

Министерство науки и высшего образования РФ
УрФУ имени первого Президента России Б.Н. Ельцина



Ю. Б. Мельников

Алгебра и теория чисел.

Элементы логики. Основные понятия

теории множеств. Алгебраические операции

Раздел **электронного учебника**
для сопровождения занятия



e-mail:
UriiMelnikov58@gmail.com

Екатеринбург
2020

I. Инструкция к пособию	15
II. Алгоритм, стратегия, методология	24
II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы	42
II.2. Системы разработки компонентов стратегии	73
II.3. Системы комбинирования стратегий	98
III. Понятие	119
III.1. Способы введения понятия	123
III.2. Структура определения	126
III.3. «Шаблон» для определения	131
III.4. Бритва Оккама	143
IV. Алгебра высказываний	155
IV.1. Что такое высказывание	156

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний	177
IV.3. Логические и булевы операции	193
IV.3.1. Отрицание	211
IV.3.2. Конъюнкция	241
IV.3.3. Дизъюнкция	282
IV.3.4. Импликация	323
IV.3.5. Эквиваленция	349
IV.4. Логические и булевы функции: итог	361
IV.5. Отрицания к базовым логическим функциям	396
IV.6. Предикаты и кванторы	397
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция . .	402
IV.6.2. Кванторы	418
IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами	443
V. Понятие доказательства	468

V.1. Рассматриваемые типы теорем	475
V.2. Прямая и обратные теоремы	497
V.2.1. Обратная теорема и теорема-эквиваленция	498
V.3. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы .	500
V.3.1. Этап генерации	506
V.3.2. Этап оформления	509
V.4. Специфические методы доказательства: математическая индукция	514
V.4.1. База и шаг математической индукции	517
V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»	520
V.5. Если непонятно, как доказать...	528
VI. Неопределяемые понятия математики	536
VII. Множество	540
VII.1. Условие определенности множества	544

VII.2.	Аксиома экстенциональности	546
VII.3.	Стандартные способы представления множества . . .	558
VII.4.	Пустое множество	567
VIII.	Алгебраический подход к заданию множеств	569
VIII.1.	Подмножество	573
VIII.2.	Операции алгебры подмножеств	583
VIII.2.1.	Пересечение множеств	584
VIII.2.2.	Объединение множеств	605
VIII.2.3.	Дополнение ко множеству	617
VIII.2.4.	Декартово произведение множеств	626
IX.	Уровни абстрагирования при поиске ответа	635
IX.1.	Примеры математических языков	639
IX.2.	Порядок конкретизации ответа	963

Х. Понятие алгебраической операции	973
Х.1. Некоторые типы алгебраических операций	998
Х.2. Некоторые классические алгебры	1023
Х.2.1. Gruppoид	1028
Х.2.2. Полугруппа	1032
Х.2.3. Группа	1035
Х.2.4. Об ограничении операции на подмножество . . .	1046
Х.3 Дистрибутивность	1052
Х.3.1. Кольцо	1053
Х.3.2. Тело	1067
Х.3.3. Поле	1068
Х.3.4. Об идентификации алгебры по ее носителю . . .	1071
 Пример 1 выделения составных частей определения	 1072
 Пример 2 применения «шаблонов формулирования опре-	

делений»

1097

Задания на формулирование определения

1110

Задача XI.1

1111

Задача XI.2

1112

Задача XI.3

1113

Задача XI.4

1114

Задача XI.5

1115

Задача XI.6

1116

Задания на анализ определения

1116

Задача XII.7	1117
Пример 3 построения формулировок обратных теорем	1118
Пример 4 поиска доказательства теоремы	1136
Пример 5 поиска доказательства теоремы	1163
Пример 6 – аналогия к методу математической индукции	1178
Пример 7 применения математической индукции	1182
<i>Доказательство некоторых частных утверждений</i>	1193
Задача XIII.8	1193
Задача XIII.9	1194

Задача XIII.10	1195
Задача XIII.11	1196
Задача XIII.12	1197
Задача XIII.13	1198
Ответы и решения	1199
Пример 8 построения шаблона ответа	1247
Пример 9 задания множества списком элементов	1369
Пример 10 задания множества с помощью характеристического свойства	1411
Пример 11 исследования множества	1445

<i>Понятие множества</i>	1447
Задача XVI.14	1448
Задача XVI.15	1449
Задача XVI.16	1450
Задача XVI.17	1451
Задача XVI.18	1452
Задача XVI.19	1453
Задача XVI.20	1454
Задача XVI.21	1455

Задача XVI.22	1456
<i>Задание множеств, элементы и подмножества</i>	1456
Задача XVII.23	1457
Задача XVII.24	1458
Задача XVII.25	1459
Задача XVII.26	1460
Задача XVII.27	1461
Задача XVII.28	1462
Задача XVII.29	1463

Задача XVII.30	1464
Задача XVII.31	1465
Задача XVII.32	1466
Задача XVII.33	1467
Задача XVII.34	1468
<i>Алгебра множеств</i>	1468
Задача XVIII.35	1469
Задача XVIII.36	1470
Задача XVIII.37	1471

Задача XVIII.38	1472
Задача XVIII.39	1473
Задача XVIII.40	1474
Задача XVIII.41	1475
Пример 12 вычисления алгебраического выражения	1476
Пример 13 перевода на «язык равенств» утверждения о цифрах чисел	1499
Пример 14 использования разных языков для вычисления функции	1525
Пример 15 задания группоидов таблицей Кэли	1594

Пример 16 неабелевой группы	1661
<i>Примеры задач для самостоятельного решения</i>	1690
Задача XIX.42	1691
XX. Ссылки на электронные тесты для обучения и само- контроля	1692
Ответы и решения	1693
XXII. Ссылки на электронные тесты для обучения и са- моконтроля	2119

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 0000Spisok.pdf со ссылками на файлы 00Set.pdf, 00Matrix.pdf, 00AnalGeom.pdf, 00LinAlgebra.pdf, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для корректной работы тестов следует применять компьютеры с процессором архитектуры с Intel x-86.

Электронный учебник представляет собой систему из основного файла 0000Spisok.pdf со ссылками на файлы 00Set.pdf, 00Matrix.pdf, 00AnalGeom.pdf, 00LinAlgebra.pdf, и файлы с тестами для обучения и самоконтроля, которые следует просматривать с помощью программы Adobe Reader.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия «Математический анализ» и «Элементарная математика».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения. Имеются гиперссылки на тесты для самообучения и самоконтроля.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

В программе Adobe Reader и Acrobat Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для того, чтобы **вызвать панель навигации** в Acrobat Reader надо, во-первых, выйти из полноэкранного режима (например, нажатием **Esc**), и, во-вторых, нажать клавишу **F4** и выбрать на левой вертикальной панели вертикальный флажок «Закладки» .

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader 11, Acrobat Reader DC или более поздней версии. В крайнем случае можно использовать Adobe Reader версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и ← (в Adobe Reader X может не работать).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

1) уровень типовых алгоритмов;

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

1) уровень типовых алгоритмов;

Например, имеются типовые алгоритмы для решения базовых уравнений:

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

1) уровень типовых алгоритмов;

Например, имеются типовые алгоритмы для решения базовых уравнений:

$$ax + b = 0 \text{ (линейные)}$$

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

1) уровень типовых алгоритмов;

Например, имеются типовые алгоритмы для решения базовых уравнений:

$$ax + b = 0; \quad ax^2 + bx + c = 0 \text{ (квадратные)}$$

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

1) уровень типовых алгоритмов;

Например, имеются типовые алгоритмы для решения базовых уравнений:

$$ax + b = 0; \quad ax^2 + bx + c = 0; \quad a^x = b;$$

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

1) уровень типовых алгоритмов;

Например, имеются типовые алгоритмы для решения базовых уравнений:

$$ax + b = 0; \quad ax^2 + bx + c = 0; \quad a^x = b; \quad \log_a x = b;$$

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

1) уровень типовых алгоритмов;

Например, имеются типовые алгоритмы для решения базовых уравнений:

$$ax + b = 0; \quad ax^2 + bx + c = 0; \quad a^x = b; \quad \log_a x = b; \quad \sin x = a;$$

(вместо синуса может быть косинус, тангенс, котангенс)...

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

1) уровень типовых алгоритмов;

Например, имеются типовые алгоритмы для решения базовых уравнений:

$$ax + b = 0; \quad ax^2 + bx + c = 0; \quad a^x = b; \quad \log_a x = b; \quad \sin x = a; \quad \arccos x = a.$$

(вместо арксинуса может быть арккосинус, арктангенс, арккотангенс)...

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;

Например, нет готового алгоритма для решения

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;

Например, нет готового алгоритма для решения геометрических задач, произвольных уравнений и т.д.

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;

Например, нет готового алгоритма для решения геометрических задач, произвольных уравнений и т.д.

Обычно частью стратегий деятельности являются методы, приемы.

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;

Например, нет готового алгоритма для решения геометрических задач, произвольных уравнений и т.д.

Обычно частью стратегий деятельности являются методы, приемы.

Мы познакомимся с некоторыми стратегиями позже.

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;
- 3) уровень методологии.

Мы выделяем в методологии математической деятельности 3 компонента:

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;
- 3) уровень методологии.

Мы выделяем в методологии математической деятельности 3 компонента:

- 1) «расшифровку ссылок» на базовые алгоритмы;

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;
- 3) уровень методологии.

Мы выделяем в методологии математической деятельности 3 компонента:

- 1) «расшифровку ссылок» на базовые алгоритмы;
- 2) системы разработки компонентов стратегии;

II. Алгоритм, стратегия, методология

Уровни обработки математической информации:

- 1) уровень типовых алгоритмов;
- 2) уровень типовых математических стратегий;
- 3) уровень методологии.

Мы выделяем в методологии математической деятельности 3 компонента:

- 1) «расшифровку ссылок» на базовые алгоритмы;
- 2) системы разработки компонентов стратегии;
- 3) системы комбинирования стратегий.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

У каждого математического феномена есть типовые формы представления.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

У каждого математического феномена есть типовые формы представления.

Например, числовая функция обычно задается:

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

У каждого математического феномена есть типовые формы представления.

Например, числовая функция обычно задается:

формулой,

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

У каждого математического феномена есть типовые формы представления.

Например, числовая функция обычно задается:

формулой, графиком,

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

У каждого математического феномена есть типовые формы представления.

Например, числовая функция обычно задается:

формулой, графиком, таблицей значений.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает

Для высказывания —

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает

Для высказывания —

Если число неотрицательно, то из него можно извлечь корень.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает

Для высказывания —

Если число неотрицательно, то из него можно извлечь корень.

Если число отлично от 0, то на него можно поделить любое число.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания —

Если число неотрицательно, то из него можно извлечь корень.

Если число отлично от 0, то на него можно поделить любое число.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

При этом получим равносильное неравенство $\alpha^2 \blacksquare \beta^2$

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

При этом получим равносильное неравенство $\alpha^2 < \beta^2$.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

При этом получим равносильное неравенство $\alpha^2 < \beta^2$.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

При этом получим равносильное неравенство $\alpha^2 < \beta^2$.

Неравенство $\alpha < \beta$ в общем случае нельзя возводить в квадрат, поскольку $-1 < 2$ и $(-1)^2 \blacksquare 2^2$,

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

При этом получим равносильное неравенство $\alpha^2 < \beta^2$.

Неравенство $\alpha < \beta$ в общем случае нельзя возводить в квадрат, поскольку $-1 < 2$ и $(-1)^2 \leq 2^2$,

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

При этом получим равносильное неравенство $\alpha^2 < \beta^2$.

Неравенство $\alpha < \beta$ в общем случае нельзя возводить в квадрат, поскольку $-1 < 2$ и $(-1)^2 < 2^2$, но $-2 < 1$ и $(-2)^2 > 1^2$.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

При этом получим равносильное неравенство $\alpha^2 < \beta^2$.

Неравенство $\alpha < \beta$ в общем случае нельзя возводить в квадрат, поскольку $-1 < 2$ и $(-1)^2 < 2^2$, но $-2 < 1$ и $(-2)^2 > 1^2$.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

Например, если α и β — отрицательные числа, то можно обе части неравенства $\alpha < \beta$, возвести в квадрат.

При этом получим равносильное неравенство $\alpha^2 < \beta^2$.

Неравенство $\alpha < \beta$ в общем случае нельзя возводить в квадрат, поскольку $-1 < 2$ и $(-1)^2 < 2^2$, но $-2 < 1$ и $(-2)^2 > 1^2$.

Значит, в общем случае нельзя предсказать отношение между α^2 и β^2 !

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

3) «Можно считать, что ($L < R$, число n четное и т.д.)».

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

3) «Можно считать, что ($L < R$, число n четное и т.д.)».

Это значит, что каждый из остальных случаев либо

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

3) «Можно считать, что ($L < R$, число n четное и т.д.)».

Это значит, что каждый из остальных случаев либо *сводится к рассматриваемому*, либо

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

3) «Можно считать, что ($L < R$, число n четное и т.д.)».

Это значит, что каждый из остальных случаев либо *сводится к рассматриваемому*, либо *противоречит заданным условиям*, либо

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

3) «Можно считать, что ($L < R$, число n четное и т.д.)».

Это значит, что каждый из остальных случаев либо *сводится к рассматриваемому*, либо *противоречит заданным условиям*, либо *легко доказывается*.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

3) «Можно считать, что ($L < R$, число n четное и т.д.)».

Это значит, что каждый из остальных случаев либо *сводится к рассматриваемому*, либо *противоречит заданным условиям*, либо *легко доказывается*.

4) «Очевидно, что...».

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

3) «Можно считать, что ($L < R$, число n четное и т.д.)».

Это значит, что каждый из остальных случаев либо *сводится к рассматриваемому*, либо *противоречит заданным условиям*, либо *легко доказывается*.

4) «Очевидно, что...».

Это значит *легко могу доказать*, т.е.

II.1. «Расшифровка» ссылок на базовые алгоритмы

Мы ограничимся расшифровкой некоторых типовых фраз.

1) «Возьмем (треугольник, число, функцию...)».

Это значит *представить объект некоторой моделью*.

2) «Можно (возвести равенство в квадрат, извлечь корень,...)».

Для алгебраического выражения это означает *преобразование выполнимо*.

Для высказывания — *в результате преобразования получим равносильное высказывание*.

3) «Можно считать, что ($L < R$, число n четное и т.д.)».

Это значит, что каждый из остальных случаев либо *сводится к рассматриваемому*, либо *противоречит заданным условиям*, либо *легко доказывается*.

4) «Очевидно, что...».

Это значит *легко могу доказать*, т.е. привести доказательство.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

«Эталонность» модели означает, что эта модель используется для оценки того, в какой степени достигнута цель.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

«Эталонность» модели означает, что эта модель используется для оценки того, в какой степени достигнута цель.

Для этого обычно строятся модели реально полученного результата, например, формируются отчеты, в которых отражают экономические, социальные, имиджевые и другие итоги деятельности.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

«Эталонность» модели означает, что эта модель используется для оценки того, в какой степени достигнута цель.

Для этого обычно строятся модели реально полученного результата, например, формируются отчеты, в которых отражают экономические, социальные, имиджевые и другие итоги деятельности.

В математической деятельности эталонные модели обычно представляют собой

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

«Эталонность» модели означает, что эта модель используется для оценки того, в какой степени достигнута цель.

Для этого обычно строятся модели реально полученного результата, например, формируются отчеты, в которых отражают экономические, социальные, имиджевые и другие итоги деятельности.

В математической деятельности эталонные модели обычно представляют собой результаты вычислений,

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

«Эталонность» модели означает, что эта модель используется для оценки того, в какой степени достигнута цель.

Для этого обычно строятся модели реально полученного результата, например, формируются отчеты, в которых отражают экономические, социальные, имиджевые и другие итоги деятельности.

В математической деятельности эталонные модели обычно представляют собой результаты вычислений, правила рассуждений и т.п.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

конкретные эталонные образцы.

Например,

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

конкретные эталонные образцы.

Например, эталонные значения корней уравнения,

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

конкретные эталонные образцы.

Например, эталонные значения корней уравнения,
эталонные значения длин сторон фигуры и т.д.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

шаблоны, конкретные эталонные образцы.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Например, прямую в системе координат можно задать уравнением $y =$

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Например, прямую в системе координат можно задать уравнением $y = kx + b$.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Например, прямую в системе координат можно задать уравнением $y = kx + b$.

Если конкретизировать значения параметров k, b , получим уравнение конкретной прямой.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:

шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Например, прямую в системе координат можно задать уравнением $y = kx + b$.

Если конкретизировать значения параметров k, b , получим уравнение конкретной прямой.

Иными словами, если целью было найти прямую, то нахождение этой прямой сводится к вычислению значений параметров k, b .

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:
язык модели, шаблоны, конкретные эталонные образцы.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:
язык модели, шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Например, натуральное число можно задать

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:
язык модели, шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Например, натуральное число можно задать цифровой позиционной записью,

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:
язык модели, шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Например, натуральное число можно задать цифровой позиционной записью, с помощью римской записи числа,

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:
язык модели, шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Например, натуральное число можно задать цифровой позиционной записью, с помощью римской записи числа, точкой на координатной оси.

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:
язык модели, шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Поэтому анализ требования задачи следует начинать с

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:
язык модели, шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Поэтому анализ требования задачи следует начинать с выбора (математического) языка, на котором будет сформулирован ответ,

II.2. Системы разработки компонентов стратегии

Мы здесь только кратко рассмотрим процесс формализации **цели деятельности**, т.е.

системы эталонных моделей результата деятельности.

Сейчас мы рассмотрим три типа эталонных моделей:
язык модели, шаблоны, конкретные эталонные образцы.

Поэтому анализ требования задачи следует начинать с выбора (математического) языка, на котором будет сформулирован ответ, и последующего выбора или формирования шаблона.

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи;

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи;

Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;

Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;
по чертежу и тексту задачи построить геометрическую модель и, при необходимости, провести дополнительные построения;

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;
по чертежу и тексту задачи построить геометрическую модель и, при необходимости, провести дополнительные построения;

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;
стратегия построения и обогащения геометрической модели;*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;
по чертежу и тексту задачи построить геометрическую модель и, при необходимости, провести дополнительные построения;
заданные в условии отношения представить системой уравнений и неравенств;

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;
стратегия построения и обогащения геометрической модели;*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;
по чертежу и тексту задачи построить геометрическую модель и, при необходимости, провести дополнительные построения;
заданные в условии отношения представить системой уравнений и неравенств;

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;
стратегия построения и обогащения геометрической модели;
стратегия получения равенств и неравенств;*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;
по чертежу и тексту задачи построить геометрическую модель и, при необходимости, провести дополнительные построения;
заданные в условии отношения представить системой уравнений и неравенств;
решить полученную систему уравнений и неравенств;

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;
стратегия построения и обогащения геометрической модели;
стратегия получения равенств и неравенств;*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;
по чертежу и тексту задачи построить геометрическую модель и, при необходимости, провести дополнительные построения;
заданные в условии отношения представить системой уравнений и неравенств;
решить полученную систему уравнений и неравенств;

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;
стратегия построения и обогащения геометрической модели;
стратегия получения равенств и неравенств;
стратегия решения уравнений и неравенств;*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;
по чертежу и тексту задачи построить геометрическую модель и, при необходимости, провести дополнительные построения;
заданные в условии отношения представить системой уравнений и неравенств;
решить полученную систему уравнений и неравенств;
интерпретировать результат геометрически.

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;
стратегия построения и обогащения геометрической модели;
стратегия получения равенств и неравенств;
стратегия решения уравнений и неравенств;*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

1) последовательная комбинация стратегий;

Типичные этапы решения геометрической задачи:

понять текст условия задачи; построить геометрический чертеж;
по чертежу и тексту задачи построить геометрическую модель и, при необходимости, провести дополнительные построения;
заданные в условии отношения представить системой уравнений и неравенств;
решить полученную систему уравнений и неравенств;
интерпретировать результат геометрически.

*Сначала применяется стратегия построения смысловой модели текста;
потом стратегия построения геометрического чертежа;
стратегия построения и обогащения геометрической модели;
стратегия получения равенств и неравенств;
стратегия решения уравнений и неравенств;
стратегия геометрической интерпретации информации.*

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;
- 2) параллельная комбинация стратегий.

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;
- 2) параллельная комбинация стратегий.

Например, поиск решения геометрической задачи с применением векторного метода можно рассматривать

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;
- 2) параллельная комбинация стратегий.

Например, поиск решения геометрической задачи с применением векторного метода можно рассматривать как результат параллельной комбинации стратегий,

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;
- 2) параллельная комбинация стратегий.

Например, поиск решения геометрической задачи с применением векторного метода можно рассматривать как результат параллельной комбинации стратегий, т.е. объединения возможностей

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;
- 2) параллельная комбинация стратегий.

Например, поиск решения геометрической задачи с применением векторного метода можно рассматривать как результат параллельной комбинации стратегий, т.е. объединения возможностей стратегии геометрического решения задачи и

II.3. Системы комбинирования стратегий

Сейчас мы выделяем следующие комбинации стратегий:

- 1) последовательная комбинация стратегий;
- 2) параллельная комбинация стратегий.

Например, поиск решения геометрической задачи с применением векторного метода можно рассматривать как результат параллельной комбинации стратегий, т.е. объединения возможностей стратегии геометрического решения задачи и стратегии решения задачи векторной алгебры.

III. Понятие

Понятие мы рассматриваем как триаду: *содержание* понятия, *объ-
ем* понятия, *термин*, обозначающий понятие.

III. Понятие

Понятие мы рассматриваем как триаду: *содержание* понятия; *объем* понятия, *термин*, обозначающий понятие.

Содержанием понятия называется система представлений, связанных с данным понятием. Обычно вместо «нечеткого» понятия «система представлений» говорят о множестве высказываний.

III. Понятие

Понятие мы рассматриваем как триаду: *содержание* понятия; *объем* понятия, *термин*, обозначающий понятие.

Содержанием понятия называется система представлений, связанных с данным понятием. Обычно вместо «нечеткого» понятия «система представлений» говорят о множестве высказываний.

Под **объемом понятия** понимается множество «объектов», называемых некоторым словом

III. Понятие

Понятие мы рассматриваем как триаду: *содержание* понятия; *объем* понятия, *термин*, обозначающий понятие.

Содержанием понятия называется система представлений, связанных с данным понятием. Обычно вместо «нечеткого» понятия «система представлений» говорят о множестве высказываний.

Под **объемом понятия** понимается множество «объектов», называемых некоторым словом, а соответствующее слово — **термином**, обозначающим понятие.

III.1. Способы введения понятия

Можно выделить два «противонаправленных» способа введения нового понятия: индуктивный и дедуктивный.

III.1. Способы введения понятия

Можно выделить два «противонаправленных» способа введения нового понятия: индуктивный и дедуктивный.

Индуктивный способ состоит в определении объема и содержания понятия посредством рассмотрения большого числа примеров и контрпримеров (по возможности, разнообразных). Именно так ребенок усваивает значение слов во младшем возрасте. Индуктивный способ введения новых понятий превалирует при изучении наглядно-чувственных объектов.

III.1. Способы введения понятия

Можно выделить два «противонаправленных» способа введения нового понятия: индуктивный и дедуктивный.

Индуктивный способ состоит в определении объема и содержания понятия посредством рассмотрения большого числа примеров и контрпримеров (по возможности, разнообразных). Именно так ребенок усваивает значение слов во младшем возрасте. Индуктивный способ введения новых понятий превалирует при изучении наглядно-чувственных объектов.

Дедуктивный способ состоит в определении объема и содержания понятия посредством сведения их к объемам и содержанию уже известных понятий. Стандартным способом дедуктивного введения понятия является представление *определения* этого понятия.

III.2. Структура определения

Рассмотрим определение:

Совершенным числом называется число, равное сумме своих делителей.

III.2. Структура определения

Рассмотрим определение:

Совершенным числом называется число, равное сумме своих делителей.

Определения этого типа состоят из следующих трех частей:

во-первых, *определяемого термина*;

III.2. Структура определения

Рассмотрим определение:

*Совершенным числом называется **число**, равное сумме своих делителей.*

Определения этого типа состоят из следующих трех частей:

во-первых, определяемого термина;

во-вторых, термина, обозначающего более общее (так называемое родовое) понятие;

III.2. Структура определения

Рассмотрим определение:

*Совершенным числом называется число, **равное сумме своих делителей**.*

Определения этого типа состоят из следующих трех частей:

во-первых, определяемого термина;

во-вторых, термина, обозначающего более общее (так называемое родовое) понятие;

в-третьих, **«списка» свойств, выделяющих в этом общем понятии определяемое.**

III.2. Структура определения

Рассмотрим определение:

Совершенным числом называется число, равное сумме своих делителей.

Определения этого типа состоят из следующих трех частей:

во-первых, определяемого термина;

во-вторых, термина, обозначающего более общее (так называемое родовое) понятие;

в-третьих, «списка» свойств, выделяющих в этом общем понятии определяемое.

Одной из отличительных особенностей определений является наличие слова **называется** или какого-либо другого слова, имеющего аналогичный смысл. Само это слово может и отсутствовать, но в этом случае оно должно подразумеваться.

Рассмотрим примеры?

III.3. «Шаблон» для определения

Есть такой «школьный» анекдот — «ученик, как собака: все понимает, а сказать ничего не может».

III.3. «Шаблон» для определения

Есть такой «школьный» анекдот — «ученик, как собака: все понимает, а сказать ничего не может».

В этом невеселом анекдоте содержится изрядная доля истины: нередко человек не может связно изложить даже хорошо известные ему факты.

III.3. «Шаблон» для определения

В применении к рассматриваемой ситуации надо говорить о способности *сформулировать* определение: как, зная и термин для обобщающего понятия, и характеристические свойства, «соединить» все это в одно высказывание?

III.3. «Шаблон» для определения

В применении к рассматриваемой ситуации надо говорить о способности *сформулировать* определение: как, зная и термин для обобщающего понятия, и характеристические свойства, «соединить» все это в одно высказывание?

Задача осложняется, если необходимо дать подряд несколько определений: повторение однообразных фраз, построенных по одному «шаблону», свидетельствует, как минимум, о низком литературном уровне.

III.3. «Шаблон» для определения

В применении к рассматриваемой ситуации надо говорить о способности *сформулировать* определение: как, зная и термин для обобщающего понятия, и характеристические свойства, «соединить» все это в одно высказывание?

Задача осложняется, если необходимо дать подряд несколько определений: повторение однообразных фраз, построенных по одному «шаблону», свидетельствует, как минимум, о низком литературном уровне.

Поэтому мы сейчас дадим несколько разных «шаблонов» для определения, применение которых позволяет отчасти снять эту проблему.

III.3. «Шаблон» для определения

В применении к рассматриваемой ситуации надо говорить о способности *сформулировать* определение: как, зная и термин для обобщающего понятия, и характеристические свойства, «соединить» все это в одно высказывание?

Задача осложняется, если необходимо дать подряд несколько определений: повторение однообразных фраз, построенных по одному «шаблону», свидетельствует, как минимум, о низком литературном уровне.

В каждом «шаблоне» определяется одно и то же понятие, *смысл* фразы не меняется, меняется только *форма* высказывания (говорим одно и то же, и даже почти теми же словами, только по-разному).

III.3. «Шаблон» для определения

1) **Катетом** называется *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

III.3. «Шаблон» для определения

1) **Катетом** называется *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

2) **Катет** — это *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

III.3. «Шаблон» для определения

- 1) **Катетом** называется *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.
- 2) **Катет** — это *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.
- 3) *Сторона* прямоугольного треугольника называется **катетом**, если она прилегает к прямому углу.

III.3. «Шаблон» для определения

1) **Катетом** называется *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

2) **Катет** — это *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

3) *Сторона* прямоугольного треугольника называется **катетом**, если она прилегает к прямому углу.

4) *Сторона* треугольника называется **катетом** тогда и только тогда, когда, во-первых, этот треугольник прямоугольный, и, во-вторых, эта сторона прилегает к прямому углу.

III.3. «Шаблон» для определения

1) **Катетом** называется *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

2) **Катет** — это *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

3) *Сторона* прямоугольного треугольника называется **катетом**, если она прилегает к прямому углу.

4) *Сторона* треугольника называется **катетом** тогда и только тогда, когда, во-первых, этот треугольник прямоугольный, и, во-вторых, эта сторона прилегает к прямому углу.

5) Назовем **катетом** *сторону* прямоугольного треугольника, прилегающую к прямому углу.

III.3. «Шаблон» для определения

1) **Катетом** называется *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

2) **Катет** — это *сторона* прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу.

3) *Сторона* прямоугольного треугольника называется **катетом**, если она прилегает к прямому углу.

4) *Сторона* треугольника называется **катетом** тогда и только тогда, когда, во-первых, этот треугольник прямоугольный, и, во-вторых, эта сторона прилегает к прямому углу.

5) Назовем **катетом** *сторону* прямоугольного треугольника, прилегающую к прямому углу.

6) Говорят, что *сторона* прямоугольного треугольника — **катет**, если она прилегает к прямому углу.

Рассмотрим примеры?

III.4. Бритва Оккама

Дедуктивный способ введения нового понятия, основанный на использовании родового понятия, имеет один существенный изъян. Для введения нового понятия необходимо использовать более общее (родовое) понятие.

III.4. Бритва Оккама

Дедуктивный способ введения нового понятия, основанный на использовании родового понятия, имеет один существенный изъян. Для введения нового понятия необходимо использовать более общее (родовое) понятие.

Его тоже надо определить, для этого потребуется понятие еще большей общности и т.п.

III.4. Бритва Оккама

Дедуктивный способ введения нового понятия, основанный на использовании родового понятия, имеет один существенный изъян. Для введения нового понятия необходимо использовать более общее (родовое) понятие.

Его тоже надо определить, для этого потребуется понятие еще большей общности и т.п.

Эта цепочка понятий не может быть бесконечной хотя бы потому, что в языке имеется лишь конечное число слов, имеющих какой-либо смысл.

III.4. Бритва Оккама

Дедуктивный способ введения нового понятия, основанный на использовании родового понятия, имеет один существенный изъян. Для введения нового понятия необходимо использовать более общее (родовое) понятие.

Его тоже надо определить, для этого потребуется понятие еще большей общности и т.п.

Эта цепочка понятий не может быть бесконечной хотя бы потому, что в языке имеется лишь конечное число слов, имеющих какой-либо смысл.

Таким образом, существуют такие понятия, для которых нет обобщающих, родовых понятий. Такие понятия называются **неопределяемыми** или **первичными** понятиями.

III.4. Бритва Оккама

Задача выделения неопределяемых понятий актуальна для тех областей деятельности, для которых понятийный аппарат является достаточно развитым и структурированным.

III.4. Бритва Оккама

Задача выделения неопределяемых понятий актуальна для тех областей деятельности, для которых понятийный аппарат является достаточно развитым и структурированным.

Это один из признаков достаточно высокого уровня развития науки. В таких науках *система первичных, неопределяемых понятий* является одной из основ науки с относительно стабильным, упорядоченным понятийным аппаратом.

III.4. Бритва Оккама

У науки в обществе основные функции состоят в том, чтобы объяснять, предсказывать (в последнюю функцию мы включаем и развитие механизмов для разработки объектов с заданными свойствами).

III.4. Бритва Оккама

У науки в обществе основные функции состоят в том, чтобы объяснять, предсказывать (в последнюю функцию мы включаем и развитие механизмов для разработки объектов с заданными свойствами).

При реализации функции «объяснять» часто возникает искушение «решить» научную проблему введением нового первичного понятия.

III.4. Бритва Оккама

У науки в обществе основные функции состоят в том, чтобы объяснять, предсказывать (в последнюю функцию мы включаем и развитие механизмов для разработки объектов с заданными свойствами).

При реализации функции «объяснять» часто возникает искушение «решить» научную проблему введением нового первичного понятия.

Почему данное вещество усыпляет? Потому, что в нем содержится снотворная сила!

В данном случае «снотворная сила» — неопределимое понятие.

III.4. Бритва Оккама

У науки в обществе основные функции состоят в том, чтобы объяснять, предсказывать (в последнюю функцию мы включаем и развитие механизмов для разработки объектов с заданными свойствами).

При реализации функции «объяснять» часто возникает искушение «решить» научную проблему введением нового первичного понятия. Такое «решение» засоряет науку бесполезными терминами.

Почему данное вещество усыпляет? Потому, что в нем содержится снотворная сила!

В данном случае «снотворная сила» — неопределимое понятие.

III.4. Бритва Оккама

У науки в обществе основные функции состоят в том, чтобы объяснять, предсказывать (в последнюю функцию мы включаем и развитие механизмов для разработки объектов с заданными свойствами).

При реализации функции «объяснять» часто возникает искушение «решить» научную проблему введением нового первичного понятия. Такое «решение» засоряет науку бесполезными терминами.

Это обстоятельство (и некоторые другие) привело к появлению в науке принципа, известного как **«бритва Оккама»**.

(Уильям Оккам, английский философ и богослов, род.около 1300 г., умер в 1349 г.).

III.4. Бритва Оккама

У науки в обществе основные функции состоят в том, чтобы объяснять, предсказывать (в последнюю функцию мы включаем и развитие механизмов для разработки объектов с заданными свойствами).

При реализации функции «объяснять» часто возникает искушение «решить» научную проблему введением нового первичного понятия. Такое «решение» засоряет науку бесполезными терминами.

Это обстоятельство (и некоторые другие) привело к появлению в науке принципа, известного как **«бритва Оккама»**.

Этот принцип требует «не умножать сущности сверх необходимого», то есть **запрещает вводить новые неопределимые понятия без крайней необходимости**.

IV. Алгебра высказываний

Мы рассмотрим несколько основных понятий математической логики, во многом обобщающих так называемую формальную логику, разработанную Аристотелем.

Просим прощения у искушенных читателей за некоторые погрешности изложения, обусловленные необходимостью максимально упростить изложение.

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Как разобраться в непонятном материале?

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Как разобраться в непонятном материале?

Есть два способа.

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Как разобраться в непонятном материале?

Есть два способа.

Перечислим все три ;-)

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Как разобраться в непонятном материале?

Способы: индуктивный,

Рассмотреть большое число примеров.

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Как разобраться в непонятном материале?

Способы: индуктивный, дедуктивный,

Получить следствия из имеющихся утверждений, построить теорию.

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Как разобраться в непонятном материале?

Способы: индуктивный, дедуктивный, построение модели.

Опирается на аналогию, изучать модель.

Обычно этот способ применяется после применения первых двух способов.

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Примерами высказываний являются фразы:

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Примерами высказываний являются фразы:
на улице идет дождь;

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Примерами высказываний являются фразы:

на улице идет дождь;

AM — медиана треугольника ABC ;

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Примерами высказываний являются фразы:

на улице идет дождь;

AM — медиана треугольника ABC ;

$x^2 - 2x < 0$;

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Примерами высказываний являются фразы:

на улице идет дождь;

AM — медиана треугольника ABC ;

$$x^2 - 2x < 0;$$

$$\begin{cases} x + 2y = 2; \\ x - y = 1; \end{cases}$$

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Примерами высказываний являются фразы:

на улице идет дождь;

AM — медиана треугольника ABC ;

$$x^2 - 2x < 0;$$

$$\begin{cases} x + 2y = 2; \\ x - y = 1; \end{cases}$$

$$x < y < 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 > y^2.$$

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Не являются высказываниями фразы:

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Не являются высказываниями фразы:

$$x^2 - 5x + 4;$$

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Не являются высказываниями фразы:

$$x^2 - 5x + 4;$$

закройте дверь!

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Не являются высказываниями фразы:

$$x^2 - 5x + 4;$$

закройте дверь!

Является ли треугольник ABC равнобедренным?

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Отметим, что мы можем не знать ответ на вопрос: «верно ли высказывание...?», важно, что ответ существует в принципе.

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Отметим, что мы можем не знать ответ на вопрос: «верно ли высказывание...?», важно, что ответ существует в принципе.

Например, в настоящий момент нам не известно, верно ли высказывание «на марсе есть живые существа».

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Отметим, что мы можем не знать ответ на вопрос: «верно ли высказывание...?», важно, что ответ существует в принципе.

Например, в настоящий момент нам не известно, верно ли высказывание «на марсе есть живые существа».

На этот вопрос мы когда-то получим ответ. Но возможны высказывания, ответ на которые мы, возможно, не найдем однозначный ответ никогда.

IV.1. Что такое высказывание

Под **высказыванием** мы будем понимать фразу, относительно которой осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

Отметим, что мы можем не знать ответ на вопрос: «верно ли высказывание...?», важно, что ответ существует в принципе.

Например, в настоящий момент нам не известно, верно ли высказывание «на марсе есть живые существа».

На этот вопрос мы когда-то получим ответ. Но возможны высказывания, ответ на которые мы, возможно, не найдем однозначный ответ никогда.

Важно лишь, что ответ в принципе существует!

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:
эмоциональный окрас;

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:
эмоциональный окрас;

Сравните фразы: «мамаша с детенышем пытается перейти дорогу»
и «мама с ребенком пробует перейти дорогу».

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:
эмоциональный окрас;

Сравните фразы: «мамаша с детенышем пытается перейти дорогу» и «мама с ребенком пробует перейти дорогу».

В первой из этих фраз чувствуется пренебрежение: использование слова «мамаша», ребенка обозвали «детенышем» (этот термин обычно относят к животным).

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:
эмоциональный окрас;

Сравните фразы: «мамаша с детенышем пытается перейти дорогу» и «мама с ребенком пробует перейти дорогу».

В первой из этих фраз чувствуется пренебрежение: использование слова «мамаша», ребенка обозвали «детенышем» (этот термин обычно относят к животным).

