Министерство науки и высшего образования РФ
УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

Ю. Б. Мельников

Алгебра и теория чисел. Отношения и предикаты

Раздел **электронного учебника** для сопровождения занятия

e-mail:
UriiMelnikov58@gmail.com

Екатеринбург
2020

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с `Intel x-86`.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с `Intel x-86`.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла `0000Spisok.pdf` со ссылками на файлы `00Set.pdf`, `00Matrix.pdf`, `00AnalGeom.pdf`, `00LinAlgebra.pdf`, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы `Adobe Reader`.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с `Intel x-86`.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла `0000Spisok.pdf` со ссылками на файлы `00Set.pdf`, `00Matrix.pdf`, `00AnalGeom.pdf`, `00LinAlgebra.pdf`, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы `Adobe Reader`.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия **«Математический анализ»** и **«Элементарная математика».**

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения. Имеются гиперссылки на тесты для самообучения и самоконтроля.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В программе `Adobe Reader` и `Acrobat Reader` переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для того, чтобы ***вызвать панель навигации*** в `Acrobat Reader` надо, во-первых, выйти из полноэкранного режима (например, нажатием `Esc`), и, во-вторых, нажать клавишу `F4` и выбрать на левой вертикальной панели вертикальный флажок «Закладки».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и $\leftarrow$ (в `Adobe Reader X` может не работать).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader 11`, `Acrobat Reader DC` или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и $\leftarrow$ (в `Adobe Reader X` может не работать).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

II. Предикаты и отношения

Мы рассмотрим два (на самом деле три) понятия, тесно связанных между собой.

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

не является

$2x^2 - 1$ является? высказыванием,

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,
(это алгебраическое выражение),

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это $\overset{\text{не высказывание}}{\text{высказывание}}$?

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание.

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание.

Фразы типа «Закройте дверь!» или «Который час?» высказывани-
не являются
ями в нашем понимании являются?

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание.

Фразы типа «Закройте дверь!» или «Который час?» высказываниями в нашем понимании не являются.

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Например,

$2x^2 - 1$ не является высказыванием,

а $2x^2 - 1 > 0$ — это высказывание.

Фразы типа «Закройте дверь!» или «Который час?» высказываниями в нашем понимании не являются.

Рассмотрим пример?

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Определение 2. n**-местным предикатом** *или* n**-местным предикатом-высказыванием** *на множестве A называется* ***высказывание****, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n-ка, составленная из этих значений переменных, принадлежат* ***множеству*** $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}}$.

Обычно предикат от переменных $x_1, \ldots, x_n$ мы будем обозначать через $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$, $\mathcal{Q}(x_1, \ldots, x_n)$, $\mathcal{R}(x_1, \ldots, x_n)$ и т.п. (т.е. для идентификатора предиката будем использовать «каллиграфический шрифт»)

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Определение 2. **n-местным предикатом** *или* **n-местным предикатом-высказыванием** *на множестве A называется* ***высказывание****, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n-ка, составленная из этих значений переменных, принадлежат* ***множеству*** $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}}$.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y» является предикатом от переменных

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Определение 2. **n-местным предикатом** *или* **n-местным предикатом-высказыванием** *на множестве A называется* ***высказывание****, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n-ка, составленная из этих значений переменных, принадлежат* ***множеству*** $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n\ \text{раз}}$.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y» является предикатом от переменных x, y,

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. Высказыванием *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Определение 2. n**-местным предикатом** *или* n**-местным предикатом-высказыванием** *на множестве A называется* ***высказывание****, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n-ка, составленная из этих значений переменных, принадлежат* ***множеству*** $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n\ \text{раз}}$.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y» является предикатом от переменных x, y,
причем для любых значений x_0, y_0 переменных x, y пара $(x; y)$ должна принадлежать множеству

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Определение 2. **n-местным предикатом** *или* **n-местным предикатом-высказыванием** *на множестве A называется* ***высказывание***, *истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n-ка, составленная из этих значений переменных, принадлежат* ***множеству*** $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}}$.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y» является предикатом от переменных x, y,
причем для любых значений x_0, y_0 переменных x, y пара $(x; y)$ должна принадлежать множеству $\mathbb{R} \times \mathbb{R} =$

II.1. Предикаты-высказывания

Определение 1. **Высказыванием** *мы назовем любую фразу, относительно которой осмысленным (корректным) является вопрос «верна эта фраза или нет».*

Определение 2. **n-местным предикатом** *или* **n-местным предикатом-высказыванием** *на множестве A называется* ***высказывание****, истинность или ложность которого определяется значениями n переменных, причем n-ка, составленная из этих значений переменных, принадлежат* ***множеству*** $\underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}}$.

Например, фраза «действительное число x больше действительного числа y» является предикатом от переменных x, y,
причем для любых значений x_0, y_0 переменных x, y пара $(x; y)$ должна принадлежать множеству $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$.

II.2. Предикаты-функции

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,

II.2. Предикаты-функции

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или

II.2. Предикаты-функции

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или
длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или
длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или
длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \left\{ \vphantom{\begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array}} \right.$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или
длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ & \text{если} \end{cases}$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или
длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} & \text{если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ & \text{если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или
длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ \quad \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или
длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

В логике нас интересует в первую очередь *значение истинности* **высказывания** (а не, например,
его эмоциональная окраска или
длина формулы, задающей это **высказывание** и т.п.).

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

Напомним, что если $\mathcal{P}$ — **высказывание**, то высказывания

- $\mathcal{P}$;
- «высказывание $\mathcal{P}$ истинно»;

логически эквивалентны.

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

Часто, говоря о предикате, имеют в виду соответствующую **функцию** истинности.

II.2. Предикаты-функции

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет функцию истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

Часто, говоря о предикате, имеют в виду соответствующую функцию истинности.

Поэтому предикат в смысле данного выше определения мы будем называть еще **предикатом-высказыванием**, а кроме того, сейчас определим еще одно понимание термина «предикат», которое будем называть **предикатом-функцией**.

II.2. Предикаты-функции

Определение 7. n**-местным предикатом-функцией** *на множестве* A *называется* ***функция*** $p : \underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}} \to D$, *где* D *— двухэлементное множество.*

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

Часто, говоря о предикате, имеют в виду соответствующую **функцию** истинности.

Поэтому предикат в смысле данного выше определения мы будем называть еще **предикатом-высказыванием**, а кроме того, сейчас определим еще одно понимание термина «предикат», которое будем называть **предикатом-функцией**.

II.2. Предикаты-функции

Определение 7. **n-местным предикатом-функцией** *на множестве A называется* ***функция*** *$p : \underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}} \to D$, где D — двухэлементное множество.*

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

Элементы множества D в разных работах обозначаются по-разному.

Наиболее часто применяются обозначения $\{\text{истина}, \text{ложь}\}$, $\{\text{И}, \text{Л}\}$, $\{\text{true}, \text{false}\}$, $\{t, f\}$, $\{1, 0\}$. Мы будем считать, что $D = \{0, 1\}$.

II.2. Предикаты-функции

Определение 7. **n-местным предикатом-функцией** *на множестве A называется* ***функция*** *$p : \underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}} \to D$, где D — двухэлементное множество.*

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

Мы будем считать, что $D = \{0, 1\}$.

Элементы множества D в разных работах обозначаются по-разному.

Наиболее часто применяются обозначения $\{\text{истина}, \text{ложь}\}$, $\{\text{И}, \text{Л}\}$, $\{\text{true}, \text{false}\}$, $\{t, f\}$, $\{1, 0\}$. Мы будем считать, что $D = \{0, 1\}$.

II.2. Предикаты-функции

Определение 7. **n-местным предикатом-функцией** *на множестве A называется **функция** $p : \underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}} \to D$, где D — двухэлементное множество.*

Предикат $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ определяет **функцию** истинности $p(x_1, \ldots, x_n)$, задаваемую формулой

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, \text{ если } \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } \neg\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n). \end{cases}$$

Мы будем считать, что $D = \{0, 1\}$.

Мы будем писать просто «предикат» вместо «предикат-функция» или «предикат-высказывание» в ситуации, когда из контекста ясно, в каком смысле понимается термин «предикат».

II.3. Отношения

Определение 7. n-местным предикатом-функцией *на множестве A называется* ***функция*** $p : \underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}} \to D$, *где D — двухэлементное множество.*

Основной язык современной математики — это язык теории множеств.

II.3. Отношения

Определение 7. **n-местным предикатом-функцией** *на множестве A называется* ***функция*** *$p : \underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}} \to D$, где D — двухэлементное множество.*

Основной язык современной математики — это язык теории множеств.

Например, для предиката $\mathcal{P}(x_1, ..., x_n)$ естественно рассмотреть множество всех тех n-ок $(a_1, ..., a_n)$, для которых истинно высказывание $\mathcal{P}(a_1, ..., a_n)$.

Рассмотрим пример?

II.3. Отношения

Определение 7. **n-местным предикатом-функцией** *на множестве A называется* ***функция*** $p : \underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n \text{ раз}} \to D$, *где D — двухэлементное множество.*

Определение 8. **n-местным отношением** *(или, если значение n ясно из контекста, то* **отношением***) называется произвольное подмножество* $\mathbf{P}$ *множества* $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$.

Основной язык современной математики — это язык теории множеств.

Например, для предиката $\mathcal{P}(x_1, ..., x_n)$ естественно рассмотреть множество всех тех n-ок $(a_1, ..., a_n)$, для которых истинно высказывание $\mathcal{P}(a_1, ..., a_n)$.

Рассмотрим пример?

II.3. Отношения

Определение 7. **n-местным предикатом-функцией** *на множестве A называется* ***функция*** *$p : \underbrace{A \times A \times \ldots \times A}_{n\ \text{раз}} \to D$, где D — двухэлементное множество.*

Определение 8. **n-местным отношением** *(или, если значение n ясно из контекста, то* **отношением***) называется произвольное подмножество $\mathbf{P}$ множества $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$.*

В случае, когда $\mathbf{P} = A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$, отношение $\mathbf{P}$ называется **универсальным отношением**.

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Как обычно, в ситуации, когда для выражения одной и той же мысли можно воспользоваться различными языками, актуальной является задача адекватного перевода с одного языка на другой.

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ соответствует **функция**

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ соответствует **функция**

$$p(x_1, \ldots, x_n) =$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ соответствует **функция**

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n) \text{ истинно} \\ 0, & \text{если} \quad \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n) \text{ ложно} \end{cases}$$

Предикату-функции p соответствует **высказывание**, логически эквивалентное, например, высказыванию

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ соответствует **функция**

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n) \text{ истинно} \\ 0, & \text{если} \quad \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n) \text{ ложно} \end{cases}$$

Предикату-функции p соответствует **высказывание**, логически эквивалентное, например, высказыванию $p(x_1, \ldots, x_n) = 1$, т.е.

$$\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n) \quad \Leftrightarrow$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ соответствует **функция**

$$p(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n) \text{ истинно} \\ 0, & \text{если} \quad \mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n) \text{ ложно} \end{cases} \tag{1}$$

Предикату-функции p соответствует **высказывание**, логически эквивалентное, например, высказыванию $p(x_1, \ldots, x_n) = 1$, т.е.

$$\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n) \quad \Leftrightarrow \quad p(x_1, \ldots, x_n) = 1. \tag{2}$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P =$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \Big\{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\Big|\, \mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n)\Big\}. \tag{3}$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \Big\{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\Big|\, \mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n)\Big\}. \tag{3}$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \Big\{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\Big|\, \mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n)\Big\}. \tag{3}$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

$$P = \Big\{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\Big|\, p(a_1, a_2, \ldots, a_n) = 1\Big\}. \tag{4}$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\middle|\, \mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n) \right\}. \tag{3}$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

$$P = \left\{ (a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\middle|\, p(a_1, a_2, \ldots, a_n) = 1 \right\}. \tag{4}$$

Переход от отношения P **к предикату-высказыванию** $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \Big\{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\Big|\, \mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n)\Big\}. \tag{3}$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

$$P = \Big\{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\Big|\, p(a_1, a_2, \ldots, a_n) = 1\Big\}. \tag{4}$$

Переход от отношения P **к предикату-высказыванию** $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n)$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Предикату-высказыванию $\mathcal{P}(x_1, \ldots, x_n)$ на множестве A будем ставить в соответствие отношение $P \subseteq A^n$, определенное формулой:

$$P = \Big\{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\Big|\, \mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n)\Big\}. \tag{3}$$

В частности, если p — **предикат-функция**, то согласно формулам (2) и (3), этому предикату-высказыванию соответствует отношение

$$P = \Big\{(a_1, a_2, \ldots, a_n) \,\Big|\, p(a_1, a_2, \ldots, a_n) = 1\Big\}. \tag{4}$$

Переход от отношения P к предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad \Leftrightarrow \quad (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in P. \tag{5}$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Переход от отношения P предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad \Leftrightarrow \quad (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in P. \tag{5}$$

Переход от отношения P к предикату-функции p можно осуществить с помощью формул (1) и (6)

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Переход от отношения P предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad \Leftrightarrow \quad (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in P. \tag{5}$$

Переход от отношения P к предикату-функции p можно осуществить с помощью формул (1) и (6)

$$p\,(a_1, a_2, \ldots, a_n) =$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Переход от отношения P предикату-высказыванию $\mathcal{P}$ можно осуществить с помощью формулы:

$$\mathcal{P}(a_1, a_2, \ldots, a_n) \quad \Leftrightarrow \quad (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in P. \tag{5}$$

Переход от отношения P к предикату-функции p можно осуществить с помощью формул (1) и (6)

$$p\,(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } (a_1, a_2, \ldots, a_n) \in P; \\ 0, & \text{если } (a_1, a_2, \ldots, a_n) \notin P. \end{cases} \tag{6}$$

III. Обмен между языком предикатов и языком отношений

Таким образом, между n-местными предикатами на множестве A и отношениями из A^n существует тесная связь. Эта связь естественная, причем отображения множества отношений на множество предикатов-высказываний и предикатов-функций являются взаимно однозначными. Поэтому на практике соответствующие друг другу предикаты и отношения отождествляются и часто говорят: «отношение равенства», «отношение подобия», «отношение принадлежности» и даже «отношение $\leq$», хотя на самом деле в этих случаях имеются в виду предикаты[1].

[1]Причем не всегда предикаты-высказывания, как, например, в программировании, когда результатом проверки условия является значение истинности «TRUE, FALSE» или «0, 1».

IV. Бинарные отношения

Определение 9. *Двуместное отношение на множестве A называется* **бинарным отношением***.*

Если R — бинарное отношение, то часто вместо $(x, y) \in R$ пишут xRy. Это соглашение вызвано тем обстоятельством, что встречающиеся обычно в математике отношения имеют похожую запись: $x = y$, $x < y$, $x \subseteq y$, $x \in y$ и т.п. Здесь символ R нужно интерпретировать скорее не как множество, а как заменитель символов $=, <, \subseteq, \in$, и т.п.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Теория бинарных отношений представляет собой прекрасный пример использования математики, как языка. Дело в том что можно сформулировать ряд понятий, в некотором смысле эквивалентных бинарному отношению, но относящихся к разным разделам математики. Как говорят, это понятие можно сформулировать «на разных математических языках». Приведем ряд таких примеров

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств. Бинарное отношение, как множество — это исходное определение бинарного отношения.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций. Как мы отмечали выше, бинарному отношению R ставится в соответствие предикат $r(x,y) = \begin{cases} 1, & \text{если } (x,y) \in R \\ 0, & \text{если } (x,y) \notin R \end{cases}.$

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций.

Язык высказываний. Бинарному отношению R соответствует **высказывание** $(x, y) \in R$. Заметим, что R состоит из всех тех пар (x, y), для которых это **высказывание** верно. Таким образом, этим высказыванием бинарное отношение R определяется полностью и однозначно.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций.

Язык высказываний. Например, **высказывание** «натуральное число m делится на натуральное число n нацело» определяет отношение $R = \{(2;1),(3;1),(4;2),\ldots\}$. При этом это **высказывание** **логически эквивалентно** высказыванию $(m,n) \in R$, то есть *истинность первого высказывания влечет истинность второго высказывания, и наоборот, истинность второго высказывания влечет истинность первого высказывания* (это определение логической эквивалентности высказываний). Фактически объявленный ранее переход к обозначению xRy вместо $(x,y) \in R$ осуществляет «перевод» с языка множеств на язык высказываний.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций.

