf{Б}}\begin{pmatrix}-1 & -1 & -2\\ 1 & 0 & -4\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**:

$$L_{\mathbf{Б}}\begin{pmatrix}-1&-1&-2\\1&0&-4\\0&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-1&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}\ \Rightarrow\ L_{\mathbf{Б}}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-4&1&-4\\1&1&6\end{pmatrix}.$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\,x,\,x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Нашли **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**: $L_{\mathbf{Б}}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-4&1&-4\\1&1&6\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу сопряженного оператора с помощью соответствующей формулы:**

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\,x,\,x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Нашли **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**: $L_{\mathbf{Б}}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-4&1&-4\\1&1&6\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу сопряженного оператора с помощью соответствующей формулы:**

$$L^*_{\mathbf{Б}}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}3&-4&1\\-2&1&1\\-2&-4&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Нашли **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**: $L_{\mathbf{Б}}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-4&1&-4\\1&1&6\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу сопряженного оператора с помощью соответствующей формулы:**

$$L^*_{\mathbf{Б}}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}3&-4&1\\-2&1&1\\-2&-4&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{20}\begin{pmatrix}12&-12&2\\-12&20&-4\\2&-4&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&-4&1\\-2&1&1\\-2&-4&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^{\infty} e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Нашли **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**: $L_{\mathbf{Б}}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2\\ -4 & 1 & -4\\ 1 & 1 & 6\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу сопряженного оператора с помощью соответствующей формулы:**

$$L^{*}_{\mathbf{Б}}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 6\\ 2 & 6 & 24\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1\\ -2 & 1 & 1\\ -2 & -4 & 6\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 6\\ 2 & 6 & 24\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{20}\underbrace{\begin{pmatrix} 12 & -12 & 2\\ -12 & 20 & -4\\ 2 & -4 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1\\ -2 & 1 & 1\\ -2 & -4 & 6\end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix} 14 & -17 & 3\\ -17 & 21 & -4\\ 3 & -4 & 1\end{pmatrix}}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 6\\ 2 & 6 & 24\end{pmatrix}=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Нашли **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**: $L_{\mathbf{Б}}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-4&1&-4\\1&1&6\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу сопряженного оператора с помощью соответствующей формулы:**

$$L^*_{\mathbf{Б}}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}3&-4&1\\-2&1&1\\-2&-4&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{20}\begin{pmatrix}12&-12&2\\-12&20&-4\\2&-4&1\end{pmatrix}\underbrace{\begin{pmatrix}3&-4&1\\-2&1&1\\-2&-4&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&6\\2&6&24\end{pmatrix}}_{\begin{pmatrix}1&1&6\\1&6&26\\6&26&116\end{pmatrix}}=$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^{\infty} e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Нашли **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**: $L_{\mathbf{Б}}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2\\ -4 & 1 & -4\\ 1 & 1 & 6\end{pmatrix}$.

Найдем **матрицу сопряженного оператора с помощью соответствующей формулы:**

$$L^{*}_{\mathbf{Б}}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 6\\ 2 & 6 & 24\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1\\ -2 & 1 & 1\\ -2 & -4 & 6\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 6\\ 2 & 6 & 24\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{20}\begin{pmatrix} 12 & -12 & 2\\ -12 & 20 & -4\\ 2 & -4 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1\\ -2 & 1 & 1\\ -2 & -4 & 6\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 6\\ 2 & 6 & 24\end{pmatrix}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2\\ -4 & 1 & -4\\ 1 & 1 & 6\end{pmatrix}.$$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Нашли **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**: $L_{\mathbf{Б}}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2\\ -4 & 1 & -4\\ 1 & 1 & 6\end{pmatrix}$.

Итак матрица сопряженного оператора равна:

$$L^*_{\mathbf{Б}}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -2 & -2\\ -4 & 1 & -4\\ 1 & 1 & 6\end{pmatrix}=L_{\mathbf{Б}}.$$

Значит,

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Нашли **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе **Б**: $L_{\mathbf{Б}}=\dfrac{1}{5}\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-4&1&-4\\1&1&6\end{pmatrix}$.

Итак матрица сопряженного оператора равна:

$$L^*_{\mathbf{Б}}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3&-2&-2\\-4&1&-4\\1&1&6\end{pmatrix}=L_{\mathbf{Б}}.$$

Значит, согласно **теореме об изоморфности линейного пространства операторов и линейного пространства матриц** $\hat{L}^*=\hat{L}$, т.е. оператор $\hat{L}$ — самосопряженный.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\,x,\,x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что оператор $\hat{L}$ — самосопряженный, можно было увидеть из других соображений. Мы доказали, что что существует ортонормированный базис $\mathbf{B}$ из собственных векторов оператора $\hat{L}$.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что оператор $\hat{L}$ — самосопряженный, можно было увидеть из других соображений. Мы доказали, что что существует ортонормированный базис $\mathbf{B}=\{p_1(x);\ p_2(x);\ p_3(x)\}$ из собственных векторов оператора $\hat{L}$. Можно считать, что $p_1(x)$ и $p_2(x)$ отвечают собственному значению 1, а $p_3(x)$ — собственному значению 0 (т.е.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что оператор $\hat{L}$ — самосопряженный, можно было увидеть из других соображений. Мы доказали, что что существует ортонормированный базис $\mathbf{B}=\{p_1(x);\ p_2(x);\ p_3(x)\}$ из собственных векторов оператора $\hat{L}$. Можно считать, что $p_1(x)$ и $p_2(x)$ отвечают собственному значению 1, а $p_3(x)$ — собственному значению 0 (т.е. $p_3(x)$ — ненулевой вектор из ядра).

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что оператор $\hat{L}$ — самосопряженный, можно было увидеть из других соображений. Мы доказали, что что существует ортонормированный базис $\mathbf{B}=\{p_1(x);\ p_2(x);\ p_3(x)\}$ из собственных векторов оператора $\hat{L}$. Можно считать, что $p_1(x)$ и $p_2(x)$ отвечают собственному значению 1, а $p_3(x)$ — собственному значению 0 (т.е. $p_3(x)$ — ненулевой вектор из ядра).

Тогда **матрица оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B}$ имеет вид .

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что оператор $\hat{L}$ — самосопряженный, можно было увидеть из других соображений. Мы доказали, что что существует ортонормированный базис $\mathbf{B}=\{p_1(x);\ p_2(x);\ p_3(x)\}$ из собственных векторов оператора $\hat{L}$. Можно считать, что $p_1(x)$ и $p_2(x)$ отвечают собственному значению 1, а $p_3(x)$ — собственному значению 0 (т.е. $p_3(x)$ — ненулевой вектор из ядра).

Тогда **матрица оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B}$ имеет вид $L_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что оператор $\hat{L}$ — самосопряженный, можно было увидеть из других соображений. Мы доказали, что что существует ортонормированный базис $\mathbf{B}=\{p_1(x);\ p_2(x);\ p_3(x)\}$ из собственных векторов оператора $\hat{L}$. Можно считать, что $p_1(x)$ и $p_2(x)$ отвечают собственному значению 1, а $p_3(x)$ — собственному значению 0 (т.е. $p_3(x)$ — ненулевой вектор из ядра).

Тогда **матрица оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B}$ имеет вид $L_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$.

А матрица Грама в базисе $\mathbf{B}$

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что оператор $\hat{L}$ — самосопряженный, можно было увидеть из других соображений. Мы доказали, что что существует ортонормированный базис $\mathbf{B}=\{p_1(x);\ p_2(x);\ p_3(x)\}$ из собственных векторов оператора $\hat{L}$. Можно считать, что $p_1(x)$ и $p_2(x)$ отвечают собственному значению 1, а $p_3(x)$ — собственному значению 0 (т.е. $p_3(x)$ — ненулевой вектор из ядра).

Тогда **матрица оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B}$ имеет вид $L_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$.

А матрица Грама в базисе $\mathbf{B}$ — единичная. Значит, **матрица оператора** $\hat{L}^*$ равна

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\ x,\ x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Тот факт, что оператор $\hat{L}$ — самосопряженный, можно было увидеть из других соображений. Мы доказали, что что существует ортонормированный базис $\mathbf{B}=\{p_1(x);\ p_2(x);\ p_3(x)\}$ из собственных векторов оператора $\hat{L}$. Можно считать, что $p_1(x)$ и $p_2(x)$ отвечают собственному значению 1, а $p_3(x)$ — собственному значению 0 (т.е. $p_3(x)$ — ненулевой вектор из ядра).

Тогда **матрица оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B}$ имеет вид $L_{\mathbf{B}}=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$.

А матрица Грама в базисе $\mathbf{B}$ — единичная. Значит, **матрица оператора** $\hat{L}^*$ равна $L^*_{\mathbf{B}}=L^t_{\mathbf{B}}=L_{\mathbf{B}}$.

Задача 75. Пусть в евклидовом пространстве многочленов степени не выше 2 скалярное произведение задано формулой: $\big(f(x);g(x)\big)=\int\limits_0^\infty e^{-x}\,f(x)\,g(x)\,dx$. Векторы $(x-1)$ и (x^2-1) остаются неподвижными при действии вырожденного нормального линейного оператора $\hat{L}$. Найти **спектр** оператора $\hat{L}$, матрицу оператора $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{Б}=\{x^0,\,x,\,x^2\}$, **собственные векторы** и собственные значения оператора $\hat{L}$. Найдите оператор, сопряженный к оператору $\hat{L}$.

Ответ. Задача решена.

Решение задачи 76.

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Это задача из олимпиады УГТУ-УПИ по математике, проведенной в 1997 году. Задача предложена доцентом Г. Л. Ходаком.

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Посмотрим на матрицу A как на матрицу некоторого линейного оператора. Пусть L – линейное пространство размерности 9 и $\{e_1, ..., e_9\}$ – его базис (можно в качестве L взять, например, $\mathbf{R}^9$ и стандартный базис в нем).

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Посмотрим на матрицу A как на матрицу некоторого линейного оператора. Пусть L – линейное пространство размерности 9 и $\{e_1, ..., e_9\}$ – его базис (можно в качестве L взять, например, $\mathbf{R}^9$ и стандартный базис в нем).

Тогда **оператор задается** матричным умножением $Y = A \cdot X$. Матрица A описывает преобразование базисных векторов (например, e_1 переходит в e_6, e_2 – в e_5 и т.д.).

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Разобьем базис на три группы : первая – $\{e_1, e_2, e_3\}$, вторая – $\{e_4, e_5, e_6\}$ и третья – $\{e_7, e_8, e_9\}$. Из блочного вида матрицы A видно, что при преобразовании номера групп циклически переставляются: $1 \to 2 \to 3 \to 1$. Так как период этой смены этих групп равен 3 и $2000 = 3 \cdot 666 + 2$, то 2000 преобразований изменят номера этих групп так же, как и 2 преобразования:
$1 \to$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Разобьем базис на три группы : первая – $\{e_1, e_2, e_3\}$, вторая – $\{e_4, e_5, e_6\}$ и третья – $\{e_7, e_8, e_9\}$. Из блочного вида матрицы A видно, что при преобразовании номера групп циклически переставляются: $1 \to 2 \to 3 \to 1$. Так как период этой смены этих групп равен 3 и $2000 = 3 \cdot 666 + 2$, то 2000 преобразований изменят номера этих групп так же, как и 2 преобразования:
$1 \to 3 \to$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Разобьем базис на три группы : первая – $\{e_1, e_2, e_3\}$, вторая – $\{e_4, e_5, e_6\}$ и третья – $\{e_7, e_8, e_9\}$. Из блочного вида матрицы A видно, что при преобразовании номера групп циклически переставляются: $1 \to 2 \to 3 \to 1$. Так как период этой смены этих групп равен 3 и $2000 = 3 \cdot 666 + 2$, то 2000 преобразований изменят номера этих групп так же, как и 2 преобразования:
$1 \to 3 \to 2 \to$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Разобьем базис на три группы : первая – $\{e_1, e_2, e_3\}$, вторая – $\{e_4, e_5, e_6\}$ и третья – $\{e_7, e_8, e_9\}$. Из блочного вида матрицы A видно, что при преобразовании номера групп циклически переставляются: $1 \to 2 \to 3 \to 1$. Так как период этой смены этих групп равен 3 и $2000 = 3 \cdot 666 + 2$, то 2000 преобразований изменят номера этих групп так же, как и 2 преобразования:
$1 \to 3 \to 2 \to 1$.

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Разобьем базис на три группы : первая – $\{e_1, e_2, e_3\}$, вторая – $\{e_4, e_5, e_6\}$ и третья – $\{e_7, e_8, e_9\}$. Из блочного вида матрицы A видно, что при преобразовании номера групп циклически переставляются: $1 \to 2 \to 3 \to 1$. Так как период этой смены этих групп равен 3 и $2000 = 3 \cdot 666 + 2$, то 2000 преобразований изменят номера этих групп так же, как и 2 преобразования:
$1 \to 3 \to 2 \to 1$.
Внутри каждой группы порядок векторов при преобразовании инвертируется (меняется на противоположный, например $1 \to 3 \to 1$ и $2 \to 2$).

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Разобьем базис на три группы : первая – $\{e_1, e_2, e_3\}$, вторая – $\{e_4, e_5, e_6\}$ и третья – $\{e_7, e_8, e_9\}$. Из блочного вида матрицы A видно, что при преобразовании номера групп циклически переставляются: $1 \to 2 \to 3 \to 1$. Так как период этой смены этих групп равен 3 и $2000 = 3 \cdot 666 + 2$, то 2000 преобразований изменят номера этих групп так же, как и 2 преобразования:
$1 \to 3 \to 2 \to 1$.
Внутри каждой группы порядок векторов при преобразовании инвертируется (меняется на противоположный, например $1 \to 3 \to 1$ и $2 \to 2$).
Так как число 2000 четное, то после 2000 преобразований порядок следования векторов в группах не изменится.

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. Поэтому $A^{2000} = A^2 = \begin{pmatrix} \theta & I_3 & \theta \\ \theta & \theta & I_3 \\ I_3 & \theta & \theta \end{pmatrix}$, где I_3 – единичная матрица размером 3×3.

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to e_2.$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to e_2.$$

Таким образом A^2 дает следующие цепочки преобразований

$$e_1 \to \qquad\qquad , \qquad e_6 \to \qquad\qquad , \qquad e_2 \to \qquad\qquad ,$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to e_2.$$

Таким образом A^2 дает следующие цепочки преобразований

$$e_1 \to e_7 \to \qquad , \qquad e_6 \to e_3 \to \qquad , \qquad e_2 \to e_8 \to \qquad ,$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to e_2.$$

Таким образом A^2 дает следующие цепочки преобразований

$$e_1 \to e_7 \to e_4 \to \quad , \qquad e_6 \to e_3 \to e_5 \to \quad , \qquad e_2 \to e_8 \to e_5 \to \quad ,$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to e_2.$$

Таким образом A^2 дает следующие цепочки преобразований

$$e_1 \to e_7 \to e_4 \to e_1, \qquad e_6 \to e_3 \to e_5 \to e_6, \qquad e_2 \to e_8 \to e_5 \to e_2,$$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to e_2.$$

Таким образом A^2 дает следующие цепочки преобразований

$$e_1 \to e_7 \to e_4 \to e_1, \qquad e_6 \to e_3 \to e_5 \to e_6, \qquad e_2 \to e_8 \to e_5 \to e_2,$$

а A^6 есть тождественное преобразование.