Вторая фраза более нейтральная, во всяком случае, о ситуации сообщается более уважительно.

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:
эмоциональный окрас;

Сравните фразы: «этот компьютер дешёвый, но мощный», «этот компьютер дешёвый и мощный» и «этот компьютер и дешёвый, и мощный».

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:
эмоциональный окрас;

Сравните фразы: «этот компьютер дешёвый, но мощный», «этот компьютер дешёвый и мощный» и «этот компьютер и дешёвый, и мощный».

В первой фразе явно ощущается оттенок удивления, вторая фраза совершенно нейтральна, а в третьей фразе сделан упор на наличие обоих качеств (например, последняя фраза очень органично смотрелась бы в рекламе компьютера).

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:
эмоциональный окрас;

Сравните фразы: «этот компьютер дешёвый, но мощный», «этот компьютер дешёвый и мощный» и «этот компьютер и дешёвый, и мощный».

В первой фразе явно ощущается оттенок удивления, вторая фраза совершенно нейтральна, а в третьей фразе сделан упор на наличие обоих качеств (например, последняя фраза очень органично смотрелась бы в рекламе компьютера).

Однако, *логически* эти фразы равносильны, поскольку ответ на вопрос «верна ли эта фраза» будет одинаков в любой конкретной ситуации.

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

эмоциональный окрас;

грамматическая сложность;

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

эмоциональный окрас;

грамматическая сложность;

Например, сравните фразы «этот автомобиль является громоздким, к тому же данная машина имеет красный цвет, однако рассчитана только на двух пассажиров» и «этот двухместный красный автомобиль является громоздким».

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

эмоциональный окрас;

грамматическая сложность;

Например, сравните фразы «этот автомобиль является громоздким, к тому же данная машина имеет красный цвет, однако рассчитана только на двух пассажиров» и «этот двухместный красный автомобиль является громоздким».

Другой пример: $3(2x - 2) + 2(4 - 4(x + 2)) = 0$ и $x = -7$ верны одновременно, но вторая фраза, очевидно, гораздо короче, проще и понятнее.

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

эмоциональный окрас;

грамматическая сложность;

используемый язык и т.д.

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

эмоциональный окрас;

грамматическая сложность;

используемый язык и т.д.

Например, фразы «переменная x равна 3», «the variable x is equal to 3» и $x = 3$ означают одно и то же, но сформулированы на разных языках.

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

эмоциональный окрас;

грамматическая сложность;

используемый язык и т.д.

Например, фразы «переменная x равна 3», «the variable x is equal to 3» и $x = 3$ означают одно и то же, но сформулированы на разных языках.

Более того, если известно, что через x обозначена длина отрезка, то фраза $\underbrace{\quad\quad\quad}_3^x$, сформулированная на языке геометрических чертежей, равносильна предыдущим трём фразам.

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

эмоциональный окрас;

грамматическая сложность;

используемый язык и т.д.

Но в логике нас интересует только истинность или ложность высказывания, от остальных его характеристик мы абстрагируемся.

IV.2. Логическая эквивалентность высказываний

У высказывания есть множество характеристик:

эмоциональный окрас;

грамматическая сложность;

используемый язык и т.д.

Но в логике нас интересует только истинность или ложность высказывания, от остальных его характеристик мы абстрагируемся.

Поэтому *мы будем считать высказывания (логически) эквивалентными или (логически) равносильными, если истинность одного из них влечет истинность другого.*

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Мы рассматриваем единственную характеристику высказывания: его истинность или ложность.

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Мы рассматриваем единственную характеристику высказывания: его истинность или ложность.

Если X — это высказывание, то через x будем обозначать его логическое значение:

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Мы рассматриваем единственную характеристику высказывания: его истинность или ложность.

Если X — это высказывание, то через x будем обозначать его логическое значение:

$x = 1$ тогда и только тогда, когда высказывание X истинно;

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (логическая функция) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Мы рассматриваем единственную характеристику высказывания: его истинность или ложность.

Если X — это высказывание, то через x будем обозначать его логическое значение:

$x = 1$ тогда и только тогда, когда высказывание X истинно;

$x = 0$ тогда и только тогда, когда высказывание X ложно.

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Если, например, Z — результат применения некоторой логической операции к упорядоченной паре высказываний X и Y , то логическое значение z зависит только от логических значений x и y , поскольку

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически эквивалентное**).

Если, например, Z — результат применения некоторой логической операции к упорядоченной паре высказываний X и Y , то логическое значение z зависит только от логических значений x и y , поскольку при замене высказывания X на **логически эквивалентное** высказывание X' логические значения сохраняются: $x = x'$.

Поэтому...

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Каждой логической операции, оперирующей высказываниями, соответствует булева функция, оперирующая с логическими значениями.

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (логическая функция) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Каждой логической операции, оперирующей высказываниями, соответствует булева функция, оперирующая с логическими значениями.

Справедливо и обратное, поскольку по логическому значению x нетрудно восстановить исходное высказывание X : _____

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (логическая функция) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **ЛОГИЧЕСКИ** эквивалентное).

Каждой логической операции, оперирующей высказываниями, соответствует булева функция, оперирующая с логическими значениями.

Справедливо и обратное, поскольку по логическому значению x нетрудно восстановить исходное высказывание X : _____
(отождествляем **ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ!**)

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (логическая функция) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **ЛОГИЧЕСКИ** эквивалентное).

Каждой логической операции, оперирующей высказываниями, соответствует булева функция, оперирующая с логическими значениями.

Справедливо и обратное, поскольку по логическому значению x нетрудно восстановить исходное высказывание X : _____

(отождествляем **ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ**!)

Какие высказывания можно поставить в соответствие числу x ?

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Каждой логической операции, оперирующей высказываниями, соответствует булева функция, оперирующая с логическими значениями.

Справедливо и обратное, поскольку по логическому значению x нетрудно восстановить исходное высказывание X : $x = 1$.

(отождествляем **логически эквивалентные высказывания**!)

Какие высказывания можно поставить в соответствие числу x ?

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (**логическая функция**) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Булева функция упорядоченной n -ке нулей и единиц сопоставляет 0 или 1.

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (логическая функция) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Булева функция упорядоченной n -ке нулей и единиц сопоставляет 0 или 1.

По булевой функции восстанавливается соответствующая логическая функция, поскольку высказывание B восстанавливается по его логическому значению b :

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (логическая функция) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Булева функция упорядоченной n -ке нулей и единиц сопоставляет 0 или 1.

По булевой функции восстанавливается соответствующая логическая функция, поскольку высказывание B восстанавливается по его логическому значению b : $B \sim$

(здесь $\sim$ — символ эквивалентности высказываний)

IV.3. Логические и булевы операции

Мы отождествляем **логически эквивалентные высказывания**.

*Высказывание будем задавать с помощью конкретной фразы, но она может быть заменена любой **логически** эквивалентной.*

Логическая операция (логическая функция) высказыванию X или упорядоченной паре высказываний (X, Y) сопоставляет некоторое высказывание (которое может быть заменено на **логически** эквивалентное).

Булева функция упорядоченной n -ке нулей и единиц сопоставляет 0 или 1.

По булевой функции восстанавливается соответствующая логическая функция, поскольку высказывание B восстанавливается по его логическому значению b : $B \sim b = 1$.

(здесь $\sim$ — символ эквивалентности высказываний)

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Отметим, что высказывание $\neg X$ **ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНО** высказываниям «неверно, что X », «высказывание X ложно», «высказывание X неверно».

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то
высказывание «неверно, что X » _____

Как разобраться в непонятном материале?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Как разобраться в непонятном материале?
Есть два способа.

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Как разобраться в непонятном материале?

Есть два способа.

Перечислим все три ;-)

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Как разобраться в непонятном материале?
Способы: индуктивный,

Рассмотреть большое число примеров.

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Как разобраться в непонятном материале?
Способы: индуктивный, дедуктивный,

Получить следствия из имеющихся утверждений, построить теорию.

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Как разобраться в непонятном материале?

Способы: индуктивный, дедуктивный, построение модели.

Опирайтесь на аналогию, изучать модель.

Обычно этот способ применяется после применения первых двух способов.

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim$ _____, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание « _____ » _____

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim$ _____, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «_____» _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание « _____ » _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 > 5$ » _____

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 > 5$ » _____

Истинно или ложно?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 > 5$ » истинно.

Истинно или ложно?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » истинно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 > 5$ » истинно.

Истинно или ложно?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1

Если высказывание X ложно, то высказывание «неверно, что X » истинно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 > 5$ » истинно.

Истинно или ложно?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » _____

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim$ _____, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что _____» _____

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim$ _____, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что _____» _____

Надо какое-нибудь верное утверждение...

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что _____» _____

Надо какое-нибудь верное утверждение...

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 < 5$ » _____

Надо какое-нибудь верное утверждение...

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 < 5$ » _____

Истинно или ложно?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 < 5$ » ложно.

Истинно или ложно?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » ложно.

Например, если $X \sim 4 < 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 < 5$ » ложно.

Истинно или ложно?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Если высказывание X истинно, то высказывание «неверно, что X » ложно.

Например, если $X \sim 4 < 5$, то высказывание $\neg X \sim \overline{X}$, т.е. высказывание «неверно, что $4 < 5$ » ложно.

Истинно или ложно?

IV.3.1. Отрицание

Логическая функция отрицание высказыванию X сопоставляет высказывание $\neg X$, обозначаемое также $\overline{X}$, **логически эквивалентное** высказыванию «не X ».

Логической операции «отрицание» соответствует одноименная **булева функция** отрицание, которую можно задать таблицей истинности.

x	$\neg x = \overline{x}$
0	1
1	0

Это стоит записать и запомнить!

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, *логически эквивалентное* высказыванию « X и Y ».

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Отметим, что высказывание $X \wedge Y$ **ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНО** высказываниям « X , а Y », « X , но Y », «и X , и Y ».

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если вы способны сами заполнить таблицу, **сравните результат.**

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » _____

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « _____ и _____ » _____

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание «_____ и _____» _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и _____» _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и _____» _____

Надо ещё какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 5$ » _____

Надо ещё какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 5$ » _____

Истинно или ложно?

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 5$ » ложно.

Истинно или ложно?

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » ложно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 5$ » ложно.

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X и Y » ложно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 5$ » ложно.

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » _____

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « _____ и _____ » _____

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание «_____ и _____» _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и _____» _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и _____» _____

Теперь надо какое-нибудь верное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 4$ » _____

Теперь надо какое-нибудь верное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 4$ » _____

Истинно или ложно?

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 4$ » ложно.

Истинно или ложно?

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » ложно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 4$ » ложно.

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X и Y » ложно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ и $2^2 = 4$ » ложно.

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	
1	1	

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » _____

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « _____ и _____ » _____

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание «_____ и _____» _____

Надо какое-нибудь истинное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	
	1	

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ и _____» _____

Надо какое-нибудь истинное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ и _____» _____

Теперь надо какое-нибудь ложное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ и $2^2 = 5$ » _____

Теперь надо какое-нибудь ложное утверждение...

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ и $2^2 = 5$ » _____

Истинно или ложно?

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ и $2^2 = 5$ » ложно.

Истинно или ложно?

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » ложно.

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ и $2^2 = 5$ » ложно.

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X и Y » ложно.

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \wedge Y \sim X \& Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ и $2^2 = 5$ » ложно.

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Например, высказывание « и » _____

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Например, высказывание « $4 < 5$ и _____»

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Например, высказывание « $4 < 5$ и $2^2 = 4$ » _____

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Например, высказывание « $4 < 5$ и $2^2 = 4$ » истинно.

IV.3.2. Конъюнкция

Логическая функция конъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \& Y$, обозначаемое также $X \wedge Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X и Y ».

Логической операции «конъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** конъюнкция, которую можно задать таблицей истинности.

x	y	$x \& y = x \wedge y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Например, высказывание « $4 < 5$ и $2^2 = 4$ » истинно.

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Отметим, что высказывание $X \vee Y$ **ЛОГИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНО** высказыванию «либо X , либо Y , либо и X , и Y ».

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если вы способны сами заполнить таблицу, **сравните результаты.**

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » _____

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « _____ или _____ » _____

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « _____ или _____ » _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или _____» _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или _____» _____

Надо ещё какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 5$ » _____

Надо ещё какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 5$ » _____

Истинно или ложно?

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 5$ » ложно.

Истинно или ложно?

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » ложно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 5$ » ложно.

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0

Если высказывания X и Y ложны, то высказывание « X или Y » ложно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 5$ » ложно.

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » _____

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « _____ или _____ » _____

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « _____ или _____ » _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или _____» _____

Надо какое-нибудь неверное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или _____» _____

Теперь надо какое-нибудь верное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 4$ » _____

Теперь надо какое-нибудь верное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 4$ » _____

Истинно или ложно?

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 4$ » истинно.

Истинно или ложно?

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » истинно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 4$ » истинно.

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1

Если высказывание X ложно, а Y истинно, то высказывание « X или Y » истинно.

Например, если $X \sim 4 > 5$, и $Y \sim 2^2 = 4$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 > 5$ или $2^2 = 4$ » истинно.

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » _____

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « _____ или _____ » _____

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim$ _____, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « _____ или _____ » _____

Надо какое-нибудь истинное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ или _____» _____

Надо какое-нибудь истинное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim$ _____, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ или _____» _____

Теперь надо какое-нибудь ложное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ или $2^2 = 5$ » _____

Теперь надо какое-нибудь ложное утверждение...

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ или $2^2 = 5$ » _____

Истинно или ложно?

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » _____

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ или $2^2 = 5$ » истинно.

Истинно или ложно?

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » истинно.

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ или $2^2 = 5$ » истинно.

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1

Если высказывание X истинно, а Y ложно, то высказывание « X или Y » истинно.

Например, если $X \sim 4 < 5$, и $Y \sim 2^2 = 5$, то высказывание $X \vee Y$, т.е. высказывание « $4 < 5$ или $2^2 = 5$ » истинно.

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Например, высказывание « _____ или _____ » _____

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Например, высказывание « $4 < 5$ или _____»

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Например, высказывание « $4 < 5$ или $2^2 = 4$ » _____

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Например, высказывание « $4 < 5$ или $2^2 = 4$ » истинно.

IV.3.3. Дизъюнкция

Логическая функция дизъюнкция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \vee Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X или Y ».

Логической операции «дизъюнкция» соответствует одноименная **булева функция** дизъюнкция, которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Например, высказывание « $4 < 5$ или $2^2 = 4$ » истинно.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Отметим, что высказывание $X \Rightarrow Y$ **логически эквивалентно** высказываниям «из X следует Y », « X влечет Y », «из X вытекает Y ».

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	1	
1		

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	
1	1	

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	
1	1	

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

Если посылка X истинна, но заключение Y ложно, то импликация $X \Rightarrow Y$ _____

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	
1	1	

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

Если посылка X истинна, но заключение Y ложно, то импликация $X \Rightarrow Y$ ложна.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

Если посылка X истинна, но заключение Y ложно, то импликация $X \Rightarrow Y$ ложна.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	0
1	1	

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	0
1	1	

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

Если и посылка X , и заключение Y истинны, то импликация $X \Rightarrow Y$ _____

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	0
1	1	

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

Если и посылка X , и заключение Y истинны, то импликация $X \Rightarrow Y$ истинна.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	0
1	1	1

Если высказывание X истинно, то, очевидно, истинность импликации $X \Rightarrow Y$ определяется истинностью Y .

Если и посылка X , и заключение Y истинны, то импликация $X \Rightarrow Y$ истинна.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
1	0	0
1	1	1

Теперь рассмотрим случай, когда посылка X ложна.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Теперь рассмотрим случай, когда посылка X ложна.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Теперь рассмотрим случай, когда посылка X ложна.

Если заключение Y тем не менее верно, то импликация $X \Rightarrow Y$ _____

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0		
0	1	
1	0	0
1	1	1

Теперь рассмотрим случай, когда посылка X ложна.

Если заключение Y тем не менее верно, то импликация $X \Rightarrow Y$ _____

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Теперь рассмотрим случай, когда посылка X ложна.

Если заключение Y тем не менее верно, то импликация $X \Rightarrow Y$ истинна.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Теперь рассмотрим случай, когда посылка X ложна.

Если заключение Y тем не менее верно, то импликация $X \Rightarrow Y$ истинна.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0		
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Теперь рассмотрим случай, когда посылка X ложна.

Осталось понять, верна ли импликация $X \Rightarrow Y$, если и посылка X , и заключение Y ложны.

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Верна ли теорема Пифагора «в прямоугольном треугольнике квадрат длины наибольшей стороны равен сумме квадратов длин других сторон» для равностороннего треугольника?

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Верна ли теорема Пифагора «в прямоугольном треугольнике квадрат длины наибольшей стороны равен сумме квадратов длин других сторон» для равностороннего треугольника?

Если неверна, то получается, что равносторонний треугольник опровергает теорему Пифагора!

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Верна ли теорема Пифагора «в прямоугольном треугольнике квадрат длины наибольшей стороны равен сумме квадратов длин других сторон» для равностороннего треугольника?

Если неверна, то получается, что равносторонний треугольник опровергает теорему Пифагора! Нонсенс!

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Верна ли теорема Пифагора «в прямоугольном треугольнике квадрат длины наибольшей стороны равен сумме квадратов длин других сторон» для равностороннего треугольника?

Значит, для равностороннего треугольника теорема Пифагора верна **независимо от истинности её заключения!**

IV.3.4. Импликация

Логическая функция импликация паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Rightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию «если X , то Y ».

Высказывание X называется **посылкой**, а Y — **заключением**.

Логической операции «импликация» соответствует одноименная **булева функция** импликация (но обозначаемая $x \rightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Rightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \rightarrow y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Утверждение об истинности импликации с ложной посылкой на сленге звучит так: «*из лжи следует всё, что угодно*».

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Отметим, что высказывание $X \Leftrightarrow Y$ **логически эквивалентно** высказываниям «для X необходимо и достаточно, чтобы Y », « X равносильно Y », « X , если и только если Y ».

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$

Если оба высказывания X и Y истинны или оба высказывания X и Y ложны, то очевидно, эквиваленция $X \Rightarrow Y$ является _____

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	
1	1	

Если оба высказывания X и Y истинны или оба высказывания X и Y ложны, то очевидно, эквиваленция $X \Rightarrow Y$ является _____

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	
1	1	

Если оба высказывания X и Y истинны или оба высказывания X и Y ложны, то очевидно, эквиваленция $X \Rightarrow Y$ является истинной.

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	1
1	1	1

Если оба высказывания X и Y истинны или оба высказывания X и Y ложны, то очевидно, эквиваленция $X \Rightarrow Y$ является истинной.

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	1
1	1	1

Если одно из высказываний X , Y истинно, а другое ложно, то очевидно, эквиваленция $X \Rightarrow Y$ является _____

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	1
0	1	
1	0	
1	1	1

Если одно из высказываний X , Y истинно, а другое ложно, то очевидно, эквиваленция $X \Rightarrow Y$ является _____

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	1
0	1	
1	0	
1	1	1

Если одно из высказываний X , Y истинно, а другое ложно, то очевидно, эквиваленция $X \Rightarrow Y$ является ложной.

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Если одно из высказываний X , Y истинно, а другое ложно, то очевидно, эквиваленция $X \Rightarrow Y$ является ложной.

IV.3.5. Эквиваленция

Логическая функция эквиваленция паре высказываний X и Y сопоставляет высказывание $X \Leftrightarrow Y$, **логически эквивалентное** высказыванию « X тогда и только тогда, когда Y ».

Логической операции «эквиваленция» соответствует одноименная **булева функция** эквиваленция (но обозначаемая $x \leftrightarrow y$ по сравнению с логической функцией $X \Leftrightarrow Y$), которую можно задать таблицей истинности:

x	y	$x \leftrightarrow y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Очевидно, что эквиваленция является отрицанием «исключающего ИЛИ», т.е. отрицанием к высказыванию «либо X , либо Y ».

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние					
логичес- кая					

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние		конъюнкция			
логичес- кая					

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние		конъюнкция			
логичес- кая		$X \text{ и } Y$			
		$X \& Y$			

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние		конъюнкция			
логичес- кая		$X \text{ и } Y$			
		$X \& Y$			
	$x \quad y$				
	0 0				
	0 1				
	1 0				
	1 1				

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние		конъюнкция			
логичес- кая		$X \text{ и } Y$			
		$X \& Y$			
	$x \quad y$	$x \& y = x \wedge y$			
	0 0				
	0 1				
	1 0				
	1 1				

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние		конъюнкция			
логичес- кая		$X \text{ и } Y$			
		$X \& Y$			
	$x \quad y$	$x \& y = x \wedge y$			
	0 0	0			
	0 1	0			
	1 0	0			
	1 1	1			

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция			
логичес- кая			$X \text{ и } Y$			
			$X \& Y$			
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$			
0	0	0	0			
1	0	1	0			
2	1	0	0			
3	1	1	1			
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция			
логичес- кая			$X \text{ и } Y$			
			$X \& Y$			
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$			
0	0	0	0			
1	0	1	0			
2	1	0	0			
3	1	1	1			
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция		
логичес- кая			$X \text{ и } Y$			
			$X \& Y$			
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$			
0	0	0	0			
1	0	1	0			
2	1	0	0			
3	1	1	1			
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция		
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$		
			$X \& Y$	$X \vee Y$		
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$			
0	0	0	0			
1	0	1	0			
2	1	0	0			
3	1	1	1			
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция		
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$		
			$X \& Y$	$X \vee Y$		
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$		
0	0	0	0			
1	0	1	0			
2	1	0	0			
3	1	1	1			
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция		
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$		
			$X \& Y$	$X \vee Y$		
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$		
0	0	0	0	0		
1	0	1	0			
2	1	0	0			
3	1	1	1			
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция		
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$		
			$X \& Y$	$X \vee Y$		
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$		
0	0	0	0	0		
1	0	1	0	1		
2	1	0	0			
3	1	1	1			
$u = 2x + y$						

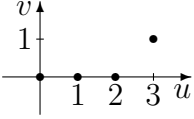
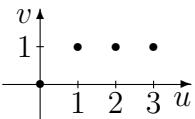
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция		
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$		
			$X \& Y$	$X \vee Y$		
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$		
0	0	0	0	0		
1	0	1	0	1		
2	1	0	0	1		
3	1	1	1			
$u = 2x + y$						

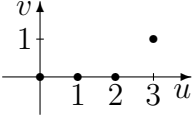
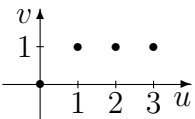
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция		
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$		
			$X \& Y$	$X \vee Y$		
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$		
0	0	0	0	0		
1	0	1	0	1		
2	1	0	0	1		
3	1	1	1	1		
$u = 2x + y$						

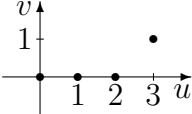
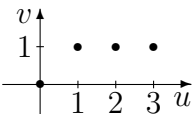
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция		
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$		
			$X \& Y$	$X \vee Y$		
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$		
0	0	0	0	0		
1	0	1	0	1		
2	1	0	0	1		
3	1	1	1	1		
$u = 2x + y$						

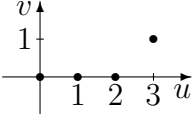
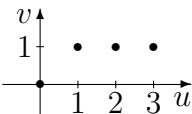
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$		
			$X \& Y$	$X \vee Y$		
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$		
0	0	0	0	0		
1	0	1	0	1		
2	1	0	0	1		
3	1	1	1	1		
$u = 2x + y$						

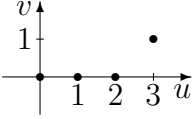
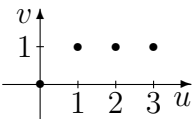
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$	если X , то Y	
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$		
0	0	0	0	0		
1	0	1	0	1		
2	1	0	0	1		
3	1	1	1	1		
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$	если X , то Y	
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	
0	0	0	0	0		
1	0	1	0	1		
2	1	0	0	1		
3	1	1	1	1		
$u = 2x + y$						

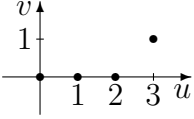
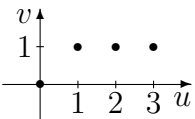
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$	если X , то Y	
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	
0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1		
2	1	0	0	1		
3	1	1	1	1		
$u = 2x + y$						

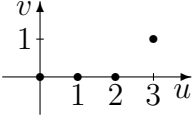
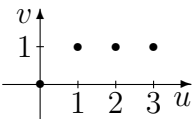
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$	если X , то Y	
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	
0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	
2	1	0	0	1		
3	1	1	1	1		
$u = 2x + y$						

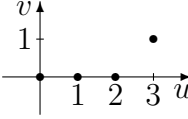
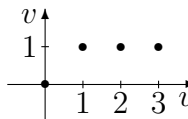
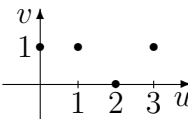
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$	если X , то Y	
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	
0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	
2	1	0	0	1	0	
3	1	1	1	1		
$u = 2x + y$						

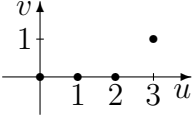
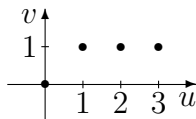
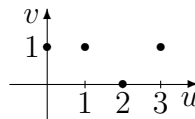
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	
логичес- кая			$X \text{ и } Y$	$X \text{ или } Y$	если X , то Y	
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	
0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	
2	1	0	0	1	0	
3	1	1	1	1	1	
$u = 2x + y$						

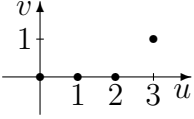
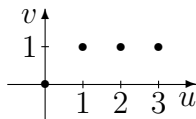
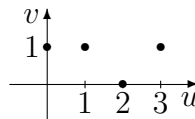
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	
0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	
2	1	0	0	1	0	
3	1	1	1	1	1	
$u = 2x + y$						

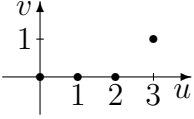
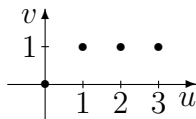
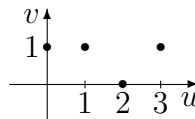
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	
u	x	y	$x \& y = x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	
0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	
2	1	0	0	1	0	
3	1	1	1	1	1	
$u = 2x + y$						

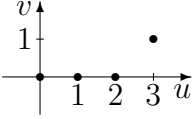
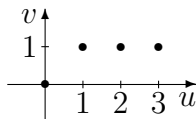
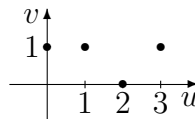
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	
0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	
2	1	0	0	1	0	
3	1	1	1	1	1	
$u = 2x + y$						

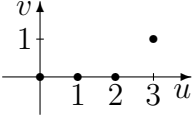
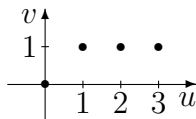
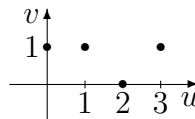
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	0	0	0	1	
1	0	1	0	1	1	
2	1	0	0	1	0	
3	1	1	1	1	1	
$u = 2x + y$						

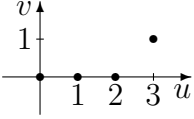
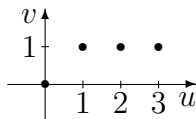
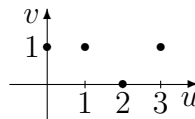
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	
2	1	0	0	1	0	
3	1	1	1	1	1	
$u = 2x + y$						

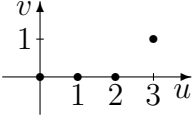
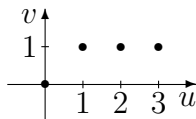
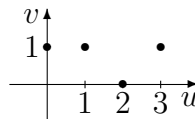
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	0	1	0	
3	1	1	1	1	1	
$u = 2x + y$						

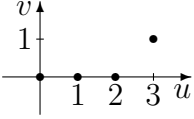
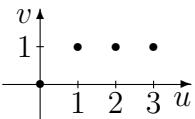
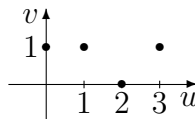
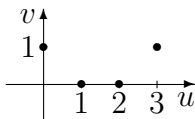
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	0	1	0	0
3	1	1	1	1	1	
$u = 2x + y$						

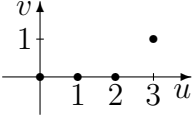
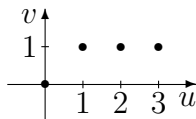
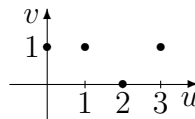
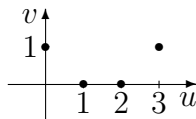
IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	0	1	0	0
3	1	1	1	1	1	1
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

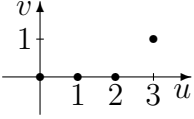
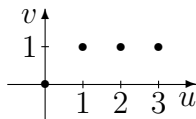
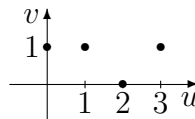
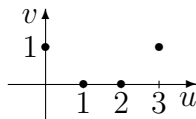
назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	0	1	0	0
3	1	1	1	1	1	1
$u = 2x + y$						

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние		конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая		X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
		$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	$x \quad y$	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0 0	0	0	1	1
1	0 1	0	1	1	0
2	1 0	0	1	0	0
3	1 1	1	1	1	1
$u = 2x + y$					

Восстановление высказывания X по его логическому значению x :

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	0	1	0	0
3	1	1	1	1	1	1
$u = 2x + y$						

Восстановление высказывания X по его логическому значению x :

$$X \sim$$

IV.4. Логические и булевы функции: итог

назва- ние			конъюнкция	дизъюнкция	импликация	эквиваленция
логичес- кая			X и Y	X или Y	если X , то Y	X , если и только если Y
			$X \& Y$	$X \vee Y$	$X \Rightarrow Y$	$X \Leftrightarrow Y$
u	x	y	$x \& y =$ $= x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	0	1	0	0
3	1	1	1	1	1	1
$u = 2x + y$						

Восстановление высказывания X по его логическому значению x :

$$X \sim x = 1. \quad (1)$$

IV.5. Отрицания к базовым логическим функциям

$$1) \neg(\neg x) = x;$$

$$2) \neg(x \& y) = \neg(x \wedge y) = (\neg x) \vee (\neg y) :$$

$$3) \neg(x \vee y) = (\neg x) \& (\neg y) = (\neg x) \wedge (\neg y) :$$

$$4) \neg(x \rightarrow y) = x \wedge (\neg y);$$

$$5) \neg(x \leftrightarrow y) = ((\neg x) \wedge y) \vee (x \wedge (\neg y)).$$

IV.6. Предикаты и кванторы

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениями некоторых параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

IV.6. Предикаты и кванторы

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениями некоторых параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Например, значение высказывания $x < 0$ определяется значением переменной x :

при $x = 3$ высказывание $x < 0$ является

IV.6. Предикаты и кванторы

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениями некоторых параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Например, значение высказывания $x < 0$ определяется значением переменной x :

при $x = 3$ высказывание $x < 0$ является ложным;

IV.6. Предикаты и кванторы

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениями некоторых параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Например, значение высказывания $x < 0$ определяется значением переменной x :

при $x = 3$ высказывание $x < 0$ является ложным;

при $x = -5$ высказывание $x < 0$ является истинным;

IV.6. Предикаты и кванторы

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениями некоторых параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Например, значение высказывания $x < 0$ определяется значением переменной x :

при $x = 3$ высказывание $x < 0$ является ложным;

при $x = -5$ высказывание $x < 0$ является истинным;

при $x = 0$ высказывание $x < 0$ является ложным.

IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Есть и принципиально другая трактовка понятия «предикат»: поскольку в логике важна только истинность или ложность высказывания $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ (**остальными характеристиками** мы пренебрегаем), то предикатом («предикатом-функцией») на множестве $\Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_n$ называют ещё и функцию $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Есть и принципиально другая трактовка понятия «предикат»: поскольку в логике важна только истинность или ложность высказывания $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ (**остальными характеристиками** мы пренебрегаем), то предикатом («предикатом-функцией») на множестве $\Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_n$ называют ещё и функцию $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Здесь $p(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1$ означает истинность высказывания $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, а $p(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ мы трактуем как ложность высказывания $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \ll x < 0 \gg$ имеем:

$$p(x) =$$

IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \ll x < 0 \gg$ имеем:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq 0, \\ 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

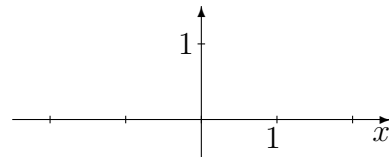
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \ll x < 0 \gg$ имеем:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq 0, \\ 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$



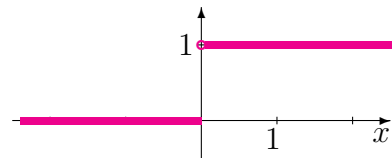
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < 0 \rangle$ имеем:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq 0, \\ 1, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$



IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < y \rangle$ имеем:

$$p(x, y) =$$

IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < y \rangle$ имеем:

$$p(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq y, \\ 1, & \text{если } x < y. \end{cases}$$

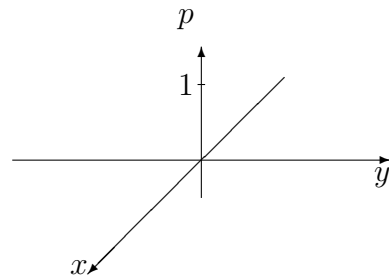
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметрам $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < y \rangle$ имеем:

$$p(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq y, \\ 1, & \text{если } x < y. \end{cases}$$



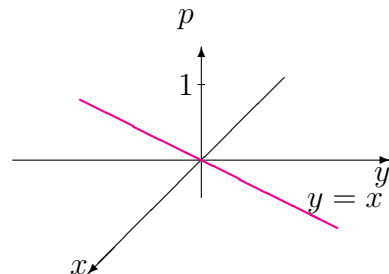
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметром $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < y \rangle$ имеем:

$$p(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq y, \\ 1, & \text{если } x < y. \end{cases}$$



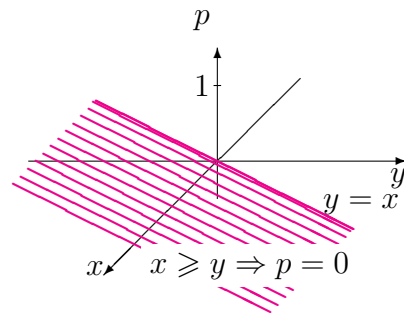
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметром $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < y \rangle$ имеем:

$$p(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq y, \\ 1, & \text{если } x < y. \end{cases}$$



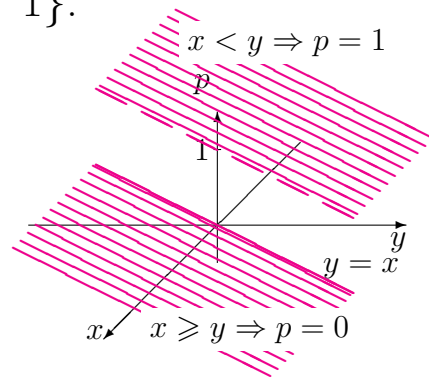
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметром $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < y \rangle$ имеем:

$$p(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq y, \\ 1, & \text{если } x < y. \end{cases}$$



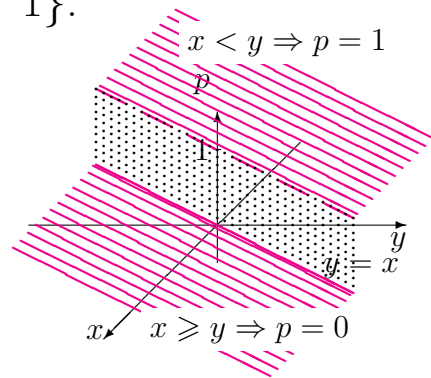
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметром $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < y \rangle$ имеем:

$$p(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq y, \\ 1, & \text{если } x < y. \end{cases}$$



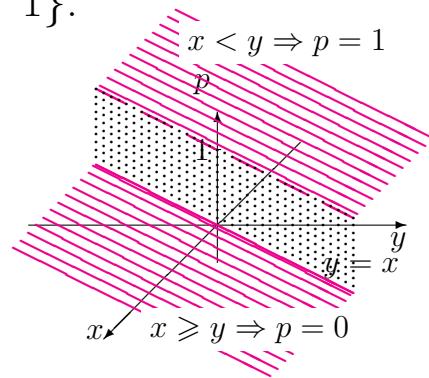
IV.6.1. Предикат-высказывание и предикат-функция

Если истинность (и ложность) высказывания $\mathcal{P}$ определяется значениям и некоторым параметром $x_1, x_2, \dots, x_n$, говорят, что задан предикат $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Высказыванию $\mathcal{P}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_i \in \Omega_i$ соответствует предикат («предикат-функция») $p(x_1, x_2, \dots, x_n)$, область значений которой включается во множество $\{0; 1\}$.

Например, для $\mathcal{P}(x) \sim \langle x < y \rangle$ имеем:

$$p(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \geq y, \\ 1, & \text{если } x < y. \end{cases}$$



IV.6.2. Кванторы

Для того, чтобы в формуле, использующей кванторы, зафиксировать некоторую информацию о переменных, применяются специальные символы, называемые **кванторами**.

IV.6.2. Кванторы

Для того, чтобы в формуле, использующей кванторы, зафиксировать некоторую информацию о переменных, применяются специальные символы, называемые **кванторами**.

В математике чаще всего используется два квантора.

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,
и читается как «для любого...»;

Для того, чтобы в формуле, использующей кванторы, зафиксировать некоторую информацию о переменных, применяются специальные символы, называемые **кванторами**.