Язык высказываний.

Язык ориентированных графов. Пусть бинарное отношение R определено на множестве A, состоящем из небольшого числа элементов. Каждому элементу a множества A взаимно однозначным образом поставим в соответствие точку плоскости $g(a)$, называемую **вершиной графа**, и из точки $g(a)$ в точку $g(b)$ будет идти стрелка (называемая **дугой графа**) тогда и только тогда, когда aRb. Если дуга идет из $g(a)$ в эту же точку, то есть aRa, то такая дуга называется **петлей**. Получающийся **граф** (точнее, его графическая модель) для отношения R мы будем обозначать $\Gamma(R)$.

IV.1. Языки теории бинарных отношений

Язык множеств.

Язык функций.

Язык высказываний.

Язык ориентированных графов. Язык теории ориентированных графов бывает очень нагляден для небольших множеств A, и поэтому часто применяется даже в быту: это и схема метро (там вместо взаимно обратных дуг рисуют просто отрезок), и схемы, поясняющие, как пройти к нужному месту (a и b находятся в соответствующем отношении, если есть прямой проход из места a к месту b), и схемы подчиненности в некоторых учреждениях и организациях, например, в армии, и т.п.

Рассмотрим пример?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

На языке предикатов-функций получаем, что

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

На языке предикатов-функций получаем, что *для любого* элемента a из A имеет место тождество $r(a,a) \equiv 1$. На языке предикатов-высказываний получаем, что для любого $a \in A$ справедливо $a\rho a$.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

На языке предикатов-функций получаем, что *для любого* элемента a из A имеет место тождество $r(a, a) \equiv 1$. На языке предикатов-высказываний получаем, что для любого $a \in A$ справедливо $a \rho a$.

На языке ориентированных графов — в графе $\Gamma(R)$

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

На языке предикатов-функций получаем, что *для любого* элемента a из A имеет место тождество $r(a,a) \equiv 1$. На языке предикатов-высказываний получаем, что для любого $a \in A$ справедливо $a\rho a$.

На языке ориентированных графов — в графе $\Gamma(R)$ каждая вершина «снабжена» петлей.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

Подчеркнем, что **рефлексивность** — это свойство бинарного отношения *в целом*, а не отдельной вершины. *Нельзя*, например, сказать «отношение R рефлексивно в вершине a».

Является ли рефлексивным отношение делимости нацело на множестве неотрицательных целых чисел?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Подчеркнем, что **рефлексивность** — это свойство бинарного отношения *в целом*, а не отдельной вершины. *Нельзя*, например, сказать «отношение R рефлексивно в вершине a».

Является ли рефлексивным отношение делимости нацело на множестве неотрицательных целых чисел?

Нет, не является, поскольку 0 не делится нацело на 0.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Подчеркнем, что **рефлексивность** — это свойство бинарного отношения *в целом*, а не отдельной вершины. *Нельзя*, например, сказать «отношение R рефлексивно в вершине a».

Отношение $<$ не рефлексивно. Является ли рефлексивным отношение «человек x нравится человеку y»?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. Бинарное отношение R называется **рефлексивным**, если $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Подчеркнем, что **рефлексивность** — это свойство бинарного отношения *в целом*, а не отдельной вершины. *Нельзя*, например, сказать «отношение R рефлексивно в вершине a».

Отношение $<$ не рефлексивно. Является ли рефлексивным отношение «человек x нравится человеку y»?

Не рефлексивно, поскольку, увы, не все люди нравятся сами себе.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \ \Rightarrow \ (b;a) \in R$.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \ \Rightarrow \ (b;a) \in R$.

На языке предикатов-функций симметричность отношения R означает, что

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \ \Rightarrow \ (b;a) \in R$.

На языке предикатов-функций симметричность отношения R означает, что если $r(x, y) = 1$, то $r(y, x) = 1$.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \;\Rightarrow\; (b;a) \in R$.

На языке предикатов-функций симметричность отношения R означает, что если $r(x,y) = 1$, то $r(y,x) = 1$.

На языке предикатов-высказываний имеем

$$x\rho y \;\Rightarrow\; y\rho x.$$

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

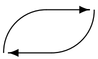
Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \;\Rightarrow\; (b; a) \in R.$

На языке предикатов-функций **симметричность** отношения R означает, что если $r(x, y) = 1$, то $r(y, x) = 1.$

На языке предикатов-высказываний имеем

$$x\rho y \;\Rightarrow\; y\rho x.$$

На языке ориентированных графов **симметричность** означает, что всякая дуга имеет в графе $\Gamma(R)$ обратную: 

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \ \Rightarrow\ (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

Являются ли симметричными отношения: отношение равенства и отношение родства между людьми?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

Являются ли симметричными отношения: отношение равенства и отношение родства между людьми? Да.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

Всегда актуальное, особенно для молодых людей, отношение «любит», к сожалению, не симметрично, не всегда любовь бывает взаимной. Можно ли сказать: «отношение «любит» не всегда симметрично»?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. Бинарное отношение R называется **симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R$.

Как и в случае с рефлексивностью, **симметричность** является свойством отношения *в целом*, *нельзя* сказать «отношение R для этих элементов симметрично, а для тех — нет».

Всегда актуальное, особенно для молодых людей, отношение «любит», к сожалению, не симметрично, не всегда любовь бывает взаимной. Можно ли сказать: «отношение «любит» не всегда симметрично»?

Симметричность — свойство всего отношения, а не особенность отдельных вершин, даже весьма достойных уважения и любви!

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \;\Rightarrow\; (b;a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **антисимметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \;\Rightarrow\; a = b.$

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \;\Rightarrow\; (b;a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **антисимметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \;\Rightarrow\; a = b.$

На языке подмножеств: в R не могут одновременно содержаться (a, b) и (b, a) для различных a, b.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \Rightarrow (b; a) \in R.$

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **антисимметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

На языке подмножеств: в R не могут одновременно содержаться (a, b) и (b, a) для различных a, b.

На языке высказываний: для различных a, b из высказываний $a\rho b$ и $b\rho a$, как минимум, одно является неверным.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \ \Rightarrow \ (b;a) \in R$.

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **антисимметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \ \Rightarrow \ a = b$.

На языке подмножеств: в R не могут одновременно содержаться (a, b) и (b, a) для различных a, b.

На языке высказываний: для различных a, b из высказываний $a\rho b$ и $b\rho a$, как минимум, одно является неверным.

На языке ориентированных графов: ни у одной дуги, кроме петли, нет обратной.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \;\Rightarrow\; (b; a) \in R$.

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **анти-симметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \;\Rightarrow\; a = b$.

Может ли отношение быть одновременно симметричным и анити-симметричным?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \;\Rightarrow\; (b; a) \in R$.

Антисимметричность. Бинарное отношение R называется **антисимметричным**, если $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \;\Rightarrow\; a = b$.

Антисимметричным и симметричным является является подмножество отношения равенства.

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \;\Rightarrow\; (b;a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \;\Rightarrow\; a = b.$

Транзитивность. **Транзитивным** называется такое отношение R,

$$\text{что} \quad \forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;c) \in R \end{cases} \;\Rightarrow\; (a;c) \in R.$$

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

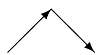
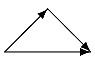
Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a; a) \in R$.

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a; b) \in R \;\Rightarrow\; (b; a) \in R$.

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; a) \in R \end{cases} \;\Rightarrow\; a = b$.

Транзитивность. Транзитивным называется такое отношение R,

что $\quad \forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a; b) \in R, \\ (b; c) \in R \end{cases} \;\Rightarrow\; (a; c) \in R$.

Особенно наглядна транзитивность на языке ориентированных графов: для графа $G(R)$ транзитивного отношения R если есть «обходной маршрут» a, (a, b), b, (b, c), c, соединяющий вершины a и c, то обязательно есть и «короткий, прямой» путь a, (a, c), c. Иными словами, «уголки» вида  «замыкаются до треугольника»: 

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \ \Rightarrow \ (b;a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \Rightarrow \ a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;c) \in R \end{cases} \Rightarrow \ (a;c) \in R.$

Является ли транзитивным отношение «женщина a является мамой женщины b»?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R$.

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \ \Rightarrow \ (b;a) \in R$.

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \ \Rightarrow \ a = b$.

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;c) \in R \end{cases} \ \Rightarrow \ (a;c) \in R$.

Является ли транзитивным отношение «женщина a является мамой женщины b»?

Нет, не является, так как мама мамы — это бабушка!

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \Rightarrow (b;a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \Rightarrow a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;c) \in R \end{cases} \Rightarrow (a;c) \in R.$

Из транзитивности отношения R **не** следует, например, что $(a;b) \in R$ и $(a;c) \in R$ влечет $(b;c) \in R$ или $(c;b) \in R$.

Например, если мы определим отношение «лучше» между автомобилями правилом «a лучше, чем b, если a быстроходнее и экономичнее b», то из того, что автомобиль a лучше, чем b и c, не следует, что b лучше c или наоборот: может оказаться, что b быстроходнее, чем c, но «прожорливей».

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \ \Rightarrow \ (b;a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \Rightarrow \ a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;c) \in R \end{cases} \Rightarrow \ (a;c) \in R.$

Является ли транзитивным отношение $P = \Big\{(n, n+1) \,\Big|\, n \in \mathbb{Z}\Big\}$ на множестве целых чисел?

IV.2. Некоторые типы бинарных отношений

Рефлексивность. $\forall a \in A \quad (a;a) \in R.$

Симметричность. $\forall a, b \in A \quad (a;b) \in R \ \Rightarrow\ (b;a) \in R.$

Антисимметричность. $\forall a, b \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;a) \in R \end{cases} \ \Rightarrow\ a = b.$

Транзитивность. $\forall a, b, c \in A \quad \begin{cases} (a;b) \in R, \\ (b;c) \in R \end{cases} \ \Rightarrow\ (a;c) \in R.$

Отношение $P = \Big\{(n, n+1) \,\Big|\, n \in \mathbb{Z}\Big\}$ на множестве целых чисел не является транзитивным, так как, например, $(1;2) \in P$ и $(2;3) \in P$, но неверно, что $(1;3) \in P$.

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. ***Рефлексивное***, ***симметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Как понять, что такое отношение эквивалентности?

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. ***Рефлексивное***, ***симметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Как понять, что такое отношение эквивалентности?

Есть два варианта:

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. ***Рефлексивное***, ***симметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Как понять, что такое отношение эквивалентности?

Есть два варианта:

анализ определения и

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. *Рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Как понять, что такое отношение эквивалентности?

Есть два варианта:

анализ определения и

построение достаточно большого числа примеров.

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. ***Рефлексивное***, ***симметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Отношения эквивалентности встречаются очень часто: это и отношение равенства для чисел,

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. ***Рефлексивное***, ***симметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Отношения эквивалентности встречаются очень часто: это и отношение равенства для чисел, множеств,

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. ***Рефлексивное***, ***симметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Отношения эквивалентности встречаются очень часто: это и отношение равенства для чисел, множеств, геометрических фигур,

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. ***Рефлексивное***, ***симметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Отношения эквивалентности встречаются очень часто: это и отношение равенства для чисел, множеств, геометрических фигур, отношение подобия для геометрических фигур и т.п.

IV.3. Отношение эквивалентности

Определение 10. ***Рефлексивное***, ***симметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением эквивалентности**.

Есть два варианта:
анализ определения и
построение достаточно большого числа примеров.

Рассмотрим пример?

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1.

Отношение R является ***отношением эквивалентности*** *на множестве A тогда и только тогда, когда*

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых,

(A РАСПАДАЕТСЯ В ОБЪЕДИНЕНИЕ КЛАССОВ A_α*)*

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$;

(А РАСПАДАЕТСЯ В ОБЪЕДИНЕНИЕ КЛАССОВ A_α*)*

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$ ***во-первых,*** $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,***

(A РАСПАДАЕТСЯ В ОБЪЕДИНЕНИЕ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ КЛАССОВ)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$ ***во-первых,*** $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

(А РАСПАДАЕТСЯ В ОБЪЕДИНЕНИЕ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ КЛАССОВ)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих,
(ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ ОДНОГО КЛАССА НАХОДЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ R ДРУГ С ДРУГОМ)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

(ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ ОДНОГО КЛАССА НАХОДЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ R ДРУГ С ДРУГОМ)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых,

(ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ РАЗНЫХ КЛАССОВ НЕ НАХОДЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ R)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

(ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ РАЗНЫХ КЛАССОВ НЕ НАХОДЯТСЯ В ОТНОШЕНИИ R)

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R.$

Иными словами, R — это отношение эквивалентности, если и только если A распадается в объединение непересекающихся классов попарно эквивалентных по R элементов.

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$ ***во-первых,*** $A = \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta \quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$; ***в-третьих,*** *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$; ***в-четвёртых,*** $\forall\alpha\neq\beta \quad \forall x\in A_\alpha \quad \forall y\in A_\beta \qquad (x,y)\notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$ ***во-первых,*** $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$; ***в-третьих,*** *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$; ***в-четвёртых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и, во-вторых,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и, во-вторых, что всякое отношение с такими свойствами является **отношением эквивалентности**.

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и, во-вторых, что всякое отношение с такими свойствами является **отношением эквивалентности**.

Что взять в качестве класса A_α?

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Доказательство критерия отношения эквивалентности.

Сначала анализируем логическую структуру этой теоремы: это теорема-эквиваленция.

Значит, доказательство разбивается на два этапа: во-первых, надо доказать, что всякое **отношение эквивалентности** обладает описанным в теореме свойствами, и, во-вторых, что всякое отношение с такими свойствами является **отношением эквивалентности**.

Что взять в качестве класса A_α?

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — *отношение эквивалентности* $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R.$

Возникли вопросы?

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Дальнейшее доказательство разобъем на ряд лемм:

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Дальнейшее доказательство разобъем на ряд лемм:

лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Дальнейшее доказательство разобъем на ряд лемм:

лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$,

лемма о порождении $C(x)$,

IV.3.1. Критерий отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Дальнейшее доказательство разобъем на ряд лемм:

лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$,

лемма о порождении $C(x)$,

лемма об изолированности $C(x)$.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то все элементы из* $C(x)$ *находятся в отношении* R *друг с другом.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

А вот это уже стоит законспектировать!

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Доказательство.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha;$ ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset;$

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R;$

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R.$

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \; (y;z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y; z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

x

Для наглядности переведем условие на язык теории графов. y z

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то*

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$$

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

x

y z

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \; (y;z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

x

Для наглядности переведем условие на язык теории графов. y z

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

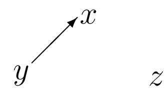
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \; (y;z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

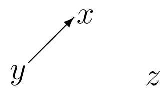
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

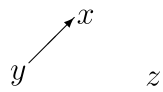
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y; z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

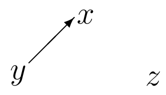
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

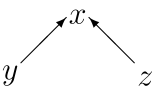
$$C(u)=\Big\{v\,\Big|\,v\in A,\quad (v;u)\in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad (x,y)\notin R.$

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.



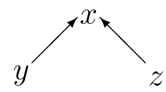
IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R$.

Доказательство. По определению $C(x)$...



Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

$$\begin{tikzcd} & x & \\ y \arrow[ur] \arrow[rr, "?"] & & z \arrow[ul] \end{tikzcd}$$

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

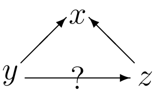
IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то*
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$$

Доказательство. По определению $C(x)$...



Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

В силу **симметричности** отношения R...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

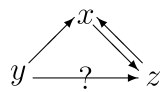
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y; z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...



Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

В силу **симметричности** отношения R...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Доказательство. По определению $C(x)$...

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dr, shift left] & \\ y \arrow[ur] \arrow[rr, "?"] & & z \arrow[ul, shift left] \end{tikzcd}$$

Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

В силу **симметричности** отношения R...

Значит, знак вопроса на «стрелке» из y в z можно убрать в силу **транзитивности** отношения R.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

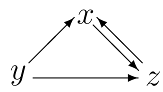
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R.$

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то*
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$$

Доказательство. По определению $C(x)$...



Для наглядности переведем условие на язык теории графов.

Заключение леммы на языке теории графов выглядит так...

В силу **симметричности** отношения R...

Значит, знак вопроса на «стрелке» из y в z можно убрать в силу **транзитивности** отношения R.

Осталось все это записать на языке формул...