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*
Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to e_2.$$

Таким образом A^2 дает следующие цепочки преобразований

$$e_1 \to e_7 \to e_4 \to e_1, \qquad e_6 \to e_3 \to e_5 \to e_6, \qquad e_2 \to e_8 \to e_5 \to e_2,$$

а A^6 есть тождественное преобразование.

Поэтому $A^{2000} = (A^6)^{333} \cdot A^2 = A^2$, то есть $A^{2000} =$

Задача 76. Матрица A размером 9×9 составлена из девяти матриц размером 3×3:

$$A = \begin{pmatrix} \theta & \theta & B \\ B & \theta & \theta \\ \theta & B & \theta \end{pmatrix}, \text{ где } \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти A^{2000}.

Ответ. ***Другое решение*** *(предложено проф. А. Р. Данилиным)*

Рассмотрим подробнее преобразование базисных векторов, определяемое линейным оператором с матрицей A :

$$e_1 \to e_6 \to e_7 \to e_3 \to e_4 \to e_9 \to e_1, \qquad e_2 \to e_5 \to e_8 \to e_2.$$

Таким образом A^2 дает следующие цепочки преобразований

$$e_1 \to e_7 \to e_4 \to e_1, \qquad e_6 \to e_3 \to e_5 \to e_6, \qquad e_2 \to e_8 \to e_5 \to e_2,$$

а A^6 есть тождественное преобразование.

Поэтому $A^{2000} = (A^6)^{333} \cdot A^2 = A^2$, то есть $A^{2000} = \begin{pmatrix} \theta & I_3 & \theta \\ \theta & \theta & I_3 \\ I_3 & \theta & \theta \end{pmatrix}$.

Решение задачи 77.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Это задача из олимпиады УГТУ-УПИ по математике, проведенной в 1997 году. Задача предложена Ю. Б. Мельниковым.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен

.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) =$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$,

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) =$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2, \quad \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2.$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2$. Найдем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$. Имеем

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2$. Найдем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$. Имеем

$$= \left|\overrightarrow{BC}\right|^2 =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2$. Найдем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$. Имеем

$$4^2 = \left|\overrightarrow{BC}\right|^2 =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2$. Найдем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$. Имеем

$$4^2 = \left|\overrightarrow{BC}\right|^2 = \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2$. Найдем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$. Имеем

$$4^2 = \left|\overrightarrow{BC}\right|^2 = \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) - 2\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2$. Найдем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$. Имеем

$$4^2 = \left|\overrightarrow{BC}\right|^2 = \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) - 2\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) =$$

$$= 3^2 - 2\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) + 5^2,$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2$. Найдем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$. Имеем

$$4^2 = \left|\overrightarrow{BC}\right|^2 = \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) - 2\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) =$$

$$= 3^2 - 2\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) + 5^2,$$

откуда $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) =$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Для вычисления скалярного произведения найдем **матрицу Грама** в базисе **Б**.

Имеем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB}\right) = 5^2$, $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) = 3^2$. Найдем $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$. Имеем

$$4^2 = \left|\overrightarrow{BC}\right|^2 = \left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) - 2\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}\right) =$$

$$= 3^2 - 2\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) + 5^2,$$

откуда $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) = 9$.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 =$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}$: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = (x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = (x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 25x^2 + 18xy + 9y^2,$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}$: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 25x^2 + 18xy + 9y^2,$

$\left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = \left(\qquad\qquad\right)^t \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix} \left(\qquad\qquad\right) =$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 25x^2 + 18xy + 9y^2,$$

$$\left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = \left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 25x^2 + 18xy + 9y^2,$$

$$\left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = \left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 18x + 9y & -25x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 18x + 9y \\ -25x \end{pmatrix} =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе $\mathbf{Б}$: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 25x^2 + 18xy + 9y^2,$$

$$\left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = \left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 18x + 9y & -25x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 18x + 9y \\ -25x \end{pmatrix} = 9\begin{pmatrix} 25x + 25y & -7x + 9y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 18x + 9y \\ -25x \end{pmatrix} =$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 25x^2 + 18xy + 9y^2,$$

$$\left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = \left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)^t \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) =$$

$$= \begin{pmatrix} 18x + 9y & -25x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 18x + 9y \\ -25x \end{pmatrix} = 9\begin{pmatrix} 25x + 25y & -7x + 9y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 18x + 9y \\ -25x \end{pmatrix} =$$

$$= 9 \cdot 25 \cdot (25x^2 + 18xy + 9y^2).$$

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$= \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 25 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}{\sqrt{25x^2 + 18xy + 9y^2} \cdot \sqrt{9 \cdot 25 \cdot (25x^2 + 18xy + 9y^2)}} =$$

$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 25x^2 + 18xy + 9y^2$, $\quad \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 9 \cdot 25 \cdot (25x^2 + 18xy + 9y^2)$.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$= \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 25 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}{\sqrt{25x^2 + 18xy + 9y^2} \cdot \sqrt{9 \cdot 25 \cdot (25x^2 + 18xy + 9y^2)}} = \frac{25x^2 + 18xy + 9y^2}{3 \cdot 5 \cdot \left(25x^2 + 18xy + 9y^2\right)} =$$

$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 25x^2 + 18xy + 9y^2$, $\left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 9 \cdot 25 \cdot (25x^2 + 18xy + 9y^2)$.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}\left(\begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} =$$

$$= \frac{(x\ y)\begin{pmatrix} 25 & 25 \\ -7 & 9 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}{\sqrt{25x^2 + 18xy + 9y^2} \cdot \sqrt{9 \cdot 25 \cdot (25x^2 + 18xy + 9y^2)}} = \frac{25x^2 + 18xy + 9y^2}{3 \cdot 5 \cdot \left(25x^2 + 18xy + 9y^2\right)} = \frac{1}{15}.$$

$\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 25x^2 + 18xy + 9y^2$, $\left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|^2 = 9 \cdot 25 \cdot (25x^2 + 18xy + 9y^2)$.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{1}{15}.$$

Итак, любой вектор плоскости поворачивается на один и тот же угол.

Задача 77. На плоскости дан $\triangle ABC$ со сторонами $AB = 5$ м, $BC = 4$ м, $AC = 3$ м. Линейный оператор $\hat{P}$ имеет в базисе $\mathbf{Б} = \left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$ матрицу $P_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 18 & 9 \\ -25 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите ненулевые векторы плоскости, который оператор $\hat{P}$ поворачивачивает на максимальный угол и на минимальный угол.

Ответ. Из определения скалярного произведения следует, что косинус угла поворота равен $\cos\varphi = \dfrac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|}$. Нашли **матрицу Грама** в базисе **Б**: $\Gamma_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 25 & 9 \\ 9 & 9 \end{pmatrix}$.

Пусть $\overrightarrow{\mathbf{v}} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ — ненулевой вектор плоскости. Тогда по **теореме о вычислении скалярного произведения** и **теореме о координатах образа вектора**

$$\cos\varphi = \frac{\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}, \hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right)}{\left|\overrightarrow{\mathbf{v}}\right| \cdot \left|\hat{P}\overrightarrow{\mathbf{v}}\right|} = \frac{1}{15}.$$

Итак, любой вектор плоскости поворачивается на один и тот же угол.

Следовательно, $\hat{P}$ является оператором поворота плоскости на угол $\arccos\dfrac{3}{5}$ (с равномерным растяжением плоскости). Таким образом, искомыми векторами являются все ненулевые вектора плоскости.

Решение задачи 78.

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Это задача из олимпиады вузов России по математике для студентов нематематических специальностей, проведенная в 1997 году. Задача предложена Ю. Б. Мельниковым.

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Рассмотрим линейный оператор $\hat{L}$ линейного пространства симметричных матриц размерности 2×2, заданный формулой

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Рассмотрим линейный оператор $\hat{L}$ линейного пространства симметричных матриц размерности 2×2, заданный формулой

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Рассмотрим линейный оператор $\hat{L}$ линейного пространства симметричных матриц размерности 2×2, заданный формулой

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задачу можно переформулировать так:

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Рассмотрим линейный оператор $\hat{L}$ линейного пространства симметричных матриц размерности 2×2, заданный формулой

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задачу можно переформулировать так:
надо найти **собственные векторы** и **собственные значения** этого оператора.

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} =$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ -4 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ -4 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & -12 \end{pmatrix} =$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ -4 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & -12 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 12 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ -4 & & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & -12 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 12 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & -3 & \\ -4 & -12 & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & -12 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 12 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & -3 & \\ -4 & -12 & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & -12 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 12 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -6 & -8 \end{pmatrix} =$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & -3 & \\ -4 & -12 & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & -12 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 12 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -6 & -8 \end{pmatrix} = -4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 6 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 8 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & -3 & \\ -4 & -12 & \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найдем **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$. Имеем:

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & -12 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 12 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{L} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -6 & -8 \end{pmatrix} = -4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - 6 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - 8 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получили **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$:

$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** оператора $\hat{L}$ равен

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получили **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$:

$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** оператора $\hat{L}$ равен

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получили **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$:

$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** оператора $\hat{L}$ равен

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= -\lambda^3 - 10\lambda^2 + 75\lambda =$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получили **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$:

$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** оператора $\hat{L}$ равен

$$\det \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) =$$

$$= -\lambda^3 - 10\lambda^2 + 75\lambda = -\lambda\,(\lambda - 5)\,(\lambda + 15)\,.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получили **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$:

$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** оператора $\hat{L}$ равен

$$-\lambda^3 - 10\lambda^2 + 75\lambda = -\lambda\,(\lambda - 5)\,(\lambda + 15)\,.$$

Как обычно, собственные векторы находятся как решения матричных уравнений

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получили **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$:

$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** оператора $\hat{L}$ равен

$$-\lambda^3 - 10\lambda^2 + 75\lambda = -\lambda\,(\lambda - 5)\,(\lambda + 15)\,.$$

Как обычно, собственные векторы находятся как решения матричных уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получили **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$:

$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** оператора $\hat{L}$ равен

$$-\lambda^3 - 10\lambda^2 + 75\lambda = -\lambda\,(\lambda - 5)\,(\lambda + 15)\,.$$

Как обычно, собственные векторы находятся как решения матричных уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 0 & -4 \\ 0 & -8 & -6 \\ -4 & -12 & -13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Получили **матрицу оператора** $\hat{L}$ в базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$:

$L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. **Характеристический полином** оператора $\hat{L}$ равен

$$-\lambda^3 - 10\lambda^2 + 75\lambda = -\lambda\,(\lambda - 5)\,(\lambda + 15)\,.$$

Как обычно, собственные векторы находятся как решения матричных уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 0 & -4 \\ 0 & -8 & -6 \\ -4 & -12 & -13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 16 & 0 & -4 \\ 0 & 12 & -6 \\ -4 & -12 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. Получили координаты собственных векторов:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, искомые матрицы S имеют вид:

- для $\tau = 0$ получаем $S = C \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, где C — произвольное действительное число;

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. Получили координаты собственных векторов:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, искомые матрицы S имеют вид:

- для $\tau = 5$ получаем $S = C \cdot \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, где C — произвольное действительное число;

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S.$

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$. Получили координаты собственных векторов:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, искомые матрицы S имеют вид:

- для $\tau = -15$ получаем $S = C \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, где C — произвольное действительное число.

Задача 78. Найдите все симметричные матрицы S с вещественными коэффициентами и такие, что для некоторого действительного числа τ имеет место равенство $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \tau S$.

Ответ. Мы свели задачу к нахождению **собственных векторов** и **собственных значений** оператора $\hat{L}$

$$\hat{L}S = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S + S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot S \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ **матрица оператора** $L_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & -3 & -6 \\ -4 & -12 & -8 \end{pmatrix}$.

Таким образом, искомые матрицы S имеют вид:

- для $\tau = 0$ получаем $S = C \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, где C — произвольное действительное число;
- для $\tau = 5$ получаем $S = C \cdot \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, где C — произвольное действительное число;
- для $\tau = -15$ получаем $S = C \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, где C — произвольное действительное число.

Решение задачи 79.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Это задача из олимпиады УГТУ-УПИ по математике, проведенной в 1999 году. Задача предложена профессором А. А. Махневым.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено профессором Махневым А.А.) Посмотрим на A как на линейный оператор, действующий на вещественных вектор-столбцах из $\mathbb{R}^n$.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено профессором Махневым А.А.) Посмотрим на A как на линейный оператор, действующий на вещественных вектор-столбцах из $\mathbb{R}^n$.
Тогда вектор $e_n = (1, 1, ..., 1)^t$ является собственным вектором A, отвечающим собственному значению $x + ny$.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено профессором Махневым А.А.) Посмотрим на A как на линейный оператор, действующий на вещественных вектор-столбцах из $\mathbb{R}^n$.

Тогда вектор $e_n = (1, 1, ..., 1)^t$ является собственным вектором A, отвечающим собственному значению $x + ny$.

Далее, для каждого вектора a, перпендикулярного вектору $(1, 1, \ldots, 1)^t$ имеем $Ja = (0, 0, \ldots, 0)^t$, поэтому $Aa = xa$.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено профессором Махневым А.А.) Посмотрим на A как на линейный оператор, действующий на вещественных вектор-столбцах из $\mathbb{R}^n$.

Тогда вектор $e_n = (1, 1, ..., 1)^t$ является собственным вектором A, отвечающим собственному значению $x + ny$.

Далее, для каждого вектора a, перпендикулярного вектору $(1, 1, \ldots, 1)^t$ имеем $Ja = (0, 0, \ldots, 0)^t$, поэтому $Aa = xa$.

Пусть $\{e_1, ..., e_{n-1}\}$ — какой-нибудь ортонормированный базис подпространства векторов, перпендикулярных вектору e_n. Тогда в этом базисе матрица рассматриваемого линейного оператора имеет вид

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено профессором Махневым А.А.) Посмотрим на A как на линейный оператор, действующий на вещественных вектор-столбцах из $\mathbb{R}^n$.

Тогда вектор $e_n = (1, 1, ..., 1)^t$ является собственным вектором A, отвечающим собственному значению $x + ny$.

Далее, для каждого вектора a, перпендикулярного вектору $(1, 1, \ldots, 1)^t$ имеем $Ja = (0, 0, \ldots, 0)^t$, поэтому $Aa = xa$.