В математике чаще всего используется два квантора.

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,
и читается как «для любого...»;

Для того, чтобы в формуле, использующей кванторы, зафиксировать некоторую информацию о переменных, применяются специальные символы, называемые **кванторами**.

В математике чаще всего используется два квантора.

Символ $\forall$ обычно воспринимается как перевернутая латинская буква «A» из слова «All» (все).

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Для того, чтобы в формуле, использующей кванторы, зафиксировать некоторую информацию о переменных, применяются специальные символы, называемые **кванторами**.

В математике чаще всего используется два квантора.

Символ $\forall$ обычно воспринимается как перевернутая латинская буква «A» из слова «All» (все).

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Для того, чтобы в формуле, использующей кванторы, зафиксировать некоторую информацию о переменных, применяются специальные символы, называемые **кванторами**.

В математике чаще всего используется два квантора.

Символ $\forall$ обычно воспринимается как перевернутая латинская буква «A» из слова «All» (все).

Символ $\exists$ обычно воспринимается как перевернутая латинская буква «E» из слова «to exist» (существовать).

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Таким образом, формула $\forall x \quad x^2 > 0$ читается так:

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Таким образом, формула $\forall x \quad x^2 > 0$ читается так:
для любого x

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Таким образом, формула $\forall x \quad x^2 > 0$ читается так:

для любого $x \quad x^2 > 0$.

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Таким образом, формула $\forall x \quad x^2 > 0$ читается так:

для любого x $x^2 > 0$. Отметим, что это верно?
неверно?

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Таким образом, формула $\forall x \quad x^2 > 0$ читается так:

для любого $x \quad x^2 > 0$. Отметим, что это неверно: $0^2 = 0$.

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формула $\forall x \quad \exists y \quad x < y$ читается так:

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формула $\forall x \exists y \ x < y$ читается так:

для любого x

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формула $\forall x \exists y \ x < y$ читается так:

для любого x найдётся бóльший y .

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формула $\forall x \quad \exists y \quad x < y$ читается так:

для любого x найдётся бóльший y . Отметим, что это верно?
неверно?

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формула $\forall x \exists y \ x < y$ читается так:

для любого x найдётся бóльший y . Отметим, что это верно.

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

$\forall n$

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

$$\forall n \left(\quad \right),$$

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

$$\forall n \left(n \in \mathbb{N} \right),$$

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

$$\forall n \left(n \in \mathbb{N} \Rightarrow \right),$$

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

$$\forall n \left(n \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists m \right),$$

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

$$\forall n \left(n \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists m \begin{cases} m \in \mathbb{N}, \\ m > n, \\ m/n \in \mathbb{N} \end{cases} \right),$$

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

$$\forall n \left(n \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists m \begin{cases} m \in \mathbb{N}, \\ m > n, \\ m/n \in \mathbb{N} \end{cases} \right), \quad \text{т.е.}$$

IV.6.2. Кванторы

$\forall$ называется **квантором всеобщности**,

и читается как «для любого...»;

$\exists$ называется **квантором существования**,

и читается как «существует...», «найдётся».

Формулу «всякое натуральное число является делителем некоторого бóльшего натурального числа» можно записать так:

$$\forall n \left(n \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists m \begin{cases} m \in \mathbb{N}, \\ m > n, \\ m/n \in \mathbb{N} \end{cases} \right), \quad \text{т.е.}$$

$$\forall n \left(n \in \mathbb{N} \Rightarrow \exists m \left((m \in \mathbb{N}) \wedge (m > n) \wedge (m/n \in \mathbb{N}) \right) \right).$$

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

Мы **уже рассматривали** отрицания к логическим функциям.

Рассмотрим правила построения отрицаний к формулам с предикатами.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x);$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x);$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

«Неверно, что $\exists x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x);$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

«Неверно, что $\exists x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что найдётся x , для которого предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен»

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x);$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

«Неверно, что $\exists x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что найдётся x , для которого предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x);$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

«Неверно, что $\exists x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что найдётся x , для которого предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что *для любого x*

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x);$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

«Неверно, что $\exists x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что найдётся x , для которого предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что *для любого x $\mathcal{P}(x)$ не выполняется.*

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

«Неверно, что $\exists x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что найдётся x , для которого предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что для любого x $\mathcal{P}(x)$ не выполняется.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim \forall x$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

«Неверно, что $\exists x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что найдётся x , для которого предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что для любого x $\mathcal{P}(x)$ не выполняется.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim \forall x \neg \mathcal{P}(x).$$

«Неверно, что $\forall x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что для любого x предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что $\mathcal{P}(x)$ выполняется «не для любого x », т.е.

найдётся x , для которого $\mathcal{P}(x)$ неверно.

«Неверно, что $\exists x \mathcal{P}(x)$ », т.е.

«неверно, что найдётся x , для которого предикат $\mathcal{P}(x)$ истинен» означает, что для любого x $\mathcal{P}(x)$ не выполняется.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim \forall x \neg \mathcal{P}(x).$$

В случае, когда предикат $\mathcal{P}$ может быть выражен через **логические функции**, отрицание строится с использованием **соответствующих соотношений**.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim \forall x \neg \mathcal{P}(x).$$

В случае, когда предикат $\mathcal{P}$ может быть выражен через **логические функции**, отрицание строится с использованием **соответствующих соотношений**.

Например, отрицание к формуле (здесь «по умолчанию» x и y обозначают натуральные числа) $\exists x \forall y \quad x \geq y$ т.е.

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim \forall x \neg \mathcal{P}(x).$$

В случае, когда предикат $\mathcal{P}$ может быть выражен через **логические функции**, отрицание строится с использованием **соответствующих соотношений**.

Например, отрицание к формуле (здесь «по умолчанию» x и y обозначают натуральные числа) $\exists x \forall y \quad x \geq y$ т.е.

«неверно, что найдется наибольшее натуральное число», имеет вид

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim \forall x \neg \mathcal{P}(x).$$

В случае, когда предикат $\mathcal{P}$ может быть выражен через **логические функции**, отрицание строится с использованием **соответствующих соотношений**.

Например, отрицание к формуле (здесь «по умолчанию» x и y обозначают натуральные числа) $\exists x \forall y \quad x \geq y$ т.е.

«неверно, что найдется наибольшее натуральное число», имеет вид $\forall x$

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim \forall x \neg \mathcal{P}(x).$$

В случае, когда предикат $\mathcal{P}$ может быть выражен через **логические функции**, отрицание строится с использованием **соответствующих соотношений**.

Например, отрицание к формуле (здесь «по умолчанию» x и y обозначают натуральные числа) $\exists x \forall y \quad x \geq y$ т.е.

«неверно, что найдется наибольшее натуральное число», имеет вид $\forall x \exists y$

IV.7. Построение отрицаний к формулам с предикатами и кванторами

$$\neg (\forall x \mathcal{P}(x)) \sim \exists x \neg \mathcal{P}(x); \quad \neg (\exists x \mathcal{P}(x)) \sim \forall x \neg \mathcal{P}(x).$$

В случае, когда предикат $\mathcal{P}$ может быть выражен через **логические функции**, отрицание строится с использованием **соответствующих соотношений**.

Например, отрицание к формуле (здесь «по умолчанию» x и y обозначают натуральные числа) $\exists x \forall y \quad x \geq y$ т.е.

«неверно, что найдется наибольшее натуральное число», имеет вид $\forall x \exists y \quad x < y$.

V. Понятие доказательства

Обычно для обоснования справедливости того или иного утверждения приводятся доводы разного характера, в частности, очень популярны и эффективны рассуждения «по аналогии». К сожалению, рассуждения такого рода *не гарантируют* верности обосновываемого утверждения. Для того чтобы убедиться в справедливости того или иного высказывания (в частности, математической теоремы или формулы), в науке применяется методика, называемая *доказательством*.

V. Понятие доказательства

Обычно для обоснования справедливости того или иного утверждения приводятся доводы разного характера, в частности, очень популярны и эффективны рассуждения «по аналогии». К сожалению, рассуждения такого рода *не гарантируют* верности обосновываемого утверждения. Для того чтобы убедиться в справедливости того или иного высказывания (в частности, математической теоремы или формулы), в науке применяется методика, называемая *доказательством*.

По-видимому, наиболее строго «регламентирована» процедура доказательства в математике, где она представляет собой, в идеале, сугубо формальную процедуру.

V. Понятие доказательства

Обычно для обоснования справедливости того или иного утверждения приводятся доводы разного характера, в частности, очень популярны и эффективны рассуждения «по аналогии». К сожалению, рассуждения такого рода *не гарантируют* верности обосновываемого утверждения. Для того чтобы убедиться в справедливости того или иного высказывания (в частности, математической теоремы или формулы), в науке применяется методика, называемая *доказательством*.

Применение процедуры доказательства *гарантирует*, что если в какой-либо ситуации выполняются условия теоремы, то ее заключение будет также верно в этой ситуации (не будем уточнять некоторые нюансы).

V. Понятие доказательства

Если теорема доказана ранее, и мы знаем, что в рассматриваемой ситуации ее условие выполнено, то излишне проверять, выполнено ли заключение: его истинность *гарантирована* доказательством теоремы (если в нем нет ошибок).

V. Понятие доказательства

Если теорема доказана ранее, и мы знаем, что в рассматриваемой ситуации ее условие выполнено, то излишне проверять, выполнено ли заключение: его истинность *гарантирована* доказательством теоремы (если в нем нет ошибок).

Формирование процедуры доказательства является достижением математики, роль которого трудно переоценить. История этого формирования была долгой и трудной и изобиловала драматическими моментами.

V. Понятие доказательства

Если теорема доказана ранее, и мы знаем, что в рассматриваемой ситуации ее условие выполнено, то излишне проверять, выполнено ли заключение: его истинность *гарантирована* доказательством теоремы (если в нем нет ошибок).

Существует математическая теория доказательств, с которой, однако, мы в данном курсе знакомиться не будем.

V. Понятие доказательства

Если теорема доказана ранее, и мы знаем, что в рассматриваемой ситуации ее условие выполнено, то излишне проверять, выполнено ли заключение: его истинность *гарантирована* доказательством теоремы (если в нем нет ошибок).

В этом разделе мы рассмотрим ***метод восходящего анализа*** для разработки доказательства утверждений наиболее часто встречающихся в математике типов.

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Мы рассмотрим 2 типа теорем: **теоремы-импликации** и **теоремы-эквиваленции** (необходимые пояснения даны ниже).

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Мы рассмотрим 2 типа теорем: **теоремы-импликации** и **теоремы-эквиваленции** (необходимые пояснения даны ниже).

Но в качестве «вспомогательного средства» выделим ещё *теоремы-свойства*.

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Пример: «в равностороннем треугольнике все углы равны между собой».

Действительно, ее можно сформулировать в виде:

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Пример: «в равностороннем треугольнике все углы равны между собой».

Действительно, ее можно сформулировать в виде:
если треугольник — равносторонний, то все его углы равны между собой.

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Пример: «в равностороннем треугольнике все углы равны между собой».

Действительно, ее можно сформулировать в виде:

если треугольник — равносторонний, то все его углы равны между собой.
условие или посылка теоремы *заключение* теоремы

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Пример: «в равностороннем треугольнике все углы равны между собой».

Действительно, ее можно сформулировать в виде:

если треугольник — равносторонний, то все его углы равны между собой.
условие или посылка теоремы *заключение* теоремы

Схематически теорему вида «если A , то B » обозначают $A \Rightarrow B$.

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Помимо формулировки « A тогда и только тогда, когда B » применяются формулировки типа « A если и только если B », « A эквивалентно B », «для A необходимо и достаточно B », и т.п.

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Помимо формулировки « A тогда и только тогда, когда B » применяются формулировки типа « A если и только если B », « A эквивалентно B », «для A необходимо и достаточно B », и т.п.

Пример теоремы-эквиваленции: «целое число является четным тогда и только тогда, когда его последняя цифра либо четная, либо равна 0».

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Отметим, что теоремы-эквиваленции обычно называют **критериями**.

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Отметим, что теоремы-эквиваленции обычно называют **критериями**.

Утверждение $P \Leftrightarrow Q$, то есть P , *если, и только если* Q , эквивалентно утверждению об одновременной истинности высказываний $P \Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$, то есть утверждений «если P , то Q » и «если Q , то P ».

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Отметим, что теоремы-эквиваленции обычно называют **критериями**.

Утверждение $P \Leftrightarrow Q$, то есть P , *если, и только если* Q , эквивалентно утверждению об одновременной истинности высказываний $P \Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$, то есть утверждений «если P , то Q » и «если Q , то P ».

Поэтому доказательство теоремы-эквиваленции сводится к доказательству двух теорем-импликаций.

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S .

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S .

Примеры теорем-свойств: «сумма всех углов треугольника равна 180° », или « $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ ».

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S .

Теорема-свойство обычно является теоремой-импликацией:

если x — элемент множества A , то x обладает свойством S .

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S .

Теорема-свойство обычно является теоремой-импликацией:

если $\underbrace{x \text{ — элемент множества } A}_{\text{посылка}}$, то $\underbrace{x \text{ обладает свойством } S}_{\text{заключение}}$.

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S .

Теорема-свойство обычно является теоремой-импликацией:

если $\underbrace{x \text{ — элемент множества } A}_{\text{посылка}}$, то $\underbrace{x \text{ обладает свойством } S}_{\text{заключение}}$.

Например, на самом деле теорема $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ формулируется так:

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S .

Теорема-свойство обычно является теоремой-импликацией:

если $\underbrace{x \text{ — элемент множества } A}_{\text{посылка}}$, то $\underbrace{x \text{ обладает свойством } S}_{\text{заключение}}$.

Например, на самом деле теорема $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ формулируется так:

«если a, b, c — положительные числа и $a \neq 1$, то $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ ».

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S .

Теорема-свойство обычно является теоремой-импликацией.

Реже теорема-свойство является теоремой-эквиваленцией:

V.1. Рассматриваемые типы теорем

Теорема-импликация — это теорема, которую можно сформулировать в виде «если *условие теоремы*, то *заключение теоремы*».

Теорема-эквиваленция — это теорема, которую можно сформулировать в виде «утверждение A справедливо тогда и только тогда, когда истинно утверждение B ».

Теорема-свойство обычно утверждает, что все элементы из некоторого множества M обладают свойством S .

Теорема-свойство обычно является теоремой-импликацией.

Реже теорема-свойство является теоремой-эквиваленцией:
в равносторонних треугольниках, и только в них, все углы равны по 60° .

V.2. Прямая и обратные теоремы

Если $A \Rightarrow B$ — теорема-импликация, то теорема $B \Rightarrow A$ называется **обратной** к ней теоремой, при этом исходную теорему называют еще **прямой теоремой**. Кроме того, обратными к теореме

$\left\{ \begin{array}{l} A, \\ B \end{array} \right\} \Rightarrow C$ еще называют теоремы типа $\left\{ \begin{array}{l} A, \\ B \end{array} \right\} \Rightarrow B$ и $\left\{ \begin{array}{l} C, \\ B \end{array} \right\} \Rightarrow A$.

Рассмотреть пример?

V.2.1. Обратная теорема и теорема-эквиваленция

Теорема-эквиваленция $A \Leftrightarrow B$ справедлива тогда и только тогда, когда

V.2.1. Обратная теорема и теорема-эквиваленция

Теорема-эквиваленция $A \Leftrightarrow B$ справедлива тогда и только тогда, когда выполняется и теорема-импликация $A \Rightarrow B$, и обратная к ней теорема $B \Rightarrow A$.

V.3. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Рассматриваемая схема предназначена, в первую очередь, для доказательства сравнительно простых утверждений, таких, доказательства которых в математических работах обычно не приводятся, а заменяются фразами типа «очевидно», «легко доказать» и т.п. Эта схема представляет собой вариант применения метода восходящего анализа, т.е. может рассматриваться как результат применения **стратегии предвкушения**.

V.3. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Что представляет собой доказательство? Это цепочка утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, где каждое из утверждений φ_i является либо «заведомо верным утверждением» (например $3 = 3$), или утверждением, доказанным ранее, или следствием из предыдущих (выписанных в этой цепочке ранее) утверждений¹.

¹Речь идет о логическом правиле *modus ponens*: из утверждений α и $\alpha \Rightarrow \beta$ следует утверждение β .

V.3. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Процесс доказательства математического утверждения (то есть процесс «создания» последовательности утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$) можно разделить на два этапа²: этап «генерации» и этап «оформления».

²Иными словами, это этапы подготовки «черновика» и «чистовика» доказательства.

V.3. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Процесс доказательства математического утверждения (то есть процесс «создания» последовательности утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$) можно разделить на два этапа: этап «генерации» и этап «оформления». На первом этапе получаем все требуемые для доказательства «аргументы» φ_i , на втором — выписываем их в логической последовательности.

V.3. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Процесс доказательства математического утверждения (то есть процесс «создания» последовательности утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$) можно разделить на два этапа: этап «генерации» и этап «оформления». На первом этапе получаем все требуемые для доказательства «аргументы» φ_i , на втором — выписываем их в логической последовательности. На этапе генерации доказательство очередной импликации (то есть утверждения «если..., то...») **сводится к доказательству** другой импликации с помощью описанных ниже действий, пока, наконец, не получим истинное утверждение: либо уже доказанное ранее, либо аксиому, либо утверждение типа «если A , то A », которое, очевидно, верно для любого высказывания A .

V.3. «Генерация» и «оформление» доказательства теоремы

Процесс доказательства математического утверждения (то есть процесс «создания» последовательности утверждений $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$) можно разделить на два этапа: этап «генерации» и этап «оформления». На этапе оформления мы наоборот, начинаем с верных утверждений, потом получаем из них следствия, из которых снова выводим следствия, и т.п. Последним следствием в этой цепочке должно быть доказываемое утверждение.

V.3.1. Этап генерации

На этапе генерации необходимо:

1. Оpoznать тип доказываемого утверждения — это теорема-эквиваленция, теорема-импликация или теорема-свойство. Если это не теорема-импликация, то свести доказательство исходного утверждения к доказательству теоремы-импликации.

V.3.1. Этап генерации

На этапе генерации необходимо:

1. Оpoznать тип доказываемого утверждения — это теорема-эквиваленция, теорема-импликация или теорема-свойство. При необходимости свести доказательство к доказательству теоремы-импликации.
2. Выделить высказывание, справедливость которого утверждается в заключении: обычно это равенство, неравенство, включение, делимость...

V.3.1. Этап генерации

На этапе генерации необходимо:

1. Оpoznать тип доказываемого утверждения — это теорема-эквиваленция, теорема-импликация или теорема-свойство. При необходимости свести доказательство к доказательству теоремы-импликации.
2. Выделить высказывание, справедливость которого утверждается в заключении: обычно это равенство, неравенство, включение, делимость...
3. Найти утверждение, из которого следует выделенное в предыдущем пункте высказывание. Для этого надо использовать *определения*, посылку, доказанные теоремы, информацию о методах доказательства (например, метод «от противного»).

V.3.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

V.3.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

В самом деле, если истинно какое-либо утверждение о, допустим, равнобедренных треугольниках, а рассматриваемый треугольник — не равнобедренный, то это «не нарушит» истинности утверждения «если треугольник $\triangle$ равнобедренный, то ...».

V.3.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

В самом деле, если истинно какое-либо утверждение о, допустим, равнобедренных треугольниках, а рассматриваемый треугольник — не равнобедренный, то это «не нарушит» истинности утверждения «если треугольник $\triangle$ равнобедренный, то ...».

Дело в том, что в противном случае мы могли бы *неравнобедренный* треугольник считать контрпримером к этому утверждению, но о неравнобедренных треугольниках в нем ничего не говорилось! Поэтому в ситуации, когда условие теоремы-импликации не выполняется, эта теорема считается истинной.

V.3.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

Таким образом, рассмотрения требует только случай, когда посылка (то есть условие) теоремы истинно. Поэтому оформление доказательства обычно начинается с «ритуальной фразы»: пусть выполнено условие теоремы (как правило, в этом месте приводится формулировка посылки доказываемой импликации). Далее выписываются следствия из нее с использованием найденных на этапе «генерации» аргументов.

V.3.2. Этап оформления

«Оформление доказательства». В логике принято естественное правило: импликация в целом при *неверной* посылке считается *истинной* независимо от истинности или ложности ее заключения.

Таким образом, рассмотрения требует только случай, когда посылка (то есть условие) теоремы истинно. Поэтому оформление доказательства обычно начинается с «ритуальной фразы»: пусть выполнено условие теоремы (как правило, в этом месте приводится формулировка посылки доказываемой импликации). Далее выписываются следствия из нее с использованием найденных на этапе «генерации» аргументов.

Последним следствием должно быть заключение теоремы.

Рассмотреть пример?

V.4. Специфические методы доказательства: математическая индукция

В разных областях науки часто имеются более или менее специфические методы доказательств или, по крайней мере, особые версии общих методов. Одним из самых распространенных методов доказательства является *метод индукции*, при котором обоснованием истинности утверждения является тот факт, что во всех исследованных ситуациях это утверждение подтверждается. Например, доказательством того, что Земля притягивает физические тела, является тот факт, что это утверждение подтверждается в каждом проводимом нами эксперименте.

V.4. Специфические методы доказательства: математическая индукция

Разумеется, этот метод доказательства не гарантирует верности утверждения. Например, может быть, что исключения из общего правила все-таки есть, но они очень редки. В математике в настоящее время основным критерием истинности утверждения является формальное доказательство, а не подтверждение теоретических результатов на практике. Это связано с тем, что современные математические теории исключительно абстрактны и носят, как правило, «чисто грамматический» характер, а семантика зачастую совсем не рассматривается. Поэтому принцип индукции в математике претерпел существенные изменения, стал более четким и формальным и называется «математической индукцией».

V.4. Специфические методы доказательства: математическая индукция

Применяется он для доказательства высказывания, в котором в качестве одного из субъектов выступает целое число n , причем $n \geq n_0$. Например, это формула $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (здесь $n_0 = 1$) или утверждение о том, что сумма углов выпуклого n -угольника равна $\pi(n - 2)$ (здесь $n_0 = 3$). При этом зачастую доказать утверждение сразу для любого $n \geq n_0$ бывает невозможно. В этом случае применяется метод математической индукции.

V.4.1. База и шаг математической индукции

Суть метода математической индукции состоит в том, что доказательство предиката $U(n)$, $n \geq n_0$, разбивается на два этапа: доказательство **базы индукции** и **шага индукции**.

V.4.1. База и шаг математической индукции

Суть метода математической индукции состоит в том, что доказательство предиката $U(n)$, $n \geq n_0$, разбивается на два этапа: доказательство **базы индукции** и **шага индукции**.

База индукции: необходимо убедиться в
верности утверждения $U(n_0)$.

V.4.1. База и шаг математической индукции

Суть метода математической индукции состоит в том, что доказательство предиката $U(n)$, $n \geq n_0$, разбивается на два этапа: доказательство **базы индукции** и **шага индукции**.

База индукции: необходимо убедиться в верности утверждения $U(n_0)$.

Шаг индукции: шаг индукции заключается в доказательстве $U(n)$ в предположении, что все утверждения $U(m)$ верны для $n_0 \leq m < n$.

Рассмотреть пример?

V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

Если $n = n_0$, то это противоречит доказанной базе индукции.

V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

Если $n = n_0$, то это противоречит доказанной базе индукции.

Значит, $n > n_0$. Так как n — *наименьший* такой номер, что $U(n)$ неверно, то для любого такого m , что $n_0 \leq m < n$, утверждение $U(m)$ верно.

V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

Если $n = n_0$, то это противоречит доказанной базе индукции.

Значит, $n > n_0$. Так как n — *наименьший* такой номер, что $U(n)$ неверно, то для любого такого m , что $n_0 \leq m < n$, утверждение $U(m)$ верно. Но тогда, согласно доказанному **шагу индукции**,

V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Метод математической индукции фактически является «позитивной формулировкой» соответствующего рассуждения «от противного».

В самом деле, пусть мы провели доказательство методом математической индукции, то есть база и шаг индукции доказаны. Пусть, тем не менее, предикат $U(n)$ справедлив не для любого $n \geq n_0$.

Выберем наименьший такой номер $n \geq n_0$, для которого $U(n)$ неверно.

Если $n = n_0$, то это противоречит доказанной базе индукции.

Значит, $n > n_0$. Так как n — *наименьший* такой номер, что $U(n)$ неверно, то для любого такого m , что $n_0 \leq m < n$, утверждение $U(m)$ верно. Но тогда, согласно доказанному **шагу индукции**, $U(n)$ тоже верно, что противоречит выбору n .

V.4.2. Связь с методом доказательства «от противного»

Таким образом, если доказаны база и шаг индукции, то $U(n)$ истинно для любого $n \geq n_0$.

Из вышесказанного можно сделать следующий вывод:

При доказательстве шага индукции необходимо свести ситуацию к случаю меньшего, чем «текущее», значения параметра n .

Рассмотреть пример?

V.5. Если непонятно, как доказать...

Что делать, если после прочтения доказательства что-то осталось для вас непонятным? Можно предложить несколько способов преодоления этого затруднения.

V.5. Если непонятно, как доказать...

1. Еще раз проанализировать *определения* понятий, использованных в формулировке и доказательстве теоремы.

V.5. Если непонятно, как доказать...

1. Еще раз проанализировать *определения* понятий, использованных в формулировке и доказательстве теоремы.
2. Следует еще раз подробно рассмотреть приведенное в книге доказательство. Возможно, вы не обратили внимание на какую-то деталь, оказавшуюся существенной.

V.5. Если непонятно, как доказать...

1. Еще раз проанализировать *определения* понятий, использованных в формулировке и доказательстве теоремы.
2. Следует еще раз подробно рассмотреть приведенное в книге доказательство. Возможно, вы не обратили внимание на какую-то деталь, оказавшуюся существенной.
3. Если это не помогло, следует применить прием *конкретизации*, т.е. рассмотреть пример. Нередко достаточно придать переменным конкретные значения. Может оказаться, что при этих значениях переменных не все рассматриваемые утверждения верны, но тем не менее вам станет понятной причина затруднения.

V.5. Если непонятно, как доказать...

4. Можно попытаться самостоятельно доказать теорему, используя рассмотренные выше рекомендации. Как ни странно, именно попытка самостоятельно осуществить доказательство иногда помогает разобраться в непонятном рассуждении.

V.5. Если непонятно, как доказать...

4. Можно попытаться самостоятельно доказать теорему, используя рассмотренные выше рекомендации. Как ни странно, именно попытка самостоятельно осуществить доказательство иногда помогает разобраться в непонятном рассуждении.
5. Как комбинацию последних двух рекомендаций можно рассматривать совет *попытаться построить контрпримеры* к доказываемому утверждению.

V.5. Если непонятно, как доказать...

6. Рассмотреть варианты доказательств, приведенные в других книгах. Вместе с тем следует иметь в виду, что в другом учебнике может использоваться другая последовательность изложения, даже другая аксиоматика, поэтому некоторые утверждения при этом изложении доказываются намного легче, чем, допустим, в нашей работе, но доказательство других утверждений становится более сложным. Иногда упрощение достигается за счет применения не совсем корректных определений и рассуждений. Тем не менее, разумеется, желательно знать и другие подходы к рассматриваемому материалу.

V.5. Если непонятно, как доказать...

7. Учитывая особую роль отношения равенства в математике, выделим способы доказательства равенства. **Доказательство равенства** $L = R$ обычно осуществляется одним из следующих способов: а) сведением к двум неравенствам $L \leq R$ и $L \geq R$ или **включениям** $L \subseteq R$ и $L \supseteq R$; б) приведением к известному тождеству с помощью равносильных преобразований; в) методом «от противного». В данной работе мы будем использовать, в основном, первый из этих способов, поскольку мы рассмотрим весьма ограниченный набор тождеств алгебры подмножеств, что затрудняет применение метода доказательства «от противного».

VI. Неопределяемые понятия математики

Чем более развитой является наука, тем меньше в ней неопределяемых понятий. Математика может быть построена с помощью только двух неопределяемых понятий: *множество* и *элемент множества*.

VI. Неопределяемые понятия математики

Чем более развитой является наука, тем меньше в ней неопределяемых понятий. Математика может быть построена с помощью только двух неопределяемых понятий: *множество* и *элемент множества*.

Так как понятия *множество* и *элемент множества* являются неопределяемыми понятиями математики, то определения этих объектов в математической литературе искать не следует.

VI. Неопределяемые понятия математики

Хотя все математические понятия сводятся в конечном счете к понятиям *множество* и *элемент множества*, при изучении курса математики приходится вводить понятия, которые практически считаются неопределяемыми.

VI. Неопределяемые понятия математики

Хотя все математические понятия сводятся в конечном счете к понятиям *множество* и *элемент множества*, при изучении курса математики приходится вводить понятия, которые практически считаются неопределяемыми.

Дело в том, что сведение понятия «число» к соответствующим множествам (например, кардинальным и ординальным числам), так же как и сведение понятия «отображение» ко множествам, представляет собой процедуру, с одной стороны достаточно сложную для понимания, с другой стороны почти бесполезную для решения «практических» задач. Это пример естественного противоречия, вызванного значительным отрывом математики от остальных наук по уровню абстрагирования.

VII. Множество

«Объекты» из M называются **элементами** множества M , и про элементы из M говорят, что они **содержатся** в множестве M . Как отмечалось выше, понятие «элемент множества» и понятие «содержаться в множестве» являются в математике неопределяемыми. Утверждение « x является элементом множества M » символически записывается так: $x \in M$.

VII. Множество

Мы ограничимся рамками «наивной теории множеств», и будем считать, что **множество** — это любая совокупность M некоторых *попарно различных* «объектов».

VII. Множество

Мы ограничимся рамками «наивной теории множеств», и будем считать, что **множество** — это любая совокупность M некоторых *попарно различных* «объектов».

«Попарно различных» означает, что для любых «объектов» x и y мы можем сказать, различны эти «объекты» или нет. Например, для функций $f(x) = x^2 + 2x + 1$ и $g(x) = (x + 1)^2$ мы можем сказать, что это одна и та же функция, заданная разными выражениями.

VII. Множество

Мы ограничимся рамками «наивной теории множеств», и будем считать, что **множество** — это любая совокупность M некоторых *попарно различных* «объектов».

«Попарно различных» означает, что для любых «объектов» x и y мы можем сказать, различны эти «объекты» или нет. Например, для функций $f(x) = x^2 + 2x + 1$ и $g(x) = (x + 1)^2$ мы можем сказать, что это одна и та же функция, заданная разными выражениями.

«Набор» электронов не образует, вообще говоря, множества, так как все электроны считаются неразличимыми.

VII.1. Условие определенности множества

Множество M задано тогда и только тогда, когда для любого «объекта» x можно ответить на вопрос, принадлежит ли этот «объект» множеству M или нет (иными словами, является ли x элементом множества M).

VII.1. Условие определенности множества

Множество M задано тогда и только тогда, когда для любого «объекта» x можно ответить на вопрос, принадлежит ли этот «объект» множеству M или нет (иными словами, является ли x элементом множества M).

Отметим, что мы не утверждаем существования конструктивной процедуры для ответа на вопрос о принадлежности произвольного «объекта» множеству M , мы лишь утверждаем, что на этот вопрос в принципе можно ответить, хотя, быть может, мы не знаем, каким именно образом.

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Внимание! Это важно!

VII.2. Аксиома экстенциональности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Все

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Все вопросы

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Все вопросы относительно множества

VII.2. Аксиома экстенсionalности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Все вопросы относительно множества сводятся

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Все вопросы относительно множества сводятся к его элементам.

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Все вопросы относительно множества сводятся к его элементам.

Мы будем говорить, что множество A состоит из элементов со свойством Φ тогда и только тогда, когда, во-первых,

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Все вопросы относительно множества сводятся к его элементам.

Мы будем говорить, что множество A состоит из элементов со свойством Φ тогда и только тогда, когда, во-первых, всякий «объект», обладающий свойством Φ , принадлежит множеству A и, во-вторых,

VII.2. Аксиома экстенсинальности

Множество полностью определяется своими элементами.

Когда мы говорим о множестве, нас могут не интересовать свойства элементов, характер их взаимодействия друг с другом и т.п. — важно лишь, что

1) мы можем точно установить, содержится ли элемент в данном множестве;

2) для пары элементов, совпадают ли они.

Все вопросы относительно множества сводятся к его элементам.

Мы будем говорить, что множество A состоит из элементов со свойством Φ тогда и только тогда, когда, во-первых, всякий «объект», обладающий свойством Φ , принадлежит множеству A и, во-вторых, ни один «объект», не обладающий свойством Φ , множеству A не принадлежит.

VII.3. Стандартные способы представления множества

1) Списком элементов: $M = \{a, b, \dots\}$, где в фигурных скобках записаны все элементы множества M , и только они.

Рассмотреть пример?

VII.3. Стандартные способы представления множества

1) Списком элементов: $M = \{a, b, \dots\}$, где в фигурных скобках записаны все элементы множества M , и только они.

Этот способ удобен в случае, когда множество M состоит из небольшого количества элементов или когда по небольшому фрагменту списка элементов можно понять «устройство» всего списка, например,

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ — множество натуральных чисел или

$M = \{\text{папа, мама, дочь, сын}\}$ — множество, элементами которого являются только эти четыре слова.

VII.3. Стандартные способы представления множества

1) Списком элементов: $M = \{a, b, \dots\}$, где в фигурных скобках записаны все элементы множества M , и только они.

Этот способ удобен в случае, когда множество M состоит из небольшого количества элементов или когда по небольшому фрагменту списка элементов можно понять «устройство» всего списка, например,

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ — множество натуральных чисел или

$M = \{\text{папа, мама, дочь, сын}\}$ — множество, элементами которого являются только эти четыре слова.

Этот способ корректен, так как при таком задании мы можем ответить на выделенный рамочкой вопрос о том, принадлежит ли данный «объект» данному множеству.

VII.3. Стандартные способы представления множества

1) Списком элементов: $M = \{a, b, \dots\}$, где в фигурных скобках записаны все элементы множества M , и только они.

На самом деле иногда не обязательно выписывать *все* элементы данного множества. Например, множество всех четных натуральных чисел бесконечно, и поэтому выписать все его элементы невозможно, но по достаточно длинному фрагменту списка $\mathbb{N}_2 = \{2, 4, 6, \dots\}$ нетрудно понять «особенности устройства» этого множества и

VII.3. Стандартные способы представления множества

1) Списком элементов: $M = \{a, b, \dots\}$, где в фигурных скобках записаны все элементы множества M , и только они.

На самом деле иногда не обязательно выписывать *все* элементы данного множества. Например, множество всех четных натуральных чисел бесконечно, и поэтому выписать все его элементы невозможно, но по достаточно длинному фрагменту списка $\mathbb{N}_2 = \{2, 4, 6, \dots\}$ нетрудно понять «особенности устройства» этого множества и ответить на основной вопрос о принадлежности элемента этому множеству.

VII.3. Стандартные способы представления множества

1) Списком элементов: $M = \{a, b, \dots\}$, где в фигурных скобках записаны все элементы множества M , и только они.

На самом деле иногда не обязательно выписывать *все* элементы данного множества. Например, множество всех четных натуральных чисел бесконечно, и поэтому выписать все его элементы невозможно, но по достаточно длинному фрагменту списка $\mathbb{N}_2 = \{2, 4, 6, \dots\}$ нетрудно понять «особенности устройства» этого множества и ответить на основной вопрос о принадлежности элемента этому множеству.

Ясно, что $12 \in \mathbb{N}_2$, а число 9 или выражение $\sin^2 x$ — не являются элементами множества $\mathbb{N}_2$.

VII.3. Стандартные способы представления множества

2) С помощью характеристического свойства:

$$M = \left\{ x \mid \text{критерий того, что } x \in M \right\}.$$

VII.3. Стандартные способы представления множества

2) С помощью характеристического свойства:

$$M = \left\{ x \mid \text{критерий того, что } x \in M \right\}.$$

Например, множество всех четных натуральных чисел можно записать так:

$$M = \{ n \mid n = 2k, k \in \mathbb{N} \} = \{ 2, 4, 6, \dots \}.$$

VII.3. Стандартные способы представления множества

2) С помощью характеристического свойства:

$$M = \left\{ x \mid \text{критерий того, что } x \in M \right\}.$$

Другой пример: $M = \left\{ x \mid x^2 - 3x + 2 = 0 \right\} = \{1, 2\}$ — множество решений уравнения $x^2 - 3x + 2 = 0$. Этот способ также корректен, так как для ответа на вопрос *принадлежит ли данный «объект» данному множеству* достаточно проверить, удовлетворяет ли он характеристическому свойству этого множества.

Рассмотреть пример?

VII.4. Пустое множество

Подобно тому, как для чисел удобно ввести число 0, означающее «нисколько», так и для множеств удобно рассмотреть множество, не содержащее ни одного элемента, его называют **пустым** и обозначают символом $\emptyset$.

VII.4. Пустое множество

Подобно тому, как для чисел удобно ввести число 0, означающее «нисколько», так и для множеств удобно рассмотреть множество, не содержащее ни одного элемента, его называют **пустым** и обозначают символом $\emptyset$.

Является ли множество $\{\emptyset\}$ пустым?

VIII. Алгебраический подход к заданию множеств

Алгебраический подход к заданию множеств состоит из трёх компонентов:

VIII. Алгебраический подход к заданию множеств

Алгебраический подход к заданию множеств состоит из трёх компонентов:

— система базовых элементов;

VIII. Алгебраический подход к заданию множеств

Алгебраический подход к заданию множеств состоит из трёх компонентов:

- система базовых элементов;
- система типовых преобразований (например, **алгебраических операций**);

VIII. Алгебраический подход к заданию множеств

Алгебраический подход к заданию множеств состоит из трёх компонентов:

- система базовых элементов;
- система типовых преобразований (например, **алгебраических операций**);
- механизм аппроксимирования.