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Доказательство.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dr, shift left] & \\ y \arrow[ur] \arrow[rr] & & z \arrow[ul, shift left] \end{tikzcd}$$

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow$$

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то*

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$$

Доказательство.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dr, shift left] & \\ y \arrow[ur] \arrow[rr] & & z \arrow[ul, shift left] \end{tikzcd}$$

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; x) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Leftrightarrow$$

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то*

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$$

Доказательство.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dr, shift left] & \\ y \arrow[ur] \arrow[rr] & & z \arrow[ul, shift left] \end{tikzcd}$$

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;x) \in R, \\ (z;x) \in R \end{cases} \Leftrightarrow$$

Используем **симметричность** и отношения R.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Доказательство.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dr, shift left] & \\ y \arrow[ur] \arrow[rr] & & z \arrow[ul, shift left] \end{tikzcd}$$

$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;x) \in R, \\ (z;x) \in R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;x) \in R, \\ (x;z) \in R \end{cases} \Rightarrow$$

Используем **симметричность** и отношения R.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y;z) \in R$.

Доказательство.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dr, shift left] & \\ y \arrow[ur] \arrow[rr] & & z \arrow[ul, shift left] \end{tikzcd}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (y;x) \in R, \\ (z;x) \in R \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} (y;x) \in R, \\ (x;z) \in R \end{array} \right. \Rightarrow$$

Используем **симметричность** и **транзитивность** отношения R.

IV.3.2. Лемма о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$

$$C(u)=\Big\{v\,\Big|\,v\in A,\quad (v;u)\in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;

в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad(x,y)\notin R.$

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то*
$$\left\{\begin{array}{l} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{array}\right.\Rightarrow\ (y;z)\in R.$$

Доказательство.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dr, shift left] & \\ y \arrow[ur] \arrow[rr] & & z \arrow[ul, shift left] \end{tikzcd}$$

$$\left\{\begin{array}{l} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} (y;x)\in R,\\ (z;x)\in R\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} (y;x)\in R,\\ (x;z)\in R\end{array}\right.\Rightarrow(y;z)\in R.$$

Используем **симметричность** и **транзитивность** отношения R.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то для любого* y *из* $C(x)$ *имеем* $C(x) = C(y)$.

Слишком много слов естественного языка...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

А вот это уже стоит законспектировать...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y;z) \in R$.

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u)=\left\{v \,\middle|\, v\in A,\quad (v;u)\in R\right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;

в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad (x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y\in C(x), \\ z\in C(x)\end{cases} \Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha;$ ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset;$
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R;$
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R.$

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y).$

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.
По определению

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению равенства множеств

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R.$

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y).$

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению равенства множеств надо доказать, что

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению равенства множеств надо доказать, что $C(x) \subseteq C(y)$

и

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R$.

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

По определению равенства множеств надо доказать, что $C(x) \subseteq C(y)$ и $C(x) \supseteq C(y)$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е.,

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е.,

по определению...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

по определению...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

x

y z

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств. x

Доказжем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$. y z

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u)=\Big\{v \,\Big|\, v\in A, \quad (v;u)\in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta \quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta \quad \forall x\in A_\alpha \quad \forall y\in A_\beta \qquad (x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{\begin{array}{l} y\in C(x), \\ z\in C(x) \end{array}\right. \Rightarrow \ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y\in C(x) \ \Rightarrow \ C(x)=C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x)\subseteq C(y)$, т.е., $z\in C(x)\overset{?}{\Rightarrow} z\in C(y)$.

x

y z

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

x

y z

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

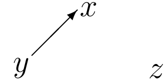
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

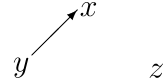
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

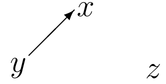
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Доказаем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

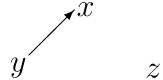
$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y).$

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.



Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u)=\Big\{v \,\Big|\, v\in A,\quad (v;u)\in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad(x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y\in C(x), \\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x)\subseteq C(y)$, т.е., $z\in C(x)\overset{?}{\Rightarrow}z\in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x & \\ y \arrow[ur] & & z \arrow[ul] \end{tikzcd}$$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x & \\ y \arrow[ur] & & z \arrow[ul] \end{tikzcd}$$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

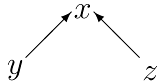
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x & \\ y \arrow[ur] & & z \arrow[ul] \end{tikzcd}$$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

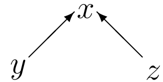
$$C(u)=\left\{v \,\middle|\, v\in A,\quad (v;u)\in R\right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad(x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.



Докажем, что $C(x)\subseteq C(y)$, т.е., $z\in C(x)\overset{?}{\Rightarrow} z\in C(y)$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u)=\left\{v \mid v\in A,\quad (v;u)\in R\right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad (x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Доказем, что $C(x)\subseteq C(y)$, т.е., $z\in C(x)\overset{?}{\Rightarrow} z\in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x & \\ y \arrow[ur] & & z \arrow[ul] \arrow[ll, "?"] \end{tikzcd}$$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x & \\ y \arrow[ur] & & z \arrow[ul] \arrow[ll, "?"] \end{tikzcd}$$

В силу **симметричности** отношения R...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow \ (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll, "?"] \end{tikzcd}$$

В силу **симметричности** отношения R...

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то*
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll, "?"] \end{tikzcd}$$

В силу **симметричности** отношения R...

Осталось воспользоваться отношения R.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll, "?"] \end{tikzcd}$$

В силу **симметричности** отношения R...

Осталось воспользоваться **транзитивностью** отношения R.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

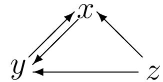
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



В силу **симметричности** отношения R...

Осталось воспользоваться **транзитивностью** отношения R.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll] \end{tikzcd}$$

В силу **симметричности** отношения R...

Осталось воспользоваться **транзитивностью** отношения R.

Переведем это доказательство на язык формул.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

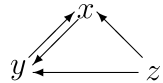
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и отношения R, получаем:

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

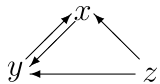
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и отношения R, получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

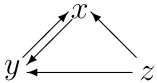
$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Доказаем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и отношения R, получаем:
Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

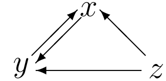
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и отношения R, получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

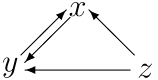
$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R$.

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.



Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

Используя **симметричность** и отношения R, получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y;x) \in R \Rightarrow (x;y) \in R$.

Тогда

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

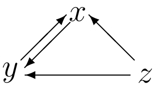
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.



Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

Используя **симметричность** и отношения R, получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

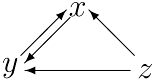
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y).$

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Используя **симметричность** и отношения R, получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y;x) \in R \ \Rightarrow (x;y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \ \Leftrightarrow (z;x) \in R \ \Rightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

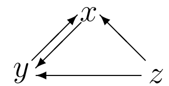
$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.



Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

Используя **симметричность** и отношения R, получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow (z; x) \in R \Rightarrow$

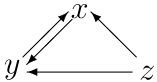
IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.



Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

Используя **симметричность** и **транзитивность** отношения R, получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y; x) \in R \Rightarrow (x; y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow (z; x) \in R \Rightarrow$

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll] \end{tikzcd}$$

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

Используя **симметричность** и **транзитивность** отношения R, получаем:

Пусть $y \in C(x)$, т.е. $(y;x) \in R \Rightarrow (x;y) \in R$.

Тогда $z \in C(x) \Leftrightarrow (z;x) \in R \Rightarrow (z;y) \in R$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u)=\Big\{v\,\Big|\,v\in A,\quad (v;u)\in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad (x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то*
$$\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y)$.
Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ll] \arrow[ul] \end{tikzcd}$$

Докажем, что $C(x)\subseteq C(y)$, т.е., $z\in C(x)\overset{?}{\Rightarrow} z\in C(y)$.

Используя **симметричность** и **транзитивность** отношения R, получаем:

Пусть $y\in C(x)$, т.е. $(y;x)\in R\ \Rightarrow (x;y)\in R$.

Тогда $z\in C(x)\ \Leftrightarrow (z;x)\in R\ \Rightarrow (z;y)\in R$. Следовательно, $z\in C(y)$.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll] \end{tikzcd}$$

Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u)=\Big\{v\,\Big|\,v\in A,\quad (v;u)\in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;

в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad(x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x)\subseteq C(y)$, т.е., $z\in C(x)\overset{?}{\Rightarrow}z\in C(y)$.

$$\begin{tikzcd}
& x \arrow[dl, shift left] & \\
y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll]
\end{tikzcd}$$

Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y\in C(x)\ \Rightarrow\ x\in C(y)$ в силу

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R$.

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ll] \arrow[ul] \end{tikzcd}$$

Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \Rightarrow x \in C(y)$ в силу **симметричности** отношения R.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \;\Rightarrow\; C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll] \end{tikzcd}$$

Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \;\Rightarrow\; x \in C(y)$ в силу **симметричности** отношения R.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.

$$\begin{tikzcd} & x \arrow[dl, shift left] & \\ y \arrow[ur, shift left] & & z \arrow[ul] \arrow[ll] \end{tikzcd}$$

Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \ \Rightarrow \ x \in C(y)$ в силу **симметричности** отношения R.

IV.3.3. Лемма о порождении $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

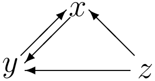
Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то*
$$\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \;\Rightarrow\; C(x) = C(y)$.

Доказательство. Надо доказать равенство множеств.

Докажем, что $C(x) \subseteq C(y)$, т.е., $z \in C(x) \overset{?}{\Rightarrow} z \in C(y)$.



Обратное утверждение получаем из соображений симметрии, поскольку $y \in C(x) \;\Rightarrow\; x \in C(y)$ в силу **симметричности** отношения R.

Лемма доказана.

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\left\{ \begin{array}{l} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{array} \right. \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то ни один элемент из* A, *не входящий в* $C(x)$, *не находится в отношении* R *ни с одним элементом из* $C(x)$.

Слишком много слов естественного языка...

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u)=\left\{v\,\middle|\,v\in A,\quad (v;u)\in R\right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad(x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y\notin C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y,z)\notin R.$

Вот это стоит законспектировать...

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$

Доказательство.

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

Доказательство. От противного:

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.****, то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z) \in R$.

Тогда

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u)=\Big\{v\,\Big|\,v\in A,\quad (v;u)\in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad (x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y\notin C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y,z)\notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z)\in R$.

Тогда $\begin{cases}(y;z)\in R,\\ z\in C(x)\end{cases}\Leftrightarrow$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R$.

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R$.

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z) \in R$.
Тогда $\begin{cases} (y;z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;z) \in R, \\ (z;x) \in R \end{cases} \Rightarrow$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y).$

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y, z) \notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z) \in R$.

Тогда $\begin{cases} (y;z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;z) \in R, \\ (z;x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y;x) \in R,$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u)=\Big\{v\,\Big|\,v\in A,\quad (v;u)\in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I}A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta\quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;
в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta\quad\forall x\in A_\alpha\quad\forall y\in A_\beta\qquad (x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow\ \forall y\quad y\in C(x)\ \Rightarrow\ C(x)=C(y).$

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y\notin C(x),\\ z\in C(x)\end{cases}\Rightarrow\ (y,z)\notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z)\in R$.

Тогда $\begin{cases}(y;z)\in R,\\ z\in C(x)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(y;z)\in R,\\ (z;x)\in R\end{cases}\Rightarrow (y;x)\in R,$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z) \in R$.

Тогда $\begin{cases} (y;z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;z) \in R, \\ (z;x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y;x) \in R$,

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z) \in R$.
Тогда $\begin{cases} (y;z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;z) \in R, \\ (z;x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y;x) \in R,$

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z) \in R$.

Тогда $\begin{cases} (y;z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;z) \in R, \\ (z;x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y;x) \in R$,

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y; z) \in R$.
Тогда $\begin{cases} (y; z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y; z) \in R, \\ (z; x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y; x) \in R$, противоречие.

IV.3.4. Лемма об изолированности $C(x)$

$$C(u) = \Big\{v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R\Big\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \;\Rightarrow\; C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

Доказательство. От противного: пусть в этих условиях $(y;z) \in R$.
Тогда $\begin{cases} (y;z) \in R, \\ z \in C(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y;z) \in R, \\ (z;x) \in R \end{cases} \Rightarrow (y;x) \in R$, противоречие.
Лемма доказана.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y, z) \notin R.$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y).$

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y; z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.****, то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств. Утверждение

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \Big\{ v \,\Big|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \Big\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Утверждение $A \supseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v; u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x; y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y; z) \in R$.

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Утверждение $A \supseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha =$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.****, то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Утверждение $A \supseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.
Утверждение $A \supseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$ очевидно.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u)=\left\{v \,\middle|\, v\in A, \quad (v;u)\in R\right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A=\bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall\alpha\neq\beta \quad A_\alpha\cap A_\beta=\emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x,y\in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y)\in R$;

в-четвёртых, $\forall\alpha\neq\beta \quad \forall x\in A_\alpha \quad \forall y\in A_\beta \qquad (x,y)\notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y\in C(x),\\ z\in C(x)\end{cases} \Rightarrow \ (y;z)\in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y\in C(x) \ \Rightarrow \ C(x)=C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y\notin C(x),\\ z\in C(x)\end{cases} \Rightarrow \ (y,z)\notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A\subseteq\bigcup_{\alpha\in I} A_\alpha$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$. В силу **рефлексивности** отношения R имеем

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$. В силу **рефлексивности** отношения R имеем

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.****, то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$. В силу **рефлексивности** отношения R имеем $a \in C(a)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R$.

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Доказываем равенство множеств.

Докажем, что $A \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha = \bigcup_{a \in A} C(a)$. Возьмем произвольный $a \in A$. В силу **рефлексивности** отношения R имеем $a \in C(a)$. Значит, утверждение «во-первых» доказано.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a)$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y).$

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R$.

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R$.

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.
Поэтому утверждение «во-вторых» следует из леммы

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \; (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \;\Rightarrow\; C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.****, то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \; (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Поэтому утверждение «во-вторых» следует из леммы об изолированности $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Поэтому утверждение «во-вторых» следует из леммы 3 об изолированности $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.****, то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \ \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Утверждение «в-третьих» следует из леммы

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Утверждение «в-третьих» следует из леммы о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Утверждение «в-третьих» следует из леммы 1 о попарной эквивалентности элементов из $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.***, *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a)$

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y).$

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$
во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;
в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;
в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x, y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.****, то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y, z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Наконец, утверждение «в-четвертых» является следствием определения $C(x)$ и леммы

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y).$

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Наконец, утверждение «в-четвертых» является следствием определения $C(x)$ и леммы о порождении $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$C(u) = \left\{v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R\right\}$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности***, *то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \ \Rightarrow \ C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.,*** *то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow \ (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Наконец, утверждение «в-четвертых» является следствием определения $C(x)$ и леммы 2 о порождении $C(x)$.

IV.3.5. Завершение доказательства критерия отношения эквивалентности

$$C(u) = \left\{ v \,\middle|\, v \in A, \quad (v;u) \in R \right\}$$

Теорема 1. R — ***отношение эквивалентности*** $\Leftrightarrow$

во-первых, $A = \bigcup_{\alpha \in I} A_\alpha$; ***во-вторых,*** $\forall \alpha \neq \beta \quad A_\alpha \cap A_\beta = \emptyset$;

в-третьих, *для любых* $x, y \in A_\alpha$ *имеет место* $(x;y) \in R$;

в-четвёртых, $\forall \alpha \neq \beta \quad \forall x \in A_\alpha \quad \forall y \in A_\beta \qquad (x,y) \notin R$.

Лемма 1. *Если* R — ***отношение эквивалентности****, то* $\begin{cases} y \in C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y;z) \in R.$

Лемма 2. R — ***отн. экв.*** $\Rightarrow \forall y \quad y \in C(x) \Rightarrow C(x) = C(y)$.

Лемма 3. *Если* R — ***отн. экв.****, то* $\begin{cases} y \notin C(x), \\ z \in C(x) \end{cases} \Rightarrow (y,z) \notin R.$

В качестве A_α возьмем $C(x)$. Здесь $\alpha \neq \beta$ означает $C(a) \neq C(b)$.

Наконец, утверждение «в-четвертых» является следствием определения $C(x)$ и леммы 2 о порождении $C(x)$.

Критерий отношения эквивалентности доказан.