Пусть $\{e_1, ..., e_{n-1}\}$ — какой-нибудь ортонормированный базис подпространства векторов, перпендикулярных вектору e_n. Тогда в этом базисе матрица рассматриваемого линейного оператора имеет вид

$$\begin{pmatrix} x & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & x & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & x & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & x + ny \end{pmatrix}.$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено профессором Махневым А.А.) Посмотрим на A как на линейный оператор, действующий на вещественных вектор-столбцах из $\mathbb{R}^n$.

Тогда вектор $e_n = (1, 1, ..., 1)^t$ является собственным вектором A, отвечающим собственному значению $x + ny$.

Далее, для каждого вектора a, перпендикулярного вектору $(1, 1, \ldots, 1)^t$ имеем $Ja = (0, 0, \ldots, 0)^t$, поэтому $Aa = xa$.

Пусть $\{e_1, ..., e_{n-1}\}$ — какой-нибудь ортонормированный базис подпространства векторов, перпендикулярных вектору e_n. Тогда в этом базисе матрица рассматриваемого линейного оператора имеет вид

$$\begin{pmatrix} x & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & x & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & x & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & x + ny \end{pmatrix}.$$

Определитель такой матрицы равен $(x + ny)x^{n-1}$.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено профессором Махневым А.А.) Посмотрим на A как на линейный оператор, действующий на вещественных вектор-столбцах из $\mathbb{R}^n$.

Тогда вектор $e_n = (1, 1, ..., 1)^t$ является собственным вектором A, отвечающим собственному значению $x + ny$.

Далее, для каждого вектора a, перпендикулярного вектору $(1, 1, \ldots, 1)^t$ имеем $Ja = (0, 0, \ldots, 0)^t$, поэтому $Aa = xa$.

Пусть $\{e_1, ..., e_{n-1}\}$ — какой-нибудь ортонормированный базис подпространства векторов, перпендикулярных вектору e_n. Тогда в этом базисе матрица рассматриваемого линейного оператора имеет вид

$$\begin{pmatrix} x & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & x & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & x & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & x + ny \end{pmatrix}.$$

Определитель такой матрицы равен $(x + ny)x^{n-1}$.

Поскольку определитель всех матриц данного линейного оператора один и тот же, то и определитель исходной матрицы A равен $(x + ny)x^{n-1}$.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено доцентом Ходаком Г.Л.) По условию задачи требуется найти

$$|A| = \begin{vmatrix} x+y & y & y & \dots & y \\ y & x+y & y & \dots & y \\ y & y & x+y & \dots & y \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y & y & y & \dots & x+y \end{vmatrix}.$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено доцентом Ходаком Г.Л.) По условию задачи требуется найти

$$|A| = \begin{vmatrix} x+y & y & y & \dots & y \\ y & x+y & y & \dots & y \\ y & y & x+y & \dots & y \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y & y & y & \dots & x+y \end{vmatrix}.$$

Если $y = 0$, то $|A| = x^n$. Если $y \neq 0$, то, положив $z = x/y$, получим

$$|A| = y^n \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix}.$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. (Предложено доцентом Ходаком Г.Л.) По условию задачи требуется найти

$$|A| = \begin{vmatrix} x+y & y & y & \dots & y \\ y & x+y & y & \dots & y \\ y & y & x+y & \dots & y \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y & y & y & \dots & x+y \end{vmatrix}.$$

Если $y = 0$, то $|A| = x^n$. Если $y \neq 0$, то, положив $z = x/y$, получим

$$|A| = y^n \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix}.$$

Последний определитель обозначим через $\triangle_n$. Тогда

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ.

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ.

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ.

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & z & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & z & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & z \end{vmatrix} + z \cdot \triangle_{n-1} =$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ.

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & z & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & z & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & z \end{vmatrix} + z \cdot \triangle_{n-1} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ.

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} z & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & z & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & z & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & z \end{vmatrix} + z \cdot \triangle_{n-1} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 =$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$,

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 =$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 = 3z^2 + z^3$.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 = 3z^2 + z^3$.
Естественно предположить, что $\triangle_n = nz^{n-1} + z^n$.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 = 3z^2 + z^3$.
Естественно предположить, что $\triangle_n = nz^{n-1} + z^n$.
Правильность предположения следует из того, что такое $\triangle_n$ удовлетворяет полученному рекуррентному соотношению

$$z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1} =$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 = 3z^2 + z^3$.
Естественно предположить, что $\triangle_n = nz^{n-1} + z^n$.
Правильность предположения следует из того, что такое $\triangle_n$ удовлетворяет полученному рекуррентному соотношению

$$z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1} = z^{n-1} + z((n-1)z^{n-2} + z^{n-1}) =$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 = 3z^2 + z^3$.
Естественно предположить, что $\triangle_n = nz^{n-1} + z^n$.
Правильность предположения следует из того, что такое $\triangle_n$ удовлетворяет полученному рекуррентному соотношению

$$z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1} = z^{n-1} + z((n-1)z^{n-2} + z^{n-1}) = nz^{n-1} + z^n =$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 = 3z^2 + z^3$.
Естественно предположить, что $\triangle_n = nz^{n-1} + z^n$.
Правильность предположения следует из того, что такое $\triangle_n$ удовлетворяет полученному рекуррентному соотношению

$$z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1} = z^{n-1} + z((n-1)z^{n-2} + z^{n-1}) = nz^{n-1} + z^n = \triangle_n$$

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 = 3z^2 + z^3$.
Естественно предположить, что $\triangle_n = nz^{n-1} + z^n$.
Правильность предположения следует из того, что такое $\triangle_n$ удовлетворяет полученному рекуррентному соотношению

$$z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1} = z^{n-1} + z((n-1)z^{n-2} + z^{n-1}) = nz^{n-1} + z^n = \triangle_n$$

и при $n = 1$ совпадает с уже найденным.

Задача 79. Пусть I – единичная матрица порядка n, а J — квадратная матрица порядка n, каждый элемент которой равен 1. Найти определитель вещественной матрицы $A = xI + yJ$.

Ответ. Таким образом получено следующее рекуррентное соотношение

$$\triangle_n = \begin{vmatrix} 1+z & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1+z & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1+z & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1+z \end{vmatrix} = z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1}.$$

Поскольку $\triangle_1 = 1 + z$, то $\triangle_2 = 2z + z^2$, а $\triangle_3 = 3z^2 + z^3$.
Естественно предположить, что $\triangle_n = nz^{n-1} + z^n$.
Правильность предположения следует из того, что такое $\triangle_n$ удовлетворяет полученному рекуррентному соотношению

$$z^{n-1} + z \cdot \triangle_{n-1} = z^{n-1} + z((n-1)z^{n-2} + z^{n-1}) = nz^{n-1} + z^n = \triangle_n$$

и при $n = 1$ совпадает с уже найденным.
Итак,

$$|A| = y^n(nz^{n-1} + z^n) = y^n \left(n\frac{x^{n-1}}{y^{n-1}} + \frac{x^n}{y^n} \right) = (x + ny)x^{n-1}.$$

Отметим, что эта формула справедлива и при $y = 0$.

Решение задачи 80.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Это задача из олимпиады вузов России по математике для студентов нематематических специальностей, проведенная в 1997 году. Задача предложена Ю. Б. Мельниковым.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Так как $\hat{P}+\hat{Q}$ — самосопряженный оператор, то существует ортонормированный базис плоскости, состоящий из **собственных векторов**.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Так как $\hat{P}+\hat{Q}$ — самосопряженный оператор, то существует ортонормированный базис плоскости, состоящий из **собственных векторов**.
Поэтому вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Так как $\hat{P}+\hat{Q}$ — самосопряженный оператор, то существует ортонормированный базис плоскости, состоящий из **собственных векторов**.
Поэтому вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$. Очевидно, что система векторов $\mathbf{Б}=\left\{\overrightarrow{\mathbf{u}},\overrightarrow{\mathbf{v}}\right\}$ является базисом плоскости.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Так как $\hat{P}+\hat{Q}$ — самосопряженный оператор, то существует ортонормированный базис плоскости, состоящий из **собственных векторов**.
Поэтому вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$. Очевидно, что система векторов $\mathbf{Б}=\left\{\overrightarrow{\mathbf{u}},\overrightarrow{\mathbf{v}}\right\}$ является базисом плоскости.
По условию **ядро** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое. Но каждый вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ из **ядра** является **собственным вектором** этого оператора, отвечающим **собственному значению** 0, так как $\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\overrightarrow{\mathbf{x}}=\overrightarrow{\mathbf{0}}=0\cdot\overrightarrow{\mathbf{x}}$. Так как количество **собственных значений** линейного оператора не превосходит размерности пространства, то **собственными значениями** являются

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Так как $\hat{P}+\hat{Q}$ — самосопряженный оператор, то существует ортонормированный базис плоскости, состоящий из **собственных векторов**.
Поэтому вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$. Очевидно, что система векторов $\mathbf{Б}=\left\{\overrightarrow{\mathbf{u}},\overrightarrow{\mathbf{v}}\right\}$ является базисом плоскости.

По условию **ядро** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое. Но каждый вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ из **ядра** является **собственным вектором** этого оператора, отвечающим **собственному значению** 0, так как $\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\overrightarrow{\mathbf{x}}=\overrightarrow{\mathbf{0}}=0\cdot\overrightarrow{\mathbf{x}}$. Так как количество **собственных значений** линейного оператора не превосходит размерности пространства, то **собственными значениями** являются только 0 и 1.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Так как $\hat{P}+\hat{Q}$ — самосопряженный оператор, то существует ортонормированный базис плоскости, состоящий из **собственных векторов**.
Поэтому вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$. Очевидно, что система векторов $\mathbf{Б}=\left\{\overrightarrow{\mathbf{u}},\overrightarrow{\mathbf{v}}\right\}$ является базисом плоскости.
По условию **ядро** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое. Но каждый вектор $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ из **ядра** является **собственным вектором** этого оператора, отвечающим **собственному значению** 0, так как $\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\overrightarrow{\mathbf{x}}=\overrightarrow{\mathbf{0}}=0\cdot\overrightarrow{\mathbf{x}}$. Так как количество **собственных значений** линейного оператора не превосходит размерности пространства, то **собственными значениями** являются только 0 и 1.
Поэтому $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\vec{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\vec{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\{\vec{\mathbf{u}},\vec{\mathbf{v}}\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\vec{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\vec{\mathbf{u}}=$

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=$

$\left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}$, и $\left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}$.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\vec{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\vec{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\{\vec{\mathbf{u}},\vec{\mathbf{v}}\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\vec{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\vec{\mathbf{u}}=\vec{\mathbf{u}}=$

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=$

$\left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}$, и $\left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}$.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\vec{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\vec{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\{\vec{\mathbf{u}},\vec{\mathbf{v}}\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\vec{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\vec{\mathbf{u}}=\vec{\mathbf{u}}=\quad\cdot\vec{\mathbf{u}}+\quad\cdot\vec{\mathbf{v}},$

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=$

$\left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix},$ и $\left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}.$

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\vec{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\vec{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\{\vec{\mathbf{u}},\vec{\mathbf{v}}\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\vec{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\vec{\mathbf{u}}=\vec{\mathbf{u}}=1\cdot\vec{\mathbf{u}}+0\cdot\vec{\mathbf{v}}$,

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=$

$\left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}$, и $\left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}$.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\vec{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\vec{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\{\vec{\mathbf{u}},\vec{\mathbf{v}}\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\vec{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\vec{\mathbf{u}}=\vec{\mathbf{u}}=1\cdot\vec{\mathbf{u}}+0\cdot\vec{\mathbf{v}}$,

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=$

$\left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \\ 0 & \end{pmatrix}$, и $\left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\vec{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\vec{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\{\vec{\mathbf{u}},\vec{\mathbf{v}}\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\vec{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\vec{\mathbf{u}}=\vec{\mathbf{u}}=1\cdot\vec{\mathbf{u}}+0\cdot\vec{\mathbf{v}}$,

$\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=\vec{\mathbf{0}}=\ \ \cdot\vec{\mathbf{u}}+\ \ \cdot\vec{\mathbf{v}}$

$\left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \\ 0 & \end{pmatrix}$, и $\left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\vec{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\vec{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\{\vec{\mathbf{u}},\vec{\mathbf{v}}\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\vec{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$$\begin{matrix}\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\vec{\mathbf{u}}=\vec{\mathbf{u}}=1\cdot\vec{\mathbf{u}}+0\cdot\vec{\mathbf{v}},\\ \left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=\vec{\mathbf{0}}=0\cdot\vec{\mathbf{u}}+0\cdot\vec{\mathbf{v}}\end{matrix}\qquad \left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1 & \\ 0 & \end{pmatrix},\quad \text{и}\quad \left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}.$$

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\left\{\overrightarrow{\mathbf{u}},\overrightarrow{\mathbf{v}}\right\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$$\begin{matrix}\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\overrightarrow{\mathbf{u}}=\overrightarrow{\mathbf{u}}=1\cdot\overrightarrow{\mathbf{u}}+0\cdot\overrightarrow{\mathbf{v}},\\ \left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=\overrightarrow{\mathbf{0}}=0\cdot\overrightarrow{\mathbf{u}}+0\cdot\overrightarrow{\mathbf{v}}\end{matrix}\qquad \left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\quad \text{и}\quad \left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}&\\&\end{pmatrix}.$$

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\left\{\overrightarrow{\mathbf{u}},\overrightarrow{\mathbf{v}}\right\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$$\begin{matrix}\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\overrightarrow{\mathbf{u}}=\overrightarrow{\mathbf{u}}=1\cdot\overrightarrow{\mathbf{u}}+0\cdot\overrightarrow{\mathbf{v}},\\ \left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=\overrightarrow{\mathbf{0}}=0\cdot\overrightarrow{\mathbf{u}}+0\cdot\overrightarrow{\mathbf{v}}\end{matrix}\qquad \left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\quad \text{и}\quad \left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\vec{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\vec{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\{\vec{\mathbf{u}},\vec{\mathbf{v}}\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\vec{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\vec{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$$\begin{matrix}\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\vec{\mathbf{u}}=\vec{\mathbf{u}}=1\cdot\vec{\mathbf{u}}+0\cdot\vec{\mathbf{v}},\\ \left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=\vec{\mathbf{0}}=0\cdot\vec{\mathbf{u}}+0\cdot\vec{\mathbf{v}}\end{matrix}\qquad \left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\quad \text{и}\quad \left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Поэтому $\left[\hat{P}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0.5&0\\0&0.5\end{pmatrix}$, $\left[\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0.5&0\\0&-0.5\end{pmatrix}$.