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется часть множества.

Корректное определение?

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется часть множества.

Корректное определение?

Термин «часть» не входит в состав стандартных терминов теории множеств, поэтому отсекается «бритвой Оккама».

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется множество,

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется множество, все элементы которого входят в исходное (большое?) множество.

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется множество, все элементы которого входят в исходное (большое?) множество.

Неуклюже!!!

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется множество, все элементы которого входят в исходное (большое?) множество.

Как ссылаться на эти множества в тексте определения?

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется множество, все элементы которого входят в исходное (большое?) множество.

Как ссылаться на эти множества в тексте определения?

Надо обозначить эти множества буквами!

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется множество, все элементы которого входят в исходное (большое?) множество.

Множество A называется подмножеством множества B тогда и только тогда, когда все элементы множества A содержатся во множестве B .

VIII.1. Подмножество

Подмножеством называется множество, все элементы которого входят в исходное (большое?) множество.

Множество A называется подмножеством множества B тогда и только тогда, когда все элементы множества A содержатся во множестве B .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B). \quad (2)$$

VIII.2. Операции алгебры подмножеств

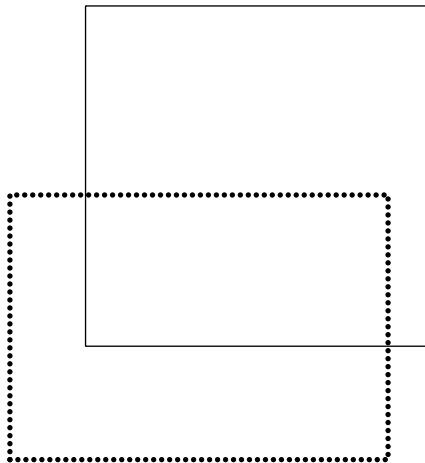
Для задания множеств с помощью формул нам следует определить операции на совокупности множеств.

VIII.2.1. Пересечение множеств

Пересечение — это...

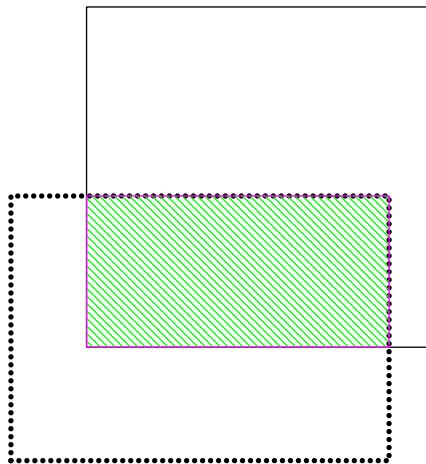


VIII.2.1. Пересечение множеств



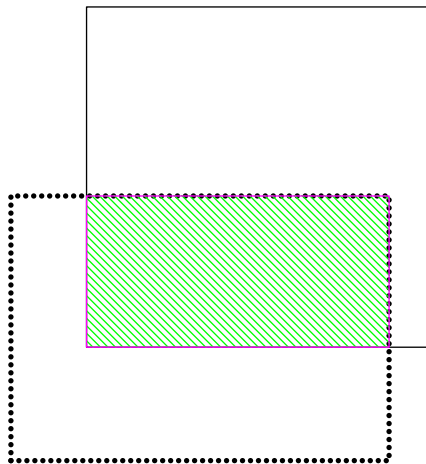
Пересечение — это...

VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение — это...

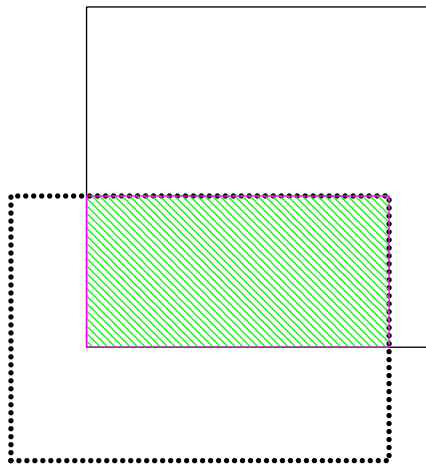
VIII.2.1. Пересечение множеств



*Пересечение — это
«общая часть» множеств.*

Устроит ли нас это «определение»?

VIII.2.1. Пересечение множеств

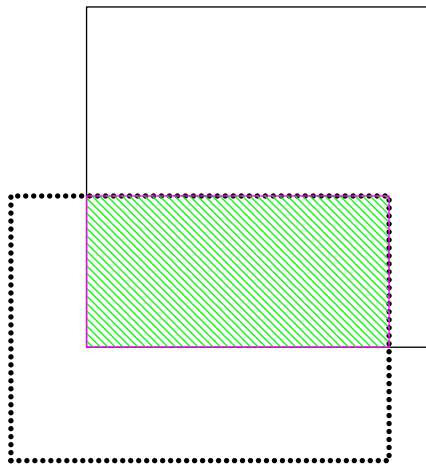


*Пересечение — это
«общая часть» множеств.*

Устроит ли нас это «определение»?

Слово «часть» не является математическим термином.

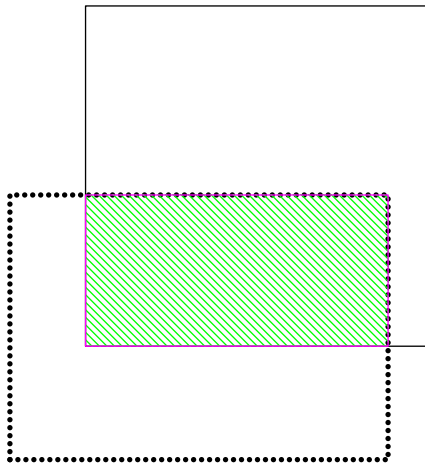
VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение — это...

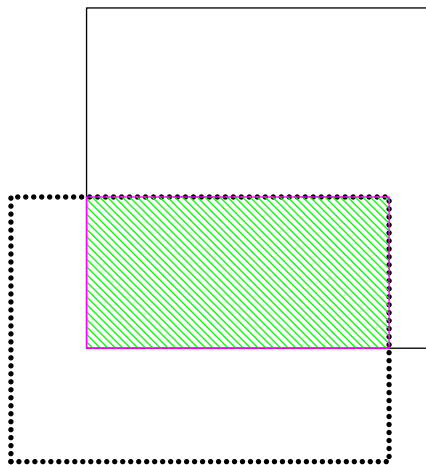
VIII.2.1. Пересечение множеств

Пересечение — это...



Родовое понятие?

VIII.2.1. Пересечение множеств

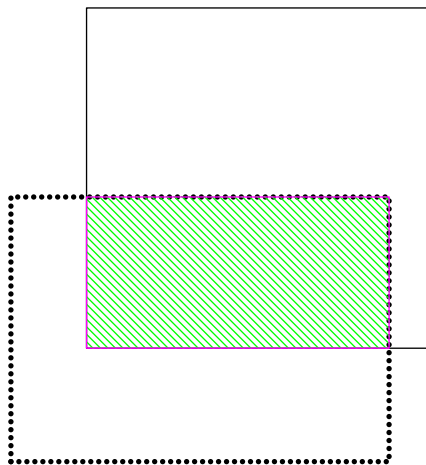


Пересечение — это...

Родовое понятие?

Каким математическим объектом является пересечение двух конкретных множеств?

VIII.2.1. Пересечение множеств

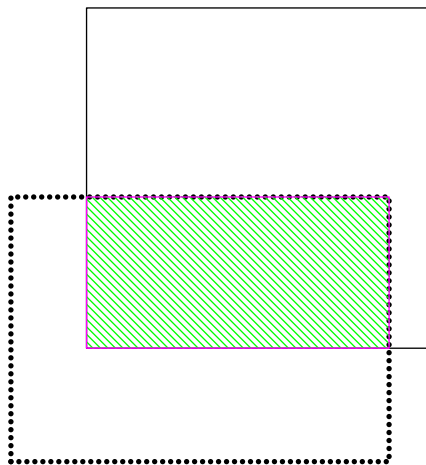


Пересечение — это множество...

Родовое понятие?

Каким математическим объектом является пересечение двух конкретных множеств?

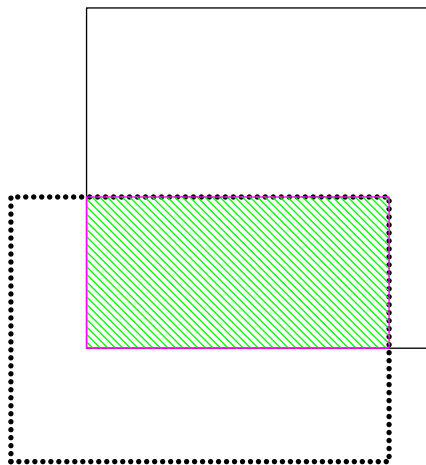
VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение — это множество...

Нам придется ссылаться на множества, пересечение которых рассматривается. Для этого

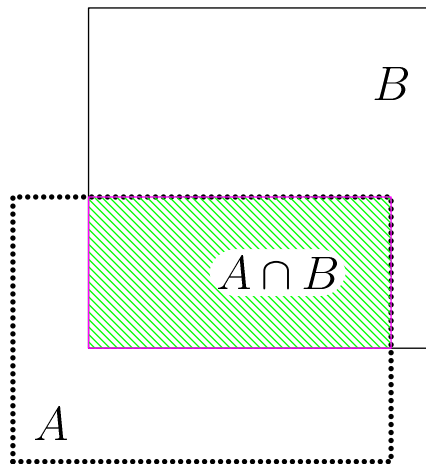
VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение — это множество...

Нам придется ссылаться на множества, пересечение которых рассматривается. Для этого обозначим их буквами.

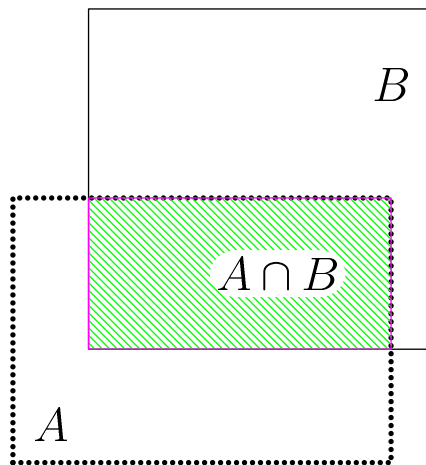
VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение — это множество...

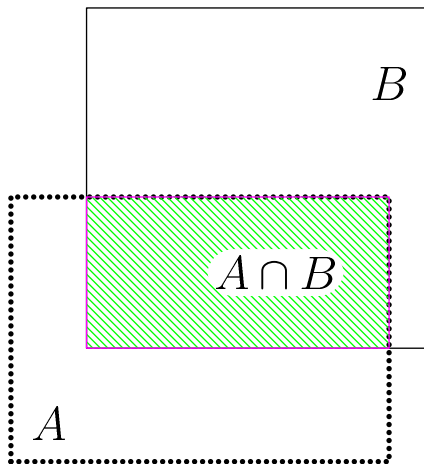
Нам придется ссылаться на множества, пересечение которых рассматривается. Для этого обозначим их буквами.

VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение множеств A и B — это множество...

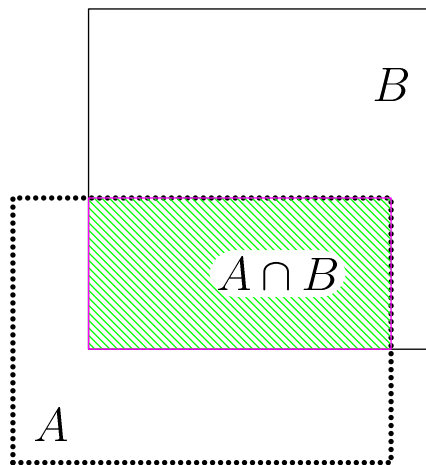
VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение множеств A и B — это множество...

Характеристическое свойство?

VIII.2.1. Пересечение множеств

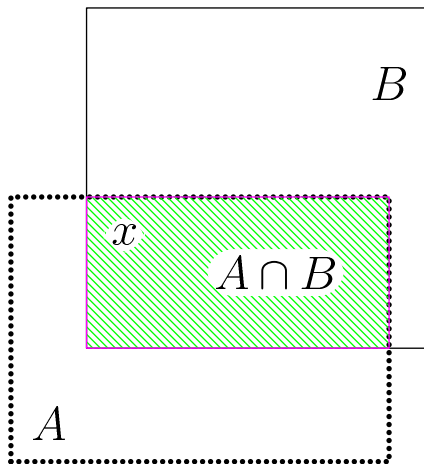


Пересечение множеств A и B — это множество...

Характеристическое свойство?

Согласно **аксиоме полноты**, характеристическое свойство следует сформулировать в терминах элементов этих множеств.

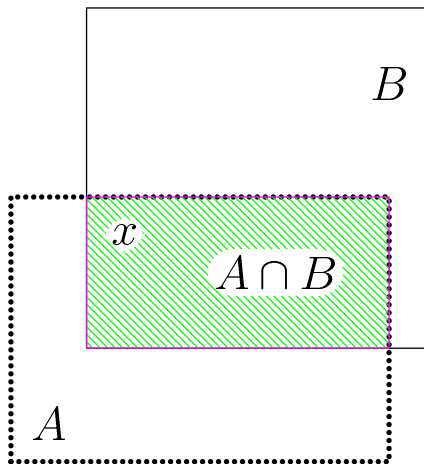
VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение множеств A и B — это множество...

Элемент x принадлежит $A \cap B$, если

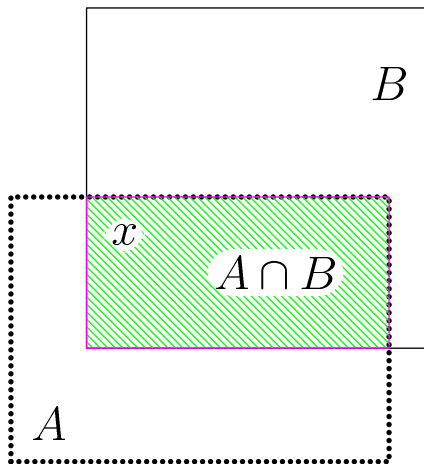
VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение множеств A и B — это множество...

Элемент x принадлежит $A \cap B$, если $x \in A$ и $x \in B$, т.е.

VIII.2.1. Пересечение множеств

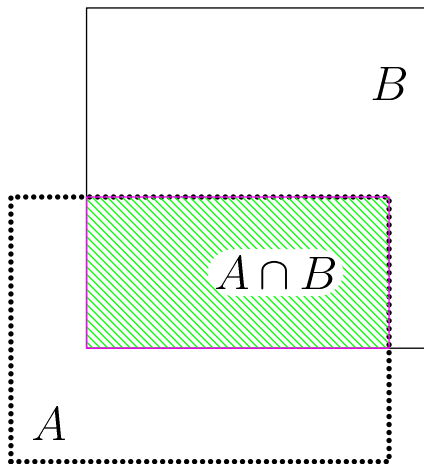


Пересечение множеств A и B — это множество...

Элемент x принадлежит $A \cap B$, если $x \in A$ и $x \in B$, т.е.

$$\begin{cases} x \in A, \\ x \in B. \end{cases}$$

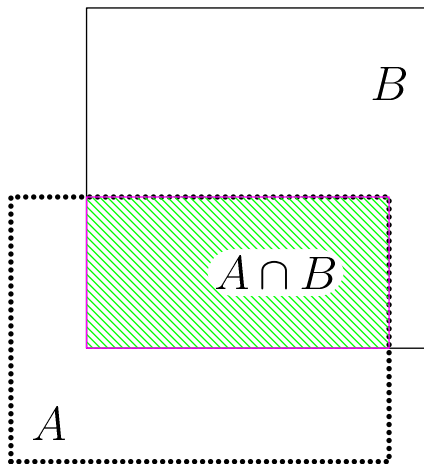
VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Слишком много слов естественного языка.

VIII.2.1. Пересечение множеств

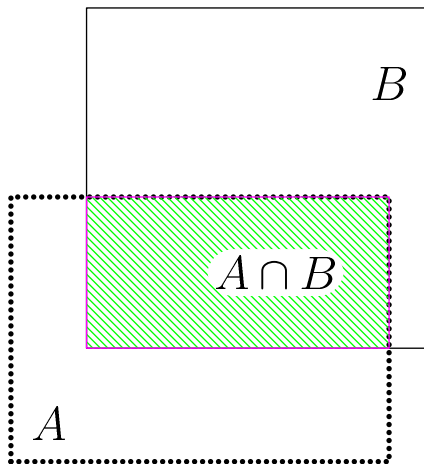


Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Пересечением множеств A и B называется множество $A \cap B$:

$$A \cap B = \left\{ x \mid \left\{ \begin{array}{l} x \in A, \\ x \in B. \end{array} \right\} \right\}.$$

VIII.2.1. Пересечение множеств



Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

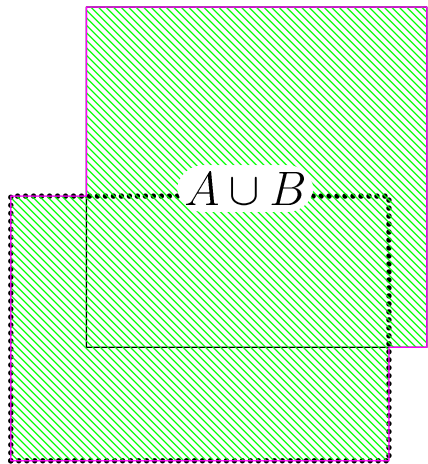
Пересечением множеств A и B называется множество $A \cap B$:

$$A \cap B = \left\{ x \mid \left\{ \begin{array}{l} x \in A, \\ x \in B. \end{array} \right\} \right\}.$$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A, \\ x \in B. \end{array} \right. \quad (3)$$

VIII.2.2. Объединение множеств

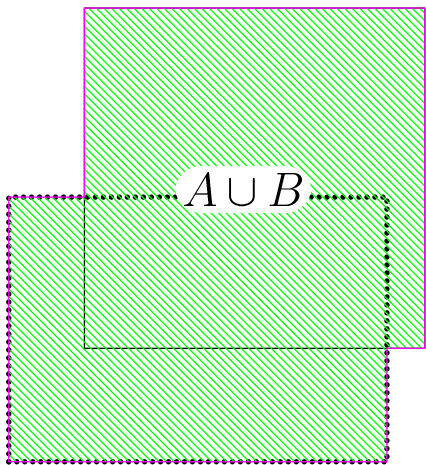
Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .



VIII.2.2. Объединение множеств

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

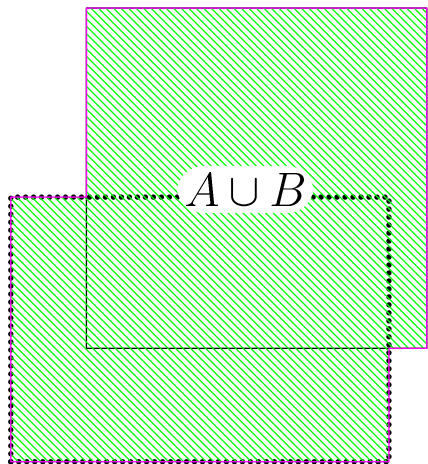
*Объединение множеств
— это ...*



VIII.2.2. Объединение множеств

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

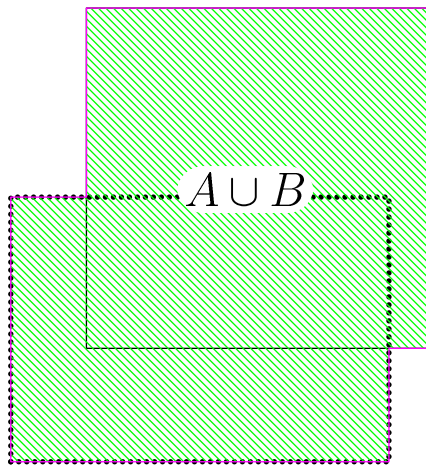
*Объединение множеств
— это множество...*



VIII.2.2. Объединение множеств

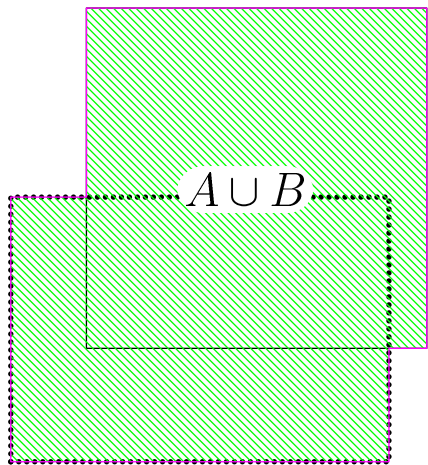
Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$,



VIII.2.2. Объединение множеств

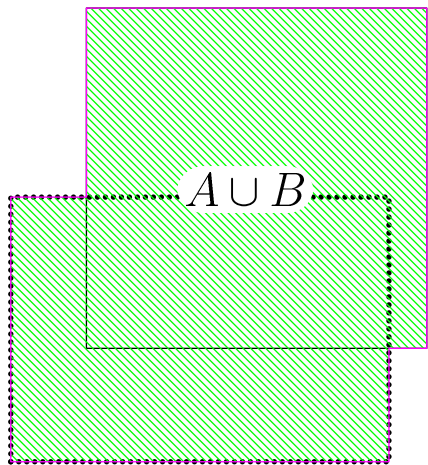
Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .



Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов,

VIII.2.2. Объединение множеств

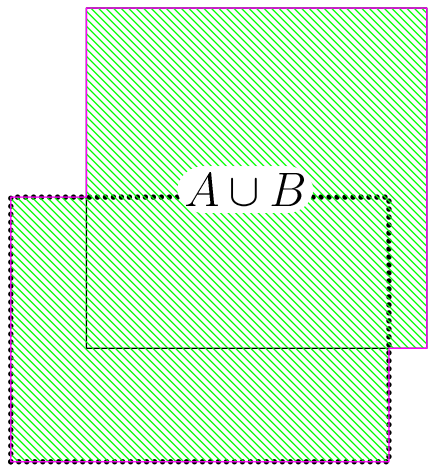
Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .



Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

VIII.2.2. Объединение множеств

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .



Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

Здесь «или» — неисключающее, т.е. не «либо..., либо...».

VIII.2.2. Объединение множеств

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

VIII.2.2. Объединение множеств

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow$$

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

VIII.2.2. Объединение множеств

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A, \\ x \in B. \end{cases}$$

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

VIII.2.2. Объединение множеств

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A, \\ x \in B. \end{cases}$$

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow$$

VIII.2.2. Объединение множеств

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A, \\ x \in B. \end{cases}$$

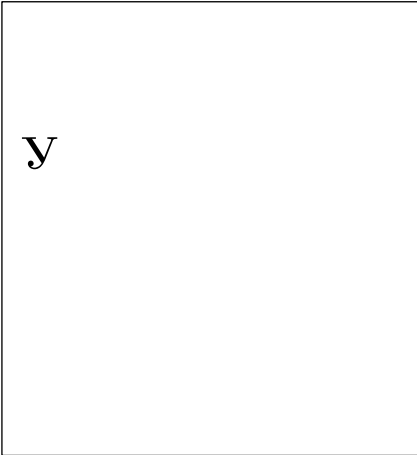
Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A, \\ x \in B. \end{cases}$$

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .



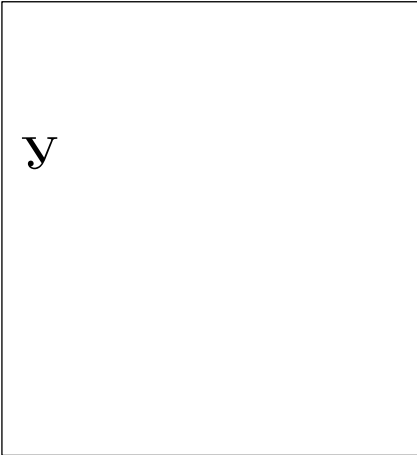
у

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

Пусть Y — фиксированное множество,

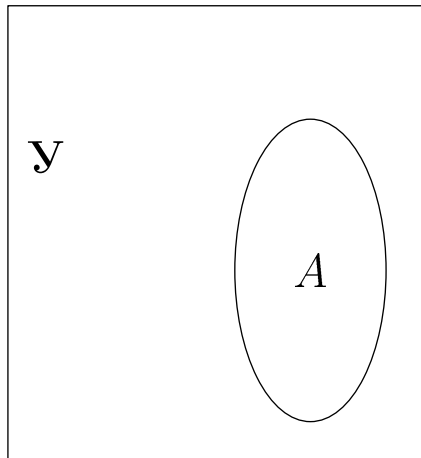


Y

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

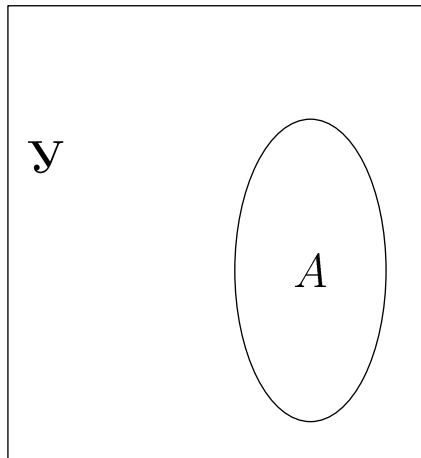


Пусть U — фиксированное множество,

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .

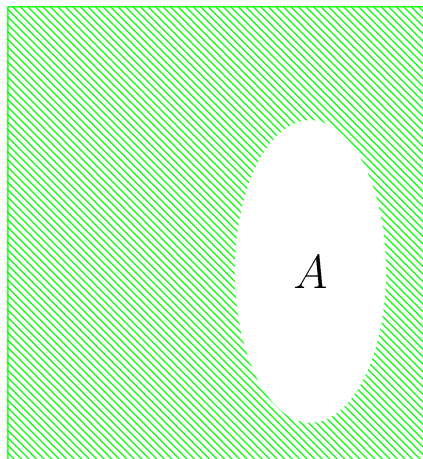


Пусть Y — фиксированное множество,
 $A \subseteq Y$.

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .



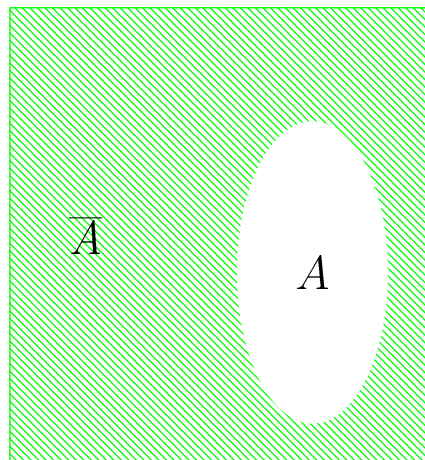
Пусть Y — фиксированное множество,
 $A \subseteq Y$.

Дополнением ко множеству A называется

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .



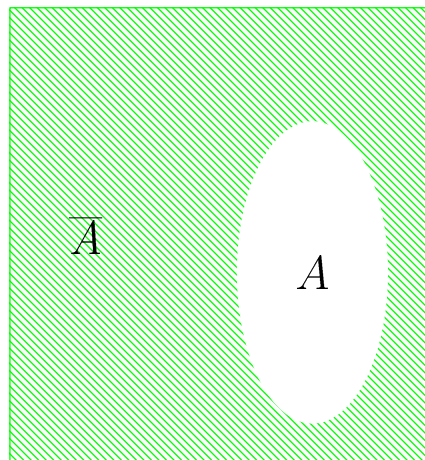
Пусть $\mathcal{Y}$ — фиксированное множество,
 $A \subseteq \mathcal{Y}$.

Дополнением ко множеству A называется

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .



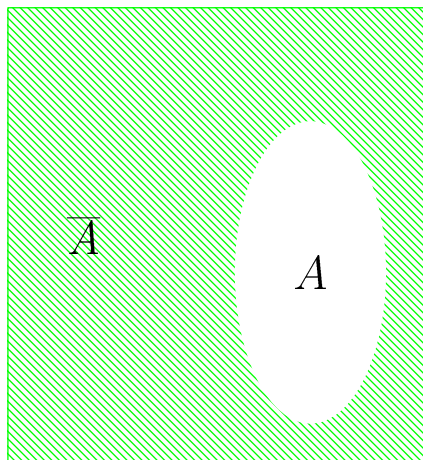
Пусть U — фиксированное множество,
 $A \subseteq U$.

*Дополнением ко множеству A
называется множество $\overline{A}$,*

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .



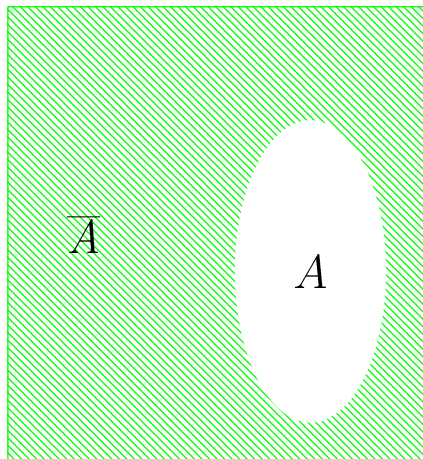
Пусть U — фиксированное множество, $A \subseteq U$.

Дополнением ко множеству A называется множество $\overline{A}$, *состоящее из*

VIII.2.3. Дополнение ко множеству

Пересечение множеств A и B — это множество $A \cap B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат одновременно и множеству A , и множеству B .

Объединение множеств A и B — это множество $A \cup B$, *состоящее из* всех тех элементов, которые принадлежат множеству A или множеству B .



Пусть U — фиксированное множество, $A \subseteq U$.

Дополнением ко множеству A называется множество $\bar{A}$, *состоящее из* всех тех элементов множества U , которые не принадлежат множеству A .

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение **1**. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение 1. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

Например,

$$\{0; 1; 2\} \times \{a; b\} =$$

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение 1. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

Например,

$$\{0; 1; 2\} \times \{a; b\} = \{ \quad \quad \quad \}.$$

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение 1. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

Например,

$$\{0; 1; 2\} \times \{a; b\} = \{(0; a); \quad \quad \quad \}.$$

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение 1. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

Например,

$$\{0; 1; 2\} \times \{a; b\} = \{(0; a); (0; b);$$

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение 1. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

Например,

$$\{0; 1; 2\} \times \{a; b\} = \{(0; a); (0; b); (1; a); \quad \}.$$

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение 1. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

Например,

$$\{0; 1; 2\} \times \{a; b\} = \{(0; a); (0; b); (1; a); (1; b); \quad \}.$$

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение 1. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

Например,

$$\{0; 1; 2\} \times \{a; b\} = \{(0; a); (0; b); (1; a); (1; b); (2; a); \quad \}.$$

VIII.2.4. Декартово произведение множеств

Определение 1. *Декартовым произведением множеств A и B называется множество упорядоченных пар, первая компонента которых принадлежит A , а вторая — B :*

$$A \times B = \left\{ (a; b) \left| \begin{array}{l} a \in A, \\ b \in B \end{array} \right. \right\}. \quad (4)$$

Например,

$$\{0; 1; 2\} \times \{a; b\} = \{(0; a); (0; b); (1; a); (1; b); (2; a); (2; b)\}.$$

IX. Уровни абстрагирования при поиске ответа

Мы выделяем три уровня конкретизации информации при поиске решения задачи:

IX. Уровни абстрагирования при поиске ответа

Мы выделяем три уровня конкретизации информации при поиске решения задачи:

— математический язык, на котором будет сформулирован ответ;

IX. Уровни абстрагирования при поиске ответа

Мы выделяем три уровня конкретизации информации при поиске решения задачи:

- математический язык, на котором будет сформулирован ответ;
- шаблон ответа;

IX. Уровни абстрагирования при поиске ответа

Мы выделяем три уровня конкретизации информации при поиске решения задачи:

- математический язык, на котором будет сформулирован ответ;
- шаблон ответа;
- конкретный искомый объект.

IX.1. Примеры математических языков

Мы здесь ограничимся только наиболее распространенными математическими языками, используемыми в курсе школьной математики.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Можно сказать, что шаблоны языка алгебраических выражение основаны на алгебраическом подходе к моделированию, который по Ю.Б.Мельникову представляет собой систему из трех компонентов:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

1) совокупность базовых объектов;

Можно сказать, что шаблоны языка алгебраических выражение основаны на алгебраическом подходе к моделированию, который по Ю.Б.Мельникову представляет собой систему из трех компонентов:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;

Можно сказать, что шаблоны языка алгебраических выражение основаны на алгебраическом подходе к моделированию, который по Ю.Б.Мельникову представляет собой систему из трех компонентов:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Можно сказать, что шаблоны языка алгебраических выражение основаны на алгебраическом подходе к моделированию, который по Ю.Б.Мельникову представляет собой систему из трех компонентов:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0} - \sin x \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0} - \sin x \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

Желтым выделены буквенные идентификаторы, обозначающие числа и

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0} - \sin x \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

Желтым выделены буквенные идентификаторы, обозначающие числа и векторы.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0} - \sin x \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

Желтым выделены буквенные идентификаторы, обозначающие числа и векторы.

Зеленым отметим константы:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0} - \sin x \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

Желтым выделены буквенные идентификаторы, обозначающие числа и векторы.

Зеленым отметим константы: числовые и

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a} \vec{i}) \vec{j}.$$

Желтым выделены буквенные идентификаторы, обозначающие числа и векторы.

Зеленым отметим константы: числовые и

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a} \vec{i}) \vec{j}.$$

Желтым выделены буквенные идентификаторы, обозначающие числа и векторы.

Зеленым отметим константы: числовые и векторные.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0} - \sin x \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

Желтым выделены буквенные идентификаторы, обозначающие числа и векторы.

Зеленым отметим константы: числовые и векторные.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции,

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x+y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции,

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2(x+y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a}\vec{i})\vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции,

Но некоторые двуместные функции и операции в записи пропущены «по умолчанию!»

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0} \sin x \quad \text{и} \quad 2\vec{a} + 3\vec{i} - (\vec{a} \vec{i}) \vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции,

Но некоторые двуместные функции и операции в записи пропущены «по умолчанию!»

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0} \sin x \quad \text{и} \quad 2 \vec{a} + 3 \vec{i} - (\vec{a} \vec{i}) \vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции,

Но некоторые двуместные функции и операции в записи пропущены «по умолчанию!»

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0} \sin x \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \vec{i}) \vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции,

Но некоторые двуместные функции и операции в записи пропущены «по умолчанию!»

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0} \sin x \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции,

Но некоторые двуместные функции и операции в записи пропущены «по умолчанию!»

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0} \sin x \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции,

Но некоторые двуместные функции и операции в записи пропущены «по умолчанию!»

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0} \sin x \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции, и зеленым — одноместные.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

Теперь желтым цветом отметим двуместные операции и функции, и зеленым — одноместные.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;
- 3) механизм аппроксимирования представлен грамматическими правилами, например, за открывающей скобкой должно следовать

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;
- 3) механизм аппроксимирования представлен грамматическими правилами, например, за открывающей скобкой должно следовать

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;
- 3) механизм аппроксимирования представлен грамматическими правилами, например, за открывающей скобкой должно следовать выражение,

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;
- 3) механизм аппроксимирования представлен грамматическими правилами, например, за открывающей скобкой должно следовать выражение,

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;
- 3) механизм аппроксимирования представлен грамматическими правилами, например, за открывающей скобкой должно следовать выражение, и завершаться закрывающей скобкой.

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;
- 3) механизм аппроксимирования представлен грамматическими правилами, например, за открывающей скобкой должно следовать выражение, и завершаться закрывающей скобкой.

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

- 1) совокупность базовых объектов;
- 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций объектов;
- 3) механизм аппроксимирования.

Шаблон языка алгебраических выражений:

- 1) базовые объекты: буквенные идентификаторы и константы;
- 2) типовые преобразования и комбинации: обозначения функций и операций;
- 3) механизм аппроксимирования представлен грамматическими правилами, например, за открывающей скобкой должно следовать выражение, и завершаться закрывающей скобкой.

Например, рассмотрим выражения:

$$2 \cdot (x + y)^2 - \sqrt{x_0 - \sin x} \quad \text{и} \quad 2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \vec{i} - (\vec{a} \cdot \vec{i}) \cdot \vec{j}.$$

«Правило закрывающейся скобки» не применяется для знака системы и совокупности отношений (например, уравнений)!

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется: преобразованию суммы в произведение;

Например,

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется: преобразованию суммы в произведение;

Например, $x^2 - y^2 =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется: преобразованию суммы в произведение;

Например, $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется: преобразованию суммы в произведение;

Например, $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$; $\sin 2p - \sin 2q =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;

$$\text{Например, } x^2 - y^2 = (x - y)(x + y); \quad \sin 2p - \sin 2q = 2 \cos (p + q) \sin (p - q).$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;

Например,

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;

Например, $(x-y)(x^2+xy+y^2) =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;

$$\text{Например, } (x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3+y^3;$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;

$$\text{Например, } (x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3+y^3; \quad \cos p \sin q =$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;

$$\text{Например, } (x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3+y^3; \quad \cos p \sin q = \frac{1}{2} (\sin(p+q) - \sin(p-q)).$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например,

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, $\sin 2x =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$; $\ln pq =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и 

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$; $\ln pq = \ln p + \ln q$.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:

- преобразованию суммы в произведение;
- преобразованию произведения в сумму;
- преобразованию функции с «составным» аргументом.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:

- преобразованию суммы в произведение;
- преобразованию произведения в сумму;
- преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{cases} 3 = a, \\ \end{cases}$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases}$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases}$$

Решая последнее уравнение системы относительно a , получаем...