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием* ***классов эквивалентных элементов****.*

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием* ***классов эквивалентных элементов****.*

Отношение эквивалентности $T = \{(1;1);\ (1;3);\ (2;2);\ (3;1);\ (3;3)\}$ (**рефлексивность**, **симметричность** и **транзитивность** этого отношения проверьте самостоятельно, в данном случае это можно сделать перебором всех вариантов) можно задать, указав список эквивалентных элементов:

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием* ***классов эквивалентных элементов****.*

Отношение эквивалентности $T = \{(1;1);\ (1;3);\ (2;2);\ (3;1);\ (3;3)\}$ (**рефлексивность**, **симметричность** и **транзитивность** этого отношения проверьте самостоятельно, в данном случае это можно сделать перебором всех вариантов) можно задать, указав список эквивалентных элементов:

$$\{1;3\} = C(1) = C(3), \quad \{2\} = C(2).$$

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием* ***классов эквивалентных элементов****.*

Определение 11. *Если R — **отношение эквивалентности** на множестве M, то множество классов эквивалентных по R элементов называется* **фактор-множеством** *M/R множества M по отношению R.*

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием* ***классов эквивалентных элементов****.*

Обратите внимание на стандартные формы перехода от одной формы представления отношения эквивалентности к другой! Определение класса эквивалентных элементов представлено формулой (??).

IV.3.6. Фактор-множество

Замечание 1. *Критерий отношения эквивалентности позволяет ввести еще один стандартный способ для задания отношения эквивалентности: задание указанием* ***классов эквивалентных элементов****.*

Обратите внимание на стандартные формы перехода от одной формы представления отношения эквивалентности к другой! Восстановление исходного отношения по фактор-множеству можно осуществить с помощью формул

$$(x; y) \in R \Leftrightarrow \exists C(z) \begin{cases} x \in C(z); \\ y \in C(z), \end{cases} \tag{7}$$

$$(x; y) \in R \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \in C(y); \\ y \in C(x). \end{array} \right. \tag{8}$$

Рассмотрим пример?

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Как разобраться с тем, что такое отношение частичного порядка?

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Как разобраться с тем, что такое отношение частичного порядка? Есть два варианта:

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное*, *антисимметричное* *и* *транзитивное* *отношение называется* **отношением частичного порядка***.*

Как разобраться с тем, что такое отношение частичного порядка?

Есть два варианта:

анализ определения (получение следствий) или

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Как разобраться с тем, что такое отношение частичного порядка?

Есть два варианта:
анализ определения (получение следствий) или
рассмотрение достаточно большого числа примеров.

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Отношениями частичного порядка являются, например,

— отношение $\leq$ на множестве целых чисел;

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. ***Рефлексивное***, ***антисимметричное*** *и* ***транзитивное*** *отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Отношениями частичного порядка являются, например,

— отношение $\leq$ на множестве целых чисел;

— отношения $\supseteq$ и

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное*, *антисимметричное* *и* *транзитивное* *отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Отношениями частичного порядка являются, например,

— отношение $\leq$ на множестве целых чисел;

— отношения $\supseteq$ и $\subseteq$ на множестве всех подмножеств множества X.

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Если R — отношение частичного порядка на множестве A, то говорят, что элементы $x, y \in A$ **несравнимы** по отношению R, если $(x, y) \notin R$ и $(y, x) \notin R$. Если из контекста ясно, о каком отношении R идет речь, то говорят, что x, y *несравнимы* вместо x, y *несравнимы по отношению* R.

В данном разделе мы ограничимся формулированием определений основных типов отношений частичного порядка, применяющихся в математике.

IV.4. Отношение частичного порядка

Определение 12. *Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Определение 13. *Отношение R частичного порядка на множестве A называется* **отношением линейного порядка**, *если для любых элементов $x, y \in A$ верно хотя бы одно из утверждений: $(x, y) \in R$ или $(y, x) \in R$.*

Иными словами, отношение частичного порядка является отношением линейного порядка тогда и только тогда, когда в A нет несравнимых элементов.

IV.5. Отношение полного порядка

Определение 12. *Рефлексивное*, *антисимметричное и транзитивное отношение называется* **отношением частичного порядка**.

Определение 13. *Отношение R частичного порядка на множестве A называется* **отношением линейного порядка**, *если для любых элементов $x, y \in A$ верно хотя бы одно из утверждений: $(x, y) \in R$ или $(y, x) \in R$.*

Определение 14. *Отношение R частичного порядка на множестве A называется* **отношением полного порядка**, *если в любом подмножестве $B \subseteq A$ найдется наименьший элемент, то есть такой элемент $m \in B$, что для любого $x \in B$ имеет место включение $(m, x) \in R$.*

IV.5. Отношение полного порядка

Иными словами, бинарное отношение ρ на множестве A является **отношением полного порядка** тогда и только тогда, когда

во-первых, ρ — отношение частичного порядка;

во-вторых, все элементы из A сравнимы относительно ρ, то есть

$$\forall x\, \forall y\ \ (x \in A \wedge y \in A) \to x\rho y \vee y\rho x;$$

в-третьих, в любом подмножестве $B \subseteq A$ найдется минимальный элемент, то есть

$$\exists x\ x \in B \wedge \forall y\ \ \big(y \in B \to x\rho y\big)\,.$$

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если r — отношение полного порядка на множестве M, то справедливы следующие утверждения:*
1) r является ***отношением линейного порядка****;*
2) Если элемент x из M не является «наибольшим» в M, то среди элементов множества M, «больших» чем x, существует «наименьший» элемент.

Много слов...

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если r — отношение полного порядка на множестве M, то справедливы следующие утверждения:*

1) r является ***отношением линейного порядка****;*

2) $$\exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если r — отношение полного порядка на множестве M, то справедливы следующие утверждения:*
1) r является ***отношением линейного порядка****;*

2) $\exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \;\Rightarrow\; \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \;\Rightarrow\; (x \neq z \;\Rightarrow\; yrz)\,. \end{cases}$

Доказательство. 1). Если $x, y \in M$, то, по определению полного порядка, во множестве $\{x, y\}$ имеется наименьший элемент. Это либо x, тогда xry, либо y, тогда yrx.

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если r — отношение полного порядка на множестве M, то справедливы следующие утверждения:*

1) r является ***отношением линейного порядка****;*

2) $\exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz) \, . \end{cases}$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \left\{ z \,\middle|\, z \in M \,\&\, z \neq x \,\&\, xrz \right\}$.

По **определению отношения полного порядка** в B найдется наименьший элемент y.

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если* r *— отношение полного порядка на множестве* M, *то справедливы следующие утверждения:*

1) r *является* ***отношением линейного порядка****;*

2) $$\exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \left\{ z \,\middle|\, z \in M \;\&\; z \neq x \;\&\; xrz \right\}$.

По **определению отношения полного порядка**

$\exists y \in B \quad \forall z \in B \quad y\rho z.$

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если r — отношение полного порядка на множестве M, то справедливы следующие утверждения:*

1) r является ***отношением линейного порядка****;*

2) $\exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz) . \end{cases}$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \left\{ z \,\middle|\, z \in M \ \& \ z \neq x \ \& \ xrz \right\}$.

По **определению отношения полного порядка**

$\exists y \in B \quad \forall z \in B \quad y\rho z.$

Тогда, во-первых, $x \neq y$,

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если r — отношение полного порядка на множестве M, то справедливы следующие утверждения:*

1) r является ***отношением линейного порядка****;*

2) $$\exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \left\{ z \,\middle|\, z \in M \;\&\; z \neq x \;\&\; xrz \right\}$.

По **определению отношения полного порядка**

$\exists y \in B \quad \forall z \in B \quad y\rho z.$

Тогда, во-первых, $x \neq y$, во-вторых, xry,

IV.6. Теорема об отношении полного порядка

Теорема 2. *Если r — отношение полного порядка на множестве M, то справедливы следующие утверждения:*

1) r является ***отношением линейного порядка****;*

2) $\exists t \begin{cases} t \in M, \\ xrt \end{cases} \Rightarrow \exists y \in M \begin{cases} x \neq y, \\ xry, \\ \forall z \in M \quad xrz \Rightarrow (x \neq z \Rightarrow yrz). \end{cases}$

2) Пусть $x \in M$. Рассмотрим $B = \left\{ z \,\middle|\, z \in M \;\&\; z \neq x \;\&\; xrz \right\}$.

По **определению отношения полного порядка**

$\exists y \in B \quad \forall z \in B \quad y\rho z$.

Тогда, во-первых, $x \neq y$, во-вторых, xry, и, в-третьих,

$\forall z \in M \quad \underbrace{xrz \;\Rightarrow\; \Bigl(x \neq z}_{z \in B} \Rightarrow\; yrz\Bigr)$, что и требовалось доказать.

$\alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow \gamma)$ равносильно $(\alpha \& \beta) \Rightarrow \gamma$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:
– выделение составных частей, установление отношений и функций;

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\big(f(x)\big) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\big(f(x),\ g(x)\big) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\big(f(x),\ g(x),\ h(x)\big) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:
– выделение составных частей, установление отношений и функций;
– определение преобразований и эквивалентности высказываний;

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Во-первых, сами высказывания являются объектом, интересным для изучения:
– выделение составных частей, установление отношений и функций;
– определение преобразований и эквивалентности высказываний;
– построить «алгебру высказываний» и её модели.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»*;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$»*.*

Решение. Поэтому мы введём специальное понятие.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Высказывание, истинность которых зависит от значений некоторых переменных, мы назовём **предикатом-высказыванием**.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. В логике нас интересует в этих высказываниях только *значение истинности при данном наборе значений переменных.*

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Высказываниям $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$, $\mathcal{R}$ естественно сопоставить функции p, q, r, соответственно, значениями которых является обозначение истинности или ложности:
И,Л, «истина»,«ложь», «true»,«false», «t»,«f», «0»,«1».

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{ x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2} \right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\big(f(x)\big) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\big(f(x),\ g(x)\big) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\big(f(x),\ g(x),\ h(x)\big) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Высказываниям $\mathcal{P}$, $\mathcal{Q}$, $\mathcal{R}$ естественно сопоставить функции p, q, r, соответственно, значениями которых является обозначение истинности или ложности:
И,Л, «истина»,«ложь», «true»,«false», «t»,«f», «0»,«1».

Такую функцию назовём **предикатом-функцией**.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»*;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$»*.*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим — формулой?

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим
— формулой?
— **графиком**?

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим

— формулой?

— **графиком**?

— таблицей значений?

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим

— формулой?

— **графиком**?

— таблицей значений?

В области определения всего 4 элемента....

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим

— формулой?

— **графиком**?

— таблицей значений?

В области определения всего 4 элемента....

Зададим таблицей значений!

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	$x \quad x-1 \quad x^2 \quad e^{x^2}$
$p(t)$	0

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0		

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой $y = f(x)$, где $f(x) \in A$, является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0	1	

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{P}$ предикат-функцию p представим таблицей значений:

t	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
$p(t)$	0	0	1	1

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x)\backslash^{\beta(x)}$	x $\quad x-1$ $\quad x^2$ $\quad e^{x^2}$
x $x-1$ x^2 e^{x^2}	

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0			
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R}\quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x)\backslash\beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0		
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1			
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0		
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x)\backslash\beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0			
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0		
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0			

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0		

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0	0	

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

Решение. Для высказывания $\mathcal{Q}$ предикат-функцию q представим таблицей значений:

$$q\left(\alpha(x), \beta(x)\right)$$

$\alpha(x) \backslash \beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	1
$x-1$	1	0	1	1
x^2	0	0	0	1
e^{x^2}	0	0	0	0

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x-1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x, $x-1$, x^2, e^{x^2}	x, $x-1$, x^2, e^{x^2}	x, $x-1$, x^2, e^{x^2}	x, $x-1$, x^2, e^{x^2}
x				
$x-1$				
x^2				
e^{x^2}				

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$	$\gamma(x) = x - 1$	$\gamma(x) = x^2$	$\gamma(x) = e^{x^2}$
$\beta(x)$ $\alpha(x)$	x $\quad x-1$ $\quad x^2$ $\quad e^{x^2}$	x $\quad x-1$ $\quad x^2$ $\quad e^{x^2}$	x $\quad x-1$ $\quad x^2$ $\quad e^{x^2}$	x $\quad x-1$ $\quad x^2$ $\quad e^{x^2}$
x $x-1$ x^2 e^{x^2}	0			

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0														
$x-1$																
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0													
$x-1$																
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$																
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0															
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0														
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0													
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2																
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0															
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0														
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0													
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}																

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0															

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A=\left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right)\sim$

$\sim$ «$\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)<g(x)<h(x)$, *где* $\{f(x),g(x),h(x)\}\subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x),\beta(x),\gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0														

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0	0													

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0												
$x-1$	0	0	0	0												
x^2	0	0	0	0												
e^{x^2}	0	0	0	0												

В итоге получаем...

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x-1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

В итоге получаем...

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x) = x$				$\gamma(x) = x-1$				$\gamma(x) = x^2$				$\gamma(x) = e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x-1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Проще было указать значения, когда $r = 1$...

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. Предикат-функция r для высказывания $\mathcal{R}$:

$$r\left(\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)\right)$$

	$\gamma(x)=x$				$\gamma(x)=x-1$				$\gamma(x)=x^2$				$\gamma(x)=e^{x^2}$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}	x	$x-1$	x^2	e^{x^2}
x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$x-1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
x^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e^{x^2}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$R = \left\{\left(x-1, x, e^{x^2}\right),\ \left(x-1, x^2, e^{x^2}\right)\right\}.$$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. Множество наборов значений аргументов, на которых предикат-функция принимает значение 1 или, что то же самое, на котором предикат-высказывание является истинным, называется **отношением**.

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. $P =$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{ \qquad\qquad \right\},$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»*;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$»*.*

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

$Q =$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»*;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$»*.*

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

$Q = \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right\}$,

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$, *где* $f(x) \in A$, *является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

$Q = \Big\{\Big(\quad , \quad\Big), (\qquad , \quad), \big(\qquad , \quad\big), \Big(\qquad , \quad\Big), \Big(\quad , \quad\Big)\Big\}$,

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$*»;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ *«*$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$*».*

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,
$Q = \left\{\left(x, e^{x^2}\right),\ (x-1, x),\ \left(x-1, x^2\right),\ \left(x-1, e^{x^2}\right),\ \left(x^2, e^{x^2}\right)\right\}$,

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*

$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*

$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$, *где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»;

$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$

$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$, *где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$».

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,

$Q = \left\{\left(x, e^{x^2}\right),\ (x-1, x),\ \left(x-1, x^2\right),\ \left(x-1, e^{x^2}\right),\ \left(x^2, e^{x^2}\right)\right\}$,

$R =$

Пример 1. *Укажите, какими математическими объектами для* $A = \left\{x,\ x-1,\ x^2,\ e^{x^2}\right\}$ *можно представить высказывания:*
$\mathcal{P}\left(f(x)\right) \sim$ *«функция, заданная формулой* $y = f(x)$*, где* $f(x) \in A$*, является чётной»;*
$\mathcal{Q}\left(f(x),\ g(x)\right) \sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x)$*, где* $\{f(x), g(x)\} \subseteq A$»*;*
$\mathcal{R}\left(f(x),\ g(x),\ h(x)\right) \sim$
$\sim$ «$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) < g(x) < h(x)$*, где* $\{f(x), g(x), h(x)\} \subseteq A$»*.*

Решение. $P = \left\{x^2, e^{x^2}\right\}$,
$Q = \left\{\left(x, e^{x^2}\right),\ (x-1, x),\ \left(x-1, x^2\right),\ \left(x-1, e^{x^2}\right),\ \left(x^2, e^{x^2}\right)\right\}$,
$R = \left\{\left(x-1, x, e^{x^2}\right),\ \left(x-1, x^2, e^{x^2}\right)\right\}$.

Вернёмся к лекции?