Задача 80. Кощей Бессмертный и Змей Горыныч проводят линейные преобразования $\hat{P}$ и, соответственно, $\hat{Q}$ бескрайней русской равнины — двумерного линейного пространства U. Если они соединяют свои усилия, то **ядро** получившегося **самосопряженного оператора** $\hat{P}+\hat{Q}$ ненулевое и, кроме того, на плоскости U имеется ненулевой неподвижный вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$. Если же Змей Горыныч пытается противостоять Кощею Бессмертному, то для получившегося самосопряженного оператора $\hat{P}-\hat{Q}$ число 1 является **собственным значением**, и вектор $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ отвечает **собственному значению** 0. Найдите операторы $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ и опишите действие операторов $\hat{P}$ и $\hat{Q}$ геометрически.

Ответ. Система векторов $\mathbf{Б}=\left\{\overrightarrow{\mathbf{u}},\overrightarrow{\mathbf{v}}\right\}$ является базисом плоскости.

Вектор $\overrightarrow{\mathbf{v}}$, ортогональный к $\overrightarrow{\mathbf{u}}$, является **собственным вектором** оператора $\hat{P}+\hat{Q}$, отвечающим **собственному значению** 0.

$$\begin{matrix}\left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\overrightarrow{\mathbf{u}}=\overrightarrow{\mathbf{u}}=1\cdot\overrightarrow{\mathbf{u}}+0\cdot\overrightarrow{\mathbf{v}},\\ \left(\hat{P}+\hat{Q}\right)\mathbf{v}=\overrightarrow{\mathbf{0}}=0\cdot\overrightarrow{\mathbf{u}}+0\cdot\overrightarrow{\mathbf{v}}\end{matrix}\qquad \left[\hat{P}+\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\quad \text{и}\quad \left[\hat{P}-\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}.$$

Поэтому $\left[\hat{P}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0.5&0\\0&0.5\end{pmatrix}$, $\left[\hat{Q}\right]_{\mathbf{Б}}=\begin{pmatrix}0.5&0\\0&-0.5\end{pmatrix}$.

Таким образом, Кощей Бессмертный в коварстве своем сжимает русскую землю в два раза, а Змей Горыныч — переворачивает (выворачивает наизнанку!) равнину относительно вектора $\overrightarrow{\mathbf{u}}$ и после это, поганый, сжимает то. что получилось, в два раза.

Решение задачи 81.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x)$.

Ответ. Это задача из олимпиады вузов России по математике для студентов нематематических специальностей, проведенная в 2000 году. Задача предложена Ю. Б. Мельниковым.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x)$.

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти?

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Линейный оператор.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Линейный оператор.

В каком виде представим ответ?

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x)$.

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Линейный оператор.

В каком виде представим ответ? С помощью **матрицы оператора** в некотором базисе.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x)$.

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Линейный оператор.

В каком виде представим ответ? С помощью **матрицы оператора** в некотором базисе.

Сведем задачу к нахождению числовых параметров и введем переменные.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x)$.

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Линейный оператор.

В каком виде представим ответ? С помощью **матрицы оператора** в некотором базисе.

Сведем задачу к нахождению числовых параметров и введем переменные.

Для задания матрицы надо сначала выбрать базис, например,

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x)$.

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Линейный оператор.

В каком виде представим ответ? С помощью **матрицы оператора** в некотором базисе.

Сведем задачу к нахождению числовых параметров и введем переменные.

Для задания матрицы надо сначала выбрать базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x)$.

Ответ. Применим стратегию составления уравнений.

Что надо найти? Линейный оператор.

В каком виде представим ответ? С помощью **матрицы оператора** в некотором базисе.

Сведем задачу к нахождению числовых параметров и введем переменные.

Для задания матрицы надо сначала выбрать базис, например, $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$.

Матрица определяется своими коэффициентами. Пусть матрица оператора $\hat{Q}$ в базисе $\mathbf{Б}$ имеет вид $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Итак, пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$ **матрица оператора** $\hat{Q}$ равна $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$. Подставим базисные векторы в тождество, данное в условии. По **определению матрицы оператора** $\begin{cases} \hat{Q}x^0 = q_{11}x^0 + q_{21}x^1, \\ \hat{Q}x^1 = q_{12}x^0 + q_{22}x^1, \end{cases}$ поэтому, подставляя первый базисный вектор $f(x) = x^0$ в уравнение

$$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x), \tag{56}$$

получаем:

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Итак, пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$ **матрица оператора** $\hat{Q}$ равна $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$. Подставим базисные векторы в тождество, данное в условии. По **определению матрицы оператора** $\begin{cases} \hat{Q}x^0 = q_{11}x^0 + q_{21}x^1, \\ \hat{Q}x^1 = q_{12}x^0 + q_{22}x^1, \end{cases}$ поэтому, подставляя первый базисный вектор $f(x) = x^0$ в уравнение

$$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x), \tag{56}$$

получаем:

$$q_{21}x^0 - \left(q_{11}x^0 + q_{21}x^1\right) = x^0.$$

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Итак, пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$ **матрица оператора** $\hat{Q}$ равна $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$. Подставим базисные векторы в тождество, данное в условии. По **определению матрицы оператора** $\begin{cases} \hat{Q}x^0 = q_{11}x^0 + q_{21}x^1, \\ \hat{Q}x^1 = q_{12}x^0 + q_{22}x^1, \end{cases}$ поэтому, подставляя первый базисный вектор $f(x) = x^0$ в уравнение

$$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x), \tag{56}$$

получаем:

$$q_{21}x^0 - \left(q_{11}x^0 + q_{21}x^1\right) = x^0.$$

Для $f(x) = x^1$ имеем

$$q_{22}x^0 - \left(q_{12}x^0 + q_{22}x^1\right) = x^1.$$

Сравнивая координаты многочленов из левой и правой частей в каждом из этих равенств, получаем систему уравнений $\Bigg\{$

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Итак, пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$ **матрица оператора** $\hat{Q}$ равна $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$. Подставим базисные векторы в тождество, данное в условии. По **определению матрицы оператора** $\begin{cases} \hat{Q}x^0 = q_{11}x^0 + q_{21}x^1, \\ \hat{Q}x^1 = q_{12}x^0 + q_{22}x^1, \end{cases}$ поэтому, подставляя первый базисный вектор $f(x) = x^0$ в уравнение

$$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x), \tag{56}$$

получаем:

$$q_{21}x^0 - \left(q_{11}x^0 + q_{21}x^1\right) = x^0.$$

Для $f(x) = x^1$ имеем

$$q_{22}x^0 - \left(q_{12}x^0 + q_{22}x^1\right) = x^1.$$

Сравнивая координаты многочленов из левой и правой частей в каждом из этих равенств, получаем систему уравнений $\begin{cases} q_{21} - q_{11} = 1, \\ \\ \\ \end{cases}$

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Итак, пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$ **матрица оператора** $\hat{Q}$ равна $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$. Подставим базисные векторы в тождество, данное в условии. По **определению матрицы оператора** $\begin{cases} \hat{Q}x^0 = q_{11}x^0 + q_{21}x^1, \\ \hat{Q}x^1 = q_{12}x^0 + q_{22}x^1, \end{cases}$ поэтому, подставляя первый базисный вектор $f(x) = x^0$ в уравнение

$$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x), \tag{56}$$

получаем:

$$q_{21}x^0 - \left(q_{11}x^0 + q_{21}x^1\right) = x^0.$$

Для $f(x) = x^1$ имеем

$$q_{22}x^0 - \left(q_{12}x^0 + q_{22}x^1\right) = x^1.$$

Сравнивая координаты многочленов из левой и правой частей в каждом из этих равенств, получаем систему уравнений $\begin{cases} q_{21} - q_{11} = 1, \\ -q_{21} = 0, \end{cases}$

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Итак, пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$ **матрица оператора** $\hat{Q}$ равна $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$. Подставим базисные векторы в тождество, данное в условии. По **определению матрицы оператора** $\begin{cases} \hat{Q}x^0 = q_{11}x^0 + q_{21}x^1, \\ \hat{Q}x^1 = q_{12}x^0 + q_{22}x^1, \end{cases}$ поэтому, подставляя первый базисный вектор $f(x) = x^0$ в уравнение

$$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x), \tag{56}$$

получаем:

$$q_{21}x^0 - \left(q_{11}x^0 + q_{21}x^1\right) = x^0.$$

Для $f(x) = x^1$ имеем

$$q_{22}x^0 - \left(q_{12}x^0 + q_{22}x^1\right) = x^1.$$

Сравнивая координаты многочленов из левой и правой частей в каждом из этих равенств, получаем систему уравнений $\begin{cases} q_{21} - q_{11} = 1, \\ -q_{21} = 0, \\ q_{22} - q_{12} = 0, \end{cases}$

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Итак, пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$ **матрица оператора** $\hat{Q}$ равна $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$. Подставим базисные векторы в тождество, данное в условии. По **определению матрицы оператора** $\begin{cases} \hat{Q}x^0 = q_{11}x^0 + q_{21}x^1, \\ \hat{Q}x^1 = q_{12}x^0 + q_{22}x^1, \end{cases}$ поэтому, подставляя первый базисный вектор $f(x) = x^0$ в уравнение

$$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x), \tag{56}$$

получаем:

$$q_{21}x^0 - \left(q_{11}x^0 + q_{21}x^1\right) = x^0.$$

Для $f(x) = x^1$ имеем

$$q_{22}x^0 - \left(q_{12}x^0 + q_{22}x^1\right) = x^1.$$

Сравнивая координаты многочленов из левой и правой частей в каждом из этих равенств, получаем систему уравнений $\begin{cases} q_{21} - q_{11} = 1, \\ -q_{21} = 0, \\ q_{22} - q_{12} = 0, \\ -q_{22} = 1, \end{cases}$

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x).$

Ответ. Итак, пусть в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x^1\}$ **матрица оператора** $\hat{Q}$ равна $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix}$. Подставим базисные векторы в тождество, данное в условии. По **определению матрицы оператора** $\begin{cases} \hat{Q}x^0 = q_{11}x^0 + q_{21}x^1, \\ \hat{Q}x^1 = q_{12}x^0 + q_{22}x^1, \end{cases}$ поэтому, подставляя первый базисный вектор $f(x) = x^0$ в уравнение

$$\frac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x), \tag{56}$$

получаем:

$$q_{21}x^0 - \left(q_{11}x^0 + q_{21}x^1\right) = x^0.$$

Для $f(x) = x^1$ имеем

$$q_{22}x^0 - \left(q_{12}x^0 + q_{22}x^1\right) = x^1.$$

Сравнивая координаты многочленов из левой и правой частей в каждом из этих равенств, получаем систему уравнений $\begin{cases} q_{21} - q_{11} = 1, \\ -q_{21} = 0, \\ q_{22} - q_{12} = 0, \\ -q_{22} = 1, \end{cases}$ откуда $Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Задача 81. Пусть $\mathcal{P}_1$ — множество всех многочленов степени не выше 1 с вещественными коэффициентами с обычными операциями сложения многочленов и умножения многочлена на вещественное число. Найдите все линейные операторы $\hat{Q}$ линейного пространства $\mathcal{P}_1$ такие, что для любого многочлена $f(x) \in \mathcal{P}_1$ выполняется тождество $\dfrac{d\left(\hat{Q}\left(f(x)\right)\right)}{dx} - \hat{Q}\left(f(x)\right) = f(x)$.

Ответ. Таким образом, существует единственный линейный оператор $\hat{Q}$ с данным свойством, этот линейный оператор имеет в базисе $\mathbf{Б} = \{x^0, x\}$ матрицу $Q = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Очевидно, что этот оператор можно задать такой формулой: для любого многочлена $f(x)$ из $\mathcal{P}_1$ имеем $\hat{Q}\left(f(x)\right) = -f(x) - f'(x)$.

Решение задачи 82.

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Это задача из олимпиады вузов России по математике для студентов нематематических специальностей, проведенная в 1997 году. Задача предложена доцентом Г. Л. Ходаком.

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Обозначим линейный оператор из условия задачи через $\hat{L}$. Возьмем два произвольных ненулевых вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{y}}$. Нам надо доказать, что

$$\frac{(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}) \cdot (\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{y}})}} = \frac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}) \cdot (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}}.$$

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Обозначим линейный оператор из условия задачи через $\hat{L}$. Возьмем два произвольных ненулевых вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{y}}$. Нам надо доказать, что

$$\frac{(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}) \cdot (\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{y}})}} = \frac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}) \cdot (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}}.$$

Можно считать, что $(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) \neq 0$, так как по условию

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Обозначим линейный оператор из условия задачи через $\hat{L}$. Возьмем два произвольных ненулевых вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{y}}$. Нам надо доказать, что

$$\frac{(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{x}}) \cdot (\overrightarrow{\mathbf{y}}, \overrightarrow{\mathbf{y}})}} = \frac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}) \cdot (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}}.$$

Можно считать, что $(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) \neq 0$, так как по условию

$$(\overrightarrow{\mathbf{x}}, \overrightarrow{\mathbf{y}}) = 0 \;\Rightarrow\; (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}}) = 0.$$

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Обозначим линейный оператор из условия задачи через $\hat{L}$. Возьмем два произвольных ненулевых вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{y}}$. Нам надо доказать, что

$$\frac{(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{x}})\cdot(\overrightarrow{\mathbf{y}},\overrightarrow{\mathbf{y}})}}=\frac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}})\cdot(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}}.$$

Можно считать, что $(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{y}})\neq 0$, так как по условию

$$(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{y}})=0\ \Rightarrow\ (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})=0.$$

В доказываемом утверждении положим $\overrightarrow{\mathbf{a}}=\dfrac{1}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{x}})}}\overrightarrow{\mathbf{x}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}=\dfrac{1}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{y}},\overrightarrow{\mathbf{y}})}}\overrightarrow{\mathbf{y}}$, тогда получим, что надо доказать равенство

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Обозначим линейный оператор из условия задачи через $\hat{L}$. Возьмем два произвольных ненулевых вектора $\overrightarrow{\mathbf{x}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{y}}$. Нам надо доказать, что

$$\frac{(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{x}})\cdot(\overrightarrow{\mathbf{y}},\overrightarrow{\mathbf{y}})}}=\frac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}})\cdot(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})}}.$$

Можно считать, что $(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{y}})\neq 0$, так как по условию

$$(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{y}})=0\ \Rightarrow\ (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{x}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{y}})=0.$$

В доказываемом утверждении положим $\overrightarrow{\mathbf{a}}=\dfrac{1}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{x}},\overrightarrow{\mathbf{x}})}}\overrightarrow{\mathbf{x}}$ и $\overrightarrow{\mathbf{b}}=\dfrac{1}{\sqrt{(\overrightarrow{\mathbf{y}},\overrightarrow{\mathbf{y}})}}\overrightarrow{\mathbf{y}}$, тогда получим, что надо доказать равенство

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}},\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)=\frac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}})\cdot(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}},\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}}.$$

где $\left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right|=1$, $\left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right|=1$.