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = a, \end{cases}$$

Решая последнее уравнение системы относительно a , получаем...

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x^2 - 2x - a) = 0 \end{cases}$$

Решая последнее уравнение системы относительно a , получаем...

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x^2 - 2x - a) = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3 = a, \\ \end{cases}$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x^2 - 2x - a) = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x - 1 - \sqrt{1 + a})(x - 1 + \sqrt{1 + a}) = 0 \end{cases}$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} & \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x^2 - 2x - a) = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x - 1 - \sqrt{1 + a})(x - 1 + \sqrt{1 + a}) = 0 \end{cases} & \\ \begin{cases} 3 = a, \\ x = \end{cases} & \end{aligned}$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} & \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x^2 - 2x - a) = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x - 1 - \sqrt{1 + a})(x - 1 + \sqrt{1 + a}) = 0 \end{cases} & \\ \begin{cases} 3 = a, \\ x = 1 \pm \sqrt{1 + a} \end{cases} & \end{aligned}$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x^2 - 2x - a) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x - 1 - \sqrt{1 + a})(x - 1 + \sqrt{1 + a}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 = a, \\ x = 1 \pm \sqrt{1 + a} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \\ x = \end{cases}$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} & \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x^2 - 2x - a) = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x - 1 - \sqrt{1 + a})(x - 1 + \sqrt{1 + a}) = 0 \end{cases} & \\ \begin{cases} 3 = a, \\ x = 1 \pm \sqrt{1 + a} \end{cases} & \begin{cases} x = -1, \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

Основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Среди тождественных преобразований особое внимание уделяется:
преобразованию суммы в произведение;
преобразованию произведения в сумму;
преобразованию функции с «составным» аргументом.

Например, чтобы найти корни уравнения $x^4 - 2x^3 - 6x - 9 = 0$ можно провести замену переменной

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3 = a, \\ x^4 - 2x^3 - 2ax - a^2 = 0 \end{cases} & \quad \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x^2 - 2x - a) = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3 = a, \\ (x^2 + a)(x - 1 - \sqrt{1+a})(x - 1 + \sqrt{1+a}) = 0 \end{cases} & \\ \begin{cases} 3 = a, \\ x = 1 \pm \sqrt{1+a} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1, \\ x = 3. \end{cases} & \quad \text{Рассмотрим пример?} \end{aligned}$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$; $L \leq R$;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$; $L \leq R$; $L > R$;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$; $L \leq R$; $L > R$; $L \geq R$;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$; $L \leq R$; $L > R$; $L \geq R$; $L \neq R$.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$; $L \leq R$; $L > R$; $L \geq R$; $L \neq R$.

Шаблоны систем и совокупностей уравнений и неравенств:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$; $L \leq R$; $L > R$; $L \geq R$; $L \neq R$.

Шаблоны систем и совокупностей уравнений и неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{ll} Relation_1(L_1; R_1), & \text{утверждение} \\ Relation_2(L_2; R_2), & \text{об одновременной} \\ \dots & \text{истинности} \\ Relation_{n-1}(L_{n-1}; R_{n-1}), & \text{всех отношений} \\ Relation_n(L_n; R_n), & \end{array} \right.$$

где $Relation_k(L_k; R_k)$ — одно из отношений, представленных в шаблонах уравнений и неравенств.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$; $L \leq R$; $L > R$; $L \geq R$; $L \neq R$.

Шаблоны систем и совокупностей уравнений и неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} Relation_1(L_1; R_1), \\ Relation_2(L_2; R_2), \\ \dots \\ Relation_{n-1}(L_{n-1}; R_{n-1}), \\ Relation_n(L_n; R_n), \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} Relation_1(L_1; R_1), \\ Relation_2(L_2; R_2), \\ \dots \\ Relation_{n-1}(L_{n-1}; R_{n-1}), \\ Relation_n(L_n; R_n), \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{утверждение} \\ \text{об истинности} \\ \text{хотя бы одного из} \\ \text{всех отношений} \end{array}$$

где $Relation_k(L_k; R_k)$ — одно из отношений, представленных в шаблонах уравнений и неравенств.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Шаблон уравнения: $L = R$;

Шаблоны неравенств: $L < R$; $L \leq R$; $L > R$; $L \geq R$; $L \neq R$.

Шаблоны систем и совокупностей уравнений и неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} Relation_1(L_1; R_1), \\ Relation_2(L_2; R_2), \\ \dots \\ Relation_{n-1}(L_{n-1}; R_{n-1}), \\ Relation_n(L_n; R_n), \end{array} \right. \left[\begin{array}{l} Relation_1(L_1; R_1), \\ Relation_2(L_2; R_2), \\ \dots \\ Relation_{n-1}(L_{n-1}; R_{n-1}), \\ Relation_n(L_n; R_n), \end{array} \right.$$

где $Relation_k(L_k; R_k)$ — одно из отношений, представленных в шаблонах уравнений и неравенств.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

IX.1. Примеры математических языков

1) **Язык алгебраических выражений.**

2) **«Язык равенств и неравенств».**

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

Например,

IX.1. Примеры математических языков

1) **Язык алгебраических выражений.**

2) **«Язык равенств и неравенств».**

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

Например,

тождественного преобразования левой или правой частей равенства;

IX.1. Примеры математических языков

1) **Язык алгебраических выражений.**

2) **«Язык равенств и неравенств».**

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

Например,

тождественного преобразования левой или правой частей равенства;

равносильного преобразования уравнения, например, замены равенства на сумму (произведение) левых и правых частей других равенств;

IX.1. Примеры математических языков

1) **Язык алгебраических выражений.**

2) **«Язык равенств и неравенств».**

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

Например,

тождественного преобразования левой или правой частей равенства;

равносильного преобразования уравнения, например, замены равенства на сумму (произведение) левых и правых частей других равенств;

замены переменной в обеих частях равенства;

IX.1. Примеры математических языков

1) **Язык алгебраических выражений.**

2) **«Язык равенств и неравенств».**

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

Например,

тождественного преобразования левой или правой частей равенства;

равносильного преобразования уравнения, например, замены равенства на сумму (произведение) левых и правых частей других равенств;

замены переменной в обеих частях равенства;

конкретизации уравнения (например, замены параметра на его числовое значение).

IX.1. Примеры математических языков

1) **Язык алгебраических выражений.**

2) **«Язык равенств и неравенств».**

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

2.2) как результат вычисления некоторого объекта двумя способами.

$$L(x, y, \dots, z) = R(x, y, \dots, z)$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

2.2) как результат вычисления некоторого объекта двумя способами.

$$L(x, y, \dots, z) \underbrace{\quad \quad}_{\text{величина} =} R(x, y, \dots, z)$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

2.2) как результат вычисления некоторого объекта двумя способами.

$$\underbrace{L(x, y, \dots, z)}_{\text{1-й способ}} \overset{\text{величина}}{=} R(x, y, \dots, z)$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

Наибольшее время в средней школе и типовых курсах математики в вузе выделяется преобразованию выражений, представленных в виде равенств.

Несколько меньше внимания уделяется неравенствам, но все же аппарат обработки неравенств тоже весьма продвинутый.

Обычно равенство получается одним из двух способов:

2.1) как результат преобразования других равенств;

2.2) как результат вычисления некоторого объекта двумя способами.

$$\underbrace{L(x, y, \dots, z)}_{\text{1-й способ}} \overset{\text{величина}}{=} \underbrace{R(x, y, \dots, z)}_{\text{2-й способ}}$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.

IX.1. Примеры математических языков

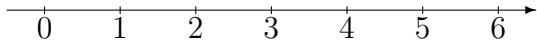
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



IX.1. Примеры математических языков

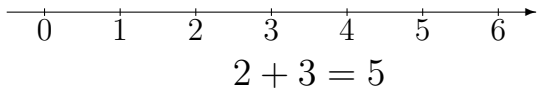
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



IX.1. Примеры математических языков

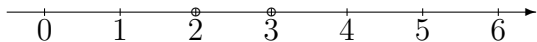
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



$$2 + 3 = 5$$

IX.1. Примеры математических языков

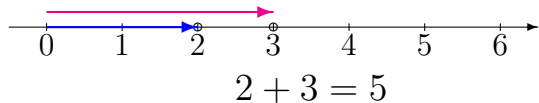
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



IX.1. Примеры математических языков

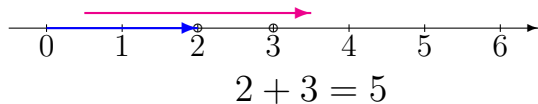
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



IX.1. Примеры математических языков

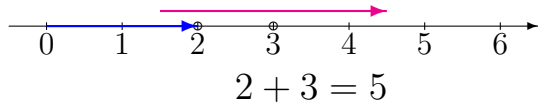
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



IX.1. Примеры математических языков

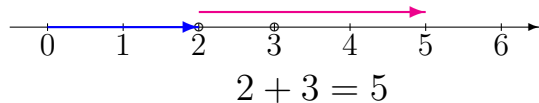
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



IX.1. Примеры математических языков

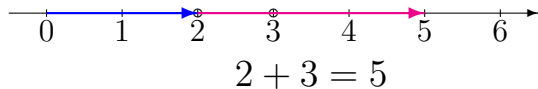
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



IX.1. Примеры математических языков

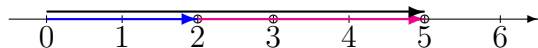
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



$$2 + 3 = 5$$

IX.1. Примеры математических языков

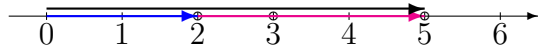
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



$$2 + 3 = 5$$

$$2 \cdot 3 = 6$$

IX.1. Примеры математических языков

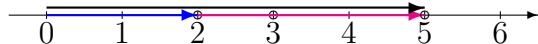
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

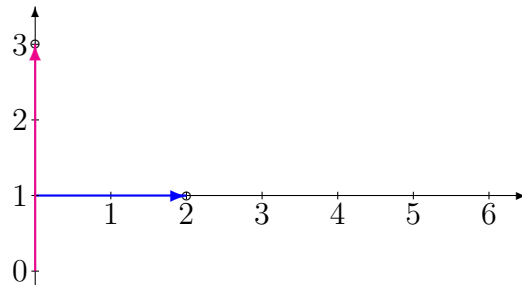
3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



$$2 + 3 = 5$$



$$2 \cdot 3 = 6$$

IX.1. Примеры математических языков

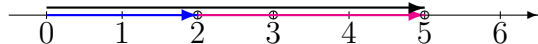
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

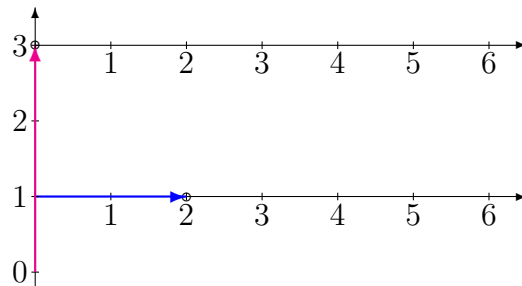
3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



$$2 + 3 = 5$$



$$2 \cdot 3 = 6$$

IX.1. Примеры математических языков

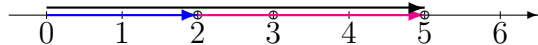
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

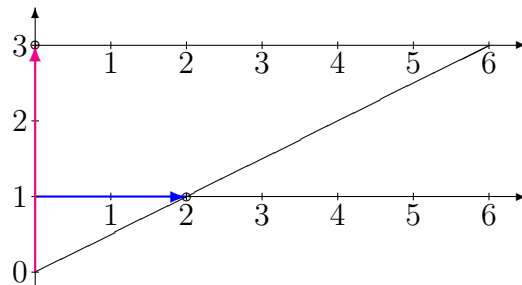
3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



$$2 + 3 = 5$$



$$2 \cdot 3 = 6$$

IX.1. Примеры математических языков

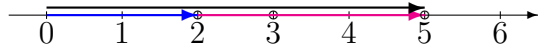
1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

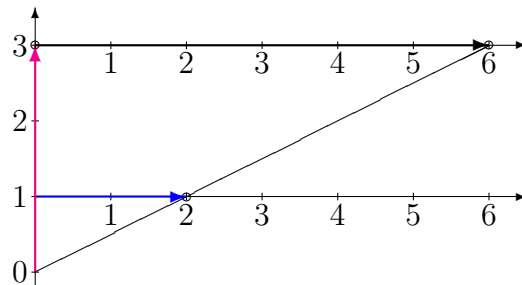
3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

К сожалению, в школьном курсе математики этой форме представления числа приходится уделять недостаточно внимания.



$$2 + 3 = 5$$



$$2 \cdot 3 = 6$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n =$$

$$a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n - 1\}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = +a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = \dots + a_1 n + a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = \dots + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

Для позиционной цифровой записи числа разработаны изучаемые в средней школе алгоритмы:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

Для позиционной цифровой записи числа разработаны изучаемые в средней школе алгоритмы:

умножения чисел



IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

Для позиционной цифровой записи числа разработаны изучаемые в средней школе алгоритмы:

умножения чисел «столбиком»;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

Для позиционной цифровой записи числа разработаны изучаемые в средней школе алгоритмы:

умножения чисел «столбиком»;

деления чисел



IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

$$[a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0]_n = a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_1 n + a_0, \quad a_m \in \{0; 1; 2; \dots; n-1\}.$$

Для позиционной цифровой записи числа разработаны изучаемые в средней школе алгоритмы:

умножения чисел «столбиком»;

деления чисел «уголком».

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

шаблон 3.3) запись римскими цифрами.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

шаблон 3.3) запись римскими цифрами.

Например, $IV =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

шаблон 3.3) запись римскими цифрами.

Например, $IV = 5 - 1 =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

шаблон 3.3) запись римскими цифрами.

Например, $IV = 5 - 1 = 4$,

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

шаблон 3.3) запись римскими цифрами.

Например, $IV = 5 - 1 = 4$, $VII =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

шаблон 3.1) точка на оси;

шаблон 3.2) позиционная цифровая запись (в n -ичной системе счисления);

шаблон 3.3) запись римскими цифрами.

Например, $IV = 5 - 1 = 4$, $VII = 5 + 2 = 7$.

Алгоритмы умножения и деления чисел в римской форме записи являются довольно громоздкими и, как правило, в школьном курсе математики не изучаются.

Рассмотрим пример?

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»:

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «СПИСОК ЭЛЕМЕНТОВ»: { },

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

Допустимо перечисление не всех элементов, если по представленному фрагменту списка ясна закономерность для включения элементов во множество.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

Допустимо перечисление не всех элементов, если по представленному фрагменту списка ясна закономерность для включения элементов во множество.

Например, $\{2; 4; 6; 8; \dots\}$.

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{ } \end{array} \right\}.$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{идентификатор} \\ \text{элемента} \end{array} \middle| \right\}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$$\left\{ \begin{array}{c|c} \text{идентификатор} & \text{характеристическое свойство, выраженное} \\ \text{элемента} & \text{через идентификатор элемента} \end{array} \right\}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$$\left\{ \begin{array}{c|c} \text{идентификатор} & \text{характеристическое свойство, выраженное} \\ \text{элемента} & \text{через идентификатор элемента} \end{array} \right\}.$$

Например, $\{2; 4; 6; 8; \dots\} =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$$\left\{ \begin{array}{c|c} \text{идентификатор} & \text{характеристическое свойство, выраженное} \\ \text{элемента} & \text{через идентификатор элемента} \end{array} \right\}.$$

Например, $\{2; 4; 6; 8; \dots\} = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n = 2k, \\ k \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \right\} =$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$$\left\{ \begin{array}{c|c} \text{идентификатор} & \text{характеристическое свойство, выраженное} \\ \text{элемента} & \text{через идентификатор элемента} \end{array} \right\}.$$

$$\text{Например, } \{2; 4; 6; 8; \dots\} = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n = 2k, \\ k \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \right\} = \left\{ 2k \mid k \in \mathbb{N} \right\}.$$

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \text{идентификатор} & \text{характеристическое свойство, выраженное} \\ \text{элемента} & \text{через идентификатор элемента} \end{array} \right\}.$$

4.2) язык внешнего описания множеств:

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \text{идентификатор} & \text{характеристическое свойство, выраженное} \\ \text{элемента} & \text{через идентификатор элемента} \end{array} \right\}.$$

4.2) язык внешнего описания множеств:

шаблон «представление множества как результат применения операций алгебры множеств», например, $A = (B \cap C) \cup D$,

IX.1. Примеры математических языков

1) Язык алгебраических выражений.

2) «Язык равенств и неравенств».

3) Языки представления чисел.

4) Языки теории множеств.

4.1) язык внутреннего описания множеств;

шаблон 4.1.1) «список элементов»: $\{a_1; a_2; \dots; a_n\}$,

шаблон 4.1.2) «характеристическое свойство»:

$$\left\{ \begin{array}{l|l} \text{идентификатор} & \text{характеристическое свойство, выраженное} \\ \text{элемента} & \text{через идентификатор элемента} \end{array} \right\}.$$

4.2) язык внешнего описания множеств:

шаблон «представление множества как результат применения операций алгебры множеств», например, $A = (B \cap C) \cup D$, $M = \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул, например,

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

5.1) язык формул, например,

$$\alpha(t) = 2t - t^2.$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

5.1) язык формул, например,

$$\beta(u, v) = u^2v + u^v.$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

шаблон графика функции одной переменной

IX.1. Примеры математических языков

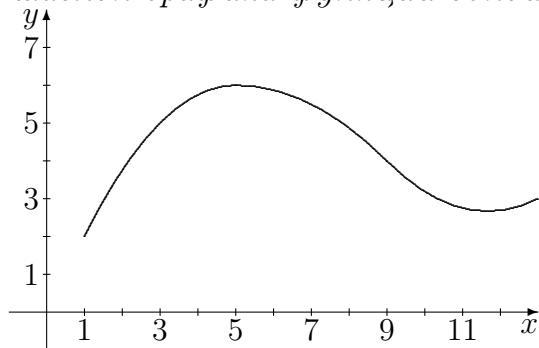
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

шаблон графика функции одной переменной $y = p(x)$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

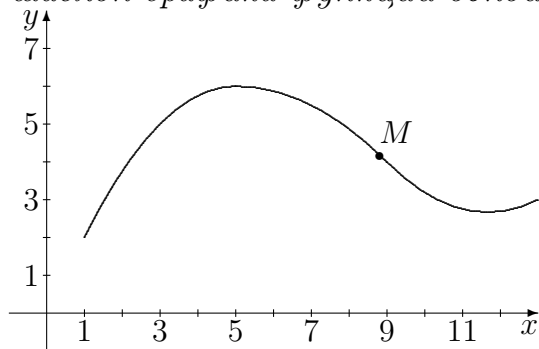
шаблон графика функции одной переменной $y = p(x)$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

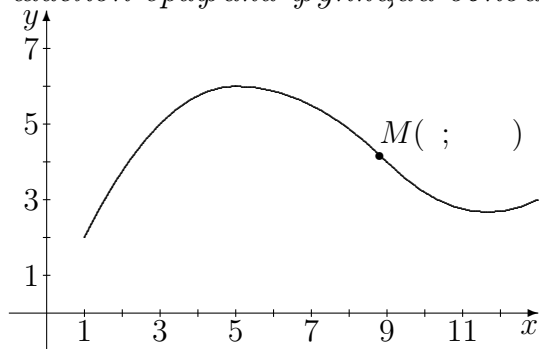
шаблон графика функции одной переменной $y = p(x)$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

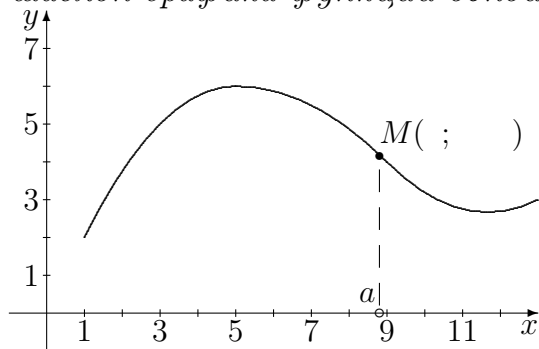
шаблон графика функции одной переменной $y = p(x)$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

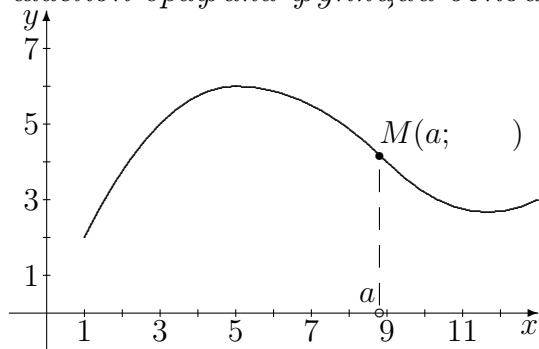
шаблон графика функции одной переменной $y = p(x)$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

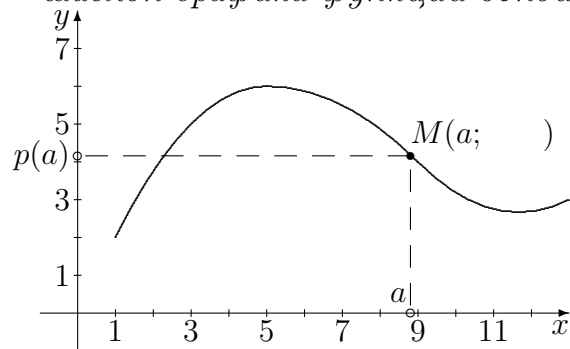
шаблон графика функции одной переменной $y = p(x)$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

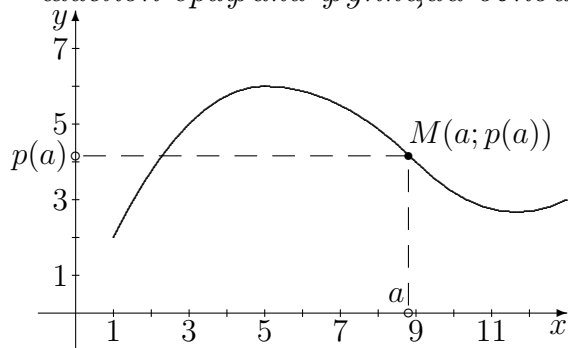
шаблон графика функции одной переменной $y = p(x)$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:

шаблон графика функции одной переменной $y = p(x)$



IX.1. Примеры математических языков

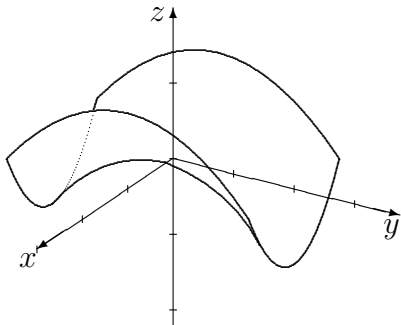
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$

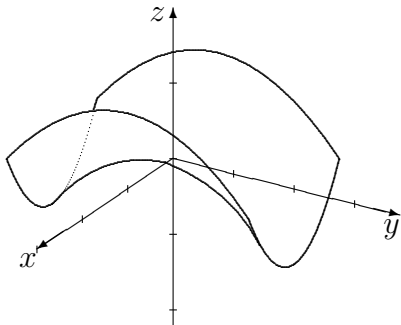
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



IX.1. Примеры математических языков

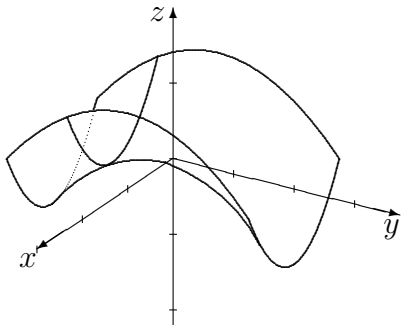
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



$$y = -1$$

IX.1. Примеры математических языков

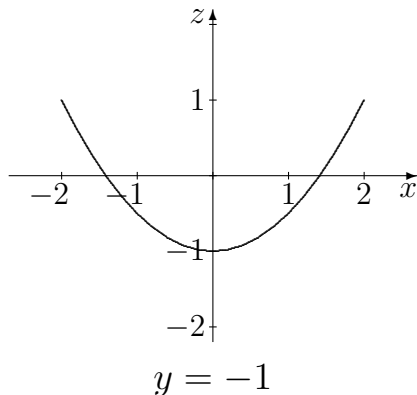
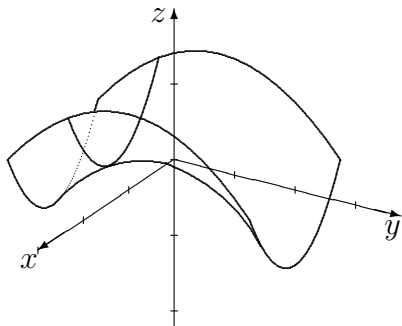
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



$$y = -1$$

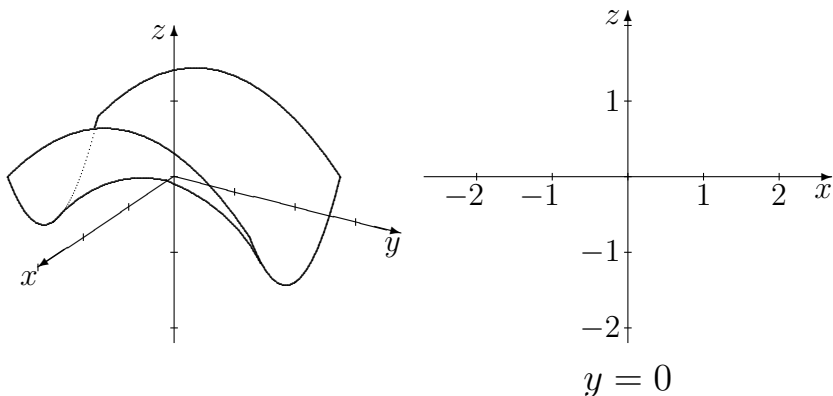
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



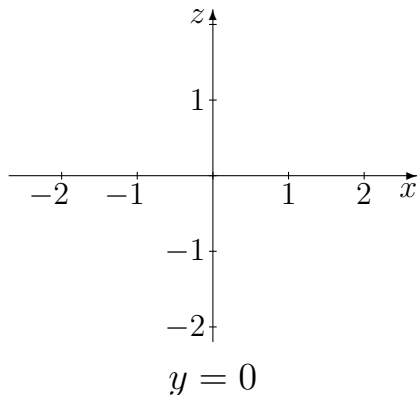
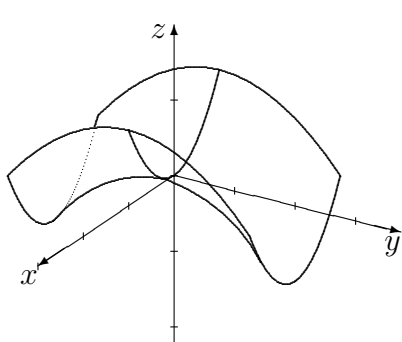
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



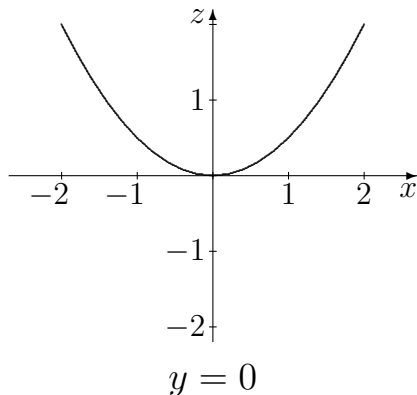
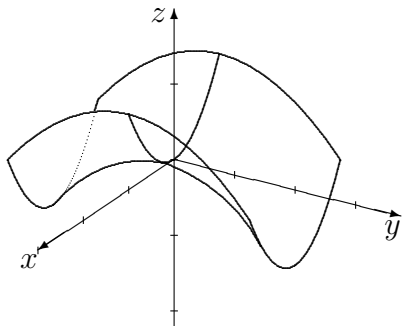
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



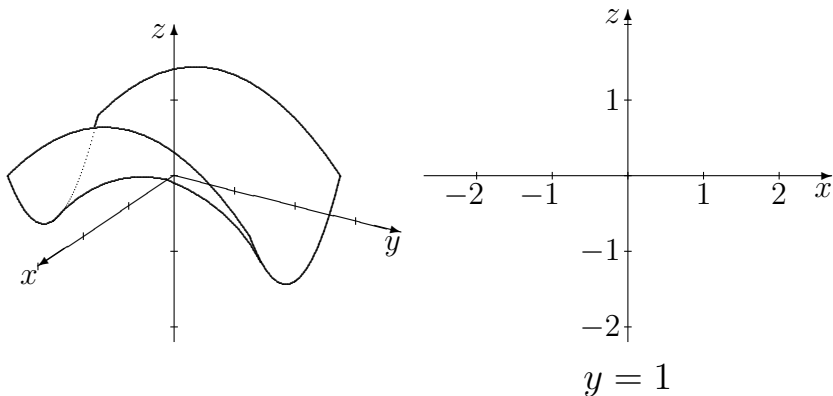
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



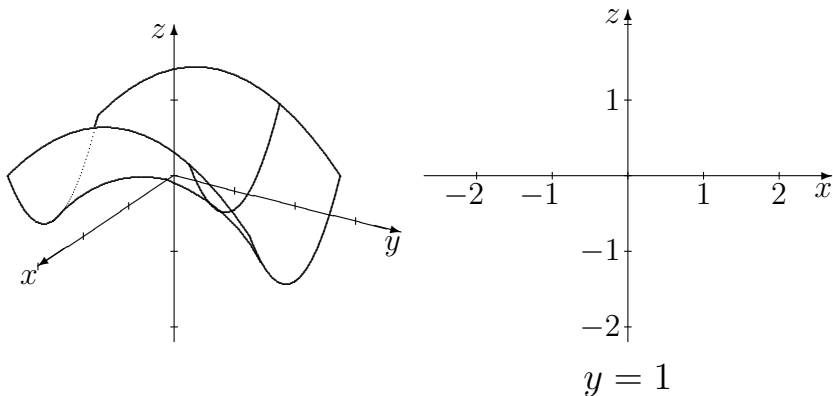
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



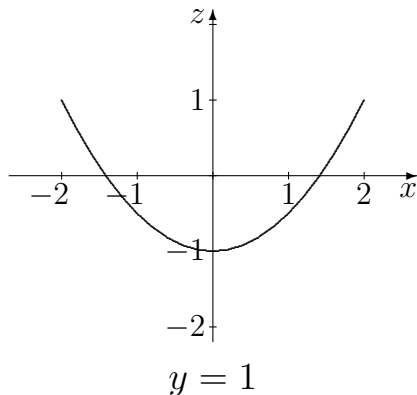
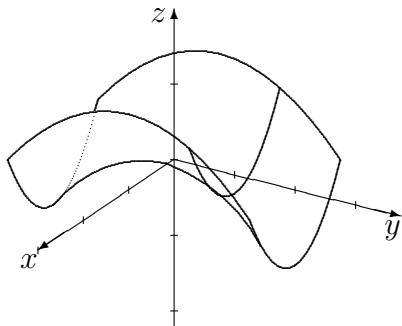
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



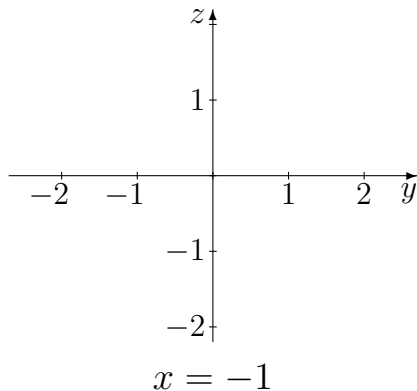
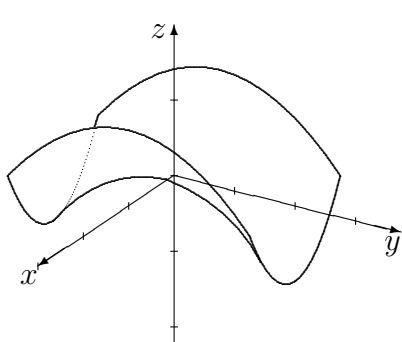
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



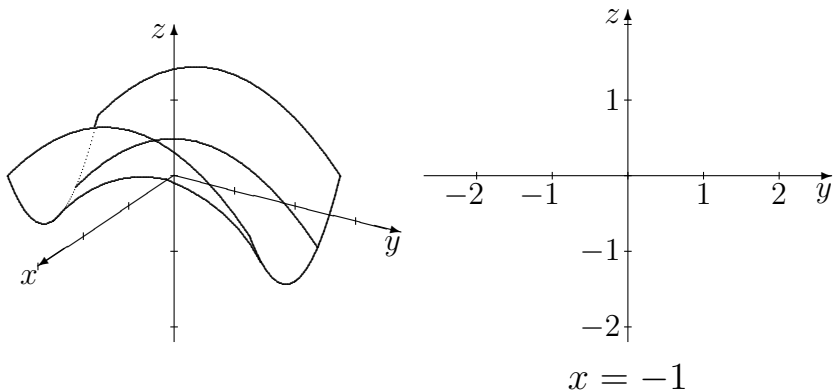
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



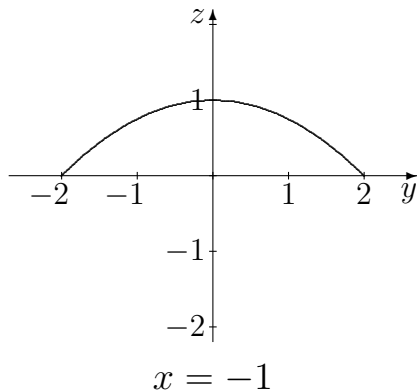
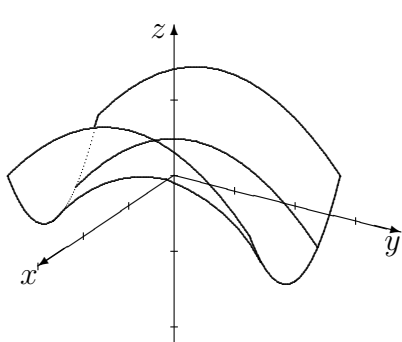
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



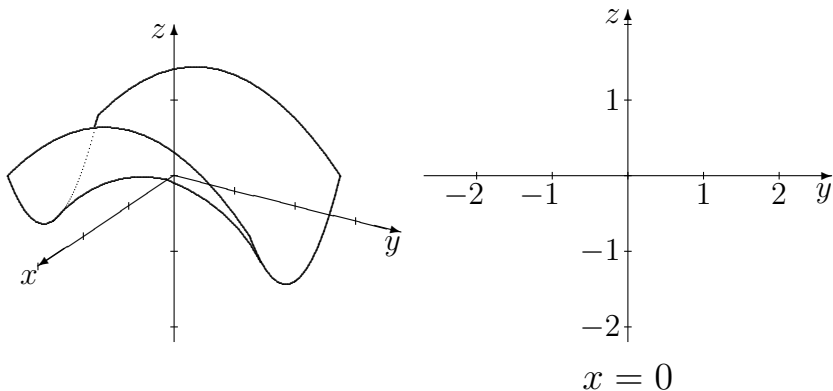
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



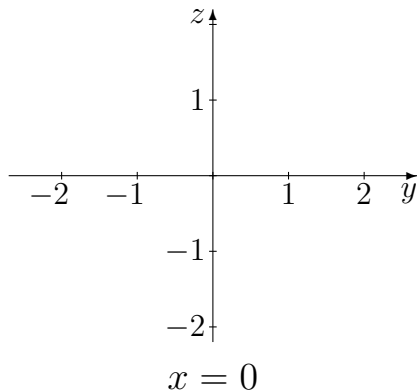
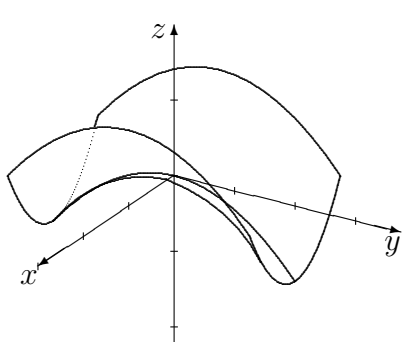
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



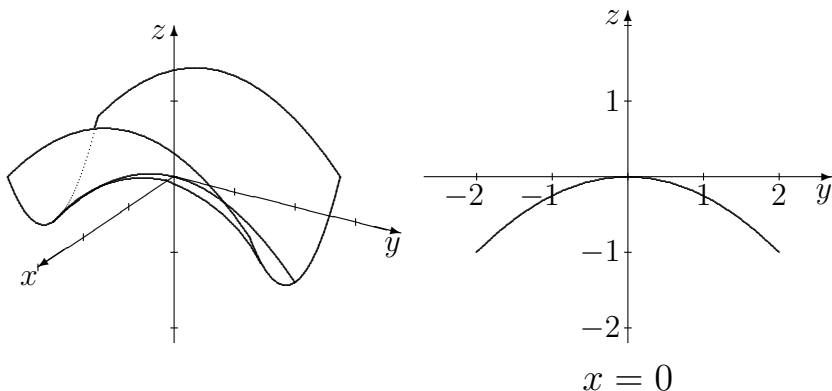
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