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$P =$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ \qquad \middle| \qquad\qquad\qquad\qquad \right\} =$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \middle| \right\} =$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \,\middle|\, \left\{ \phantom{\begin{array}{c} \\ \\ \end{array}} \right. \right\} =$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x;y) \,\middle|\, \begin{cases} x < y, \\ \end{cases} \right\} =$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \;\middle|\; \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{1;\ 2;\ 3\} \end{cases} \right\} =$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \,\middle|\, \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{1;\ 2;\ 3\} \end{cases} \right\} = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \}.$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \middle| \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{1;\ 2;\ 3\} \end{cases} \right\} = \{(1;\quad),\qquad\qquad\qquad\qquad\} .$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \,\middle|\, \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{1;\ 2;\ 3\} \end{cases} \right\} = \{(1;\ 2), \qquad\qquad\qquad \}.$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \middle| \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{1;\ 2;\ 3\} \end{cases} \right\} = \{(1;\ 2), (1;\quad), \qquad\} .$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x,y)$ *вида* $x<y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P=\left\{(x;y)\;\middle|\;\begin{cases}x<y,\\ \{x;\ y\}\subseteq\{1;\ 2;\ 3\}\end{cases}\right\}=\{(1;\ 2),(1;\ 3),\qquad\qquad\}.$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x;y) \,\middle|\, \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{1;\ 2;\ 3\} \end{cases} \right\} = \{(1;\ 2), (1;\ 3), (2;\quad \}.$$

Пример 2. *Для предиката* $p(x, y)$ *вида* $x < y$ *на множестве* $\{1;\ 2;\ 3\}$ *найдите множество всех элементов, для которых истинен этот предикат.*

Решение.

$$P = \left\{ (x; y) \;\middle|\; \begin{cases} x < y, \\ \{x;\ y\} \subseteq \{1;\ 2;\ 3\} \end{cases} \right\} = \{(1;\ 2), (1;\ 3), (2;\ 3)\}\,.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$		
$x+1$		
x^2-1		
$(x-1)^2$		

$$B = \Big\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	
$x+1$		
x^2-1		
$(x-1)^2$		

$$B = \Big\{ \qquad\qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	
$x+1$	0	
x^2-1		
$(x-1)^2$		

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	
$x+1$	0	
x^2-1	0	
$(x-1)^2$		

$$B = \Big\{ \qquad\qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	
$x+1$	0	
x^2-1	0	
$(x-1)^2$	4	

$$B = \Bigg\{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \Bigg\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	
x^2-1	0	
$(x-1)^2$	4	

$$B = \Big\{ \qquad\qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	
$(x-1)^2$	4	

$$B = \Big\{ \qquad\qquad\qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для того, чтобы было легче проверять условие $f(-1) \geq g(1)$, составим таблицу значений выражений из Ω в точках (-1) и 1.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	

$$B = \Big\{ \qquad\qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$ имеем поэтому $(x-1, x-1)\,?B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) =$ $= f(1)$, поэтому $(x-1, x-1)\,?B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$*. Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$*.*

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

Решение. Для $f(x) = g(x) = x-1$ имеем $f(-1) =-2 \quad = f(1)$, поэтому $(x-1, x-1)\,?B$.

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) =-2 \quad 0= f(1)$, поэтому $(x-1, x-1)\,?B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = g(x) = x - 1$ имеем $f(-1) =-2 < 0= f(1)$, поэтому $(x-1, x-1)\,?B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

Решение. Для $f(x) = g(x) = x-1$ имеем $f(-1) = -2 < 0 = f(1)$, поэтому $(x-1, x-1) \notin B$.

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x+1$, $g(x) = x-1$ имеем поэтому $(x+1, x-1)\,?B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

Решение. Для $f(x) = x+1$, $g(x) = x-1$ имеем $f(-1) = \quad = f(1)$, поэтому $(x+1, x-1)\,?B$.

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x+1$, $g(x) = x-1$ имеем $f(-1) =0 \quad = f(1)$, поэтому $(x+1, x-1) \,?B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x+1$, $g(x) = x-1$ имеем $f(-1) =0$ $0= f(1)$, поэтому $(x+1, x-1)\,?B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x+1$, $g(x) = x-1$ имеем $f(-1) = 0 \geqslant 0 = f(1)$, поэтому $(x+1, x-1)\,?B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Для $f(x) = x+1$, $g(x) = x-1$ имеем $f(-1) = 0 \geqslant 0 = f(1)$, поэтому $(x+1, x-1) \in B$.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big), \qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big), \qquad\qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big), \big((x-1)^2, x-1\big), \qquad\qquad \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big)\,,\ \big(x^2-1, x-1\big)\,, \big((x-1)^2, x-1\big)\,, \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{\big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big)\Big\} \cup$$

$$\cup \Big\{\big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big)\Big\} \cup$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Следующие выкладки проведите самостоятельно...

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение. Теперь построим граф этого отношения.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big), \big((x-1)^2, x-1\big), \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

x^2-1 $\qquad$ $(x-1)^2$

$x-1$ $\qquad$ $x+1$

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$*. Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$*.*

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$\begin{tikzcd} x^2-1 & (x-1)^2 \\ x-1 & x+1 \arrow[l] \end{tikzcd}$$

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[d] & (x-1)^2 \\
x-1 & x+1 \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

$$B = \Big\{\big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big)\Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{\big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big)\Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{\big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big)\Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[dl] \\
x-1 & x+1 \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

$$B = \Big\{\big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big)\Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{\big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big)\Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{\big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big)\Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $\quad (f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[dl] \arrow[d] \\
x-1 & x+1 \arrow[l]
\end{tikzcd}$$

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[dl] \arrow[d] \\
x-1 & x+1 \arrow[l] \arrow[ul]
\end{tikzcd}$$

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[dl] \arrow[d, shift right] \\
x-1 & x+1 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u, shift right]
\end{tikzcd}$$

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[loop left] \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[dl] \arrow[d, shift right] \\
x-1 & x+1 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u, shift right]
\end{tikzcd}$$

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{\big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big)\Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{\big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big)\Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{\big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big)\Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[loop left] \arrow[r] \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[dl] \arrow[d, shift right] \\
x-1 & x+1 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u, shift right]
\end{tikzcd}$$

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$

$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$

$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $\quad (f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

$$\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[loop left] \arrow[r] \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[loop right] \arrow[dl] \arrow[d, shift right] \\
x-1 & x+1 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u, shift right]
\end{tikzcd}$$

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $\quad (f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

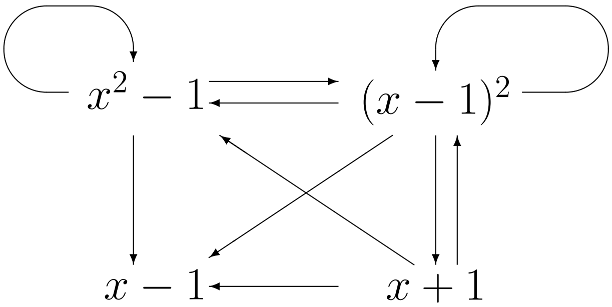
$$
\begin{tikzcd}
x^2-1 \arrow[loop left] \arrow[r, shift left] \arrow[d] & (x-1)^2 \arrow[loop right] \arrow[l, shift left] \arrow[dl] \arrow[d, shift right] \\
x-1 & x+1 \arrow[l] \arrow[ul] \arrow[u, shift right]
\end{tikzcd}
$$

$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

$$B = \Big\{ \big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big) \Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{ \big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big) \Big\}.$$

Пример 3. *На множестве* $\Omega = \{x-1, x+1, x^2-1, (x-1)^2\}$ *отношение* B *задано правилом:* $(f(x),\ g(x)) \in B$ *тогда и только тогда, когда* $f(-1) \geqslant g(1)$. *Найти множество* B *и построить граф* $\Gamma(B)$.

Решение.

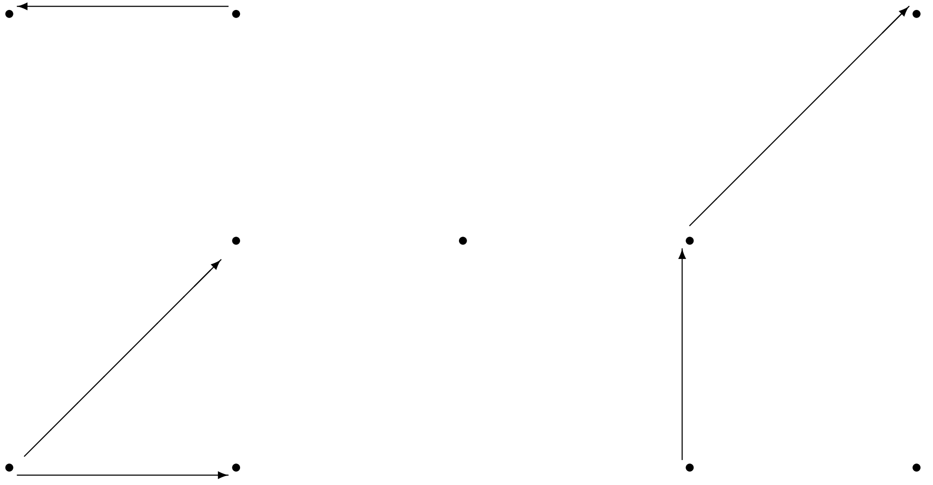


$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$
$x-1$	-2	0
$x+1$	0	2
x^2-1	0	0
$(x-1)^2$	4	0

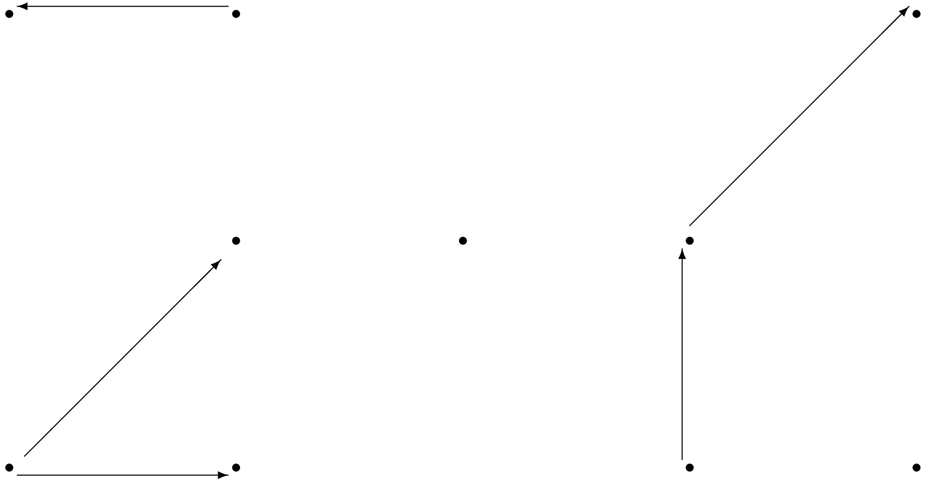
$$B = \Big\{\big(x+1, x-1\big),\ \big(x^2-1, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x-1\big),\ \big((x-1)^2, x+1\big)\Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{\big(x+1, x^2-1\big),\ \big(x+1, (x-1)^2\big)\Big\} \cup$$
$$\cup \Big\{\big(x^2-1, x^2-1\big),\ \big(x^2-1, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, (x-1)^2\big),\ \big((x-1)^2, x^2-1\big)\Big\}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** Q*, что* $P \subseteq Q$.

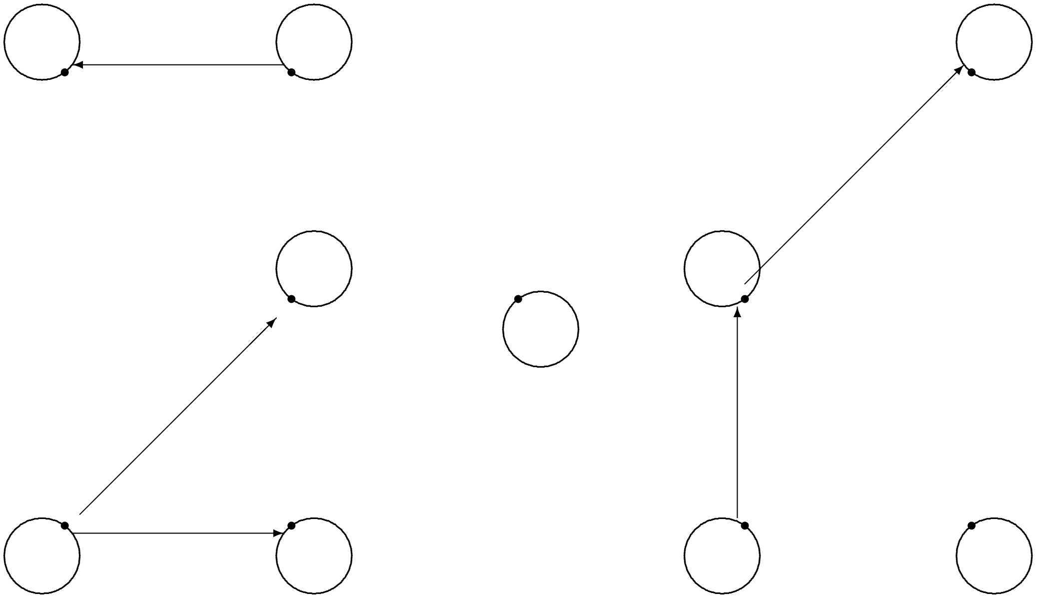


Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



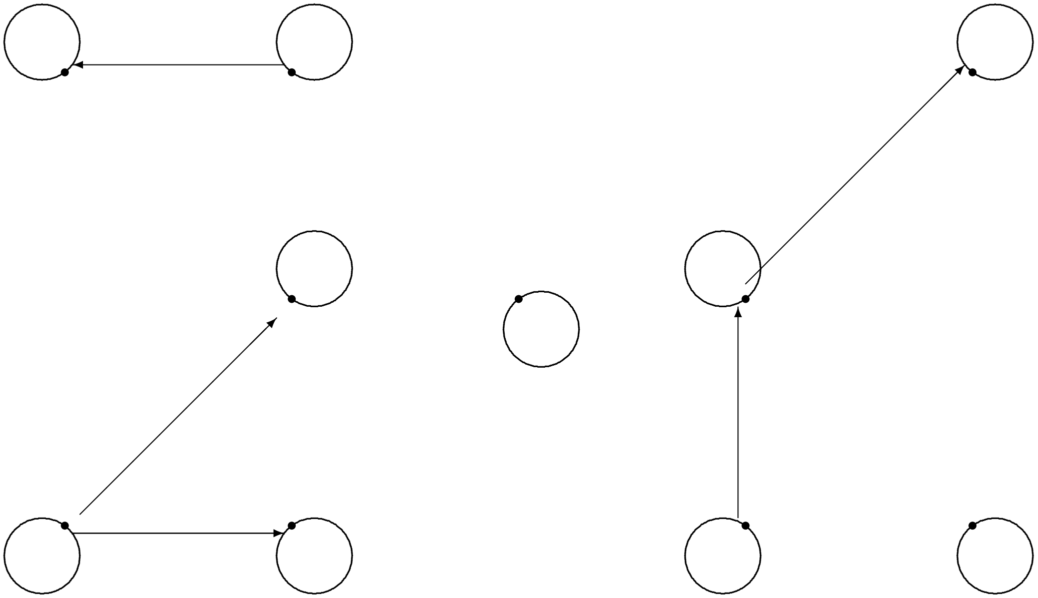
В силу рефлексивности...

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



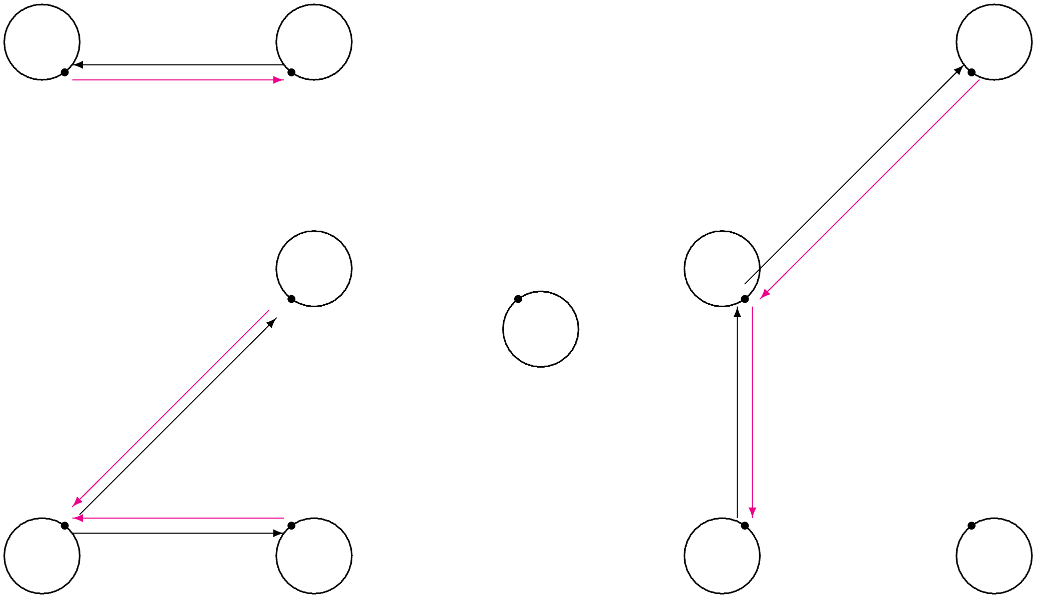
В силу рефлексивности...