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Надо доказать, что: $\left\{ \begin{array}{l} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = 1, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \dfrac{(\hat{L}\,\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\,\overrightarrow{\mathbf{b}})}{\sqrt{(\hat{L}\,\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\,\overrightarrow{\mathbf{a}}) \cdot (\hat{L}\,\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\,\overrightarrow{\mathbf{b}})}}.$

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Надо доказать, что: $\left\{ \begin{array}{l} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = 1, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \dfrac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}) \cdot (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}}.$

Очевидно, что $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}} + \overrightarrow{\mathbf{b}}, \overrightarrow{\mathbf{a}} - \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. По условию отсюда следует, что $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}} + \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}} - \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$, то есть $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)$.

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Надо доказать, что: $\left\{ \begin{array}{l} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = 1, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \dfrac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}) \cdot (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}},$

Имеем $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)$. Очевидно, что $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}} - \dfrac{1}{(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}})}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. Так как $\hat{L}$ сохраняет прямые углы, и в силу линейности оператора $\hat{L}$ из последнего равенства следует, что $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}} - \dfrac{1}{(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}})}\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. Поэтому

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) =$$

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Надо доказать, что: $\left\{ \begin{array}{l} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = 1, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \dfrac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}) \cdot (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}},$

Имеем $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)$. Очевидно, что $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}} - \dfrac{1}{(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}})}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. Так как $\hat{L}$ сохраняет прямые углы, и в силу линейности оператора $\hat{L}$ из последнего равенства следует, что $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}} - \dfrac{1}{(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}})}\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. Поэтому

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \frac{1}{\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)} \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right). \tag{57}$$

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Надо доказать, что: $\left\{ \begin{array}{l} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = 1, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \dfrac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}) \cdot (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}},$

Имеем $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)$. Очевидно, что $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}} - \dfrac{1}{(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}})}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. Так как $\hat{L}$ сохраняет прямые углы, и в силу линейности оператора $\hat{L}$ из последнего равенства следует, что $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}} - \dfrac{1}{(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}})}\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. Поэтому

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \frac{1}{\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)} \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right). \tag{57}$$

Имеем $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \sqrt{\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \cdot \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)}$.

Из **равенства (57)** получаем $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) =$

Задача 82. Докажите, что если линейный оператор в **евклидовом пространстве** сохраняет прямые углы, то он сохраняет и любые углы, то есть угол между векторами равен углу между образами этих векторов.

Ответ. Надо доказать, что: $\left\{ \begin{array}{l} \left|\overrightarrow{\mathbf{a}}\right| = 1, \\ \left|\overrightarrow{\mathbf{b}}\right| = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \dfrac{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}{\sqrt{(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}) \cdot (\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}})}},$

Имеем $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)$. Очевидно, что $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{a}} - \dfrac{1}{(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}})}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. Так как $\hat{L}$ сохраняет прямые углы, и в силу линейности оператора $\hat{L}$ из последнего равенства следует, что $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}} - \dfrac{1}{(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}})}\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = 0$. Поэтому

$$\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \frac{1}{\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right)} \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right). \tag{57}$$

Имеем $\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) = \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \sqrt{\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \cdot \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)}$.

Из **равенства (57)** получаем $\left(\overrightarrow{\mathbf{a}}, \overrightarrow{\mathbf{b}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}\right) \cdot \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right)}} \left(\hat{L}\overrightarrow{\mathbf{a}}, \hat{L}\overrightarrow{\mathbf{b}}\right),$

что, как мы отметили выше, и требовалось доказать.

Решение задачи 83.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. Это задача из олимпиады вузов России по математике для студентов нематематических специальностей, проведенная в 2000 году.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. Прежде всего отметим, что при невырожденном линейном преобразовании плоскости отношение площадей фигур не изменяется.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 1. Пусть E – эллипс, а $\triangle$ – треугольник, вписанный в этот эллипс, а $\hat{A}$ – линейное преобразование, переводящее E в круг K.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 1. Пусть E – эллипс, а $\triangle$ – треугольник, вписанный в этот эллипс, а $\hat{A}$ – линейное преобразование, переводящее E в круг K.

Тогда $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} = \dfrac{S(K)}{S(\hat{A}(\triangle))}$, причем треугольник $\hat{A}(\triangle)$ вписан в круг K. Здесь $S(F)$ – площадь фигуры F.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 1. Пусть E – эллипс, а $\triangle$ – треугольник, вписанный в этот эллипс, а $\hat{A}$ – линейное преобразование, переводящее E в круг K.

Тогда $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} = \dfrac{S(K)}{S(\hat{A}(\triangle))}$, причем треугольник $\hat{A}(\triangle)$ вписан в круг K. Здесь $S(F)$ – площадь фигуры F.

Среди всех треугольников, вписанных в круг K, наибольшую площадь имеет равносторонний треугольник $\triangle_m$.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 1. Пусть E – эллипс, а $\triangle$ – треугольник, вписанный в этот эллипс, а $\hat{A}$ – линейное преобразование, переводящее E в круг K.

Тогда $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} = \dfrac{S(K)}{S(\hat{A}(\triangle))}$, причем треугольник $\hat{A}(\triangle)$ вписан в круг K. Здесь $S(F)$ – площадь фигуры F.

Среди всех треугольников, вписанных в круг K, наибольшую площадь имеет равносторонний треугольник $\triangle_m$.

Поэтому $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} \geq \dfrac{S(K)}{S(\triangle_m)}$. Если R – радиус круга K, то сторона равностороннего треугольника $\triangle_m$ равна $R\sqrt{3}$, а площадь – $\dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 1. Пусть E – эллипс, а $\triangle$ – треугольник, вписанный в этот эллипс, а $\hat{A}$ – линейное преобразование, переводящее E в круг K.

Тогда $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} = \dfrac{S(K)}{S(\hat{A}(\triangle))}$, причем треугольник $\hat{A}(\triangle)$ вписан в круг K. Здесь $S(F)$ – площадь фигуры F.

Среди всех треугольников, вписанных в круг K, наибольшую площадь имеет равносторонний треугольник $\triangle_m$.

Поэтому $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} \geq \dfrac{S(K)}{S(\triangle_m)}$. Если R – радиус круга K, то сторона равностороннего треугольника $\triangle_m$ равна $R\sqrt{3}$, а площадь – $\dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.

Таким образом $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} \geq \dfrac{S(K)}{S(\triangle_m)} = \dfrac{4\pi R^2}{3R^2\sqrt{3}} = \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}}$ и, следовательно, площадь минимального эллипса не может быть меньше

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 1. Пусть E – эллипс, а $\triangle$ – треугольник, вписанный в этот эллипс, а $\hat{A}$ – линейное преобразование, переводящее E в круг K.

Тогда $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} = \dfrac{S(K)}{S(\hat{A}(\triangle))}$, причем треугольник $\hat{A}(\triangle)$ вписан в круг K. Здесь $S(F)$ – площадь фигуры F.

Среди всех треугольников, вписанных в круг K, наибольшую площадь имеет равносторонний треугольник $\triangle_m$.

Поэтому $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} \geq \dfrac{S(K)}{S(\triangle_m)}$. Если R – радиус круга K, то сторона равностороннего треугольника $\triangle_m$ равна $R\sqrt{3}$, а площадь – $\dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.

Таким образом $\dfrac{S(E)}{S(\triangle)} \geq \dfrac{S(K)}{S(\triangle_m)} = \dfrac{4\pi R^2}{3R^2\sqrt{3}} = \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}}$ и, следовательно, площадь минимального эллипса не может быть меньше $S(\triangle) \cdot \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}}$.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 2. Пусть B – линейное преобразование, переводящее равносторонний треугольник $\triangle_m$ в заданный треугольник $\triangle$, а K – круг, в который вписан равносторонний треугольник $\triangle_m$. Тогда $B(K) = E_1$ – эллипс, причем $\dfrac{S(E_1)}{S(\triangle)} = \dfrac{S(K)}{S(\triangle_m)}$.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 2. Пусть B – линейное преобразование, переводящее равносторонний треугольник $\triangle_m$ в заданный треугольник $\triangle$, а K – круг, в который вписан равносторонний треугольник $\triangle_m$. Тогда $B(K) = E_1$ – эллипс, причем $\dfrac{S(E_1)}{S(\triangle)} = \dfrac{S(K)}{S(\triangle_m)}$.

Таким образом $S(E_1) = S(\triangle) \cdot \dfrac{4\pi}{3\sqrt{3}}$ и эта площадь минимальна.

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 3. Осталось найти площадь исходного треугольника $\triangle$. По формуле Герона (полупериметр равен)

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 3. Осталось найти площадь исходного треугольника $\triangle$. По формуле Герона (полупериметр равен 4)

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 3. Осталось найти площадь исходного треугольника $\triangle$. По формуле Герона (полупериметр равен 4)

$$S(\triangle) =$$

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 3. Осталось найти площадь исходного треугольника $\triangle$. По формуле Герона (полупериметр равен 4)

$$S(\triangle) = \sqrt{4(4-2)(4-3)(4-3)} =$$

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 3. Осталось найти площадь исходного треугольника $\triangle$. По формуле Герона (полупериметр равен 4)

$$S(\triangle) = \sqrt{4(4-2)(4-3)(4-3)} = 2\sqrt{2}$$

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 3. Осталось найти площадь исходного треугольника $\triangle$. По формуле Герона (полупериметр равен 4)

$$S(\triangle) = \sqrt{4(4-2)(4-3)(4-3)} = 2\sqrt{2}$$

Итак, площадь минимального эллипса, описанного вокруг треугольника $\triangle$ равна

Задача 83. Рассмотрим множество всех эллипсов, описанных вокруг треугольника со сторонами 2, 3, 3. Найдите наименьшую из площадей этих эллипсов.

Ответ. 3. Осталось найти площадь исходного треугольника $\triangle$. По формуле Герона (полупериметр равен 4)

$$S(\triangle) = \sqrt{4(4-2)(4-3)(4-3)} = 2\sqrt{2}$$

Итак, площадь минимального эллипса, описанного вокруг треугольника $\triangle$ равна $\dfrac{8\pi\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$.

Решение задачи 84.

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между m^2M и mM^2.

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между $m^2 M$ и $m M^2$.

Ответ. Это задача из олимпиады вузов России по математике для студентов нематематических специальностей, проведенная в 1998 году (задачи для студентов технических специальностей). Задача предложена доцентом Г. Л. Ходаком.

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между m^2M и mM^2.

Ответ. Преобразуем формулы, задающие m и M:

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между $m^2 M$ и $m M^2$.

Ответ. Преобразуем формулы, задающие m и M:

$$m = \min_{X' \neq X''} \left| A \left(\frac{1}{|X' - X''|} (X' - X'') \right) \right| = \min_{|X|=1} |AX| ,$$

где $X = \dfrac{1}{|X' - X''|} (X' - X'')$.

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между $m^2 M$ и $m M^2$.

Ответ. Преобразуем формулы, задающие m и M:

$$m = \min_{X' \neq X''} \left| A \left(\frac{1}{|X' - X''|} (X' - X'') \right) \right| = \min_{|X|=1} |AX| ,$$

$$M = \max_{X' \neq X''} \left| A \left(\frac{1}{|X' - X''|} (X' - X'') \right) \right| = \max_{|X|=1} |AX| ,$$

где $X = \dfrac{1}{|X' - X''|} (X' - X'')$.

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между m^2M и mM^2.

Ответ. $m = \min\limits_{|X|=1} |AX|$, $M = \max\limits_{|X|=1} |AX|$, Если отождествить однокомпонентную матрицу с ее единственной компонентой, то можно записать, что $|Y|^2 = Y^tY$, где Y^t — матрица, транспонированная по отношению к Y. Поэтому

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между m^2M и mM^2.

Ответ. $m = \min\limits_{|X|=1} |AX|$, $M = \max\limits_{|X|=1} |AX|$, Если отождествить однокомпонентную матрицу с ее единственной компонентой, то можно записать, что $|Y|^2 = Y^tY$, где Y^t — матрица, транспонированная по отношению к Y. Поэтому

$$|AX|^2 =$$

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между m^2M и mM^2.

Ответ. $m = \min\limits_{|X|=1} |AX|$, $M = \max\limits_{|X|=1} |AX|$, Если отождествить однокомпонентную матрицу с ее единственной компонентой, то можно записать, что $|Y|^2 = Y^tY$, где Y^t — матрица, транспонированная по отношению к Y. Поэтому

$$|AX|^2 = (AX)^t AX =$$

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между m^2M и mM^2.

Ответ. $m = \min\limits_{|X|=1} |AX|$, $M = \max\limits_{|X|=1} |AX|$, Если отождествить однокомпонентную матрицу с ее единственной компонентой, то можно записать, что $|Y|^2 = Y^tY$, где Y^t — матрица, транспонированная по отношению к Y. Поэтому

$$|AX|^2 = (AX)^t AX = X^t A^t AX =$$

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между $m^2 M$ и $m M^2$.

Ответ. $m = \min\limits_{|X|=1} |AX|$, $M = \max\limits_{|X|=1} |AX|$, Если отождествить однокомпонентную матрицу с ее единственной компонентой, то можно записать, что $|Y|^2 = Y^t Y$, где Y^t — матрица, транспонированная по отношению к Y. Поэтому

$$|AX|^2 = (AX)^t AX = X^t A^t AX = X^t \left(A^t A\right) X.$$

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между $m^2 M$ и $m M^2$.

Ответ. $m = \min\limits_{|X|=1} |AX|$, $M = \max\limits_{|X|=1} |AX|$, $|AX|^2 = X^t (A^t A) X$.

Задача 84. Допустим, для деформации тела справедливо $Y = AX$, где $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ — декартовы координаты, соответственно, исходной точки и ее образа, A — матрица размерности 3×3. Назовем коэффициентами минимальной и, соответственно, максимальной деформации величины $m = \min\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$ и $M = \max\limits_{X' \neq X''} \dfrac{|AX'' - AX'|}{|X'' - X'|}$, где $\left| \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \right| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. a) Найдите m и M, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. b) Докажите, что модуль определителя матрицы A заключен между $m^2 M$ и $m M^2$.

Ответ. $m = \min\limits_{|X|=1} |AX|$, $M = \max\limits_{|X|=1} |AX|$, $|AX|^2 = X^t (A^t A) X$.

Это квадратичная форма с симметричной матрицей коэффициентов $A^t \cdot A$, определенная на евклидовом пространстве трехкомпонентных матриц-столбцов со стандартным скалярным произведением $\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \right) = xu + yv + zw$.

Задача 84.