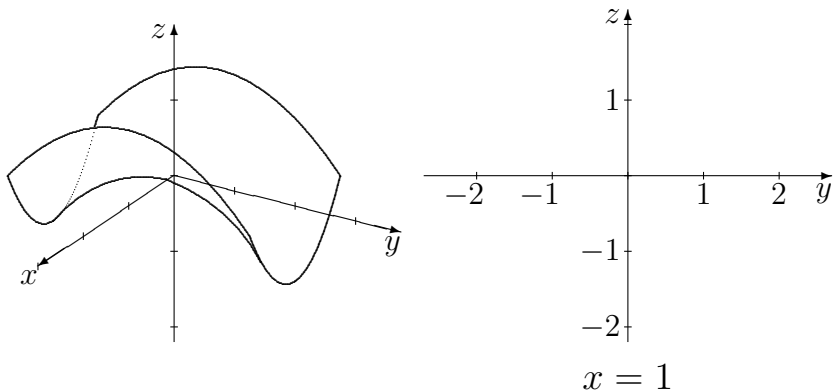
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



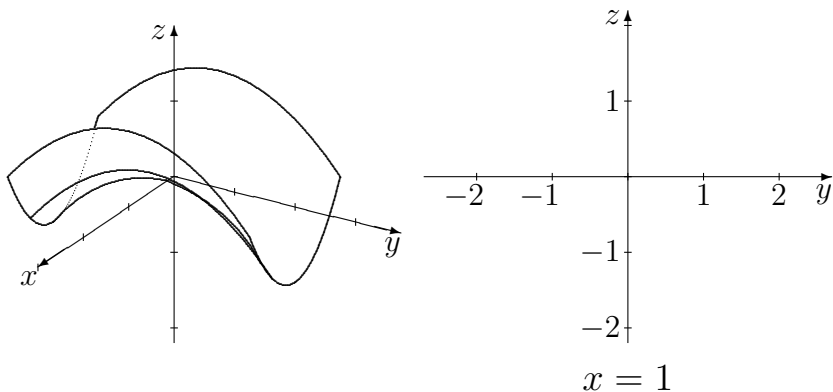
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



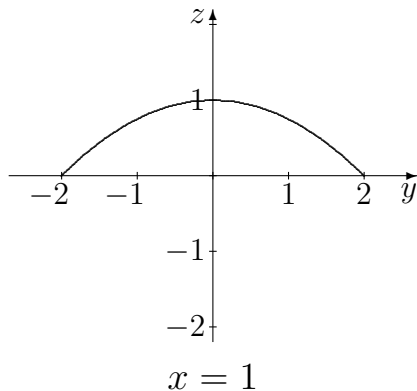
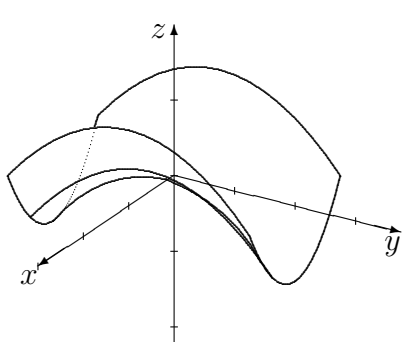
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



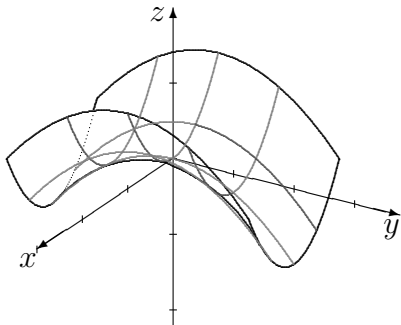
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций:
шаблон графика функции двух переменных $z = q(x, y)$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений:

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений:

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

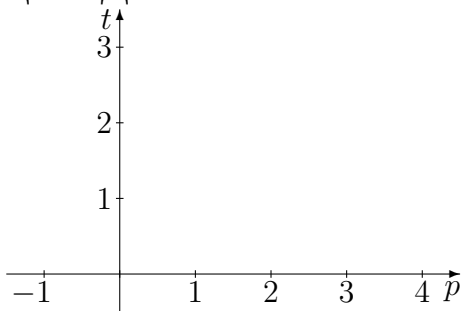
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений:

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

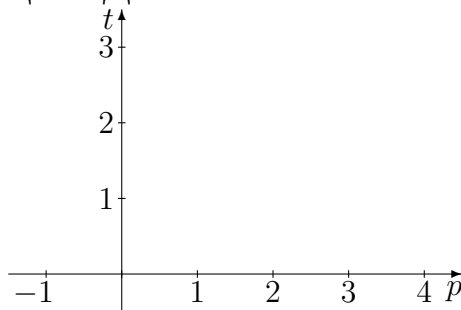
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений:

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

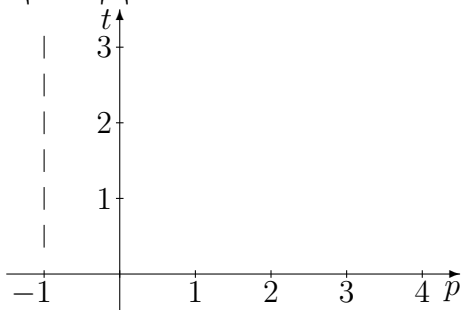
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

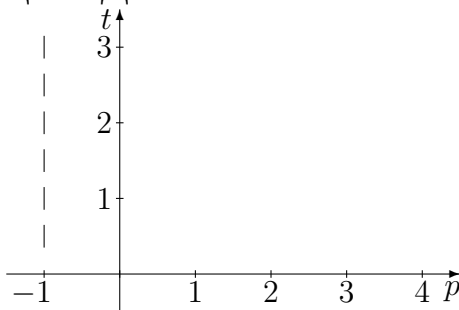
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

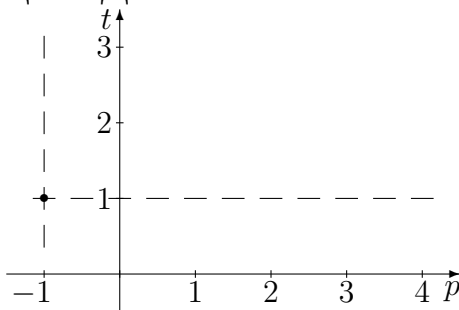
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

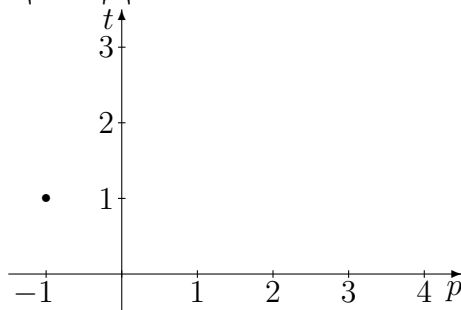
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

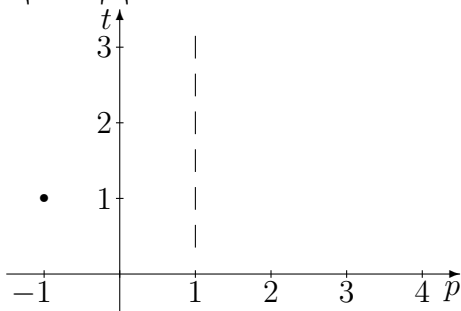
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

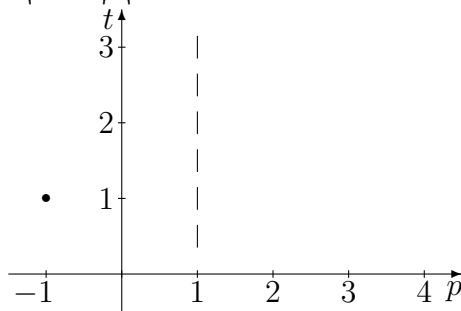
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

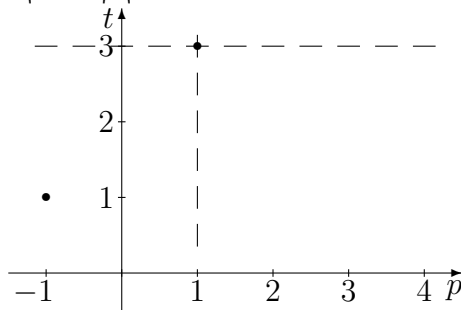
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

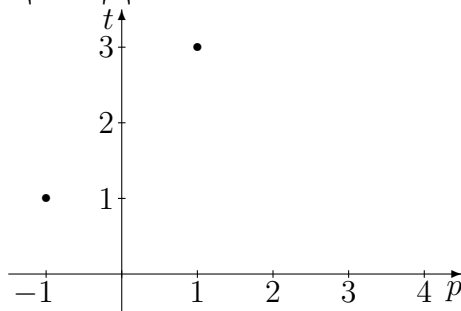
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

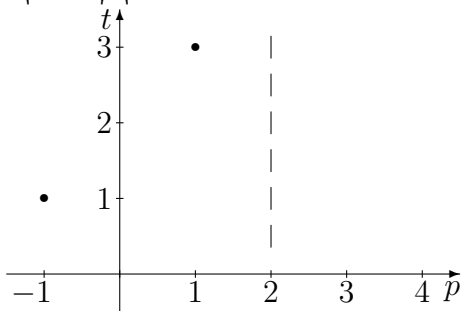
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

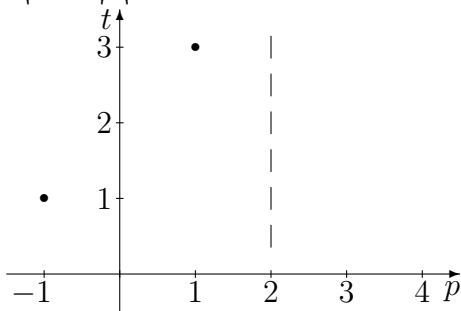
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

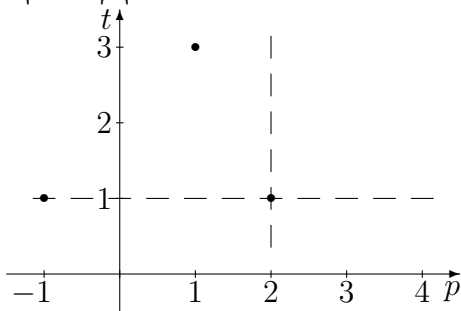
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

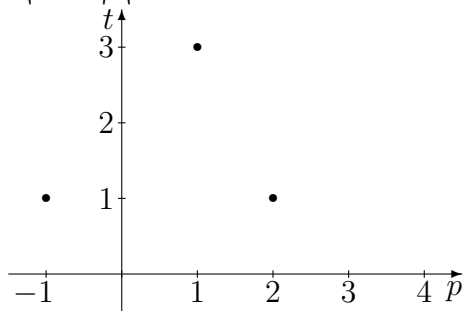
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

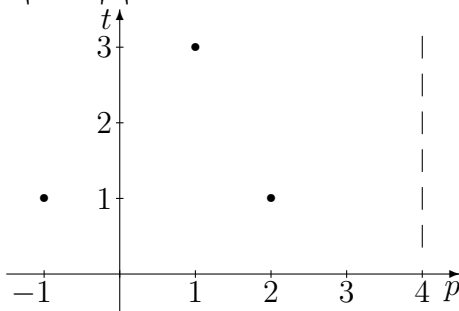
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

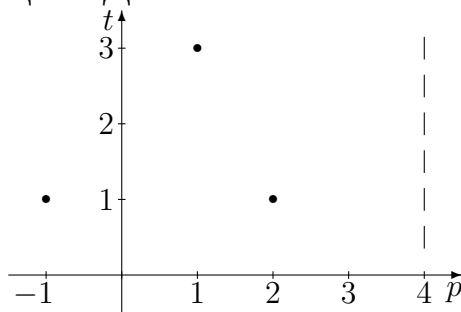
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

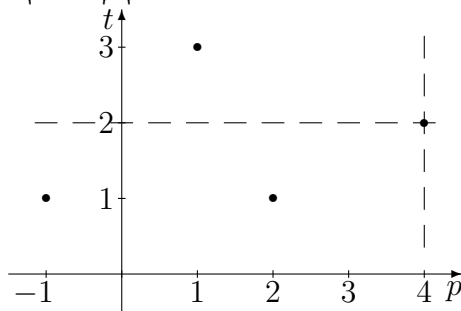
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

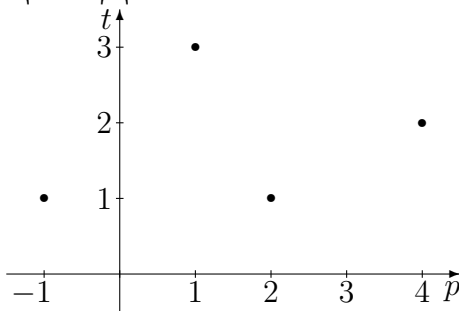
5.1) язык формул;

5.2) язык графиков функций;

5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	
1	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	
1	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	
1	
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	
1	
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2
1	
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2
1	
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3
1	
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3
1	
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2
2	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$			
$p \backslash q$	2	3	4
1	1	2	3
2			

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$			
$p \backslash q$	2	3	4
1	1	2	3
2	4		

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$			
$p \backslash q$	2	3	4
1	1	2	3
2	4	1	

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

(p, q)	(1; 2)	(1; 3)	(1; 4)	(2; 2)	(2; 3)	(2; 4)
$s(p, q)$	1	2	3	4	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$			
$p \backslash q$	2	3	4
1	1	2	3
2	4	1	2

IX.1. Примеры математических языков

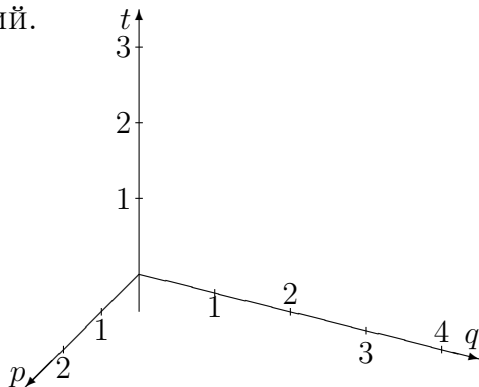
- 1) Язык алгебраических выражений.
 - 2) «Язык равенств и неравенств».
 - 3) Языки представления чисел.
 - 4) Языки теории множеств.
 - 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$				
$p \backslash q$	2	3	4	
1	1	2	3	
2	4	1	2	



IX.1. Примеры математических языков

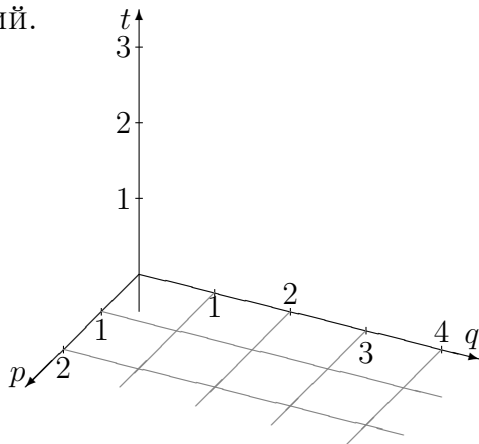
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 5.1) язык формул;
- 5.2) язык графиков функций;
- 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

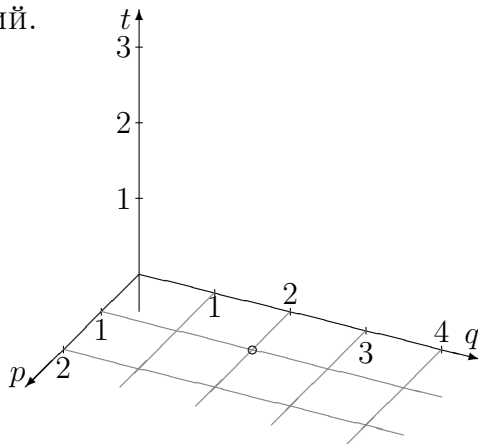
- 1) Язык алгебраических выражений.
 - 2) «Язык равенств и неравенств».
 - 3) Языки представления чисел.
 - 4) Языки теории множеств.
 - 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

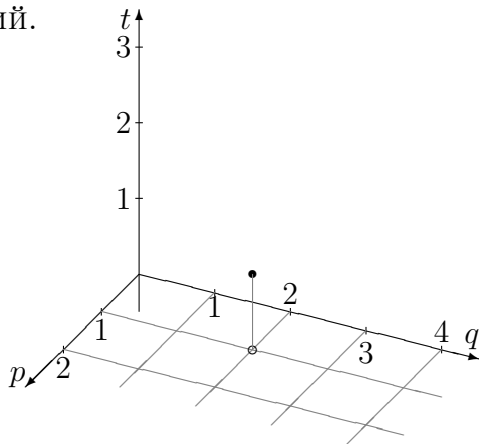
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

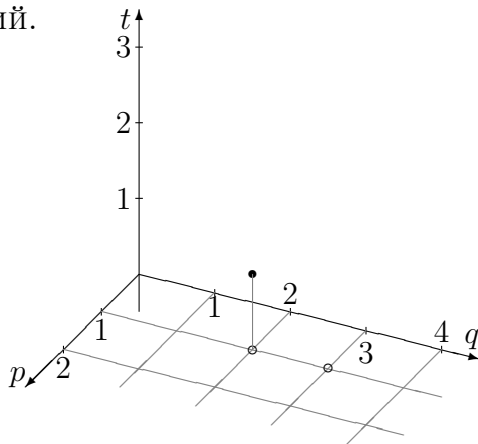
- 1) Язык алгебраических выражений.
 - 2) «Язык равенств и неравенств».
 - 3) Языки представления чисел.
 - 4) Языки теории множеств.
 - 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

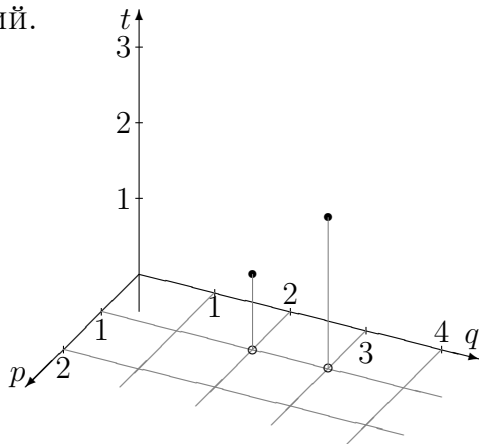
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

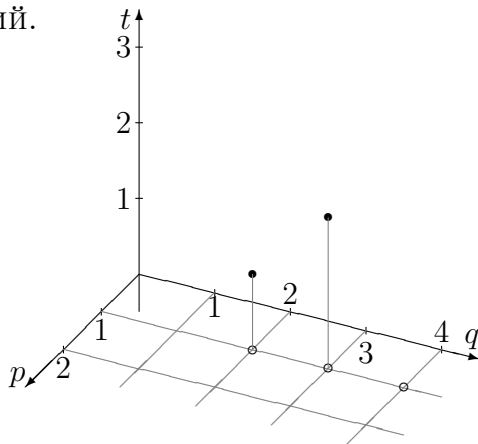
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

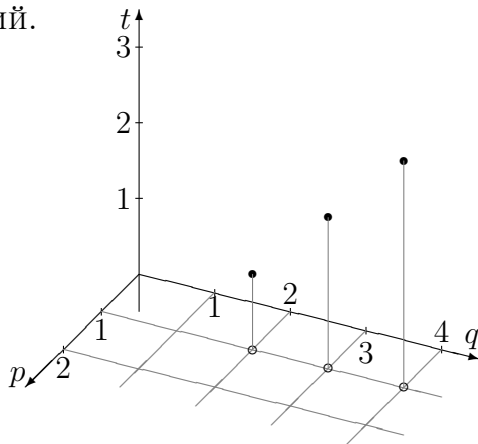
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

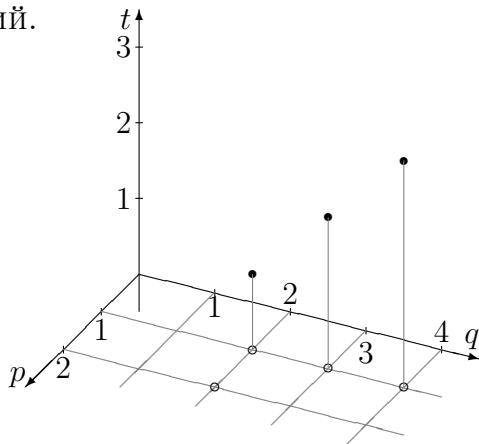
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

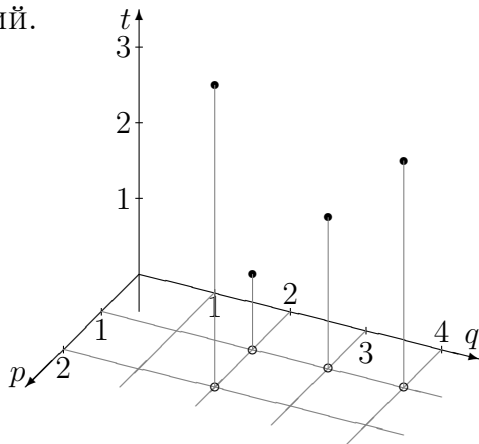
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

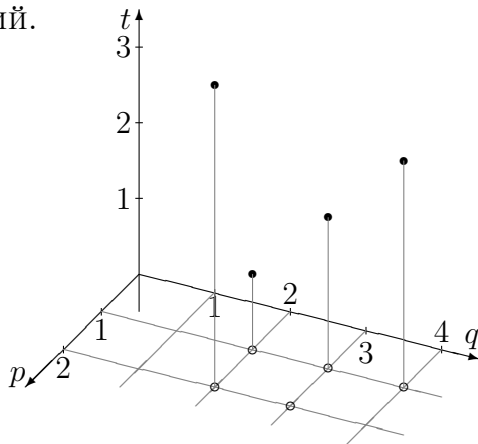
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

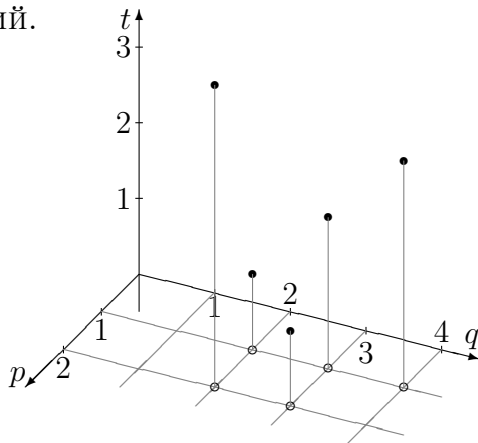
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

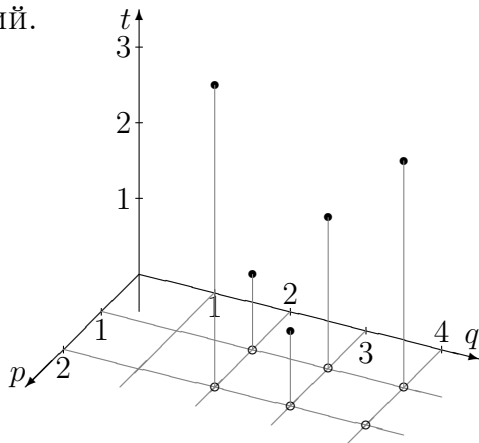
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
 - 5.1) язык формул;
 - 5.2) язык графиков функций;
 - 5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.

5.1) язык формул;

Рассмотрим пример 14?

5.2) язык графиков функций;

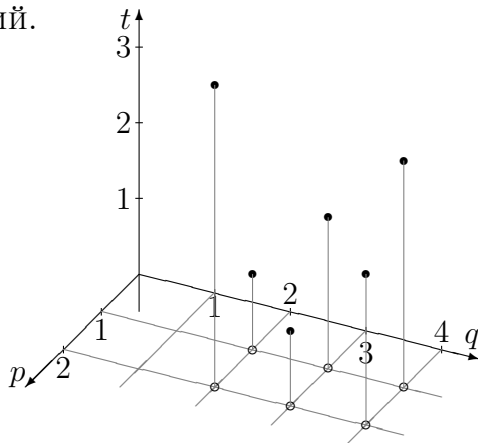
5.3) язык таблиц значений.

двухстрочный шаблон:

p	-1	1	2	4
$t(p)$	1	3	1	2

«прямоугольный» шаблон:

$s(p; q)$	
$p \backslash q$	2 3 4
1	1 2 3
2	4 1 2



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий:

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

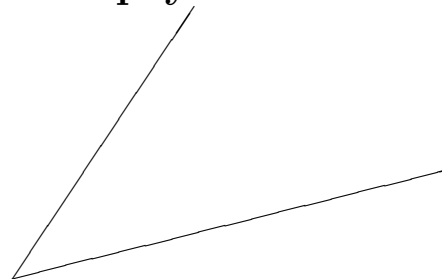
в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков),

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков),

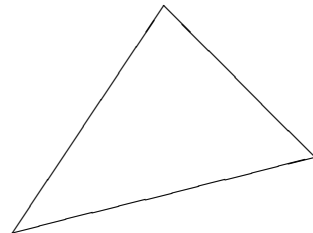


IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков),

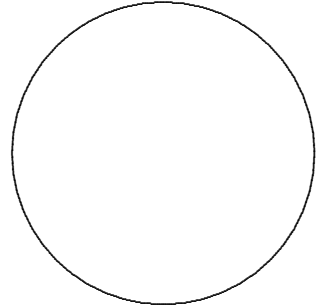


IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

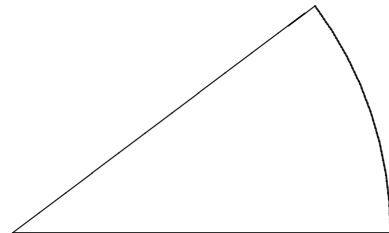


IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то

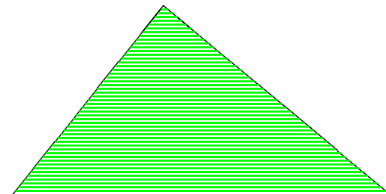
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то



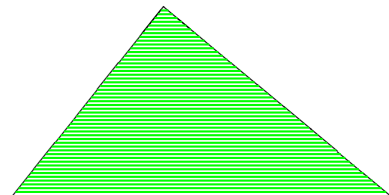
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то она представляется



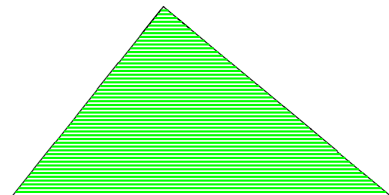
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то она представляется



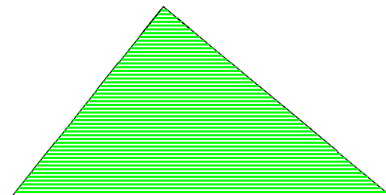
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то она представляется комбинацией базовых линий,



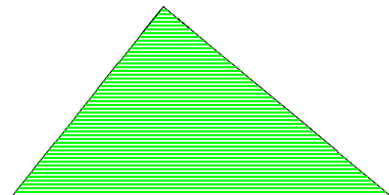
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то она представляется комбинацией базовых линий, представляющих



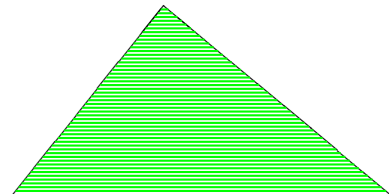
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то она представляется комбинацией базовых линий, представляющих границу этой фигуры.



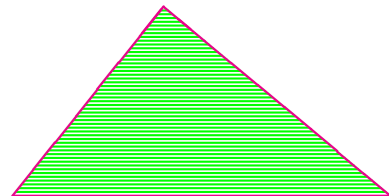
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то она представляется комбинацией базовых линий, представляющих границу этой фигуры.



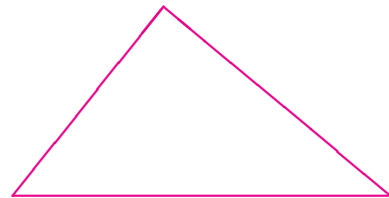
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа:

в школьном курсе математики геометрическая фигура представляется комбинацией базовых линий: прямых и их частей (лучей и отрезков), окружностей и ее частей (дуг окружностей).

Если надо изобразить фигуру, имеющую внутренние точки, то она представляется комбинацией базовых линий, представляющих границу этой фигуры.



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа.

Шаблон «динамического» чертежа.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа.

Шаблон «динамического» чертежа.

Обычно он представляет собой последовательность статических чертежей, как правило помеченных буквами или числами.

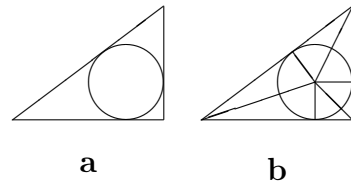
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа.

Шаблон «динамического» чертежа.

Обычно он представляет собой последовательность статических чертежей, как правило помеченных буквами или числами.



IX.1. Примеры математических языков

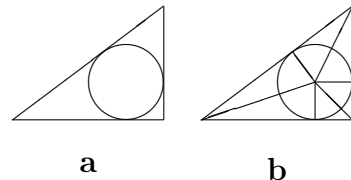
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа.

Шаблон «динамического» чертежа.

Обычно он представляет собой последовательность статических чертежей, как правило помеченных буквами или числами.

В электронных учебниках нередко применяются «мультипликационные» чертежи.



IX.1. Примеры математических языков

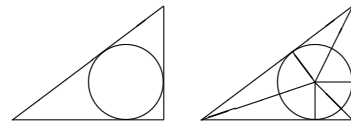
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа.

Шаблон «динамического» чертежа.

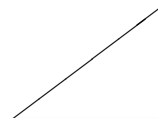
Обычно он представляет собой последовательность статических чертежей, как правило помеченных буквами или числами.

В электронных учебниках нередко применяются «мультипликационные» чертежи.



a

b



IX.1. Примеры математических языков

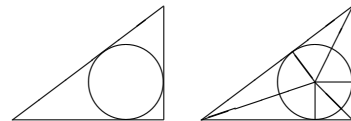
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа.

Шаблон «динамического» чертежа.

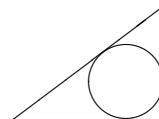
Обычно он представляет собой последовательность статических чертежей, как правило помеченных буквами или числами.

В электронных учебниках нередко применяются «мультипликационные» чертежи.



a

b



IX.1. Примеры математических языков

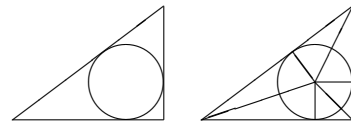
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа.

Шаблон «динамического» чертежа.

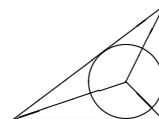
Обычно он представляет собой последовательность статических чертежей, как правило помеченных буквами или числами.

В электронных учебниках нередко применяются «мультипликационные» чертежи.



a

b



IX.1. Примеры математических языков

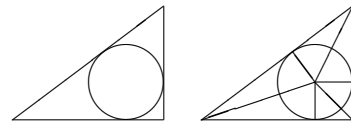
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.

Шаблон статического чертежа.

Шаблон «динамического» чертежа.

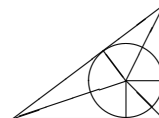
Обычно он представляет собой последовательность статических чертежей, как правило помеченных буквами или числами.

В электронных учебниках нередко применяются «мультипликационные» чертежи.



a

b



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Например, правило умножения может быть сформулировано так:

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Например, правило умножения может быть сформулировано так:

для того, чтобы перемножить числа, надо первое число умножить на последнюю цифру второго множителя,

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Например, правило умножения может быть сформулировано так:

для того, чтобы перемножить числа, надо первое число умножить на последнюю цифру второго множителя,

На самом деле умножить число на цифру (т.е. одну из букв $0,1,\dots,9$) нельзя, но мы, как обычно, отождествляем цифру с одноразрядным числом.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Например, правило умножения может быть сформулировано так:

для того, чтобы перемножить числа, надо первое число умножить на последнюю цифру второго множителя, потом сложить результат с произведением первого числа на предпоследнюю цифру, умноженную на 10,

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Например, правило умножения может быть сформулировано так:

для того, чтобы перемножить числа, надо первое число умножить на последнюю цифру второго множителя, потом сложить результат с произведением первого числа на предпоследнюю цифру, умноженную на 10, потом сложить результат с произведением первого числа на третью цифру с конца, умноженную на 100,

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Например, правило умножения может быть сформулировано так:

для того, чтобы перемножить числа, надо первое число умножить на последнюю цифру второго множителя, потом сложить результат с произведением первого числа на предпоследнюю цифру, умноженную на 10, потом сложить результат с произведением первого числа на третью цифру с конца, умноженную на 100, пока не дойдем до первой цифры второго числа.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из:

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды,

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов),

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условия для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условия для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

Все эти операторы записаны словесно!

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

Важно умение записывать алгоритм, описанный словесно, в виде формулы.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

Важно умение записывать алгоритм, описанный словесно, в виде формулы.

Например, для **приведенного выше описания алгоритма умножения чисел** получим формулу

$$a \cdot [b_k b_{k-1} \dots b_2 b_1 b_0] =$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

Важно умение записывать алгоритм, описанный словесно, в виде формулы.

Например, для **приведенного выше описания алгоритма умножения чисел** получим формулу

$$a \cdot [b_k b_{k-1} \dots b_2 b_1 b_0] = a \cdot b_0 +$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

Важно умение записывать алгоритм, описанный словесно, в виде формулы.

Например, для **приведенного выше описания алгоритма умножения чисел** получим формулу

$$a \cdot [b_k b_{k-1} \dots b_2 b_1 b_0] = a \cdot b_0 + a \cdot b_1 \cdot 10 +$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

Важно умение записывать алгоритм, описанный словесно, в виде формулы.

Например, для **приведенного выше описания алгоритма умножения чисел** получим формулу

$$a \cdot [b_k b_{k-1} \dots b_2 b_1 b_0] = a \cdot b_0 + a \cdot b_1 \cdot 10 + a \cdot b_2 \cdot 100 + \dots +$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

Важно умение записывать алгоритм, описанный словесно, в виде формулы.

Например, для **приведенного выше описания алгоритма умножения чисел** получим формулу

$$a \cdot [b_k b_{k-1} \dots b_2 b_1 b_0] = a \cdot b_0 + a \cdot b_1 \cdot 10 + a \cdot b_2 \cdot 100 + \dots + a \cdot b_k \cdot 10^k$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Язык словесного описания алгоритмов.

Шаблон описания алгоритма состоит из: ссылок на команды, указания условий для выбора конкретной команды (условных операторов), указаний на количество повторений команды или условий прекращения выполнения цепочки команд (операторов цикла).

Важно умение записывать алгоритм, описанный словесно, в виде формулы.

Например, для **приведенного выше описания алгоритма умножения чисел** получим формулу

$$a \cdot [b_k b_{k-1} \dots b_2 b_1 b_0] = a \cdot b_0 + a \cdot b_1 \cdot 10 + a \cdot b_2 \cdot 100 + \dots + a \cdot b_k \cdot 10^k$$

(алгоритм умножения чисел «столбиком»).