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** Q, *что* $P \subseteq Q$.



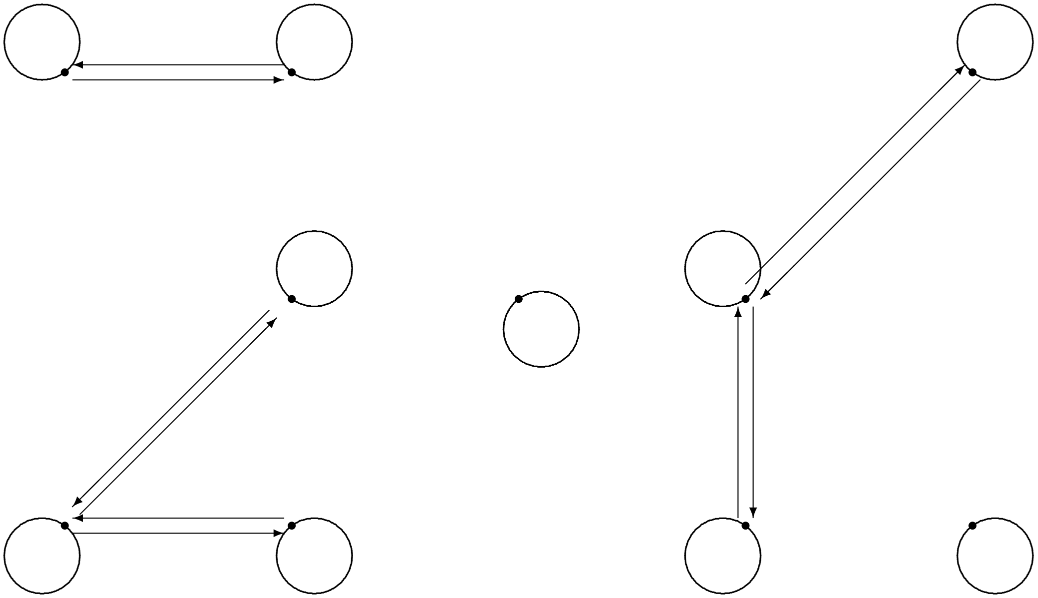
По симметричности...

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



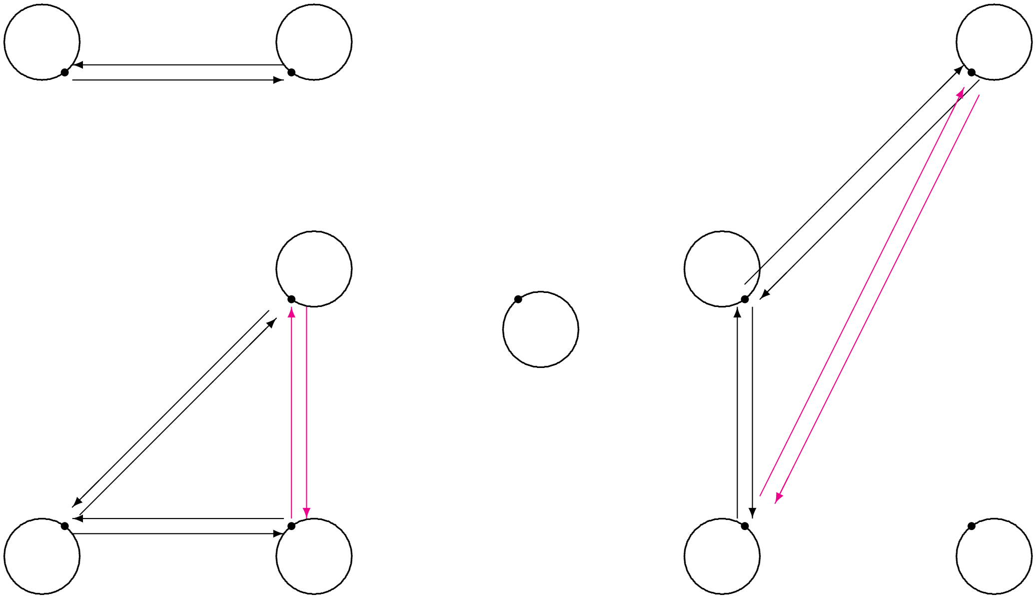
По симметричности...

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



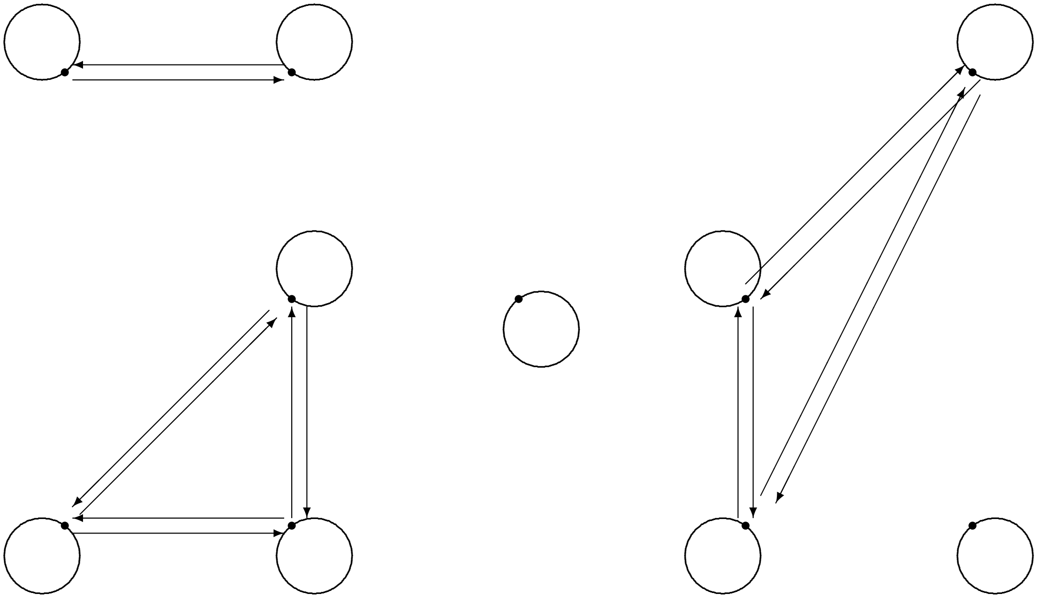
По транзитивности...

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



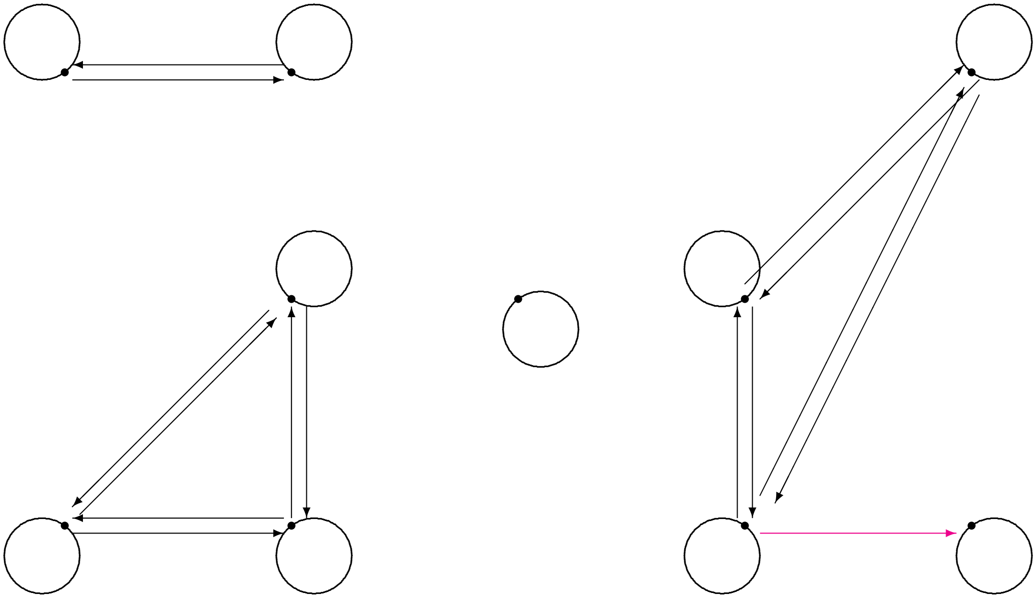
Получили объединение полных подграфов!

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



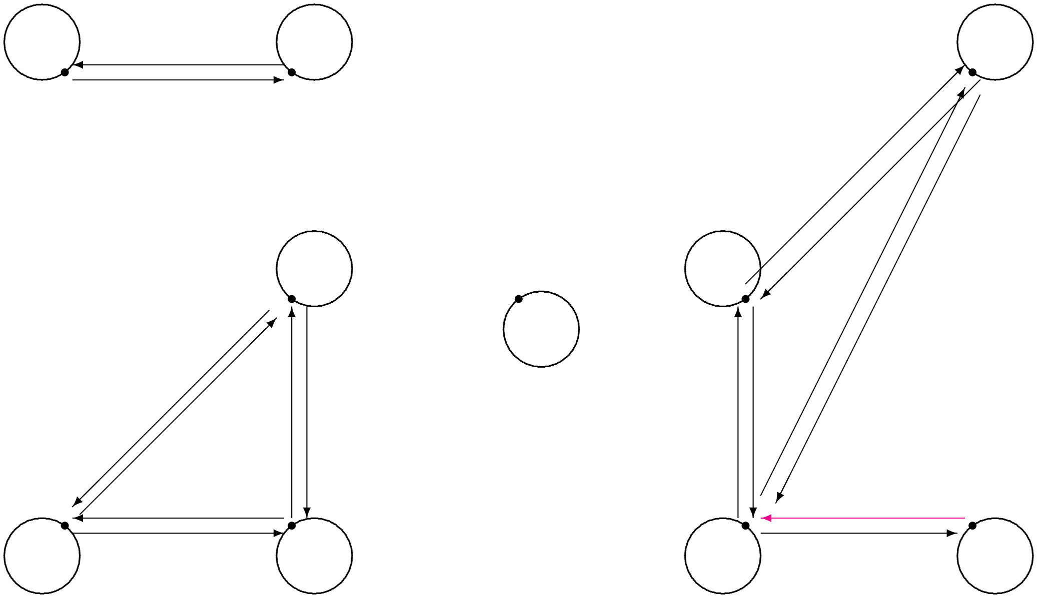
А если добавить дугу?

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



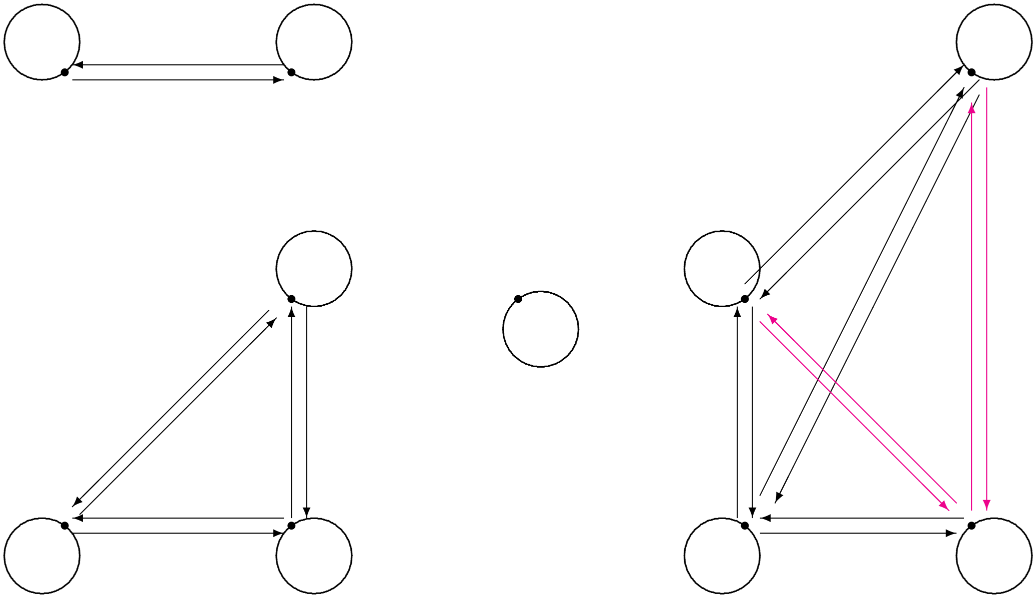
А если добавить дугу?

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



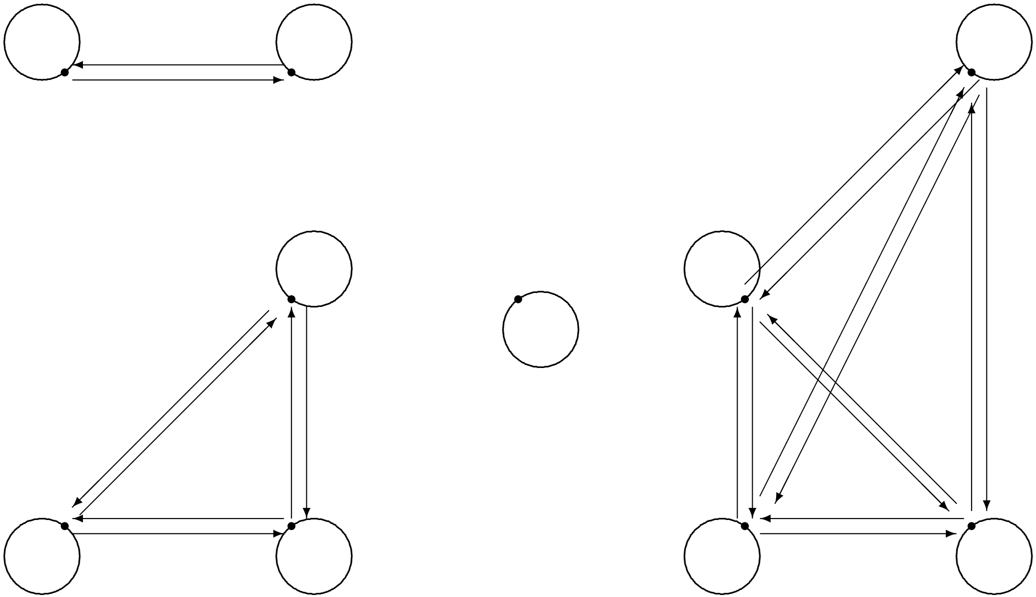
По симметричности...

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



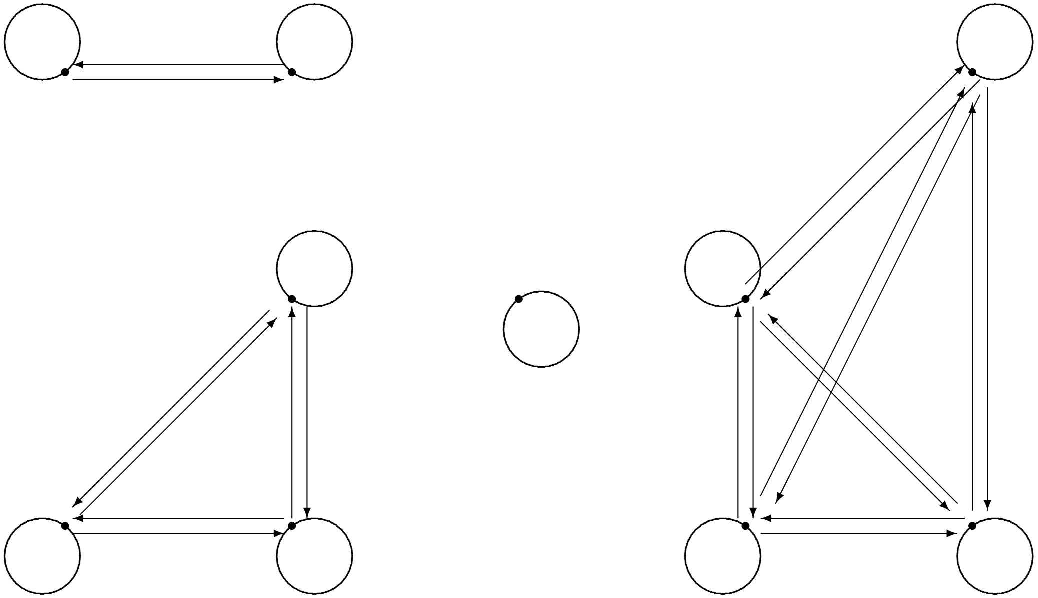
По транзитивности...