Как известно из стандартного курса линейной алгебры, существует ортонормированный базис $\mathbf{B}$ из собственных векторов e_1, e_2, e_3 оператора с матрицей A^tA, в котором матрица квадратичной формы диагональна. В базисе $\mathbf{B}$ эта квадратичная форма задается выражением $\alpha\tilde{x}^2 + \beta\tilde{y}^2 + \gamma\tilde{z}^2$, где $(\tilde{x}\ \tilde{y}\ \tilde{z})$ — строка координат матрицы-столбца $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ в базисе $\mathbf{B}$, и α, β, γ — собственные числа матрицы A^tA. Переставив, при необходимости, вектора в базисе $\mathbf{B}$, можно считать, что $\alpha \leq \beta \leq \gamma$. Линейный оператор, переводящий ортонормированный базис, состоящий из векторов $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, в базис $\mathbf{B}$, является ортогональным. Как известно из стандартного курса линейной алгебры, ортогональный оператор является изометрическим, то есть из того, что $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \tilde{x}e_1 + \tilde{y}e_2 + \tilde{z}e_3$ следует равенство $x^2 + y^2 + z^2 = \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2$. Поэтому

$$m = \min_{\tilde{x}^2+\tilde{y}^2+\tilde{z}^2=1} \sqrt{\alpha\tilde{x}^2 + \beta\tilde{y}^2 + \gamma\tilde{z}^2} = \sqrt{\alpha},$$

$$m = \max_{\tilde{x}^2+\tilde{y}^2+\tilde{z}^2=1} \sqrt{\alpha\tilde{x}^2 + \beta\tilde{y}^2 + \gamma\tilde{z}^2} = \sqrt{\gamma}.$$

Так как α, β, γ — собственные числа матрицы A^tA, то

$$|A|^2 = \left|A^tA - \lambda E\right|\Big|_{\lambda=0} = (\alpha - \lambda)(\beta - \lambda)(\gamma - \lambda)\Big|_{\lambda=0} = \alpha\beta\gamma.$$

Задача 84.

а) Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ получаем:

$$A^t A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 0 \\ 1 & 2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)\left(\lambda^2 - 3\lambda + 1\right),$$

откуда (корни упорядочены по возрастанию) $\alpha = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$, $\beta = 1$, $\gamma = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$. Следовательно,

$$m = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad M = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

Задача 84.

a) Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ получаем:

$$A^t A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 & 0 \\ 1 & 2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)\left(\lambda^2 - 3\lambda + 1\right),$$

откуда (корни упорядочены по возрастанию) $\alpha = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$, $\beta = 1$, $\gamma = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$. Следовательно,

$$m = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad M = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

b) При нашем упорядочении корней $m = \sqrt{\alpha} \le \beta \le \sqrt{\gamma}$. Тогда

$$m^2 M \le m\sqrt{\beta} M = \sqrt{\alpha\beta\gamma} = |\det A| = m\sqrt{\beta} M \le mM^2.$$

Решение задачи 85.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Это задача из олимпиады вузов России по математике для студентов нематематических специальностей, проведенная в 2000 году. Задача предложена доцентами Ю. Б. Мельниковым и Г. Л. Ходаком.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

сходится.

Ответ. Для ответа на поставленный вопрос желательно представить член ряда $\det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ в более компактной форме.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Для ответа на поставленный вопрос желательно представить член ряда $\det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ в более компактной форме.

Ясно, что это нетрудно сделать в случае, если бы матрица $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ была столбцом координат собственного вектора оператора с матрицей $A = \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$, отвечающего собственному значению λ.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

сходится.

Ответ. Для ответа на поставленный вопрос желательно представить член ряда $\det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ в более компактной форме.

Ясно, что это нетрудно сделать в случае, если бы матрица $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ была столбцом координат собственного вектора оператора с матрицей $A = \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$, отвечающего собственному значению λ.

Ситуация практически не осложнится, если мы представим матрицу $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ в виде линейной комбинации собственных векторов матрицы A.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. В данном примере несложно представить матрицу $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ в виде линейной комбинации собственных векторов матрицы A: **характеристический полином** матрицы A имеет вид

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. В данном примере несложно представить матрицу $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ в виде линейной комбинации собственных векторов матрицы A: **характеристический полином** матрицы A имеет вид

$$\begin{vmatrix} -8-\lambda & -15 \\ 5 & \frac{19}{2}-\lambda \end{vmatrix} =$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. В данном примере несложно представить матрицу $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ в виде линейной комбинации собственных векторов матрицы A: **характеристический полином** матрицы A имеет вид

$$\begin{vmatrix} -8-\lambda & -15 \\ 5 & \frac{19}{2}-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - \frac{3}{2}\lambda - 1 =$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. В данном примере несложно представить матрицу $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ в виде линейной комбинации собственных векторов матрицы A: **характеристический полином** матрицы A имеет вид

$$\begin{vmatrix} -8-\lambda & -15 \\ 5 & \frac{19}{2}-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - \frac{3}{2}\lambda - 1 = (\lambda - 2)\left(\lambda + \frac{1}{2}\right),$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. В данном примере несложно представить матрицу $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ в виде линейной комбинации собственных векторов матрицы A: **характеристический полином** матрицы A имеет вид

$$\begin{vmatrix} -8-\lambda & -15 \\ 5 & \frac{19}{2}-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - \frac{3}{2}\lambda - 1 = (\lambda - 2)\left(\lambda + \frac{1}{2}\right),$$

поэтому собственные значения этой матрицы равны

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. В данном примере несложно представить матрицу $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ в виде линейной комбинации собственных векторов матрицы A: **характеристический полином** матрицы A имеет вид

$$\begin{vmatrix} -8-\lambda & -15 \\ 5 & \frac{19}{2}-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - \frac{3}{2}\lambda - 1 = (\lambda - 2)\left(\lambda + \frac{1}{2}\right),$$

поэтому собственные значения этой матрицы равны 2 и $-\frac{1}{2}$.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$. Пусть $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \mu U + \nu V$ для некоторых действительных чисел μ, ν, и ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot (\mu U + \nu V) \right) \tag{58}$$

сходится.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot (\mu U + \nu V) \right) =$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot (\mu U + \nu V) \right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \mu \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot U \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \nu \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot V \right) =$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot (\mu U + \nu V)\right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \mu \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot U\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \nu \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot V\right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \mu \det\left(Y \cdot 2^n \cdot U\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \nu \det\left(Y \cdot \frac{1}{(-2)^n} \cdot V\right) =$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot (\mu U + \nu V) \right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \mu \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot U \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \nu \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot V \right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \mu \det \left(Y \cdot 2^n \cdot U \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \nu \det \left(Y \cdot \frac{1}{(-2)^n} \cdot V \right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \mu \det \left(Y \cdot U \right) \cdot 2^n + \sum_{n=1}^{\infty} \nu \det \left(Y \cdot V \right) \frac{1}{(-2)^n}.$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det\left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot (\mu U + \nu V)\right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \mu \det(Y \cdot U) \cdot 2^n + \sum_{n=1}^{\infty} \nu \det(Y \cdot V) \frac{1}{(-2)^n}.$$

Таким образом, поскольку **ряды (58)** и $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(-2)^n}$ сходятся, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n$, очевидно[6], расходится, то $\mu = 0$, так как можно положить $Y = U$ и тогда заведомо $\det(Y \cdot U) = \det(U \cdot U) \neq 0$ (матрица U — не нулевая, так как она является собственным вектором). Следовательно, $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \nu V$.

[6]Например, по признаку д'Аламбера.

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$. Итак, мы доказали, что $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \nu V$. Поэтому $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению $-\frac{1}{2}$. Таким образом,

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$. Итак, мы доказали, что $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \nu V$. Поэтому $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению $-\frac{1}{2}$. Таким образом,

$$\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$. Итак, мы доказали, что $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \nu V$. Поэтому $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению $-\frac{1}{2}$. Таким образом,

$$\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{15}{2} & -15 \\ 5 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

Задача 85. Найдите все такие действительные числа x, что для любой матрицы Y размерности 1×2 с вещественными коэффициентами ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \det \left(Y \cdot \begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}^n \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

сходится.

Ответ. Собственные значения матрицы $\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$ равны 2 и $-\frac{1}{2}$. Пусть собственный вектор U из $\mathbb{R}^2$ отвечает собственному значению 2, а V — собственному значению $-\frac{1}{2}$. Итак, мы доказали, что $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \nu V$. Поэтому $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению $-\frac{1}{2}$. Таким образом,

$$\begin{pmatrix} -8 & -15 \\ 5 & \frac{19}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -\frac{15}{2} & -15 \\ 5 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда $x = -2$.

Решение задачи 86.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Это задача из олимпиады вузов России по математике для студентов нематематических специальностей, проведенная в 2000 году. Задача предложена доцентами Ю. Б. Мельниковым и Г. Л. Ходаком.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X =$$
$$\dots$$

$$\dots$$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) =$$

$\ldots$

$\ldots$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) =$$
$$\dots$$

$$\dots$$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX =$$

$\ldots$

$\ldots$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$

$\ldots$

$\ldots$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX =$$
$$\dots$$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \big((A^{k-1} \cdot X\big) =$$
$$\dots$$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) =$$
$$\dots$$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \big((A^{k-1} \cdot X\big) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX =$$
$$\dots$$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX = \lambda^k X$$
$$\dots$$

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX = \lambda^k X$$
$$\dots$$

Так как в каждой строке матрицы A содержится не более одной единицы, а остальные компоненты этой строки равны нулю, то любая компонента матрицы AX представляет собой либо 0, либо компоненту матрицы X.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX = \lambda^k X$$
$$\dots$$

Так как в каждой строке матрицы A содержится не более одной единицы, а остальные компоненты этой строки равны нулю, то любая компонента матрицы AX представляет собой либо 0, либо компоненту матрицы X.

Следовательно, для любого натурального k любая компонента матрицы A^kX представляет собой либо 0, либо компоненту матрицы X.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX = \lambda^k X$$
$$\dots$$

Так как в каждой строке матрицы A содержится не более одной единицы, а остальные компоненты этой строки равны нулю, то любая компонента матрицы AX представляет собой либо 0, либо компоненту матрицы X.

Следовательно, для любого натурального k любая компонента матрицы A^kX представляет собой либо 0, либо компоненту матрицы X.

Матриц-столбцов такого вида в $\mathbf{C}^n$ конечное число, значит для некоторых различных натуральных чисел p, q получим $A^pX = A^qX$, то есть $\lambda^pX = \lambda^qX$.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX = \lambda^k X$$
$$\dots$$

Мы показали, что для некоторых различных натуральных чисел p, q получим $A^pX = A^qX$, то есть $\lambda^pX = \lambda^qX$.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX = \lambda^k X$$
$$\dots$$

Мы показали, что для некоторых различных натуральных чисел p, q получим $A^pX = A^qX$, то есть $\lambda^pX = \lambda^qX$.

Так как X является собственным вектором, то он ненулевой, поэтому из $\left(\lambda^p - \lambda^q\right) X = \mathbf{0} \in \mathbf{C}^n$ следует, что $\lambda^p - \lambda^q = 0$.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX = \lambda^k X$$
$$\dots$$

Мы показали, что для некоторых различных натуральных чисел p, q получим $A^pX = A^qX$, то есть $\lambda^pX = \lambda^qX$.

Так как X является собственным вектором, то он ненулевой, поэтому из $\left(\lambda^p - \lambda^q\right) X = \mathbf{0} \in \mathbf{C}^n$ следует, что $\lambda^p - \lambda^q = 0$.

Следовательно, либо $\lambda = 0$, либо $\lambda^{p-q} = 1$.

Задача 86. Элементами квадратной матрицы являются нули и единицы, причем в каждой строке содержится не более одной единицы. Докажите, что все собственные числа этой матрицы в области комплексных чисел по модулю равны 0 или 1.

Ответ. Пусть ненулевая матрица-столбец X из $\mathbf{C}^n$ является собственным вектором матрицы A, отвечающим собственному значению λ, то есть $AX = \lambda X$. Заметим, что

$$A^2X = A \cdot (A \cdot X) = A(\lambda X) = \lambda AX = \lambda^2 X$$
$$\dots$$
$$A^kX = A \cdot \left((A^{k-1} \cdot X\right) = A(\lambda^{k-1}X) = \lambda^{k-1}AX = \lambda^k X$$
$$\dots$$

Мы показали, что для некоторых различных натуральных чисел p, q получим $A^pX = A^qX$, то есть $\lambda^pX = \lambda^qX$.

Так как X является собственным вектором, то он ненулевой, поэтому из $\left(\lambda^p - \lambda^q\right) X = \mathbf{0} \in \mathbf{C}^n$ следует, что $\lambda^p - \lambda^q = 0$.

Следовательно, либо $\lambda = 0$, либо $\lambda^{p-q} = 1$.

Из последнего равенства следует $1 = |\lambda^{p-q}| = |\lambda|^{p-q}$, откуда $|\lambda| = 1$. Итак, $|\lambda| \in \{0, 1\}$, что и требовалось доказать.

Решение задачи 87.

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Сначала найдем искомую билинейную форму по **лемме о матрице квадратичной формы**. Ясно, что данная **квадратичная форма** порождается билинейной формой $f(p(x), q(x)) = \int\limits_0^1 p(x)\, q(1-x)\, dx$. Имеем

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\,p(1-x)\,dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ.

$$g(p(x),q(x)) = \frac{1}{2}\left(f(p(x),q(x)) + f(q(x),p(x))\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\int\limits_0^1 p(x)\,q(1-x)\,dx + \int\limits_0^1 q(x)\,p(1-x)\,dx\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\int\limits_0^1 p(x)\,q(1-x)\,dx - \int\limits_1^0 q(1-t)\,p(t)\,dt\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\int\limits_0^1 p(x)\,q(1-x)\,dx + \int\limits_0^1 q(1-x)\,p(x)\,dx\right) =$$

$$= \int\limits_0^1 p(x)\,q(1-x)\,dx = f(p(x),q(x)).$$

В данном случае исходная билинейная форма оказалась симметричной. Найдем матрицу этой

билинейной формы (а, значит, и квадратичной формы).

$$F_{11} = f\left(x^0, x^0\right) = \int\limits_0^1 x^0 \left(1-x\right)^0 dx = 1,$$

$$F_{12} = F_{21} = f\left(x, x^0\right) = \int\limits_0^1 x \left(1-x\right)^0 dx = \frac{1}{2},$$

$$F_{13} = F_{31} = f\left(x^2, x^0\right) = \int\limits_0^1 x^2 \left(1-x\right)^0 dx = \frac{1}{3},$$

$$F_{22} = f\left(x, x\right) = \int\limits_0^1 x \left(1-x\right) dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6},$$

$$F_{23} = F_{32} = f\left(x^2, x\right) = \int\limits_0^1 x^2 \left(1-x\right) dx = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12},$$

$$F_{33} = f\left(x^2, x^2\right) = \int\limits_0^1 x^2 \left(1-x\right)^2 dx = \frac{1}{3} - 2\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{30}.$$

Получили $\mathbb{F}_{\mathbf{Б}} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & 1/12 \\ 1/3 & 1/12 & 1/30 \end{pmatrix}$. Можно было найти матрицу квадратичной формы, представив ее в виде многочлена от координат вектора в базисе $\mathbf{Б}$:

$$\Phi(a,b,c) = \varphi\left(ax^0 + bx + cx^2\right) =$$

$$= \int_0^1 \left(ax^0 + bx + cx^2\right)\left(a(1-x)^0 + b(1-x) + c(1-x)^2\right)\,dx =$$

$$= a^2 + \frac{ab}{2} + \frac{ac}{3} + \frac{ab}{2} + b^2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + bc\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right) +$$

$$+ \frac{ac}{3} + bc\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + c^2\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5}\right) =$$

$$= a^2 + \frac{b^2}{6} + \frac{c^2}{30} - 2\cdot\frac{ab}{2} + 2\cdot\frac{ac}{3} + 2\cdot\frac{bc}{12} =$$

$$= \begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & 1/12 \\ 1/3 & 1/12 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}.$$

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Матрицу в базисе $\mathbf{Б}'$ найдем по определению и с помощью **теоремы о матрице билинейной формы в разных базисах**.