IX.1. Примеры математических языков

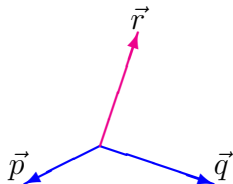
- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.
векторно-
геометрический,

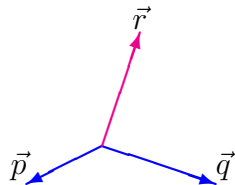
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.
векторно-
геометрический,



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.
векторно-геометрический,

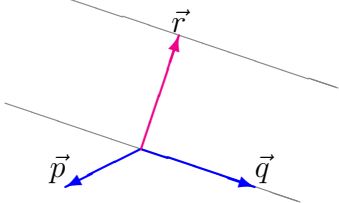


$$\vec{r} = ? \vec{p} + ? \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

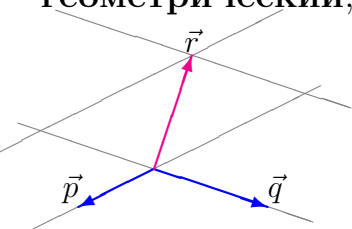


$$\vec{r} = ? \vec{p} + ? \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

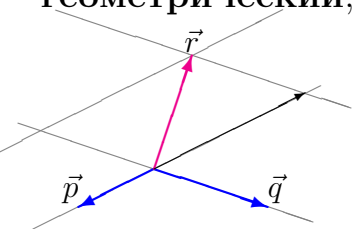


$$\vec{r} = ? \vec{p} + ? \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

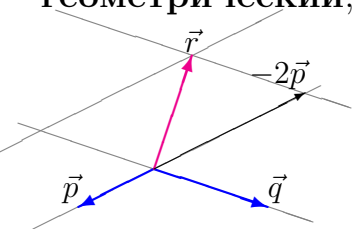


$$\vec{r} = ? \vec{p} + ? \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

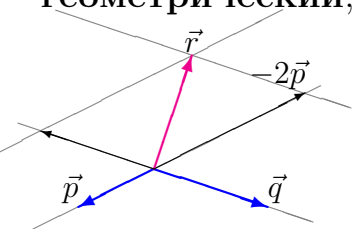


$$\vec{r} = ? \vec{p} + ? \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

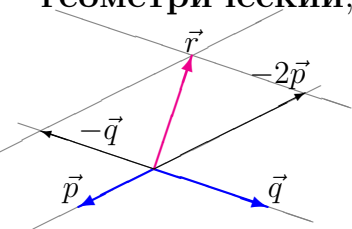


$$\vec{r} = ? \vec{p} + ? \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

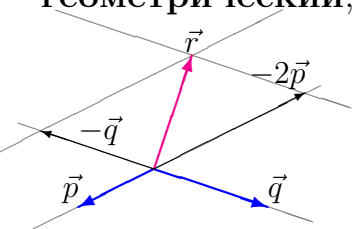


$$\vec{r} = ? \vec{p} + ? \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

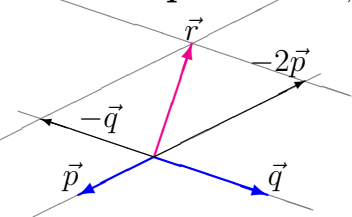


$$\vec{r} = -2\vec{p} + ?\vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

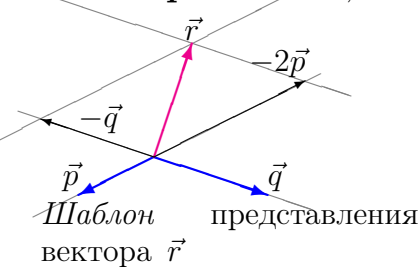


$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

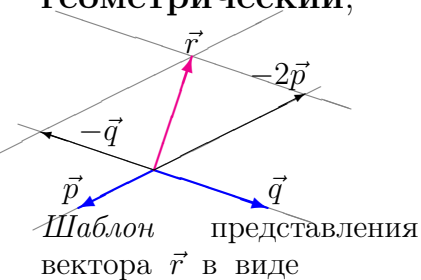


$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

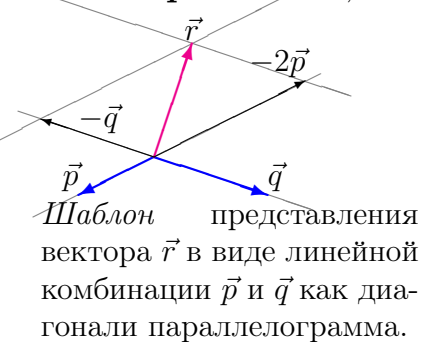


$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,



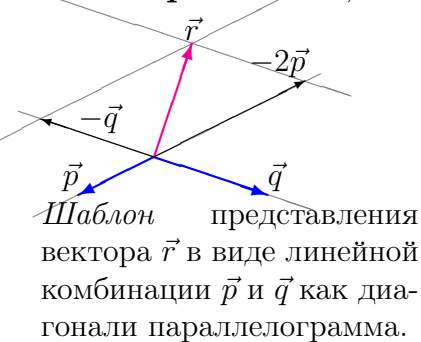
$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

векторно-
символический,



$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

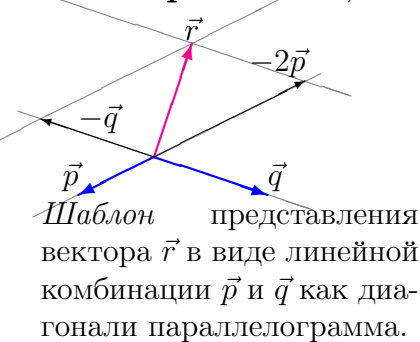
IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

векторно-
символический,

Шаблоны



$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

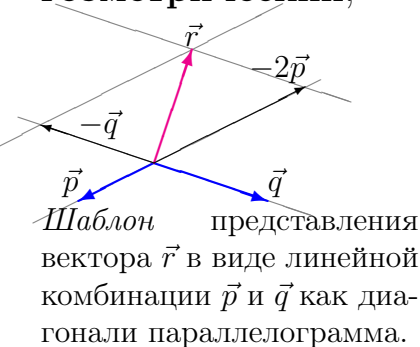
векторно-
геометрический,

векторно-
символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

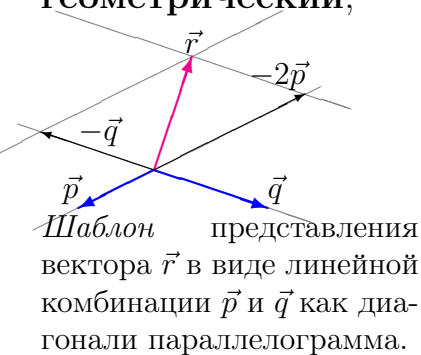
векторно-
символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,

векторно-
символический,

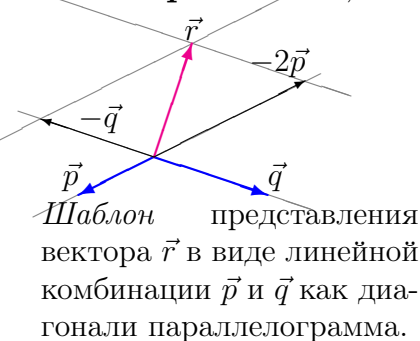
Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

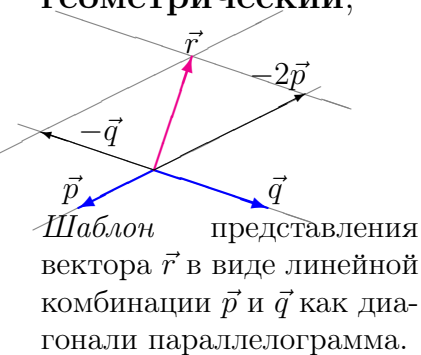
$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$



IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,



векторно-
символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

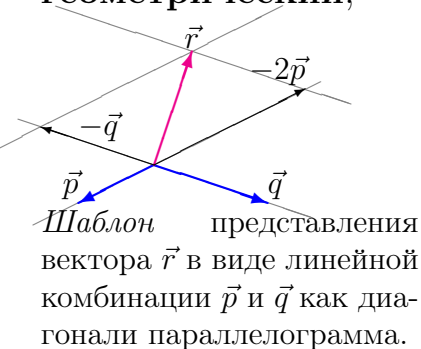
$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,



векторно-
символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

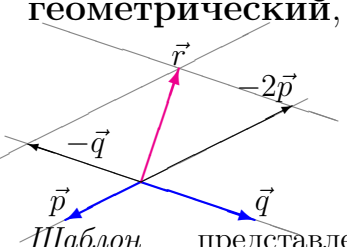
$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

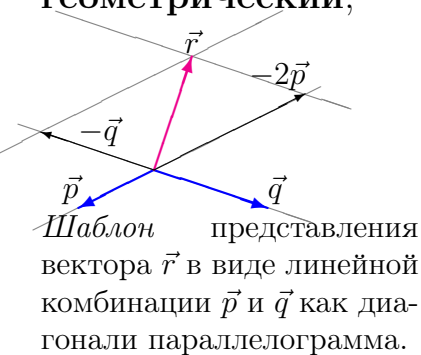
векторно-
геометрический,

Шаблон представления
вектора $\vec{r}$ в виде линейной
комбинации $\vec{p}$ и $\vec{q}$ как диа-
гонали параллелограмма.

векторно-
символический,
Шаблоны
векторное равенство:
 $\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$
числовое равенство:
 $\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$
числовое неравенство:
 $\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$
Векторные отношения:

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

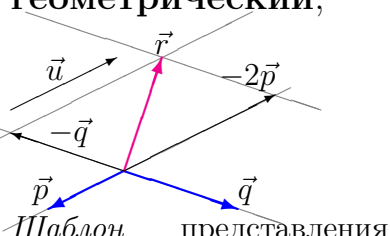
$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

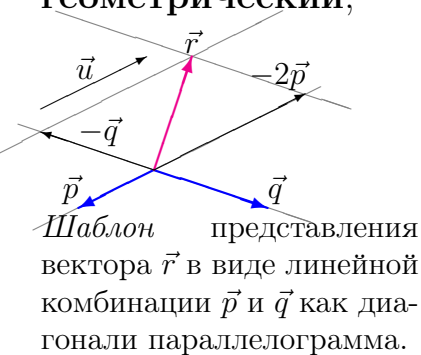
векторно-
геометрический,

Шаблон представления
вектора $\vec{r}$ в виде линейной
комбинации $\vec{p}$ и $\vec{q}$ как диа-
гонали параллелограмма.

векторно-
символический,
Шаблоны
векторное равенство:
 $\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$
числовое равенство:
 $\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$
числовое неравенство:
 $\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$
Векторные отношения:
 $\vec{r} \perp \vec{q},$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

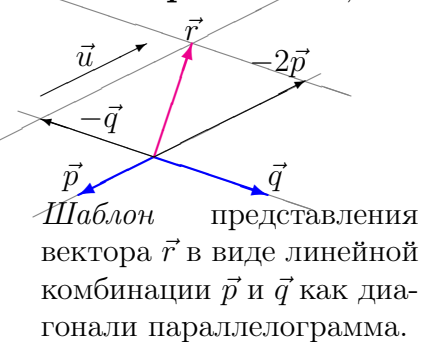
Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

векторно-
геометрический,



векторно-
символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

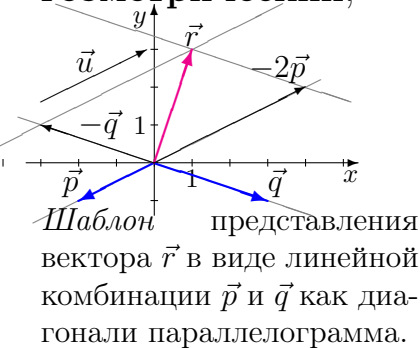
$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблон

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

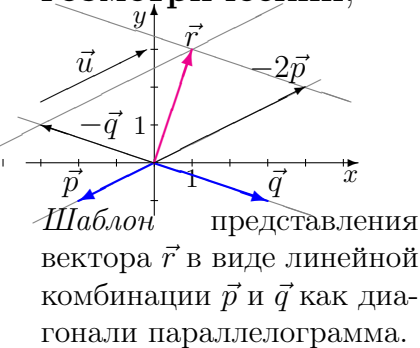
Шаблон

$$\vec{p}(\quad; \quad),$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

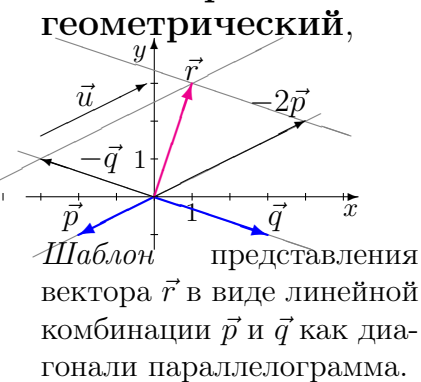
координатный

Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1),$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.



векторно-
символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

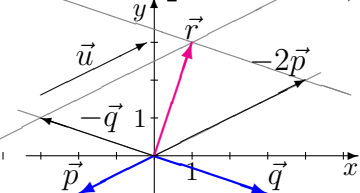
Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} =$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



Шаблон представления вектора $\vec{r}$ в виде линейной комбинации $\vec{p}$ и $\vec{q}$ как диагонали параллелограмма.

СИМВОЛИЧЕСКИЙ,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

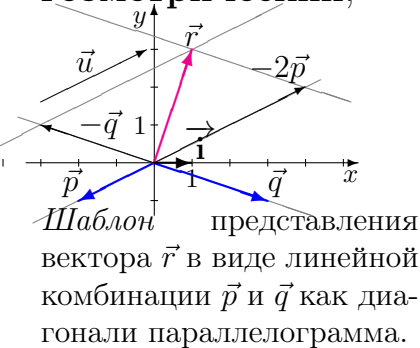
$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2 + (-1)$$

$$\vec{p} = -2 \quad + (-1)$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2 + (-1)$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)\vec{j}$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

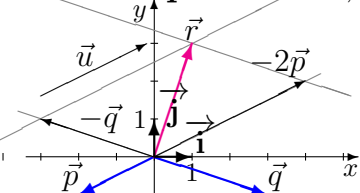
Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)\vec{j},$$

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



Шаблон представления вектора $\vec{r}$ в виде линейной комбинации $\vec{p}$ и $\vec{q}$ как диагонали параллелограмма.

символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)\vec{j},$$

Если M — произвольная точка фигуры, то ее координаты обычно обозначают

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

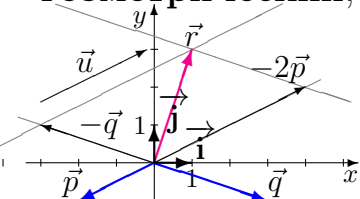
$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)\vec{j},$$

Если M — произвольная точка фигуры, то ее координаты обычно обозначают $x; y$.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



Шаблон представления вектора $\vec{r}$ в виде линейной комбинации $\vec{p}$ и $\vec{q}$ как диагонали параллелограмма.

символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

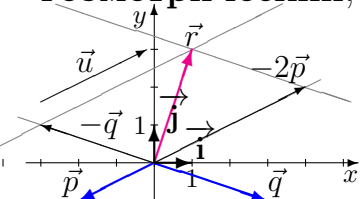
$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)\vec{j},$$

Если M — произвольная точка фигуры, то ее координаты обычно обозначают $x; y$. Геометрическая фигура, т.е.

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



Шаблон представления вектора $\vec{r}$ в виде линейной комбинации $\vec{p}$ и $\vec{q}$ как диагонали параллелограмма.

символический,

Шаблон

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблон

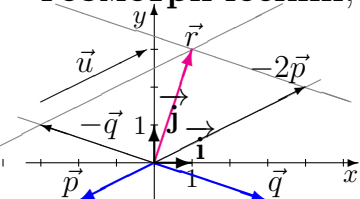
$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)\vec{j},$$

Если M — произвольная точка фигуры, то ее координаты обычно обозначают $x; y$. Геометрическая фигура, т.е. множество точек, обычно задается либо

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



Шаблон представления вектора $\vec{r}$ в виде линейной комбинации $\vec{p}$ и $\vec{q}$ как диагонали параллелограмма.

символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

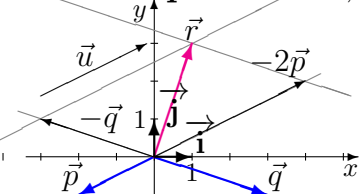
$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)\vec{j},$$

Если M — произвольная точка фигуры, то ее координаты обычно обозначают $x; y$. Геометрическая фигура, т.е. множество точек, обычно задается либо уравнением $L(x; y) = R(x; y)$, либо

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



Шаблон представления вектора $\vec{r}$ в виде линейной комбинации $\vec{p}$ и $\vec{q}$ как диагонали параллелограмма.

СИМВОЛИЧЕСКИЙ,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2 \vec{\mathbf{i}} + (-1) \vec{\mathbf{j}},$$

Если M — произвольная точка фигуры, то ее координаты обычно обозначают $x; y$. Геометрическая фигура, т.е. множество точек, обычно задается либо уравнением $L(x; y) = R(x; y)$, либо неравенствами $L(x; y) \leq R(x; y)$,

IX.1. Примеры математических языков

- 1) Язык алгебраических выражений.
- 2) «Язык равенств и неравенств».
- 3) Языки представления чисел.
- 4) Языки теории множеств.
- 5) Языки теории функций действительного аргумента.
- 6) Язык геометрических чертежей.
- 7) Языки векторной алгебры.

геометрический,



символический,

Шаблоны

векторное равенство:

$$\vec{r} = -2\vec{p} - \vec{q},$$

числовое равенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} = \alpha,$$

числовое неравенство:

$$\vec{r} \cdot \vec{p} < 0,$$

Векторные отношения:

$$\vec{r} \perp \vec{q}, \quad \vec{p} \parallel \vec{u}$$

координатный

Шаблоны

$$\vec{p}(-2; -1), \quad \vec{p} = -2\vec{i} + (-1)\vec{j},$$

Если M — произвольная точка фигуры, то ее координаты обычно обозначают $x; y$. Геометрическая фигура, т.е. множество точек, обычно задается либо уравнением $L(x; y) = R(x; y)$, либо неравенствами $L(x; y) \leq R(x; y)$, $L(x; y) < R(x; y)$ и т.п.

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

- 1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

- 1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;

Например,

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

- 1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;

Например, язык геометрических чертежей,

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

- 1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;

Например, язык геометрических чертежей, язык формул школьной геометрии,

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;

Например, язык геометрических чертежей, язык формул школьной геометрии, языки векторной алгебры,

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;

Например, язык геометрических чертежей, язык формул школьной геометрии, языки векторной алгебры, язык алгебраических выражений, равенств и неравенств и т.д.

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

- 1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;
- 2) формирования шаблона ответа на выбранном языке;

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

- 1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;
- 2) формирования шаблона ответа на выбранном языке;

Рассмотрим пример?

IX.2. Порядок конкретизации ответа

Начинать поиск решения задачи надо:

- 1) с выбора языка, на котором будет сформулирован ответ;
- 2) формирования шаблона ответа на выбранном языке;
- 3) получения финального ответа.

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Как найти ответ на этот вопрос?

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Как найти ответ на этот вопрос?

1) Дедуктивный вариант: найти определение в учебнике, энциклопедии и др.

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Как найти ответ на этот вопрос?

1) Дедуктивный вариант: найти определение в учебнике, энциклопедии и др. **Неинтересно.**

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Как найти ответ на этот вопрос?

1) Дедуктивный вариант: найти определение в учебнике, энциклопедии и др. **Неинтересно.**

2) Индуктивный вариант: рассмотреть примеры и попытаться формализовать результат в виде определения.

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Как найти ответ на этот вопрос?

1) Дедуктивный вариант: найти определение в учебнике, энциклопедии и др. **Неинтересно.**

2) Индуктивный вариант: рассмотреть примеры и попытаться формализовать результат в виде определения.

Такое учебное исследование гораздо полезнее, а результат усваивается лучше.

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 =$$

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 =$$

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Формализуем:

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Формализуем: паре чисел — слагаемых суммы — мы сопоставляем число.

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Формализуем: паре чисел — слагаемых суммы — мы сопоставляем число.

Какая стандартная математическая конструкция описывает такую ситуацию?

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Формализуем: паре чисел — слагаемых суммы — мы сопоставляем число.

Какая стандартная математическая конструкция описывает такую ситуацию?

Понятие **функция**!

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Формализуем: паре чисел — слагаемых суммы — мы сопоставляем число.

Какая стандартная математическая конструкция описывает такую ситуацию?

Понятие **функция**! Всегда ли у этой функции два аргумента?

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Формализуем: паре чисел — слагаемых суммы — мы сопоставляем число.

Какая стандартная математическая конструкция описывает такую ситуацию?

Понятие **функция**! Всегда ли у этой функции два аргумента?

Нет, например, у операции

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Формализуем: паре чисел — слагаемых суммы — мы сопоставляем число.

Какая стандартная математическая конструкция описывает такую ситуацию?

Понятие **функция**! Всегда ли у этой функции два аргумента?

Нет, например, у операции $(-x)$ *один аргумент*.

Х. Понятие алгебраической операции

Что такое «алгебраическая операция»?

Рассмотрим для примера операцию сложения целых чисел.

Конкретизируем ситуацию:

$$2 + 3 = 5;$$

$$4 + 7 = 11;$$

$$\bullet + \bullet = \bullet$$

Формализуем: паре чисел — слагаемых суммы — мы сопоставляем число.

Какая стандартная математическая конструкция описывает такую ситуацию?

Понятие **функция**! Всегда ли у этой функции два аргумента?

Нет, например, у операции $(-x)$ *один аргумент*.

Получаем определение.

Х. Понятие алгебраической операции

Определение **2**. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Х. Понятие алгебраической операции

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Например, операция сложения целых чисел отображает $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ в $\mathbb{Z}$, она *паре* целых чисел a, b ставит в соответствие целое число $a + b$.

Х. Понятие алгебраической операции

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Какие виды алгебраических операций наиболее интересны для изучения?

Х. Понятие алгебраической операции

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Какие виды алгебраических операций наиболее интересны для изучения?

Во-первых, в соответствии со стратегией приоритетного изучения экстремальных ситуаций наиболее интересны операции с экстремальным количеством операндов.

Х. Понятие алгебраической операции

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Какие виды алгебраических операций наиболее интересны для изучения?

Во-первых, в соответствии со стратегией приоритетного изучения экстремальных ситуаций наиболее интересны операции с экстремальным количеством операндов.

Во-вторых, операции с часто встречающимися свойствами, например, операции, для которых выполняется переместительный и сочетательный законы (коммутативность, ассоциативность).

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Если $n = 1$, то алгебраическая операция называется **унарной**, если $n = 2$ — то **бинарной** алгебраической операцией.

Особую роль играют 0-арные операции, то есть константы.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .

Если $n = 1$, то алгебраическая операция называется **унарной**, если $n = 2$ — то **бинарной** алгебраической операцией.

Особую роль играют 0-арные операции, то есть константы.

Например, числа 1 и 0 играют особую роль в теории целых чисел, их можно рассматривать как значения соответствующих 0-арных операций.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Если $n = 1$, то алгебраическая операция называется **унарной**, если $n = 2$ — то **бинарной** алгебраической операцией.

Особую роль играют 0-арные операции, то есть константы.

Разумеется, 0-арные операции сейчас можно рассматривать, как некоторые «математические выкрутасы». Однако в дальнейшем мы увидим, что такой подход оказывается очень полезным.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Примерами алгебраических операций на множестве действительных чисел являются операции сложения, умножения, вычитания.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Примерами алгебраических операций на множестве действительных чисел являются операции сложения, умножения, вычитания. Деление не является операцией, так как

Здесь под делением мы понимаем

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Примерами алгебраических операций на множестве действительных чисел являются операции сложения, умножения, вычитания. Деление не является операцией, так как

Здесь под делением мы понимаем функцию, паре (x, y) ставящую в соответствие действительное число $\frac{x}{y}$.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Примерами алгебраических операций на множестве действительных чисел являются операции *сложения*, *умножения*, *вычитания*. Деление не является операцией, так как деление на 0 не определено,

Здесь под делением мы понимаем **функцию**, паре (x, y) ставящую в соответствие действительное число $\frac{x}{y}$.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_n$, область значений которой включается в Ω .

Примерами алгебраических операций на множестве действительных чисел являются операции сложения, умножения, вычитания. Деление не является операцией, так как деление на 0 не определено, то есть пары вида $(x, 0)$ не входят в ее область определения.

Здесь под делением мы понимаем **функцию**, паре (x, y) ставящую в соответствие действительное число $\frac{x}{y}$.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Примерами алгебраических операций на множестве действительных чисел являются операции *сложения, умножения, вычитания*. Деление не является операцией, так как деление на 0 не определено, то есть пары вида $(x, 0)$ не входят в ее область определения.

Это пример так называемой **частичной операции**, которые мы здесь рассматривать не будем.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Вычитание на множестве натуральных чисел не является алгебраической операцией, это тоже частичная операция, так как,

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Вычитание на множестве натуральных чисел не является алгебраической операцией, это тоже частичная операция, так как, например,

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется **функция** с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Вычитание на множестве натуральных чисел не является алгебраической операцией, это тоже частичная операция, так как, например, число $-2 = 3 - 5$ не является натуральным числом, то есть пара $(3, 5)$ не входит в область определения функции »вычитание«.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Определение 2. *n -местной или n -арной алгебраической операцией на непустом множестве Ω называется функция с областью определения $\underbrace{\Omega \times \Omega \times \dots \times \Omega}_{n \text{ множителей}}$, область значений которой включается в Ω .*

Обычно образ элемента x относительно операции f обозначают через $f(x)$. Для бинарных алгебраических операций обычно используют другой способ обозначения образа: вместо $f(x, y)$ его обозначают через $x * y$, где $*$ — обозначение алгебраической операции. Например, мы пишем $x + y$, $x \cdot y$, $x - y$ и т.п.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Заметим, что сейчас мы осуществили *качественный скачок* в нашем развитии. В самом деле, до сих пор в выражениях типа $(x * y) * z = x * (y * z)$ мы рассматривали в качестве переменных

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Заметим, что сейчас мы осуществили *качественный скачок* в нашем развитии. В самом деле, до сих пор в выражениях типа $(x * y) * z = x * (y * z)$ мы рассматривали в качестве переменных только буквы x, y, z , причем считали их числами. Сейчас мы уже можем считать, что x, y, z — не обязательно числа. Но главное достижение состоит в другом.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

До сих пор в выражениях типа $(x * y) * z = x * (y * z)$ мы рассматривали в качестве переменных только буквы x, y, z .

Начиная с этого места мы в качестве переменной можем рассматривать *обозначение операции* $*$.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

До сих пор в выражениях типа $(x * y) * z = x * (y * z)$ мы рассматривали в качестве переменных только буквы x, y, z .

Начиная с этого места мы в качестве переменной можем рассматривать *обозначение операции* $*$.

Например, тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$ будет справедливым, если x, y, z целые числа, а под операцией $*$ понимается суммирование чисел.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

До сих пор в выражениях типа $(x * y) * z = x * (y * z)$ мы рассматривали в качестве переменных только буквы x, y, z .

Начиная с этого места мы в качестве переменной можем рассматривать *обозначение операции* $*$.

Например, тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$ будет справедливым, если x, y, z целые числа, а под операцией $*$ понимается суммирование чисел.

Оно останется верным, если вместо $*$ подставить операцию умножения чисел.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

До сих пор в выражениях типа $(x * y) * z = x * (y * z)$ мы рассматривали в качестве переменных только буквы x, y, z .

Начиная с этого места мы в качестве переменной можем рассматривать *обозначение операции* $*$.

Например, тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$ будет справедливым, если x, y, z целые числа, а под операцией $*$ понимается суммирование чисел.

Но оно нарушается, если $*$ интерпретируется как

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

До сих пор в выражениях типа $(x * y) * z = x * (y * z)$ мы рассматривали в качестве переменных только буквы x, y, z .

Начиная с этого места мы в качестве переменной можем рассматривать *обозначение операции* $*$.

Например, тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$ будет справедливым, если x, y, z целые числа, а под операцией $*$ понимается суммирование чисел.

Но оно нарушается, если $*$ интерпретируется как вычитание чисел.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Следующий решительный шаг, который мы сделаем существенно позднее, состоит в превращении в «переменную» обозначения отношения, например символа $=$.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Следующий решительный шаг, который мы сделаем существенно позднее, состоит в превращении в «переменную» обозначения отношения, например символа $=$.

Впервые с этой ситуацией Вы встречались еще в средней школе.

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Следующий решительный шаг, который мы сделаем существенно позднее, состоит в превращении в «переменную» обозначения отношения, например символа $=$.

Впервые с этой ситуацией Вы встречались еще в средней школе.

Например, равенство треугольников — это все-таки «не совсем равенство»:

Х.1. Некоторые типы алгебраических операций

Бинарная алгебраическая операция $*$ называется

коммутативной, если выполняется тождество $x * y = y * x$;

ассоциативной, если выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Следующий решительный шаг, который мы сделаем существенно позднее, состоит в превращении в «переменную» обозначения отношения, например символа $=$.

Впервые с этой ситуацией Вы встречались еще в средней школе.

Например, равенство треугольников — это все-таки «не совсем равенство»:

иногда важно, например, *где* нарисован треугольник, а не только его геометрические характеристики.

Х.2. Некоторые классические алгебры

Определение 3. Алгеброй (в широком смысле) называется упорядоченная пара $\mathcal{A} = \langle A, \mathcal{F} \rangle$, где A — некоторое непустое множество, называемое носителем алгебры $\mathcal{A}$, и $\mathcal{F}$ — множество операций алгебры $\mathcal{A}$, определенных на A .

Х.2. Некоторые классические алгебры

Определение 3. Алгеброй (в широком смысле) называется упорядоченная пара $\mathcal{A} = \langle A, \mathcal{F} \rangle$, где A — некоторое непустое множество, называемое носителем алгебры $\mathcal{A}$, и $\mathcal{F}$ — множество операций алгебры $\mathcal{A}$, определенных на A .

На одном и том же непустом множестве можно определить различные алгебры.

Х.2. Некоторые классические алгебры

Определение 3. Алгеброй (в широком смысле) называется упорядоченная пара $\mathcal{A} = \langle A, \mathcal{F} \rangle$, где A — некоторое непустое множество, называемое **носителем** алгебры $\mathcal{A}$, и $\mathcal{F}$ — множество операций алгебры $\mathcal{A}$, определенных на A .

На одном и том же непустом множестве можно определить различные алгебры.

На множестве натуральных чисел можно определить алгебру $\langle \mathbb{N}, \{+\} \rangle$, а можно — алгебру $\langle \mathbb{N}, \{\cdot, 1\} \rangle$.

Х.2. Некоторые классические алгебры

Определение 3. Алгеброй (в широком смысле) называется упорядоченная пара $\mathcal{A} = \langle A, \mathcal{F} \rangle$, где A — некоторое непустое множество, называемое носителем алгебры $\mathcal{A}$, и $\mathcal{F}$ — множество операций алгебры $\mathcal{A}$, определенных на A .

На одном и том же непустом множестве можно определить различные алгебры.

На множестве натуральных чисел можно определить алгебру $\langle \mathbb{N}, \{+\} \rangle$, а можно — алгебру $\langle \mathbb{N}, \{\cdot, 1\} \rangle$.

Можно рассмотреть и «более богатую» (в смысле множества операций) алгебру $\langle \mathbb{N}, \{+, \cdot, 1\} \rangle$.

Х.2. Некоторые классические алгебры

Определение 3. Алгеброй (в широком смысле) называется упорядоченная пара $\mathcal{A} = \langle A, \mathcal{F} \rangle$, где A — некоторое непустое множество, называемое носителем алгебры $\mathcal{A}$, и $\mathcal{F}$ — множество операций алгебры $\mathcal{A}$, определенных на A .

На одном и том же непустом множестве можно определить различные алгебры.

На множестве натуральных чисел можно определить алгебру $\langle \mathbb{N}, \{+\} \rangle$, а можно — алгебру $\langle \mathbb{N}, \{\cdot, 1\} \rangle$.

Можно рассмотреть и «более богатую» (в смысле множества операций) алгебру $\langle \mathbb{N}, \{+, \cdot, 1\} \rangle$.

Зачем же рассматривать «бедные» алгебры, если есть такая «богатая» алгебра? Ниже мы приведем некоторые ответы на этот вопрос.

Х.2.1. Группоид

Определение 4. Пусть A — некоторое непустое множество, $*$ — **бинарная операция** на этом множестве. Тогда алгебра $\langle A, \{*\} \rangle$ называется **группоидом**.

Слишком много слов естественного языка...

Х.2.1. Группоид

Определение 4. $\langle A, \{*\} \rangle$ называется группоидом, если

$$A \neq \emptyset \quad \text{и} \quad *: A \times A \rightarrow A.$$

Вот это стоит законспектировать!

Х.2.1. Группоид

Определение 4. $\langle A, \{*\} \rangle$ называется группоидом, если

$$A \neq \emptyset \quad \text{и} \quad *: A \times A \rightarrow A.$$

Группоидами являются алгебры $\langle \mathbb{N}, \{+\} \rangle$, $\langle \mathbb{Z}, \{\cdot\} \rangle$, $\langle \mathbb{Z}, \{-\} \rangle$, $\langle \mathbb{Q}, \{\max\} \rangle$, где $\max$ — бинарная операция, выбирающая из элементов x, y максимальный, и т.п.

Х.2.1. Группоид

Определение 4. $\langle A, \{*\} \rangle$ называется группоидом, если

$$A \neq \emptyset \quad \text{и} \quad *: A \times A \rightarrow A.$$

Группоидами являются алгебры $\langle \mathbb{N}, \{+\} \rangle$, $\langle \mathbb{Z}, \{\cdot\} \rangle$, $\langle \mathbb{Z}, \{-\} \rangle$, $\langle \mathbb{Q}, \{\max\} \rangle$, где $\max$ — бинарная операция, выбирающая из элементов x, y максимальный, и т.п.

Напомним, что здесь обозначение $*$ рассматривается, как *переменная*, но, в отличие от переменных $x, y, \dots$, *значением* переменной $*$ может быть только бинарная операция.

Х.2.2. Полугруппа

Определение 5. *Группоид* $\langle A, \{*\} \rangle$ называется полугруппой, если $*$ — *ассоциативная операция*, то есть

Х.2.2. Полугруппа

Определение 5. *Группоид* $\langle A, \{*\} \rangle$ называется полугруппой, если $*$ — *ассоциативная операция*, то есть выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Х.2.2. Полугруппа

Определение 5. *Группоид* $\langle A, \{*\} \rangle$ называется полугруппой, если $*$ — **ассоциативная операция**, то есть выполняется тождество $(x * y) * z = x * (y * z)$.

Иногда говорят, что A — полугруппа **относительно операции** $*$. При этом равенство $(x * y) * z = x * (y * z)$ называют **аксиомой полугруппы**.

Х.2.3. Группа

Определение 6. Пусть A — некоторое непустое множество, $*$ — бинарная операция, определенная на этом множестве, e — 0 -местная операция на A , то есть e — некоторый элемент из A . Алгебра $\langle A, \{*, e\} \rangle$ называется **группой**, если выполняются следующие утверждения (**аксиомы группы**):

- G1.** $(x * y) * z = x * (y * z)$, то есть $*$ — ассоциативная операция.
- G2.** $x * e = e * x = x$ (аксиома существования **нейтрального** элемента);
- G3.** для каждого элемента $x \in A$ существует такой элемент $\tilde{x}$, что $x * \tilde{x} = \tilde{x} * x = e$ (аксиома существования **обратного** элемента).

При этом операция $*$ называется **групповой операцией**.

Слишком много слов естественного языка...

Х.2.3. Группа

Определение 6. $\langle A, \{*, e\} \rangle$ называется группой, если выполняются аксиомы группы:

G1. $(x * y) * z = x * (y * z)$ (ассоциативность);

G2. $x * e = e * x = x$ (существование **нейтрального** элемента);

G3. $\forall x \in A \quad \exists \tilde{x} \in A \quad x * \tilde{x} = \tilde{x} * x = e$ (аксиома существования **обратного элемента**).

При этом операция $*$ называется групповой операцией.

А вот это можно законспектировать!

Х.2.3. Группа

Ясно, что группа является полугруппой.

Х.2.3. Группа

Ясно, что группа является полугруппой.

Множество целых чисел является группой относительно операции сложения и числа 0, то есть группой является алгебра $\langle \mathbb{Z}, \{+, 0\} \rangle$.

Х.2.3. Группа

Ясно, что группа является полугруппой.

Множество целых чисел является группой относительно операции сложения и числа 0, то есть группой является алгебра $\langle \mathbb{Z}, \{+, 0\} \rangle$.

Во множестве натуральных чисел с операцией сложения нет «нейтрального» элемента, поэтому группой относительно операции сложения множество $\mathbb{N}$ не является.

Х.2.3. Группа

Ясно, что группа является полугруппой.

Множество целых чисел является группой относительно операции сложения и числа 0, то есть группой является алгебра $\langle \mathbb{Z}, \{+, 0\} \rangle$.

Во множестве натуральных чисел с операцией сложения нет «нейтрального» элемента, поэтому группой относительно операции сложения множество $\mathbb{N}$ не является.

Но полугруппой множество $\mathbb{N}$ относительно операции $+$ является.

Х.2.3. Группа

Ясно, что группа является полугруппой.

Множество целых чисел является группой относительно операции сложения и числа 0, то есть группой является алгебра $\langle \mathbb{Z}, \{+, 0\} \rangle$.

Во множестве натуральных чисел относительно операции умножения **нейтральным элементом** является, очевидно,

Х.2.3. Группа

Ясно, что группа является полугруппой.

Множество целых чисел является группой относительно операции сложения и числа 0, то есть группой является алгебра $\langle \mathbb{Z}, \{+, 0\} \rangle$.

Во множестве натуральных чисел относительно операции умножения **нейтральным элементом** является, очевидно, число 1, так как $n \cdot 1 = 1 \cdot n = n$.

Х.2.3. Группа

Ясно, что группа является полугруппой.

Множество целых чисел является группой относительно операции сложения и числа 0, то есть группой является алгебра $\langle \mathbb{Z}, \{+, 0\} \rangle$.

Во множестве натуральных чисел относительно операции умножения **нейтральным элементом** является, очевидно, число 1, так как $n \cdot 1 = 1 \cdot n = n$.

Однако обратный элемент

Х.2.3. Группа

Ясно, что группа является полугруппой.

Множество целых чисел является группой относительно операции сложения и числа 0, то есть группой является алгебра $\langle \mathbb{Z}, \{+, 0\} \rangle$.

Во множестве натуральных чисел относительно операции умножения **нейтральным элементом** является, очевидно, число 1, так как $n \cdot 1 = 1 \cdot n = n$.

Однако обратный элемент существует не для любого числа из $\mathbb{N}$ (имеется в виду обратный элемент, являющийся натуральным числом).

Х.2.3. Группа

Определение 7. *Группа с коммутативной групповой операцией называется коммутативной группой или абелевой группой.*

Рассмотрим примеры?

Х.2.4. Об ограничении операции на подмножество

$+$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

$*$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

Вернемся к группоидам **рассмотренного примера**. В группоиде $\langle A, \{\ominus\} \rangle$ операция «очень однообразная»: это **функция**-константа, каждой паре элементов из $\{a, b, c\}$ ставящая в соответствие единственный элемент a .

Х.2 Об ограничении операции на подмножество

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

В группоиде $\langle A, \{\odot\} \rangle$ операция $\odot$ обладает одним полезным свойством: для любых двух элементов $u, v \in \{a, b, c\}$ разрешимы уравнения $u \odot x = v$ и $y \odot u = v$ относительно переменных x, y . Здесь уместно подчеркнуть, что в группе аксиомы **G2**, **G3** широко используются именно для решения таких уравнений! Это свойство «роднит» группоид $\langle A, \{\odot\} \rangle$ с группой, хотя этот группоид не является не только группой, но даже не является полугруппой.

Х.2 Об ограничении операции на подмножество

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

Но особый интерес представляет для нас группоид $\langle A, \{*\} \rangle$. Рассмотрим подмножество $B = \{b, c\}$ и **ограничение**³ $\star$ операции $*$ на это

подмножество:

x	b	c
b	b	c
c	c	b

. Нетрудно понять, что $\langle \{b, c\}, \{\star, b\} \rangle$ является группой.