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



Опять граф распался в объединение полных подграфов!

Пример 4. *Пусть отношению P соответствует граф, изображенный ниже. Найти минимальное такое* ***отношение эквивалентности*** *Q, что $P \subseteq Q$.*



Вернуться к лекции?

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение.

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \ \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \ \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big)\ ;\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big)\ ;\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big)\ ;$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big);$$
$$\Big(\{1;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{4\}\Big);$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$P = \Big\{\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big);$$
$$\Big(\{1;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{4\}\Big);$$
$$\Big(\{4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{4\}\Big);$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Перебором всех вариантов получаем

$$\begin{aligned} P = \ \Big\{&\Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big);\\ &\Big(\{1;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{4\}\Big);\\ &\Big(\{4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{4\}\Big);\\ &\Big(\{2;5\};\{2;5\}\Big);\ \Big(\{2;5\};\{5;6\}\Big);\ \Big(\{5;6\};\{2;5\}\Big);\ \Big(\{5;6\};\{5;6\}\Big)\Big\}\end{aligned}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1; 3; 4\};\ \{1; 4\};\ \{2; 5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X; Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность выполняется:

$$\begin{aligned} P = \Big\{ & \Big(\{1;3;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;3;4\};\{4\}\Big);\\ & \Big(\{1;4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{1;4\};\{4\}\Big);\\ & \Big(\{4\};\{1;3;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{1;4\}\Big);\ \Big(\{4\};\{4\}\Big);\\ & \Big(\{2;5\};\{2;5\}\Big);\ \Big(\{2;5\};\{5;6\}\Big);\ \Big(\{5;6\};\{2;5\}\Big);\ \Big(\{5;6\};\{5;6\}\Big)\Big\} \end{aligned}$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P*, задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$*. Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$*. Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow \ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*

$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$

отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X;\ Y) \in P\ \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X;\ Y) \in P \ \Rightarrow\ X \cap Y \neq \emptyset \ \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X;\ Y) \in P \ \Rightarrow\ X \cap Y \neq \emptyset \ \Rightarrow\ Y \cap X \neq \emptyset \ \Rightarrow$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Рефлексивность можно было доказать аналитически:

$$X \cap X = X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (X;\ X) \in P.$$

Симметричность очевидна:

$$(X;\ Y) \in P \ \Rightarrow\ X \cap Y \neq \emptyset \ \Rightarrow\ Y \cap X \neq \emptyset \ \Rightarrow\ (Y;\ X) \in P.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Транзитивность можно было бы доказать перебором всех вариантов, но это слишком хлопотно.

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1; 3; 4\};\ \{1; 4\};\ \{2; 5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P*, задано правилом:* $(X; Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$*. Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$*. Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X; Y) \in P, \\ (Y; Z) \in P. \end{cases}$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\left\{\begin{array}{l} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{array}\right.$ Если $4 \in X \cap Y$, то

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(Y;\ Z) \in P\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4 \in Y \cap Z, \\ 5 \in Y \cap Z, \end{array}\right. \quad \text{причем} \quad 5 \notin Y$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
$4 \in Y \ \Rightarrow$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(Y;\ Z) \in P \ \Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} 4 \in Y \cap Z, \\ 5 \in Y \cap Z. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
$4 \in Y \ \Rightarrow\ 4 \in Y \cap Z \ \Rightarrow$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
$4 \in Y \ \Rightarrow \ 4 \in Y \cap Z \ \Rightarrow \ 4 \in X \cap Z \ \Rightarrow$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $4 \in X \cap Y$, то
$4 \in Y \ \Rightarrow \ 4 \in Y \cap Z \ \Rightarrow \ 4 \in X \cap Z \ \Rightarrow \ (X;Z) \in P.$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\left\{\begin{array}{l} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{array}\right.$ Если $5 \in X \cap Y$, то
$5 \in Y \ \Rightarrow$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то
$5 \in Y \ \Rightarrow \ 5 \in Y \cap Z \ \Rightarrow$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то
$5 \in Y \ \Rightarrow \ 5 \in Y \cap Z \ \Rightarrow \ 5 \in X \cap Z \ \Rightarrow$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказать аналитически транзитивность нетрудно, если заметить, что

$$(X;\ Y) \in P \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} 4 \in X \cap Y, \\ 5 \in X \cap Y. \end{array}\right.$$

Пусть $\begin{cases} (X;Y) \in P, \\ (Y;Z) \in P. \end{cases}$ Если $5 \in X \cap Y$, то
$5 \in Y \ \Rightarrow \ 5 \in Y \cap Z \ \Rightarrow \ 5 \in X \cap Z \ \Rightarrow \ (X;Z) \in P.$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*

$$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$$

отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, задано правилом: $(X;Y) \in P$ тогда и только тогда, когда $X \cap Y \neq \emptyset$. Задать отношение P списком элементов и построить граф $\Gamma(P)$. Является ли P отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2;5\}) =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2;5\}) = \Big\{\{2;5\};\ \{5;\ 6\}\Big\} =$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2;5\}) = \Big\{\{2;5\};\ \{5;\ 6\}\Big\} = C(\{5;6\}).$$

Пример 5 (к определению отношения эквивалентности). *На множестве*
$\Omega = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{2;5\};\ \{4\};\ \{5;\ 6\}\Big\}$
отношение P, *задано правилом:* $(X;Y) \in P$ *тогда и только тогда, когда* $X \cap Y \neq \emptyset$. *Задать отношение* P *списком элементов и построить граф* $\Gamma(P)$. *Является ли* P *отношениям эквивалентности? Если да, то найти классы эквивалентных элементов.*

Решение. Доказано, что P есть отношение эквивалентности. Найдем классы эквивалентных элементов. Согласно **соответствующей формуле**

$$C(\{1;3;4\}) = \Big\{\{1;3;4\};\ \{1;4\};\ \{4\}\Big\} = C(\{1;4\}) = C(\{4\}),$$

$$C(\{2;5\}) = \Big\{\{2;5\};\ \{5;\ 6\}\Big\} = C(\{5;6\}).$$

Вернуться к лекции?

Задача V.1. (Ответ приведен на стр.479.) Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Задача V.2. (Ответ приведен на стр.496.) На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{(x-1, x^2-1)\,;\ (x-1, x^3-1)\,;\ (x^2-1, x^3-1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Задача V.3. (Ответ приведен на стр.505.) На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Задача VI.4. (Ответ приведен на стр.575.) На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Задача VI.5. (Ответ приведен на стр.584.) Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \{a;\ \emptyset\};\ \big\{a;\ \{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \emptyset\big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Задача VI.6. (Ответ приведен на стр.589.) На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Задача VII.7. (Ответ приведен на стр.622.) Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Задача VII.8. (Ответ приведен на стр.627.) На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$.

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \left\{ \right.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$.
Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если} \\ 1, & \text{если} \end{cases}$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Можно представить эту функцию следующей эвристической формулой: если $[x]$ — целая часть числа x, то есть наиболее целое число, не превосходящее x, то

$$\varphi_P(n) =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Исходная фраза определяет предикат-высказывание $P(n)$. Соответствующая функция (предикат-функция) с помощью **известной формулы** может представлена в виде

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число.} \end{cases}$$

Можно представить эту функцию следующей эвристической формулой: если $[x]$ — целая часть числа x, то есть наиболее целое число, не превосходящее x, то

$$\varphi_P(n) = n - 2 \cdot \left[\frac{n}{2}\right].$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \{1;\ 3;\ 5;\ \ldots;2k+1;\ldots\} =$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ. Соответствующее отношение можно с помощью **известной формулы** представить в виде

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \{1;\ 3;\ 5;\ \ldots;2k+1;\ldots\} =$$

$$= \left\{ 2k+1 \,\middle|\, k \in \mathbb{N} \right\}.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \;\Leftrightarrow$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \;\Leftrightarrow\; \varphi_P(n) = 1 \;\Leftrightarrow$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} =$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \;\Leftrightarrow\; \varphi_P(n) = 1 \;\Leftrightarrow\; n \in \Phi_P.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{если } n \notin \Phi_P; \\ 1, & \text{если } n \in \Phi_P. \end{cases}$$

$$\Phi_P = \Big\{ n \,\Big|\, n \text{ нечетное натуральное число} \Big\} =$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \;\Leftrightarrow\; \varphi_P(n) = 1 \;\Leftrightarrow\; n \in \Phi_P.$$

Задача 1. Что определяет фраза «натуральное число n является нечетным»? Варианты ответа: а) отношение; б) предикат-высказывание; в) предикат-функцию. Запишите остальные представления этого предиката (отношения). Восстановите исходное утверждение с помощью остальных форм задания отношения (предиката).

Ответ.

$$\varphi_P(n) = \begin{cases} 0, & \text{если } n \text{ — четное натуральное число;} \\ 1, & \text{если } n \text{ — нечетное натуральное число} \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{если } n \notin \Phi_P; \\ 1, & \text{если } n \in \Phi_P. \end{cases}$$

$$\Phi_P = \left\{ n \,\middle|\, n \text{ нечетное натуральное число} \right\} = \left\{ n \,\middle|\, \varphi_P(n) = 1 \right\}.$$

Восстановим исходный предикат-высказывание:

$$P(n) \ \Leftrightarrow\ \varphi_P(n) = 1 \ \Leftrightarrow\ n \in \Phi_P.$$

Решение задачи 2.

Задача 2. На множестве $A = \left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Задача 2. На множестве $A = \left\{ x-1, x^2-1, x^3-1 \right\}$ задано отношение $P = \left\{ \left(x-1, x^2-1 \right); \ \left(x-1, x^3-1 \right); \ \left(x^2-1, x^3-1 \right) \right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

Задача 2. На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{(x-1, x^2-1)\,;\ (x-1, x^3-1)\,;\ (x^2-1, x^3-1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Задача 2. На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{(x-1, x^2-1)\,;\ (x-1, x^3-1)\,;\ (x^2-1, x^3-1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) =$$

Задача 2. На множестве $A=\left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P=\left\{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\left(p(x), q(x)\right) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right)=\begin{cases} 0, & \text{если} \\ 1, & \text{если} \end{cases}$$

Задача 2. На множестве $A = \left\{x-1, x^2-1, x^3-1\right\}$ задано отношение $P = \left\{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\right\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. **Предикат-высказывание**:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad \big(p(x), q(x)\big) \notin P; \\ 1, & \text{если} \quad \big(p(x), q(x)\big) \in P. \end{cases}$$

Задача 2. На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{(x-1, x^2-1)\,;\ (x-1, x^3-1)\,;\ (x^2-1, x^3-1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\big(p(x), q(x)\big) = \begin{cases} 0, & \text{если } \big(p(x), q(x)\big) \notin P; \\ 1, & \text{если } \big(p(x), q(x)\big) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

Задача 2. На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{\left(x-1, x^2-1\right);\ \left(x-1, x^3-1\right);\ \left(x^2-1, x^3-1\right)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$\left(p(x), q(x)\right) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) = \begin{cases} 0, & \text{если } \left(p(x), q(x)\right) \notin P; \\ 1, & \text{если } \left(p(x), q(x)\right) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

$p(x) \backslash q(x)$	$x-1$	x^2-1	x^3-1
$x-1$			
x^2-1			
x^3-1			

Задача 2. На множестве $A = \{x-1, x^2-1, x^3-1\}$ задано отношение $P = \{(x-1, x^2-1)\,;\ (x-1, x^3-1)\,;\ (x^2-1, x^3-1)\}$. Найдите соответствующие **предикат-высказывание** и **предикат-функцию**.

Ответ. Предикат-высказывание:

$$\big(p(x), q(x)\big) \in P.$$

Предикат-функция:

$$\varphi\left(p(x), q(x)\right) = \begin{cases} 0, & \text{если } \big(p(x), q(x)\big) \notin P; \\ 1, & \text{если } \big(p(x), q(x)\big) \in P. \end{cases}$$

Можно задать таблицей значений:

$p(x)\backslash q(x)$	$x-1$	x^2-1	x^3-1
$x-1$	0	1	1
x^2-1	0	0	1
x^3-1	0	0	0

Решение задачи 3.

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ.

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?*

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ?

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \\ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$												
$e^x>1$												
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1											
$e^x>1$												
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$												
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0										
$e^x>1$												
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2-1 \leqslant 0$	1	0	1									
$e^x > 1$												
$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$												
$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$												
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0											
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$												
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x > 1$	0	1										
$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$												
$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0									
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1											
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0										
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1									
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\|\arcsin x\|\leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\|\arccos x\|\leqslant \frac{\pi}{2}$												

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1											

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0										

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1									

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0								
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $\quad e^x>1$, $\quad |\arcsin x|\leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\quad \mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\quad \mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1							
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0						
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1					
$e^x>1$	0	1	0	0								
$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0								
$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2-1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1							
$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1						
$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1					
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\vert\arcsin x\vert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\vert\arccos x\vert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\vert\arcsin x\vert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\vert\arccos x\vert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\vert\arcsin x\vert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\vert\arccos x\vert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\vert\arcsin x\vert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0								
$\vert\arccos x\vert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1							
$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert \arcsin x \rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert \arccos x \rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert \arcsin x \rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert \arccos x \rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert \arcsin x \rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert \arccos x \rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert \arcsin x \rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0						
$\lvert \arccos x \rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1					
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \\ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1								

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1							

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2-1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0						

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1 \leqslant 0$, $\quad e^x > 1$, $\quad |\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\quad \mathcal{P}(\alpha,\beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\quad \mathcal{Q}(\alpha,\beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2-1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2-1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1					

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1			
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1		
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1				
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1			
$\lvert\arcsin x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\lvert\arccos x\rvert \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1		
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1				
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1			
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha, \beta)$				$\varphi_Q(\alpha, \beta)$				$\varphi_R(\alpha, \beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$x^2 - 1 \leqslant 0$	$e^x > 1$	$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$
$x^2 - 1 \leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x > 1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1		
$\|\arccos x\| \leqslant \frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2 - 1 \leqslant 0$, $e^x > 1$, $|\arcsin x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x| \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha, \beta) \sim \alpha(x) \Rightarrow \beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha, \beta) \sim \alpha(0) \Rightarrow \beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha, \beta) \sim \alpha(1) \Rightarrow \beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1				

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant \frac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant \frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1			

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1		

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\{$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\left\{\left(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\right),\left(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\right),\right.$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\left\{\left(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\right),\left(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\right),\left(e^x>1;\ e^x>1\right),\right.$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant \dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant \dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(e^x>1;\ e^x>1\big),\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(e^x>1;\ e^x>1\big),\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$
$\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\Big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(e^x>1;\ e^x>1\big),\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$
$\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(e^x>1;\ e^x>1\big),\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$
$\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $\quad e^x>1$, $\quad |\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\quad\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\quad\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\beta(x)$ / $\alpha(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(e^x>1;\ e^x>1\big),\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$
$\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),$
$\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big)\big\},$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $\quad e^x>1$, $\quad |\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\quad\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\quad\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\Big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(e^x>1;\ e^x>1\big),\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$
$\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),$
$\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big)\Big\},\quad R=$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.

Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.

В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.

Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(e^x>1;\ e^x>1\big),\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$ $\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),$ $\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big)\big\}$, $R=M\times M$,

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\ \sim\ \alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arcsin x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\lvert\arccos x\rvert\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\big\{\big(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(e^x>1;\ e^x>1\big),\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),$
$\big(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0\big),\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big),$
$\big(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}\big)\big\}$, $R=M\times M$,
$Q=$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\{(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0),(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}),(e^x>1;\ e^x>1),(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0),$
$(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}),(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0),(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}),$
$(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2})\}$, $R=M\times M$,
$Q=(M\times M)\setminus$

Задача 3. На множестве M, состоящем из формул: $x^2-1\leqslant 0$, $e^x>1$, $|\arcsin x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$, $|\arccos x|\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ определены предикаты: $\mathcal{P}(\alpha,\beta)\sim\alpha(x)\Rightarrow\beta(x)$; $\mathcal{Q}(\alpha,\beta)\sim\alpha(0)\Rightarrow\beta(1)$; $\mathcal{R}(\alpha,\beta)\sim\alpha(1)\Rightarrow\beta(1)$.
Задайте эти предикаты в виде предикатов-функций и отношений.