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисления «по честному».

$$F'_{11} = f\left(x-1, x-1\right) = \int\limits_0^1 (x-1)((1-x)-1)\, dx = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6},$$

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисления «по честному».

$$F'_{11} = \frac{1}{6},$$

$$F'_{12} = F'_{21} = f\left(x+1, x-1\right) = \int\limits_0^1 (x+1)((1-x)-1)\, dx = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{5}{6},$$

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисления «по честному».

$$F'_{11} = \frac{1}{6}, \quad F'_{12} = F'_{21} = -\frac{5}{6},$$

$$F'_{13} = F'_{31} = f\left(x^2-1, x-1\right) = \int\limits_0^1 \left(x^2-1\right)\left((1-x)-1\right) dx = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисления «по честному».

$$F'_{11} = \frac{1}{6}, \quad F'_{12} = F'_{21} = -\frac{5}{6}, \quad F'_{13} = F'_{31} = \frac{1}{4},$$

$$F'_{22} = f\left(x+1, x+1\right) = \int\limits_0^1 (x+1)((1-x)+1)\, dx = \int\limits_0^1 \left(2 + x - x^2\right)\, dx =$$

$$= 2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{13}{6},$$

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисления «по честному».

$$F'_{11} = \frac{1}{6}, \quad F'_{12} = F'_{21} = -\frac{5}{6}, \quad F'_{13} = F'_{31} = \frac{1}{4},$$

$$F'_{22} = \frac{13}{6},$$

$$F'_{23} = F'_{32} = f\left(x^2-1, x+1\right) = \int\limits_0^1 \left(x^2-1\right)\, \left((1-x)+1\right) dx =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(2x^2 - x^3 - 2 + x\right)\, dx = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - 2 + \frac{1}{2} = -\frac{13}{12},$$

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\, p(1-x)\, dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисления «по честному».

$$F'_{11} = \frac{1}{6}, \quad F'_{12} = F'_{21} = -\frac{5}{6}, \quad F'_{13} = F'_{31} = \frac{1}{4},$$

$$F'_{22} = \frac{13}{6}, \quad F'_{23} = F'_{32} = -\frac{13}{12},$$

$$F'_{33} = f\left(x^2-1, x^2-1\right) = \int\limits_0^1 \left(x^2-1\right)\, \left((1-x)^2-1\right)\, dx =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(x^2-1\right)\, \left(x^2-2x\right)\, dx = \frac{1}{5} - \frac{2}{4} - \frac{1}{3} + 1 = \frac{11}{30}.$$

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\,p(1-x)\,dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисления «по честному».

$$F'_{11} = \frac{1}{6}, \quad F'_{12} = F'_{21} = -\frac{5}{6}, \quad F'_{13} = F'_{31} = \frac{1}{4},$$

$$F'_{22} = \frac{13}{6}, \quad F'_{23} = F'_{32} = -\frac{13}{12}, \quad F'_{33} = \frac{11}{30}.$$

Получили $\mathbb{F}_{\mathbf{Б}'} =$

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\,p(1-x)\,dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисления «по честному».

$$F'_{11} = \frac{1}{6}, \quad F'_{12} = F'_{21} = -\frac{5}{6}, \quad F'_{13} = F'_{31} = \frac{1}{4},$$

$$F'_{22} = \frac{13}{6}, \quad F'_{23} = F'_{32} = -\frac{13}{12}, \quad F'_{33} = \frac{11}{30}.$$

Получили $\mathbb{F}_{\mathbf{Б}'} = \begin{pmatrix} 1/6 & -5/6 & 1/4 \\ -5/6 & 13/6 & -13/12 \\ 1/4 & -13/12 & 11/30 \end{pmatrix}$.

Задача 87. На **линейном пространстве** многочленов степени не выше 2 **квадратичная форма** F определена формулой: $\varphi\left(p(x)\right) = \int\limits_0^1 p(x)\,p(1-x)\,dx$. Найдите симметричную **билинейную форму**, порождающую данную квадратичную форму, матрицу этой квадратичной формы в базисах $\mathbf{Б} = \{x^0;\ x;\ x^2\}$, $\mathbf{Б}' = \{x-1;\ x+1;\ x^2-1\}$.

Ответ. Вычисление по **формуле** с помощью **матрицы перехода** дает тот же результат:

$$\mathbb{F}_{\mathbf{Б}'} = T^t_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'}\mathbb{F}_{\mathbf{Б}'}T_{\mathbf{Б}\to\mathbf{Б}'} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & 1/12 \\ 1/3 & 1/12 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/6 & 1/12 \\ 1/3 & 1/12 & 1/30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1/6 & -5/6 & 1/4 \\ -5/6 & 13/6 & -13/12 \\ 1/4 & -13/12 & 11/30 \end{pmatrix}.$$

Уря-я-я-я-я!!!!

Решение задачи 88.

Задача 88. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 + 10y^2 + 4z^2 - 6xy + 2xz - 2yz$.

Задача 88. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 + 10y^2 + 4z^2 - 6xy + 2xz - 2yz$.

Ответ. $x^2 + 10y^2 + 4z^2 - 6xy + 2xz - 2yz =$

Задача 88. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 + 10y^2 + 4z^2 - 6xy + 2xz - 2yz$.

Ответ. $x^2 + 10y^2 + 4z^2 - 6xy + 2xz - 2yz = (x - 3y + z)^2 + y^2 + 4yz + 3z^2 =$

Задача 88. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 + 10y^2 + 4z^2 - 6xy + 2xz - 2yz$.

Ответ. $x^2 + 10y^2 + 4z^2 - 6xy + 2xz - 2yz = (x - 3y + z)^2 + y^2 + 4yz + 3z^2 =$
$= (x - 3y + z)^2 + (y + 2z)^2 - z^2$.

Решение задачи 89.

Задача 89. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 - 6z^2 + 4xy - 4xz - 12yz$.

Задача 89. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 - 6z^2 + 4xy - 4xz - 12yz$.

Ответ. $x^2 - 6z^2 + 4xy - 4xz - 12yz =$

Задача 89. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 - 6z^2 + 4xy - 4xz - 12yz$.

Ответ. $x^2 - 6z^2 + 4xy - 4xz - 12yz = (x + 2y - 2z)^2 - 4y^2 - 4yz - 10z^2 =$

Задача 89. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $x^2 - 6z^2 + 4xy - 4xz - 12yz$.

Ответ. $x^2 - 6z^2 + 4xy - 4xz - 12yz = (x + 2y - 2z)^2 - 4y^2 - 4yz - 10z^2 =$
$= (x + 2y - 2z)^2 - (2y + z)^2 - (3z)^2$.

Решение задачи 90.

Задача 90. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $4x^2 - 8y^2 + 21z^2 - 4xy + 6yz + 12xz$.

Задача 90. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $4x^2 - 8y^2 + 21z^2 - 4xy + 6yz + 12xz$.

Ответ. $4x^2 - 8y^2 + 21z^2 - 4xy + 6yz + 12xz =$

Задача 90. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $4x^2 - 8y^2 + 21z^2 - 4xy + 6yz + 12xz$.

Ответ. $4x^2 - 8y^2 + 21z^2 - 4xy + 6yz + 12xz = (2x - y + 3z)^2 - 9y^2 + 12yz + 12z^2 =$

Задача 90. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $4x^2 - 8y^2 + 21z^2 - 4xy + 6yz + 12xz$.

Ответ. $4x^2 - 8y^2 + 21z^2 - 4xy + 6yz + 12xz = (2x - y + 3z)^2 - 9y^2 + 12yz + 12z^2 =$
$= (2x - y + 3z)^2 - (3y - 2z)^2 + (4z)^2$.

Решение задачи 91.

Задача 91. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $3x^2 + y^2 - 4z^2 + 3xy - 10yz - 12xz$.

Задача 91. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $3x^2 + y^2 - 4z^2 + 3xy - 10yz - 12xz$.

Ответ. $3x^2 + y^2 - 4z^2 + 3xy - 10yz - 12xz =$

Задача 91. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $3x^2 + y^2 - 4z^2 + 3xy - 10yz - 12xz$.

Ответ. $3x^2 + y^2 - 4z^2 + 3xy - 10yz - 12xz = \left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 2\sqrt{3}z\right)^2 + \frac{1}{4}y^2 - 4yz - 16z^2 =$

Задача 91. Методом Лагранжа приведите к каноническому виду квадратичную форму $3x^2 + y^2 - 4z^2 + 3xy - 10yz - 12xz$.

Ответ. $3x^2 + y^2 - 4z^2 + 3xy - 10yz - 12xz = \left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 2\sqrt{3}z\right)^2 + \frac{1}{4}y^2 - 4yz - 16z^2 =$

$= \left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 2\sqrt{3}z\right)^2 + \left(\frac{1}{2}y - 4z\right)^2 - \left(4\sqrt{2}z\right)^2.$

Задача 91.

Решение задачи 92.

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\underbrace{5x^2 - 30y^2 - 120xy}_{\text{квадратичная форма}} \quad \underbrace{-250x}_{\text{линейная форма}} \quad +121 = 0.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

Найдем **собственные векторы** и **собственные значения** линейного оператора с матрицей $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix}$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\alpha \overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta \overrightarrow{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению -75:

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\alpha \overrightarrow{\mathbf{i}} + \beta \overrightarrow{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению -75:

$$\begin{pmatrix} 80 & -60 \\ -60 & 45 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\alpha \vec{\mathbf{i}} + \beta \vec{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению -75:

$$\begin{pmatrix} 80 & -60 \\ -60 & 45 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 4 & -3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} =$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\alpha \vec{\mathbf{i}} + \beta \vec{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению -75:

$$\begin{pmatrix} 80 & -60 \\ -60 & 45 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 4 & -3 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix},\ C \neq 0.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Значит, один из ортов, являющихся собственным вектором, отвечающим (-75), имеет вид $\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \frac{4}{5}\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\gamma\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\overrightarrow{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению 50:

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Значит, один из ортов, являющихся собственным вектором, отвечающим (-75), имеет вид $\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \frac{4}{5}\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\gamma\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\overrightarrow{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению 50:

$$\begin{pmatrix} -45 & -60 \\ -60 & -80 \end{pmatrix} \sim$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Значит, один из ортов, являющихся собственным вектором, отвечающим (-75), имеет вид $\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \frac{4}{5}\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\gamma\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\overrightarrow{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению 50:

$$\begin{pmatrix} -45 & -60 \\ -60 & -80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \mapsto$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Значит, один из ортов, являющихся собственным вектором, отвечающим (-75), имеет вид $\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \frac{4}{5}\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\gamma\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\overrightarrow{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению 50:

$$\begin{pmatrix} -45 & -60 \\ -60 & -80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} =$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Значит, один из ортов, являющихся собственным вектором, отвечающим (-75), имеет вид $\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathbf{i}} + \frac{4}{5}\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Найдем с помощью матрицы оператора **собственные векторы** $\gamma\overrightarrow{\mathbf{i}} + \delta\overrightarrow{\mathbf{j}}$, отвечающие собственному значению 50:

$$\begin{pmatrix} -45 & -60 \\ -60 & -80 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix},\ C \neq 0.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Значит, один из ортов, являющихся собственным вектором, отвечающим (-75), имеет вид $\frac{3}{5}\vec{\mathbf{i}} + \frac{4}{5}\vec{\mathbf{j}}$, а орт, отвечающий собственному значению 50 — $-\frac{4}{5}\vec{\mathbf{i}} + \frac{3}{5}\vec{\mathbf{j}}$. Следовательно, закон преобразования координат (основанный на **матрице перехода** и **теореме о координатах вектора в разных базисах**) имеет вид

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$\begin{vmatrix} 5-\lambda & -60 \\ -60 & -30-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 25\lambda - 3750 = (\lambda + 75)(\lambda - 50).$$

Значит, один из ортов, являющихся собственным вектором, отвечающим (-75), имеет вид $\frac{3}{5}\vec{\mathbf{i}} + \frac{4}{5}\vec{\mathbf{j}}$, а орт, отвечающий собственному значению 50 — $-\frac{4}{5}\vec{\mathbf{i}} + \frac{3}{5}\vec{\mathbf{j}}$. Следовательно, закон преобразования координат (основанный на **матрице перехода** и **теореме о координатах вектора в разных базисах**) имеет вид

$$\begin{cases} x = \frac{3}{5}x' - \frac{4}{5}y', \\ y = \frac{4}{5}x' + \frac{3}{5}y' \end{cases} \sim \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} +$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$-75x'^2 + 50y'^2 - 150x' + 200y' + 121 = 0,$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$-75x'^2 + 50y'^2 - 150x' + 200y' + 121 = 0,$$

$$-75\left(x' + 1\right)^2 + 50\left(y' + 2\right)^2 + 121 + 75 - 200 = 0,$$

Задача 92. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$5x^2 - 30y^2 - 120xy - 250x + 121 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + 121 = 0, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x' & y' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & 4/5 \\ -4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -60 \\ -60 & -30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} -250 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 & -4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + 121 = 0.$$

$$-75x'^2 + 50y'^2 - 150x' + 200y' + 121 = 0,$$

$$-75\left(x' + 1\right)^2 + 50\left(y' + 2\right)^2 + 121 + 75 - 200 = 0,$$

$$-75\left(x' + 1\right)^2 + 50\left(y' + 2\right)^2 - 4 = 0.$$

Решение задачи 93.