Ответ. *Что надо найти?* Предикат-функцию.
В каком виде представим ответ? Функция задается формулой, графиком, таблицей.
Зададим предикат-функцию таблицей значений.

	$\varphi_P(\alpha,\beta)$				$\varphi_Q(\alpha,\beta)$				$\varphi_R(\alpha,\beta)$			
$\alpha(x)$ \ $\beta(x)$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$x^2-1\leqslant 0$	$e^x>1$	$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$
$x^2-1\leqslant 0$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$e^x>1$	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$\|\arcsin x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
$\|\arccos x\|\leqslant\frac{\pi}{2}$	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

$P=\{(x^2-1\leqslant 0;\ x^2-1\leqslant 0),(x^2-1\leqslant 0;\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}),(e^x>1;\ e^x>1),(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0),$
$(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}),(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ x^2-1\leqslant 0),(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2}),$
$(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ |\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2})\}$, $R=M\times M$,
$Q=(M\times M)\backslash\{(x^2-1\leqslant 0;\ e^x>1),(|\arcsin x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ e^x>1),(|\arccos x|\leqslant\frac{\pi}{2};\ e^x>1)\}$.

Решение задачи 4.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T\,(x; y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x; y) \in T$.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T\,(x; y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x; y) \in T$. Предикат-функцию можно, с одной стороны, задать с помощью **формулы преобразования отношения в предикат-функцию**,

$$\varphi_{((x;y)\in T)}(\alpha; \beta) = \begin{cases} 0, \text{ если } (\alpha; \beta) \notin T; \\ 1, \text{ если } (\alpha; \beta) \in T. \end{cases}$$

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a;a);\ (a;b);\ (a;c);\ (c;c);\ (b;a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Используя **формулу преобразования предиката-высказывания в отношение** получаем, что предикат $P_T(x;y)$ логически эквивалентен высказыванию $(x;y) \in T$. Предикат-функцию можно, с одной стороны, задать с помощью **формулы преобразования отношения в предикат-функцию**,

$$\varphi_{((x;y)\in T)}(\alpha;\beta) = \begin{cases} 0, & \text{если } (\alpha;\beta) \notin T; \\ 1, & \text{если } (\alpha;\beta) \in T. \end{cases}$$

Однако, функцию можно задать иначе, более удобным образом. Например, учитывая, что область определения функции $\varphi_{((x;y)\in T)}$ конечна, ее удобно задать таблицей:

$x\backslash y$	a	b	c	d
a	1	1	1	0
b	1	0	0	0
c	0	0	1	0
d	0	0	0	0

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

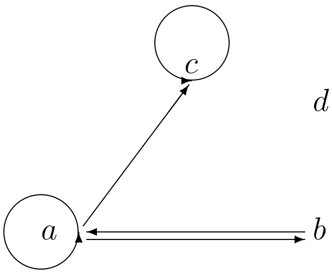


Рис.5.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a;a);\ (a;b);\ (a;c);\ (c;c);\ (b;a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

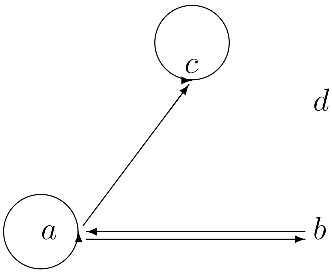


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b;b) \notin T$.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

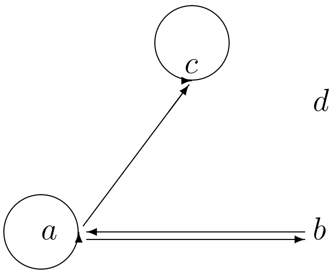


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a; c) \in T$, но $(c; a) \notin T$.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

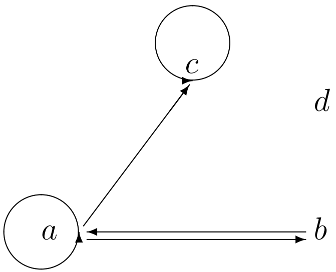


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a; c) \in T$, но $(c; a) \notin T$. Отношение T не является антисимметричным, поскольку $(a; b) \in T$ и $(b; a) \in T$, но $a \neq b$.

Задача 4. На множестве $\{a; b; c; d\}$ определено отношение $T = \{(a; a);\ (a; b);\ (a; c);\ (c; c);\ (b; a)\}$. Задайте это отношение предикатом-высказыванием P_T и предикатом-функцией φ_T, ориентированным графом. Выясните, какими из **свойств бинарных отношений** (рефлексивность, симметричность и др.), обладает отношение T.

Ответ. Одно из представлений ориентированного графа для отношения T, предложено на рис. 5.

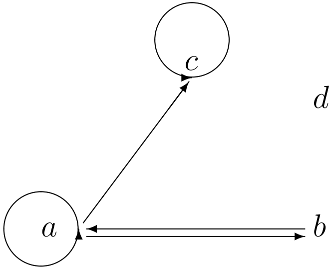


Рис.5.

Отношение T не является рефлексивным, так как $(b; b) \notin T$. Оно не является симметричным, так как $(a; c) \in T$, но $(c; a) \notin T$. Отношение T не является антисимметричным, поскольку $(a; b) \in T$ и $(b; a) \in T$, но $a \neq b$. Наконец, отношение T не является транзитивным, поскольку $(b; a) \in T$ и $(a; c) \in T$, но $(b; c) \notin T$.

Решение задачи 5.

Задача 5. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \{a;\ \emptyset\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \emptyset\Big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Задача 5. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \big\{a;\ \emptyset\big\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \emptyset\Big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Ответ. а) Если под $<$ понимается $\subset$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ не выполняется, поскольку имеется интерпретация, для которой ее условие $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases}$ истинно, а заключение $\left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ неверно.

Задача 5. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \{\{a\}\};\ \{a;\ \emptyset\};\ \big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array} \right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Ответ. а) Если под $<$ понимается $\subset$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y; \\ y < x \end{array} \right.$ не выполняется, поскольку имеется интерпретация, для которой ее условие $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases}$ истинно, а заключение $\left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array} \right.$ неверно. В самом деле, это возможно при $x = \{a\}$, $y = \{\{a\}\}$, $z = \big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\big\}$. В самом деле, условие в этом случае выпоняется, но $\{a\} \not\subset \{\{a\}\}$ и $\{\{a\}\} \not\subset \{a\}$, то есть заключение исходной формулы не выполняется.

Задача 5. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \big\{a;\ \emptyset\big\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \emptyset\Big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Ответ. б) если $<$ — это отношение $\subseteq$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ не выполняется, так как контрпример, приведенный для случая а) является контрпримером и к рассматриваемой формуле $\begin{cases} x \subseteq z, \\ y \subseteq z \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \subseteq y, \\ y \subseteq x. \end{array}\right.$ Действительно, последняя формула не выполняется при $x = \{a\}$, $y = \big\{\{a\}\big\}$, $z = \Big\{a;\ \{a\};\ \big\{\{a\}\big\};\ \emptyset\Big\}$, так как $\{a\} \nsubseteq \big\{\{a\}\big\}$ и $\big\{\{a\}\big\} \nsubseteq \{a\}$.

Задача 5. Пусть $A = \Big\{\{a\};\ \{\{a\}\};\ \{a;\ \emptyset\};\ \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}\Big\}$. Верна ли формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ для случая, когда под $<$ понимается а) отношение $\subset$; б) отношение $\subseteq$; в) отношение $\in$?

Ответ. в) Если под $<$ понимается $\in$, то формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases}$ допускает только две интерпретации: $\begin{cases} \{a\} \in \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}; \\ \{\{a\}\} \in \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\} \end{cases}$ и $\begin{cases} \{\{a\}\} \in \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}; \\ \{a\} \in \Big\{a;\ \{a\};\ \{\{a\}\};\ \emptyset\Big\}. \end{cases}$ В каждом из этих случаев формула $\begin{cases} x < z, \\ y < z, \\ x \neq y \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < y, \\ y < x \end{array}\right.$ верна, так как $\{a\} \in \big\{\{a\}\big\}$.

Решение задачи 6.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \;\Leftrightarrow\; m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \;\Leftrightarrow\; m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P:

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m + 1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n + 1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P:

$$\Rightarrow\ (m;\ m) \in P.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P:

$$m \le m \le m+1 \ \Rightarrow\ (m;\ m) \in P.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \;\Leftrightarrow\; m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \;\Leftrightarrow\; m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения P:

$$m \le m \le m+1 \;\Rightarrow\; (m;\ m) \in P.$$

Отношение P является **рефлексивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Проверим **симметричность** отношения P:

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Проверим **симметричность** отношения P:
$(1;\ 2) \in P$, но $(2;\ 1) \notin P$.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Проверим **симметричность** отношения P:
$(1;\ 2) \in P$, но $(2;\ 1) \notin P$.
Отношение P не является **симметричным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения P:

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения P:

$$\begin{cases} (m;\ n) \in P, \\ (n;\ m) \in P \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения P:

$$\begin{cases} (m;\ n) \in P, \\ (n;\ m) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \le n \le m+1, \\ n \le m \le n+1 \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения P:

$$\begin{cases} (m;\ n) \in P, \\ (n;\ m) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \le n \le m+1, \\ n \le m \le n+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \le n, \\ n \le m \end{cases} \Rightarrow n = m.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения P:

$$\begin{cases} (m;\ n) \in P, \\ (n;\ m) \in P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq n \leq m+1, \\ n \leq m \leq n+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq n, \\ n \leq m \end{cases} \Rightarrow n = m.$$

Отношение P является **антисимметричным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **транзитивность** отношения P:

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.

Отношение P не является **симметричным**.

Проверим **транзитивность** отношения P:

$(1;\ 2) \in P$ и $(2;\ 3) \in P$, но $(1;\ 3) \notin P$.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.
Отношение P не является **симметричным**.
Проверим **транзитивность** отношения P:
$(1;\ 2) \in P$ и $(2;\ 3) \in P$, но $(1;\ 3) \notin P$.
Значит, отношение P не является **транзитивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**. Отношение P не является **симметричным** и **транзитивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение P является **рефлексивным**, **антисимметричным**.
Отношение P не является **симметричным** и **транзитивным**.
Значит, P не является ни отношением **эквивалентности**, ни отношением **частичного порядка**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q:

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q:

$$\Rightarrow\ (m;\ m) \in Q.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q:

$$m \leq m+1 \ \Rightarrow\ (m;\ m) \in Q.$$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Проверим **рефлексивность** отношения Q:

$$m \leq m+1 \ \Rightarrow\ (m;\ m) \in Q.$$

Отношение Q является **рефлексивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Проверим **симметричность** отношения Q:

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Проверим **симметричность** отношения Q:
$(3;\ 1) \in Q$, но $(1;\ 3) \notin Q$.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:

1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;

2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.

Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.

Проверим **симметричность** отношения Q:

$(3;\ 1) \in Q$, но $(1;\ 3) \notin Q$.

Отношение Q не является **симметричным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1;$
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1.$
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения Q:

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения Q:
$(1;\ 2) \in Q \quad$ и $\quad (2;\ 1) \in Q, \quad$ но $1 \neq 2.$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow \ m \leq n \leq m+1;$
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow \ m \leq n+1.$
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является **симметричным**.
Проверим **антисимметричность** отношения Q:
$(1;\ 2) \in Q \quad$ и $\quad (2;\ 1) \in Q, \quad$ но $1 \neq 2.$
Отношение Q не является **антисимметричным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.
Проверим **транзитивность** отношения Q:

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1;$
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1.$
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.
Проверим **транзитивность** отношения Q:
$(1;\ 2) \in Q \quad$ и $\quad (2;\ 3) \in Q, \quad$ но $(1;\ 3) \notin Q.$

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**.
Проверим **транзитивность** отношения Q:
$(1;\ 2) \in Q \quad$ и $\quad (2;\ 3) \in Q, \quad$ но $(1;\ 3) \notin Q$.
Значит, отношение Q не является **транзитивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \;\Leftrightarrow\; m \leq n \leq m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \;\Leftrightarrow\; m \leq n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**, ни **транзитивным**.

Задача 6. На множестве натуральных чисел $\mathbb{N}$ определены отношения:
1) $(m;\ n) \in P \ \Leftrightarrow\ m \le n \le m+1$;
2) $(m;\ n) \in Q \ \Leftrightarrow\ m \le n+1$.
Для каждого их этих отношений выясните, является ли оно **рефлексивным**, **симметричным**, **антисимметричным**, **транзитивным**, отношением **эквивалентности**, отношением **частичного порядка**.

Ответ. Отношение Q является **рефлексивным**.
Отношение Q не является ни **симметричным**, ни **антисимметричным**, ни **транзитивным**.
Значит, Q не является ни отношением **эквивалентности**, ни отношением **частичного порядка**.

Решение задачи 7.

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S=\{(1;1);\ (1;3);\ (3;1);\ (2;2);\ (3;3)\}\,,$$

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1;1);\ (1;3);\ (3;1);\ (2;2);\ (3;3)\},$$

Предикат-высказывание $P_S(x;y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x;y) \in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку:

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1;1);\ (1;3);\ (3;1);\ (2;2);\ (3;3)\},$$

Предикат-высказывание $P_S(x;y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x;y) \in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку: сумма чисел x и y есть число четное. Предикат-функцию можно задать конкретизацией **формулы для преобразования отношения в предикат-функцию**:

Задача 7. Отношение S является отношением эквивалентности, классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1;3\}$, $\{2\}$. Задать это отношение списком элементов, предикатами, ориентированным графом.

Ответ.

$$S = \{(1;1);\ (1;3);\ (3;1);\ (2;2);\ (3;3)\}\,,$$

Предикат-высказывание $P_S\,(x;y)$ логически эквивалентно высказыванию $(x;y)\in S$. В данном случае можно предложить эвристическую формулировку: сумма чисел x и y есть число четное. Предикат-функцию можно задать конкретизацией **формулы для преобразования отношения в предикат-функцию**:

$$\varphi_{((x;y)\in S)} = \begin{cases} 0, & \text{если } (x;y)\notin S; \\ 1, & \text{если } (x;y)\in S, \end{cases}$$

но более естественным является в данном случае ее задание таблицей значений

$x\backslash y$	1	2	3
1	1	0	1
2	0	1	0
3	1	0	1

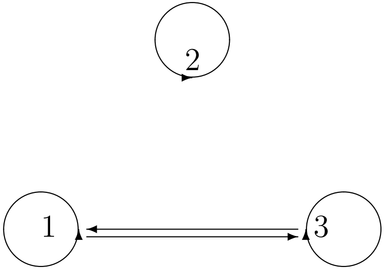


Рис.6. К задаче VII.7.

Одно из представлений ориентированного графа для отношения S, предложено на рис. 6.

Решение задачи 8.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Транзитивность вытекает из того факта, что если $n - m = 4c$ и $k - n = 4d$, то $k - m = (k - n) + (n - m) = 4c + 4d = 4(c + d)$.

Задача 8. На множестве натуральных чисел рассмотрим отношение G, заданное предикатом «у чисел m и n одинаковый остаток от деления на 4». Проверьте, что G есть отношение эквивалентности, найдите классы эквивалентных элементов (называемые ***классами вычетов по модулю 4***).

Ответ. Сначала переведем условие на язык равенств: $n = 4a + r, \quad m = 4b + r$, где a, b — неотрицательное целое число, $r \in \{0; 1; 2; 3\}$. Избавившись от переменной r получаем $n - m = 4c$, где c — неотрицательное целое число.

Рефлексивность следует из того, что $n - n = 4 \cdot 0$.

Симметричность следует из того, что если $n - m = 4c$, то $m - n = 4 \cdot (-c)$.

Транзитивность вытекает из того факта, что если $n - m = 4c$ и $k - n = 4d$, то $k - m = (k - n) + (n - m) = 4c + 4d = 4(c + d)$.

Значит, G — отношение эквивалентности. Классы эквивалентных элементов имеют вид: $\{1; 5; 9; 13; \ldots; (4k+1); \ldots\}$, $\{2; 6; 10; 14; \ldots; (4k+2); \ldots\}$, $\{3; 7; 11; 15; \ldots; (4k+3); \ldots\}$, $\{4; 8; 12; 16; \ldots; (4k+4); \ldots\}$.

Спасибо

за

внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?