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\underbrace{10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz}_{\text{квадратичная форма}} \underbrace{-88x + 16y - 44z}_{\text{линейная форма}} + 73 = 0.$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

$$\left| \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| =$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

$$\left| \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = -\lambda^3 + 9\lambda^2 + 324\lambda - 2916 =$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

$$\left| \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = -\lambda^3 + 9\lambda^2 + 324\lambda - 2916 = -(\lambda - 9)(\lambda - 18)(\lambda + 18).$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

Найдя **с помощью матрицы** оператора **собственные векторы**, отвечающие **собственным значениям** 9,

$$\begin{pmatrix} 2/3 \\ 1/3 \\ -2/3 \end{pmatrix}$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

Найдя **с помощью матрицы** оператора **собственные векторы**, отвечающие **собственным значениям** 9, 18 и

$$\begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 \\ 1/3 & -2/3 \\ -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

Найдя **с помощью матрицы** оператора **собственные векторы**, отвечающие **собственным значениям** 9, 18 и (-18),

$$\begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

Найдя **с помощью матрицы** оператора **собственные векторы**, отвечающие **собственным значениям** 9, 18 и (-18), получаем с помощью **формулы преобразования координат**

$$\begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

Найдя **с помощью матрицы** оператора **собственные векторы**, отвечающие **собственным значениям** 9, 18 и (-18), получаем с помощью **формулы преобразования координат**

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix},$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -4 \\ -10 & 1 & -14 \\ -4 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} p & q & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & -18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -2 \\ -10 & 1 & -14 \\ -2 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} p & q & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & -18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

$$9p^2 + 18q^2 - 18r^2 - 24p - 84q - 48r + 73 = 0$$

Задача 93. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$10x^2 + y^2 - 2z^2 - 20xy - 8xz - 28yz - 88x + 16y - 44z + 73 = 0.$$

Ответ.

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & -10 & -2 \\ -10 & 1 & -14 \\ -2 & -14 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} p & q & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & -18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -88 & 16 & -44 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -2/3 & 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + 73 = 0,$$

$$9p^2 + 18q^2 - 18r^2 - 24p - 84q - 48r + 73 = 0$$

$$9\left(p - \frac{4}{3}\right)^2 + 18\left(q - \frac{7}{3}\right)^2 - 18\left(r + \frac{4}{3}\right)^2 - 9 = 0.$$

Решение задачи 94.

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Выделяем в уравнении (LIII.94) квадратичную и линейную части:

$$\underbrace{7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz} + \underbrace{30x + 24y - 12z} - 13 = 0.$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0.$ (LIII.94)

Ответ. В матричном виде это уравнение можно представить в виде (отождествляя одноэлементную матрицу с ее единственным элементом):

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 \\ -4 & -8 & 1 \\ -4 & 1 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 30 & 24 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - 13 = 0. \qquad (59)$$

Найдем ОНБ из собственных векторов оператора с матрицей, равной матрице квадратичной формы. Для этого сначала найдем собственные значения, т.е. корни характеристического полинома:

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0.$ (LIII.94)

Ответ. В матричном виде это уравнение можно представить в виде (отождествляя одноэлементную матрицу с ее единственным элементом):

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 \\ -4 & -8 & 1 \\ -4 & 1 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 30 & 24 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - 13 = 0. \qquad (59)$$

Найдем ОНБ из собственных векторов оператора с матрицей, равной матрице квадратичной формы. Для этого сначала найдем собственные значения, т.е. корни характеристического полинома:

$$\begin{vmatrix} 7-\lambda & -4 & -4 \\ -4 & -8-\lambda & 1 \\ -4 & 1 & -8-\lambda \end{vmatrix} =$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0.$ (LIII.94)

Ответ. В матричном виде это уравнение можно представить в виде (отождествляя одноэлементную матрицу с ее единственным элементом):

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 \\ -4 & -8 & 1 \\ -4 & 1 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 30 & 24 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - 13 = 0. \qquad (59)$$

Найдем ОНБ из собственных векторов оператора с матрицей, равной матрице квадратичной формы. Для этого сначала найдем собственные значения, т.е. корни характеристического полинома:

$$\begin{vmatrix} 7-\lambda & -4 & -4 \\ -4 & -8-\lambda & 1 \\ -4 & 1 & -8-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 - 9\lambda^2 + 81\lambda + 729 =$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0.$ (LIII.94)

Ответ. В матричном виде это уравнение можно представить в виде (отождествляя одноэлементную матрицу с ее единственным элементом):

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 \\ -4 & -8 & 1 \\ -4 & 1 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 30 & 24 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - 13 = 0. \qquad (59)$$

Найдем ОНБ из собственных векторов оператора с матрицей, равной матрице квадратичной формы. Для этого сначала найдем собственные значения, т.е. корни характеристического полинома:

$$\begin{vmatrix} 7-\lambda & -4 & -4 \\ -4 & -8-\lambda & 1 \\ -4 & 1 & -8-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 - 9\lambda^2 + 81\lambda + 729 = (\lambda - 9)(\lambda + 9)^2.$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0.$ (LIII.94)

Ответ. В матричном виде это уравнение можно представить в виде (отождествляя одноэлементную матрицу с ее единственным элементом):

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 \\ -4 & -8 & 1 \\ -4 & 1 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 30 & 24 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - 13 = 0. \qquad (59)$$

Найдем ОНБ из собственных векторов оператора с матрицей, равной матрице квадратичной формы. Для этого сначала найдем собственные значения, т.е. корни характеристического полинома:

$$\begin{vmatrix} 7-\lambda & -4 & -4 \\ -4 & -8-\lambda & 1 \\ -4 & 1 & -8-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 - 9\lambda^2 + 81\lambda + 729 = (\lambda - 9)(\lambda + 9)^2.$$

Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}}$.

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + \overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$,

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + \overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$$-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}, \quad \overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}} + \alpha\left(-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right),$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + \overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$$-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}, \quad \overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}} + \alpha\left(-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right) \quad \perp \quad \left(-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right),$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$$-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}} + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) \quad \perp \quad \left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right),$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) = 0$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$$-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}} + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) \quad \perp \quad \left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right),$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) = 0$$

$$\alpha = -\frac{\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}};\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right)}{\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right)} =$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$$-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}} + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) \quad \perp \quad \left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right),$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) = 0$$

$$\alpha = -\frac{\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}};\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right)}{\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right)} = -\frac{4}{2} =$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$$-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}} + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) \quad \perp \quad \left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right),$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) = 0$$

$$\alpha = -\frac{\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}};\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right)}{\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right)} = -\frac{4}{2} = -2$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$$-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}, \quad \vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}} - 2\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) \quad \perp \quad \left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right),$$

$$\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) + \alpha\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right) = 0$$

$$\alpha = -\frac{\left(\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}};\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right)}{\left(-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}},\ -\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}\right)} = -\frac{4}{2} = -2$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + \overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$.

Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):

$$-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}, \quad \overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}} - 2\left(-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}\right) = \overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}}$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + \overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
Ортогонализируя последнюю систему векторов **методом Грама-Шмидта**, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению (-9):
$-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}}$. После ортогонализации базиса получаем **матрицу перехода**. Эта матрица перехода позволяет использовать **закон преобразования координат**, т.е. закон вида

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\vec{\mathbf{i}} + \vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{i}} + 4\vec{\mathbf{k}}$.
Ортогонализируя последнюю систему векторов, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению -9: $-\vec{\mathbf{j}} + \vec{\mathbf{k}}$, $\vec{\mathbf{i}} + 2\vec{\mathbf{j}} + 2\vec{\mathbf{k}}$. После ортогонализации базиса получаем **матрицу перехода**. Эта матрица перехода позволяет использовать **закон преобразования координат**, т.е. закон вида $[\vec{\mathbf{r}}]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б}'}[\vec{\mathbf{r}}]_{\mathbf{Б}'}$. В данном случае получаем

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3\sqrt{2}} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{3} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \qquad (60)$$

Подставляя **выражение (60)** в **формулу (59)**, получаем

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Собственному значению 9 соответствует вектор $-4\overrightarrow{\mathbf{i}} + \overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, а собственному значению -9 — векторы $-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{k}}$.
Ортогонализируя последнюю систему векторов, получаем ортогональную систему собственных векторов, отвечающих собственному значению -9: $-\overrightarrow{\mathbf{j}} + \overrightarrow{\mathbf{k}}$, $\overrightarrow{\mathbf{i}} + 2\overrightarrow{\mathbf{j}} + 2\overrightarrow{\mathbf{k}}$. После ортогонализации базиса получаем **матрицу перехода**. Эта матрица перехода позволяет использовать **закон преобразования координат**, т.е. закон вида $[\overrightarrow{\mathbf{r}}]_{\mathbf{Б}} = T_{\mathbf{Б} \to \mathbf{Б}'}[\overrightarrow{\mathbf{r}}]_{\mathbf{Б}'}$. В данном случае получаем

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3\sqrt{2}} & \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{3} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \qquad (60)$$

Подставляя **выражение (60)** в **формулу (59)**, получаем

$$9p^2 - 9q^2 - 9r^2 - 18\sqrt{2}p + 18q - 18\sqrt{2}r - 13 = 0. \qquad (61)$$

Задача 94. С помощью **ортогонального преобразования** и параллельного переноса привести к **каноническому** виду уравнение

$$7x^2 - 8y^2 - 8z^2 - 8xy - 8xz + 2yz + 30x + 24y - 12z - 13 = 0. \qquad \text{(LIII.94)}$$

Ответ. Подставляя **выражение (60)** в **формулу (59)**, получаем

$$9p^2 - 9q^2 - 9r^2 - 18\sqrt{2}p + 18q - 18\sqrt{2}r - 13 = 0. \qquad (61)$$

Для получения окончательного ответа осталось выделить полные квадраты при переменных p, q и r:

$$9\left(p - \sqrt{2}\right)^2 - 9\left(q - 1\right)^2 - 9\left(r + \sqrt{2}\right)^2 - 4 = 0. \qquad (62)$$

Таким образом, с помощью преобразования координат

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dfrac{4}{3\sqrt{2}} & \dfrac{1}{3} & 0 \\ \dfrac{1}{3\sqrt{2}} & \dfrac{2}{3} & -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \dfrac{1}{3\sqrt{2}} & \dfrac{2}{3} & \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u + \sqrt{2} \\ v + 1 \\ w - \sqrt{2} \end{pmatrix}, \qquad (63)$$

уравнение (LIII.94), стр.5283 преобразуется к виду

$$9u^2 - 9v^2 - 9w^2 - 4 = 0.$$

Решение задачи 95.

Задача 95. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Задача 95. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

Задача 95. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

Задача 95. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

III) интерпретировать результат для исходной задачи.

Задача 95. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

III) интерпретировать результат для исходной задачи.

Задача 95. Опишите типовой план решения задачи по линейной алгебре.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

1) ввести базис пространства U;

2) представить исходные объекты их стандартными образами в $\mathbb{R}^n$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

III) интерпретировать результат для исходной задачи.

Решение задачи 96.

Задача 96. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Задача 96. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

Задача 96. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

1) ввести естественный базис пространства U;

Задача 96. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

1) ввести естественный базис пространства U;

2) составить **матрицу перехода** из **Б** в **В**;

Задача 96. Как найти координаты вектора в базисе **В**, отличном от естественного **Б**.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

1) ввести естественный базис пространства U;

2) составить **матрицу перехода** из **Б** в **В**;

3) найти координаты исходного вектора в **В** с помощью **теоремы о координатах вектора в разных базисах**.

Решение задачи 97.

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры;

II) решить полученную задачу матричной алгебры;

III) интерпретировать результат для исходной задачи.

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

3) сформулировать задачу матричной алгебры: найти максимальную линейно независимую систему подсистемы столбцов матрицы $\mathbf{M}'$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

3) сформулировать задачу матричной алгебры: найти максимальную линейно независимую систему подсистемы столбцов матрицы $\mathbf{M}'$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

1) элементарными преобразованиями строк матрицы $\mathbf{M}'$ получить «ступенчатую» матрицу $\begin{pmatrix} 1 & \dots & * & * & \dots & * \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & * \\ & & & \dots & & \end{pmatrix}$;

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

3) сформулировать задачу матричной алгебры: найти максимальную линейно независимую систему подсистемы столбцов матрицы $\mathbf{M}'$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

1) элементарными преобразованиями строк матрицы $\mathbf{M}'$ получить «ступенчатую» матрицу $\begin{pmatrix} 1 & \dots & * & * & \dots & * \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & * \\ & & & \dots & & \end{pmatrix}$;

2) составить список S тех номеров столбцов, каждый из которых является началом очередной «ступеньки»;

III) интерпретировать результат для исходной задачи:

Задача 97. Опишите типовой план нахождения максимальной линейно независимой подсистемы некоторой системы векторов M линейного пространства U.

Ответ.

I) Свести исходную задачу к типовой задаче матричной алгебры:

1) ввести базис пространства U;

2) составить матрицу $\mathbf{M}'$, столбцами которой являются столбцы координат векторов из M;

3) сформулировать задачу матричной алгебры: найти максимальную линейно независимую систему подсистемы столбцов матрицы $\mathbf{M}'$;

II) решить полученную задачу матричной алгебры:

1) элементарными преобразованиями строк матрицы $\mathbf{M}'$ получить «ступенчатую» матрицу $\begin{pmatrix} 1 & \dots & * & * & \dots & * \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & * \\ & & \dots & & & \end{pmatrix}$;

2) составить список S тех номеров столбцов, каждый из которых является началом очередной «ступеньки»;

III) интерпретировать результат для исходной задачи: максимальная линейно независимая система состоит из векторов системы M с номерами из списка S.

Решение задачи 98.

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо: 1) ввести базис $\mathbf{Б}$ линейного пространства;

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис $\mathbf{Б}$ линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;
3) подставить в исходную систему равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б**;

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;
3) подставить в исходную систему равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б**;
4) составить систему уравнений, где каждое уравнение представляет собой:

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;
3) подставить в исходную систему равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б**;
4) составить систему уравнений, где каждое уравнение представляет собой:

а) либо результат подстановки в одно из исходных равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б** (если значением левой и правой частей равенства являются числа);

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ. Это частный случай сведения задачи к задаче матричной алгебры. Для этого надо:
1) ввести базис **Б** линейного пространства;
2) взять произвольный вектор из V и обозначить его координаты буквами;
3) подставить в исходную систему равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б**;
4) составить систему уравнений, где каждое уравнение представляет собой:

а) либо результат подстановки в одно из исходных равенств вместо вектора из V его разложение по базису **Б** (если значением левой и правой частей равенства являются числа);

б) либо результат сравнения k-той координаты вектора в левой и правой частях равенства (если значением левой и правой частей равенства являются векторы из U).

Задача 98. Пусть подпространство V линейного пространства U задано системой равенств для элементов подпространства V. Укажите пункты типового плана задания подпространства V системой уравнений для координат векторов из V.

Ответ.



Спасибо

за

внимание!

UriiMelnikov58@gmail.com

Вернуться к списку презентаций?

Компьютерная верстка *Ю. Б. Мельников*

Подписано в свет 26.12.2016.

Издательство Уральского государственного экономического университета
620144, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45