³Напомним, что ограничение $\star$ получается из $*$, если мы «забудем», как действует $*$ на все элементы, не принадлежащие B . Например, $c \star b = c * b = c$, а вот $c \star a$ неопределена, так как $a \notin B$.

Х.2 Об ограничении операции на подмножество

В большинстве случаев введение нового символа, например, $\star$ для обозначения **ограничения** $*$ на $\{b, c\}$, представляется неким «излишеством», т.к. для любых элементов $x, y \in B$ по определению **ограничения** имеем $x \star y = x * y$. Поэтому обычно вместо символа $\star$ можно пользоваться прежним символом $*$. По этому поводу мы примем специальное соглашение.

Х.2 Об ограничении операции на подмножество

Соглашение 1. Для уменьшения количества обозначений мы вместо символа, обозначающего **ограничение** операции на подмножество (например, символа $\star$, обозначающего ограничение $*$ на $\{b, c\}$) будем использовать символ исходной операции (в рассматриваемом примере это $*$).

Х.2 Об ограничении операции на подмножество

Соглашение 1. *Для уменьшения количества обозначений мы вместо символа, обозначающего **ограничение** операции на подмножество (например, символа $\star$, обозначающего ограничение $*$ на $\{b, c\}$) будем использовать символ исходной операции (в рассматриваемом примере это $*$).*

Это соглашение позволяет не вводить новый символ и использовать вместо него символ, обозначающий исходную операцию. В применении к рассматриваемому примеру мы будем говорить об операции $*$ на подмножестве B , хотя $*$ — операция на A , и, строго говоря, надо говорить о $\star$ на множестве B . «Грамматические вольности» такого рода могут привести к серьезным недоразумениям, но в ситуациях, которые мы будем рассматривать, этого не произойдет.

Х.3 Дистрибутивность

$+$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

$*$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

Но самое интересное состоит в том, что операции $+$ и $*$ своеобразно «взаимодействуют» между собой. А именно, несложно проверить (перебором 27 вариантов), что на $A = \{a, b, c\}$ выполняются тождества $a * (b + c) = a * b + a * c$ и $(b + c) * a = b * a + c * a$. Эти формулы называются **дистрибутивностью**.

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (**аксиомы кольца**):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (**аксиомы кольца**):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);

Значит, $\langle K, \{+\} \rangle$ — полугруппа

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (**аксиомы кольца**):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. в K существует элемент, который мы обозначим 0 , такой, что для любого x из K выполняется соотношение $x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);

Слишком много слов естественного языка...

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (**аксиомы кольца**):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (**аксиомы кольца**):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);

Значит, $\langle K, \{+\} \rangle$ — полугруппа с нейтральным элементом (с «единицей»).

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (**аксиомы кольца**):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);
4. для любого x из K существует такой элемент $(-x)$, что $(-x) + x = 0$ (элемент, противоположный x);

Опять слишком много слов естественного языка...

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (**аксиомы кольца**):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);
4. $\forall x \in K \quad \exists (-x) \in K \quad (-x) + x = 0$ (существование противоположного элемента);

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (аксиомы кольца):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);
4. $\forall x \in K \quad \exists (-x) \in K \quad (-x) + x = 0$ (существование противоположного элемента);

Значит, $\langle K, \{+\} \rangle$ — группа.

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (аксиомы кольца):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);
4. $\forall x \in K \quad \exists (-x) \in K \quad (-x) + x = 0$ (существование противоположного элемента);

Значит, $\langle K, \{+\} \rangle$ — абелева (коммутативная) группа — аддитивная группа кольца.

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (аксиомы кольца):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);
4. $\forall x \in K \quad \exists (-x) \in K \quad (-x) + x = 0$ (существование противоположного элемента);
5. $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ (ассоциативность «умножения»);

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (аксиомы кольца):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);
4. $\forall x \in K \quad \exists (-x) \in K \quad (-x) + x = 0$ (существование противоположного элемента);
5. $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ (ассоциативность «умножения»);

Значит, $\langle K, \{\cdot\} \rangle$ — полугруппа.

Х.3.1. Кольцо

Определение 8. Кольцом или ассоциативным кольцом называется алгебра $\langle K, \{+, \cdot, 0\} \rangle$ для которой выполняются следующие утверждения (**аксиомы кольца**):

1. $x + y = y + x$ (коммутативность «сложения»);
2. $x + (y + z) = (x + y) + z$ (ассоциативность «сложения»);
3. $\exists 0 \in K \quad \forall x \in K \quad x + 0 = x$ (наличие нулевого элемента);
4. $\forall x \in K \quad \exists (-x) \in K \quad (-x) + x = 0$ (существование противоположного элемента);
5. $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$ (ассоциативность «умножения»);
6. $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z, \quad (y + z) \cdot x = y \cdot x + z \cdot x$ (левая и правая дистрибутивности).

Х.3.1. Кольцо

Часто это определение формулируют следующим образом: кольцом называется непустое множество K с операциями, которые мы обозначим $+$ и $\cdot$, в котором имеется элемент, который мы обозначим символом 0 , причем выполняются приведенные выше **аксиомы кольца**.

$\langle K, \{+, 0\} \rangle$ называется **аддитивной группой** кольца.

$\langle K, \{\cdot\} \rangle$ называется **мультипликативной полугруппой** кольца.

Х.3.1. Кольцо

Иногда в определении кольца отказываются от **аксиомы 5 (ассоциативность «умножения»)** и заменяют ее какой-нибудь другой. В этом случае говорят о **неассоциативных кольцах**.

Выполнение **аксиом 2-4** говорит о том, что K является **группой** относительно сложения, а выполнение при этом аксиомы 1 говорит о том, что это **абелева** или, иными словами, **коммутативная группа**.

Х.3.2. Тело

Определение 9. Пусть A — непустое множество, $+$, $\cdot$ — операции на множестве A , и $0, 1$ — элементы множества A . Тогда алгебра $\langle A, \{+, \cdot, 0, 1\} \rangle$ называется **телом** тогда и только тогда, когда выполняются следующие утверждения (аксиомы тела):

1. $\langle A, \{+, 0\} \rangle$ — **абелева (коммутативная) группа**;
2. $\langle A \setminus \{0\}, \{\cdot, 1\} \rangle$ — **группа** (вообще говоря, некоммутативная);
3. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ и $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$ — **законы дистрибутивности**.

При этом группа $\langle A, \{+, 0\} \rangle$ называется **аддитивной группой** тела, а группа $\langle A \setminus \{0\}, \{\cdot, 1\} \rangle$ называется **мультипликативной группой** тела.

Х.3.3. Поле

Итак, мы имеем такую алгебру $\langle A, \{+, *, a, b\} \rangle$, что $+$ и $*$ — такие коммутативные операции, что, во-первых, $\langle \{a, b, c\}, \{+, a\} \rangle$ и $\langle \{b, c\}, \{*, b\} \rangle$ ⁴ — абелевы (то есть коммутативные) группы, причем для $*$, $+$ выполняется дистрибутивность. Такие алгебры играют особую роль в современной математике. Такая алгебра называется полем (в алгебраическом смысле).

⁴Мы воспользовались соглашением 1, поскольку, строго говоря, надо говорить об алгебре $\langle \{b, c\}, \{*, b\} \rangle$, а не о $\langle \{b, c\}, \{*, b\} \rangle$.

Х.3.3. Поле

Определение 10. Пусть A — непустое множество, $+, \cdot$ — операции на множестве A , и $0, 1$ — элементы множества A . Тогда алгебра $\langle A, \{+, \cdot, 0, 1\} \rangle$ называется **полем** тогда и только тогда, когда выполняются следующие утверждения (аксиомы поля):

1. $\langle A, \{+, 0\} \rangle$ — **абелева (коммутативная) группа**;
2. $\langle A \setminus \{0\}, \{\cdot, 1\} \rangle$ — **абелева (коммутативная) группа**;
3. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ и $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$ — **законы дистрибутивности**.

При этом группа $\langle A, \{+, 0\} \rangle$ называется **аддитивной группой поля**, а группа $\langle A \setminus \{0\}, \{\cdot, 1\} \rangle$ называется **мультипликативной группой поля**. Следуя физической традиции, элементы поля будем называть **скалярами**.

Х.3.3. Поле

Помимо рассмотренного выше примера поля можно привести более важные примеры: **поле рациональных чисел** $\langle \mathbb{Q}, \{+, \cdot, 0, 1\} \rangle$, **поле действительных чисел** $\langle \mathbb{R}, \{+, \cdot, 0, 1\} \rangle$, и рассмотренное ниже **поле комплексных чисел** $\langle \mathbb{C}, \{+, \cdot, 0, 1\} \rangle$.

[Перейти к лекции по матричной алгебре?](#)

[Перейти к лекции по многочленам?](#)

Х.3.4. Об идентификации алгебры по ее носителю

Соглашение 2. *Нередко при проведении алгебраических исследований набор операций, определенных на данном носителе, ясен из контекста. Это позволяет идентифицировать алгебру по ее носителю. Поэтому в дальнейшем в ситуации, когда из контекста ясно, какие именно операции $f_1, f_2, \dots$ определены на множестве A , мы нередко будем писать «алгебра A » вместо «алгебра $\langle A, \{f_1, f_2, \dots\} \rangle$ ».*

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

- а) «целое число называется четным, если оно делится на 2 нацело»;
- б) «параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны»;
- в) «говорят, что функция p — четная, если для любого x из области её определения $p(-x) = p(x)$ »;
- г) «рациональное число — это число, которое можно представить в виде m/n , где m — целое, а n — натуральное число».

Решение.

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

а) «целое число называется четным, если оно делится на 2 нацело»;

Решение.

а) определяется понятие

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

а) «целое число называется четным, если оно делится на 2 нацело»;

Решение.

а) определяется понятие «четное число»,

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

а) «целое число называется четным, если оно делится на 2 нацело»;

Решение.

а) определяется понятие «четное число»,
родовое понятие —

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

а) «целое число» называется четным, если оно делится на 2 нацело»;

Решение.

а) определяется понятие «четное число»,
родовое понятие — «целое число»,

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

а) «целое число называется четным, если оно делится на 2 нацело»;

Решение.

а) определяется понятие «четное число»,
родовое понятие — «целое число»,
характеристическое свойство —

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

а) «целое число называется четным, если оно делится на 2 нацело»;

Решение.

а) определяется понятие «четное число»,
родовое понятие — «целое число»,
характеристическое свойство — «делиться на 2 нацело»;

Пример 1. *Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:*

б) «параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны»;

Решение.

б) определяется понятие

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

б) «параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны»;

Решение.

б) определяется понятие «параллелограмм»,

Пример 1. *Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:*

б) «параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны»;

Решение.

б) определяется понятие «параллелограмм»,
родовое понятие —

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

б) «параллелограммом называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны»;

Решение.

б) определяется понятие «параллелограмм»,
родовое понятие — «четырёхугольник»,

Пример 1. *Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:*

б) «параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны»;

Решение.

б) определяется понятие «параллелограмм»,
родовое понятие — «четырехугольник»,
характеристическое свойство —

Пример 1. *Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:*

б) «параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны»;

Решение.

б) определяется понятие «параллелограмм»,
родовое понятие — «четырехугольник»,
характеристическое свойство — «противоположные стороны попарно параллельны»;

Пример 1. *Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:*

в) «говорят, что функция p — четная, если для любого x из области её определения $p(-x) = p(x)$ »;

Решение.

в) определяется понятие

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

в) «говорят, что функция p — четная, если для любого x из области её определения $p(-x) = p(x)$ »;

Решение.

в) определяется понятие «четная функция»,

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

в) «говорят, что функция p — четная, если для любого x из области её определения $p(-x) = p(x)$ »;

Решение.

в) определяется понятие «четная функция»,
родовое понятие —

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

в) «говорят, что функция p — четная, если для любого x из области её определения $p(-x) = p(x)$ »;

Решение.

в) определяется понятие «четная функция»,
родовое понятие — «функция»,

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

в) «говорят, что функция p — четная, если для любого x из области её определения $p(-x) = p(x)$ »;

Решение.

в) определяется понятие «четная функция»,
родовое понятие — «функция»,
характеристическое свойство —

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

в) «говорят, что функция p — четная, если для любого x из области её определения $p(-x) = p(x)$ »;

Решение.

в) определяется понятие «четная функция»,
родовое понятие — «функция»,
характеристическое свойство — «для любого x из области определения функции p выполняется равенство $p(-x) = p(x)$ »;

Пример 1. *Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:*

г) *«рациональное число — это число, которое можно представить в виде t/n , где t — целое, а n — натуральное число».*

Решение.

г) определяется понятие

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

г) «рациональное число» — это число, которое можно представить в виде t/n , где t — целое, а n — натуральное число».

Решение.

г) определяется понятие «рациональное число»,

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

г) «рациональное число — это число, которое можно представить в виде m/n , где m — целое, а n — натуральное число».

Решение.

г) определяется понятие «рациональное число»,
родовое понятие —

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

г) «рациональное число — это число, которое можно представить в виде t/n , где t — целое, а n — натуральное число».

Решение.

г) определяется понятие «рациональное число»,
родовое понятие — «число»,

Пример 1. *Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:*

г) *«рациональное число — это число, которое можно представить в виде t/n , где t — целое, а n — натуральное число».*

Решение.

г) определяется понятие «рациональное число»,
родовое понятие — «число»,
характеристическое свойство —

Пример 1. Выделите составные части (термин, обозначающий определяемое понятие, родовое понятие, список характеристических свойств) в следующих определениях:

г) «рациональное число — это число, которое можно представить в виде t/n , где t — целое, а n — натуральное число».

Решение.

г) определяется понятие «рациональное число»,
родовое понятие — «число»,
характеристическое свойство — «представимость в виде t/n , где t — целое, а n — натуральное число».

Вернёмся к лекции?

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Ответ.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 1: «Катетом называется сторона прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу».

Ответ.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 1: «Катетом называется сторона прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу».

Ответ.

Сферой радиуса R с центром в точке A называется множество всех точек пространства, удаленных на расстояние R от точки A .

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 2: «Катет — это сторона прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу».

Ответ.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 2: «Катет — это сторона прямоугольного треугольника, прилегающая к прямому углу».

Ответ.

Сфера радиуса R с центром в точке A — это множество всех точек пространства, удаленных на расстояние R от точки A .

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 3: «Сторона прямоугольного треугольника называется катетом, если она прилегает к прямому углу.».

Ответ.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 3: «Сторона прямоугольного треугольника называется катетом, если она прилегает к прямому углу.».

Ответ.

Множество всех точек пространства, удаленных на расстояние R от точки A , называется сферой радиуса R , при этом A называется центром этой сферы.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 4: «Сторона треугольника называется катетом тогда и только тогда, когда, во-первых, этот треугольник прямоугольный, и, во-вторых, эта сторона прилегает к прямому углу».

Ответ.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 4: «Сторона треугольника называется катетом тогда и только тогда, когда, во-первых, этот треугольник прямоугольный, и, во-вторых, эта сторона прилегает к прямому углу».

Ответ.

Множество S точек пространства называется сферой радиуса R с центром в точке A тогда и только тогда, когда, во-первых, расстояние от каждой из точек множества S до A равно R и, во-вторых, всякая точка пространства, удаленная от A на расстояние R , является элементом множества S .

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 5: «Назовем катетом сторону прямоугольного треугольника, прилегающую к прямому углу».

Ответ.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 5: «Назовем катетом сторону прямоугольного треугольника, прилегающую к прямому углу».

Ответ.

Назовем сферой радиуса R с центром в точке A множество всех таких точек пространства, которые удалены на расстояние R от точки A .

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 6: «Говорят, что сторона прямоугольного треугольника — катет, если она прилегает к прямому углу».

Ответ.

Пример 2. Примените *«шаблоны» для определения* для получения формулировки определения сферы, т.е. множества точек, удаленных от точки A на расстояние R .

Шаблон 6: «Говорят, что сторона прямоугольного треугольника — катет, если она прилегает к прямому углу».

Ответ.

Говорят, что множество S точек пространства — сфера радиуса R с центром в точке A , если и только если, во-первых, расстояние от каждой из точек множества S до A равно R и, во-вторых, всякая точка пространства, удаленная от A на расстояние R , является элементом множества S .

Вернуться к лекции по определениям?

Задача XI.1. (Ответ приведен на стр.1695.) Пользуясь **шаблонами для определения**, сформулируйте определение почвы, то есть «поверхностного слоя земной коры, несущего на себе растительный покров суши и обладающего плодородием».

Задача XI.2. (Ответ приведен на стр.1697.) Является ли определением утверждение: «Любовь — это когда вам хорошо вместе, когда друг без друга нельзя.»

Задача XI.3. (Ответ приведен на стр.1699.) Является ли определением утверждение: «Враги — это те, которых мы ненавидим.»

Задача XI.4. (Ответ приведен на стр.1701.) Является ли определением утверждение: «Безлошадную повозку называли автомобилем, поскольку она движется сама, без помощи лошадей.»

Задача XI.5. (Ответ приведен на стр.1703.) Является ли определением утверждение: «Автомобиль — это такой опасный, который быстро ездит и дымит.»

Задача XI.6. (Ответ приведен на стр.1705.) Является ли определением утверждение: «Автомобиль — самое лучшее, что придумали люди.»

Задача XII.7. (Ответ приведен на стр.1707.) Выясните, что определяет-ся в приведенных ниже утверждениях: бузи, трана, готка, мерзика, трунд? Что надо знать, чтобы понять, что такое (или кто такой) мерзика? Задают ли эти определения разные понятия или это просто разные названия одного и того же понятия?

1. Мерзикой называется хрюнкая готка с рятыми бузями.
2. Готку называют трундом, если она хрюнкая и имеет рятые бузи.
3. Готка с рятыми бузями — это трана, если она хрюнкая.

Вернуться к лекции по определениям?

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение. В **схеме** $\left\{ \begin{array}{l} A, \\ B \end{array} \right\} \Rightarrow C$ высказывания A , B и C можно интерпретировать следующим образом:

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение. В **схеме** $\left\{ \begin{array}{l} A, \\ B \end{array} \right\} \Rightarrow C$ высказывания A , B и C можно интерпретировать следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{array} \right\} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC — \text{равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC — \text{прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC — \text{равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle,$$

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle,$$

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{— прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle,$$
$$\begin{cases} \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle,$$
$$\begin{cases} \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle.$$

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle,$$

Если

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle,$$

Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle,$$

Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,
один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{array} \right. \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle,$$

Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,
один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то
этот треугольник — прямоугольный

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{array} \right. \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle,$$

Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник,
один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то
этот треугольник — прямоугольный (это утверждение неверно).

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle.$$

Если $\triangle ABC$ — прямоугольный треугольник, один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$,

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение.

$$\begin{cases} \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}.$$

Обратным теоремам соответствуют **схемы**

$$\begin{cases} \text{один из углов } \triangle ABC \text{ равен } \frac{\pi}{4}, \\ \triangle ABC \text{ — прямоугольный } \triangle \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ — равнобедренный } \triangle.$$

Если $\triangle ABC$ — прямоугольный треугольник, один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то этот треугольник — равнобедренный (это верное утверждение, эта теорема является обратной к исходной).

Пример 3. Для теоремы «если $\triangle ABC$ — равнобедренный прямоугольный треугольник, то один из его углов равен $\frac{\pi}{4}$ » сформулируйте обратные теоремы.

Решение. Если $\triangle ABC$ — равнобедренный треугольник, один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то этот треугольник — прямоугольный (это утверждение неверно);

Если $\triangle ABC$ — прямоугольный треугольник, один из углов которого равен $\frac{\pi}{4}$, то этот треугольник — равнобедренный (это верное утверждение, эта теорема является обратной к исходной).

Вернуться к лекции?

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение.

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем четность функции.

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем четность функции.

Этап 3. Учитывая, что наиболее мощный аналитический аппарат в математике разработан для обработки равенств и неравенств, переведем доказываемое утверждение и условие задачи на «язык равенств и неравенств».

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем четность функции.

Этап 3. Используем **определение четной функции**: h — четная функция тогда и только тогда, когда $h(-x) = h(x)$ для любого x из области определения функции h . Значит исходную импликацию свели к другой:

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем четность функции.

Этап 3. Используем **определение четной функции**: h — четная функция тогда и только тогда, когда $h(-x) = h(x)$ для любого x из области определения функции h . Значит исходную импликацию свели к другой:

$$\begin{cases} f(-x) = -f(x), \\ g(-x) = -g(x) \end{cases} \Rightarrow f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x).$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Есть три основных способа **доказательства равенства**:

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Есть три основных способа **доказательства равенства**:

а) алгебраические преобразования;

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Есть три основных способа **доказательства равенства**:

а) алгебраические преобразования;

б) сведение к неравенствам $\leq$ и $\geq$;

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Есть три основных способа **доказательства равенства**:

- а) алгебраические преобразования;
- б) сведение к неравенствам $\leq$ и $\geq$;
- в) «от противного».

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g , получаем:

Левая часть равенства =

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g , получаем:

Левая часть равенства $= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) =$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g , получаем:

Левая часть равенства $= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) =$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g , получаем:

$$\begin{aligned} \text{Левая часть равенства} &= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) = \\ &= (-1) \cdot (-1) \cdot f(x) \cdot g(x) = \end{aligned}$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g , получаем:

$$\begin{aligned} \text{Левая часть равенства} &= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) = \\ &= (-1) \cdot (-1) \cdot f(x) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) = h(x) = \end{aligned}$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Генерация» доказательства.*

Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2' (доказательства новой импликации)

если $f(-x) = -f(x)$ и $g(-x) = -g(x)$, то $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Доказываем равенство $f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot g(x)$.

Этап 3'. Применим первый метод: преобразуем левую и правую части этого равенства к одному виду. В данном случае, используя нечетность функций f и g , получаем:

Левая часть равенства $= h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) =$
 $= (-1) \cdot (-1) \cdot f(x) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) = h(x) =$ Правая часть равенства.

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции («ритуальная фраза», заменяющая в данном случае фразу «пусть условие теоремы выполнено»).

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) =$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) =$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-1) \cdot f(x) \cdot (-1) \cdot g(x) =$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-1) \cdot f(x) \cdot (-1) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) =$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-1) \cdot f(x) \cdot (-1) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) = h(x).$$

Пример 4. Докажите теорему «Произведение двух нечетных функций есть функция четная».

Решение. *«Оформление» доказательства*

Пусть f и g — нечетные функции. Тогда, по определению нечетной функции, имеем

$$f(-x) = -f(x) = (-1) \cdot f(x) \quad \text{и} \quad g(-x) = -g(x) = (-1) \cdot g(x).$$

Поэтому

$$h(-x) = f(-x) \cdot g(-x) = (-1) \cdot f(x) \cdot (-1) \cdot g(x) = f(x) \cdot g(x) = h(x).$$

Таким образом, $h(-x) = h(x)$. Это, по определению, означает, что $h(x)$ — четная функция. Теорема доказана.

Вернуться к лекции или рассмотреть **следующий пример?**

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно **возрастающей**».

Решение.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно **возрастающей**».

Решение. «Генерация» доказательства. Этап 1.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно **возрастающей**».

Решение. «Генерация» доказательства. Этап 1. Это теорема-импликация.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно **возрастающей**».

Решение. «Генерация» доказательства. Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно **возрастающей**».

Решение. «Генерация» доказательства. Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем, что h — монотонно **возрастающая функция**.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно **возрастающей**».

Решение. «Генерация» доказательства. Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем, что h — монотонно **возрастающая функция**.

Этап 3. В данном случае наиболее важной информацией является *определение*. Функция h называется монотонно **возрастающей** тогда и только тогда, когда

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно убывающие функции, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно возрастающей».

Решение. «Генерация» доказательства. Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем, что h — монотонно возрастающая функция.

Этап 3. В данном случае наиболее важной информацией является определение. Функция h называется монотонно возрастающей тогда и только тогда, когда для любых чисел $x < y$ из области определения функции h имеет место неравенство $h(x) < h(y)$.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно убывающие функции, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно возрастающей».

Решение. «Генерация» доказательства. Этап 1. Это теорема-импликация.

Этап 2. Доказываем, что h — монотонно возрастающая функция.

Этап 3. В данном случае наиболее важной информацией является определение. Функция h называется монотонно возрастающей тогда и только тогда, когда для любых чисел $x < y$ из области определения функции h имеет место неравенство $h(x) < h(y)$.

Таким образом, в условиях этой теоремы надо доказать импликацию «если $x < y$, то $h(x) < h(y)$ ».

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно убывающие функции, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно возрастающей».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1'. Мы доказываем импликацию «если f и g — монотонно убывающие функции, и $x < y$ — числа из области определения функции h , то $h(x) < h(y)$ ».

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно убывающие функции, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно возрастающей».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1'. Мы доказываем импликацию «если f и g — монотонно убывающие функции, и $x < y$ — числа из области определения функции h , то $h(x) < h(y)$ ».

Этап 2''. Доказываем неравенство $h(x) < h(y)$.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно убывающие функции, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно возрастающей».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 1'. Мы доказываем импликацию «если f и g — монотонно убывающие функции, и $x < y$ — числа из области определения функции h , то $h(x) < h(y)$ ».

Этап 2''. Доказываем неравенство $h(x) < h(y)$.

Этап 3'''. Из определения функции h следует, что мы доказываем неравенство $f(g(x)) < f(g(y))$.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно убывающие функции, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно возрастающей».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 3'''. Из определения функции h следует, что мы доказываем неравенство $f(g(x)) < f(g(y))$. Про функцию f известно лишь, что она монотонно убывает.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно убывающие функции, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно возрастающей».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 3'''. Из определения функции h следует, что мы доказываем неравенство $f(g(x)) < f(g(y))$. Про функцию f известно лишь, что она монотонно убывает. Поэтому утверждение о том, что значение функции f на элементе $g(x)$ меньше значения функции на элементе $g(y)$ мы можем получить только если докажем, что $g(x) > g(y)$.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно убывающие функции, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно возрастающей».

Решение. «Генерация» доказательства.

Этап 3'''. Из определения функции h следует, что мы доказываем неравенство $f(g(x)) < f(g(y))$. Про функцию f известно лишь, что она монотонно убывает. Поэтому утверждение о том, что значение функции f на элементе $g(x)$ меньше значения функции на элементе $g(y)$ мы можем получить только если докажем, что $g(x) > g(y)$.

Но последнее утверждение следует из неравенства $x < y$ и условия, что g — монотонно убывающая функция. Этап генерации закончен.

Пример 5. Докажите теорему «если f и g — монотонно **убывающие функции**, то функция h , заданная формулой $h(x) = f(g(x))$, является монотонно **возрастающей**».

Решение. «Оформление» доказательства.

Пусть f и g — монотонно **убывающие функции**. Возьмем произвольные такие элементы x, y области определения функции h , что $x < y$. По определению **убывающей функции** получаем, что $g(x) > g(y)$. Но f монотонно убывает, следовательно, $g(x) > g(y) \Rightarrow f(g(x)) < f(g(y))$. Таким образом, из $x < y$ следует, что $h(x) < h(y)$, то есть h — монотонно **возрастающая функция**, что и требовалось доказать.

Вернуться к лекции?

Пример 6. *Проведем аналогию с методом математической индукции в доказательстве того, что мы можем попасть на любую ступеньку лестницы бесконечной высоты. Нумерация ступенек начинается с n_0 .*

Доказательство.

Пример 6. *Проведем аналогию с методом математической индукции в доказательстве того, что мы можем попасть на любую ступеньку лестницы бесконечной высоты. Нумерация ступенек начинается с n_0 .*

Доказательство. Пусть $n \geq n_0$. У нас есть две возможности: либо сразу «запрыгнуть» на ступеньку с номером n , либо «забраться» на нее постепенно: сначала добраться до первой ступеньки (это база индукции), а потом указать способ, который позволяет нам перебраться на ступеньку с номером n при условии, что мы можем подняться на любую нижележащую ступеньку (шаг индукции).

Пример 6. *Проведем аналогию с методом математической индукции в доказательстве того, что мы можем попасть на любую ступеньку лестницы бесконечной высоты. Нумерация ступенек начинается с n_0 .*

Доказательство. Пусть $n \geq n_0$. У нас есть две возможности: либо сразу «запрыгнуть» на ступеньку с номером n , либо «забраться» на нее постепенно: сначала добраться до первой ступеньки (это база индукции), а потом указать способ, который позволяет нам перебраться на ступеньку с номером n при условии, что мы можем подняться *на любую нижележащую ступеньку* (шаг индукции).

При этом на n -ю ступеньку нам уже предстоит подниматься не с «земли», а уже с достаточно большой высоты: понятно, что сделать шаг на одну или, допустим, две-три ступеньки на 10-м этаже легче, чем подниматься на эту же ступеньку с первого этажа.

Вернуться к лекции?

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство.

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. База индукции. При $n = 1$ имеем $1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}$ — верное равенство. База индукции доказана.

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

Главная задача при применении метода математической индукции состоит в том, что надо свести рассматриваемую ситуацию к случаю «меньшего n ».

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

Главная задача при применении метода математической индукции состоит в том, что надо свести рассматриваемую ситуацию к случаю «меньшего n ». В данном случае это сделать просто: надо «отделить» последнее слагаемое в сумме $1 + 2 + 3 + \dots + n$.

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n =$$

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n = (1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)) + n =$$

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n &= (1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)) + n = \\ &= \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} + n = \end{aligned}$$

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n &= (1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)) + n = \\ &= \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} + n = \frac{(n-1)n + 2n}{2} = \end{aligned}$$

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n &= (1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)) + n = \\ &= \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} + n = \frac{(n-1)n + 2n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}. \end{aligned}$$

Шаг индукции доказан.

Пример 7. Доказать, что для $n \geq 1$ имеет место равенство

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Доказательство. Шаг индукции. Пусть $n > 1$ и для любого такого m , что $1 \leq m < n$, равенство $1 + 2 + 3 + \dots + m = \frac{m(m+1)}{2}$ имеет место.

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n &= (1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)) + n = \\ &= \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} + n = \frac{(n-1)n + 2n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}. \end{aligned}$$

Шаг индукции доказан.

Согласно принципу математической индукции получаем, что доказываемое равенство справедливо для любого $n \geq 1$.

Вернуться к лекции?

Задача XIII.8. (Ответ приведен на стр.1709.) Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Задача XIII.9. (Ответ приведен на стр.1714.) Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Задача XIII.10. (Ответ приведен на стр.1720.) Как доказать включение одного множества в другое?

Задача XIII.11. (Ответ приведен на стр.1726.) Как можно доказать равенство множеств?

Задача XIII.12. (Ответ приведен на стр.1731.) Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Задача XIII.13. (Ответ приведен на стр.1735.) Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Пользуясь **шаблонами для определения**, сформулируйте определение почвы, то есть «поверхностного слоя земной коры, несущего на себе растительный покров суши и обладающего плодородием».

Задача 1. Пользуясь **шаблонами для определения**, сформулируйте определение почвы, то есть «поверхностного слоя земной коры, несущего на себе растительный покров суши и обладающего плодородием».

Ответ. Например: поверхностный слой земной коры называется почвой тогда и только тогда, когда он несет на себе растительный покров суши и обладает плодородием.

Решение задачи 2.

Задача 2. Является ли определением утверждение: «Любовь — это когда вам хорошо вместе, когда друг без друга нельзя.»

Задача 2. Является ли определением утверждение: «Любовь — это когда вам хорошо вместе, когда друг без друга нельзя.»

Ответ. Отсутствует термин, обозначающий более общее понятие (**распространенная ошибка:** вместо него использована фраза *это когда*).

Решение задачи 3.

Задача 3. Является ли определением утверждение: «Враги — это те, которых мы ненавидим.»

Задача 3. Является ли определением утверждение: «Враги — это те, которых мы ненавидим.»

Ответ. Отсутствует термин, обозначающий более общее понятие (**распространенная ошибка:** вместо него использовано местоимение *те*).

Решение задачи 4.

Задача 4. Является ли определением утверждение: «Безлошадную повозку называли автомобилем, поскольку она движется сама, без помощи лошадей.»

Задача 4. Является ли определением утверждение: «Безлошадную повозку называли автомобилем, поскольку она движется сама, без помощи лошадей.»

Ответ. В определении должно присутствовать слово *называется* или какое-либо слово с аналогичным смыслом либо это слово должно подразумеваться (например, когда используются конструкции типа « A — это B »).

Решение задачи 5.

Задача 5. Является ли определением утверждение: «Автомобиль — это такой опасный, который быстро ездит и дымит.»

Задача 5. Является ли определением утверждение: «Автомобиль — это такой опасный, который быстро ездит и дымит.»

Ответ. Отсутствует термин, обозначающий более общее понятие (**распространенная ошибка:** вместо него использована фраза *это который*).

Решение задачи 6.

Задача 6. Является ли определением утверждение: «Автомобиль — самое лучшее, что придумали люди.»

Задача 6. Является ли определением утверждение: «Автомобиль — самое лучшее, что придумали люди.»

Ответ. Во-первых, отсутствует термин, обозначающий более общее понятие (он только подразумевается, например термин *вещь* и т.п.). Во-вторых, фактически отсутствует список характеристических свойств.

Решение задачи 7.

Задача 7. Выясните, что определяется в приведенных ниже утверждениях: бузи, трана, готка, мерзика, трунд? Что надо знать, чтобы понять, что такое (или кто такой) мерзика? Задают ли эти определения разные понятия или это просто разные названия одного и того же понятия?

1. Мерзикой называется хрюнка готка с рятыми бузями.
2. Готку называют трундом, если она хрюнка и имеет рятые бузи.
3. Готка с рятыми бузями — это трана, если она хрюнка.

Задача 7. Выясните, что определяется в приведенных ниже утверждениях: бузи, трана, готка, мерзика, трунд? Что надо знать, чтобы понять, что такое (или кто такой) мерзика? Задают ли эти определения разные понятия или это просто разные названия одного и того же понятия?

1. Мерзикой называется хрюнкая готка с рятыми бузями.
2. Готку называют трундом, если она хрюнкая и имеет рятые бузи.
3. Готка с рятыми бузями — это трана, если она хрюнкая.

Ответ. Определяются мерзика, трунд и трана. Более общим понятием является понятие *готка*. Для того чтобы разобраться с тем, что означают определяемые термины, необходимо знать, во-первых, что такое (или кто такая) *готка*, во-вторых, что значит, что она *хрюнкая*, в-третьих, что такое (или кто такие) *бузи*, и, наконец, в-четвертых, что значит, что бузи *рятые*. Объемы и содержания понятий *мерзика*, *трунд* и *трана* совпадают. Термины — разные, поэтому, вообще говоря, нельзя утверждать, что эти понятия совпадают. Тем не менее, часто говорят, что понятия совпадают, если у них совпадают объемы и содержания этих понятий. При ответе на соответствующий вопрос можно отметить, что он сформулирован небрежно.

Решение задачи 8.

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ ;

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

- i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ ;
- ii) доказательство неравенств $L \leq R$ и $L \geq R$;

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

- i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ ;
- ii) доказательство неравенств $L \leq R$ и $L \geq R$;
- iii) доказательство «от противного».

Решение задачи 9.

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя **методы доказательства равенства чисел.**

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя **методы доказательства равенства чисел.**

В-третьих, можно применить метод «от противного».

Решение задачи 10.

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((x \in A) \Rightarrow (x \in B)).$$

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((x \in A) \Rightarrow (x \in B)).$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((x \in A) \Rightarrow (x \in B)).$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь обозначить буквой произвольный элемент из A .

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((x \in A) \Rightarrow (x \in B)).$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь
обозначить буквой произвольный элемент из A .

Потом надо доказать включение этого элемента в B , используя условия, данные в тексте задачи.

Решение задачи 11.

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств можно доказать:*

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств можно доказать:*

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств можно доказать*:

- i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;
- ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств можно доказать*:

- i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;
- ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;
- iii) «от противного».

Решение задачи 12.

Задача 12. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Задача 12. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой;

Задача 12. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой;
- показываем, что данный угол в 2 раза меньше развернутого угла (равного π);

Задача 12. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой;
- показываем, что данный угол в 2 раза меньше развернутого угла (равного π);
- разбиваем угол в сумму углов и потом показываем, что их сумма равна $\frac{\pi}{2}$.

Решение задачи 13.

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**:

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$;

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$;
2) показать, что остаток от деления равен 0.

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$;

2) показать, что остаток от деления равен 0.

Эти методы можно применить к любому **евклидовому кольцу**.

Комментарий XV. Фраза « $\alpha \Rightarrow \beta$ сводится к доказательству импликации $\gamma \Rightarrow \delta$ » означает, что если $\gamma \Rightarrow \delta$ верно, то $\alpha \Rightarrow \beta$ также справедливо. То есть верна формула

$$(\gamma \Rightarrow \delta) \Rightarrow (\alpha \Rightarrow \beta).$$

Вернуться к лекции?

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1) множества из трех точек на прямой; 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3) множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; 4) многочлена от одной переменной; 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.
1)

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Задача относится к

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)** множества из трех точек на прямой; **2)**; **3)**; **4)**; **5)**.*

Решение.

1) Задача относится к геометрии.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1) множества из трех точек на прямой; 2); 3); 4); 5).*

Решение.

1) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.

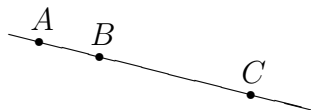


Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)** множества из трех точек на прямой; **2)**; **3)**; **4)**; **5)**.*

Решение.

1) Задача относится к геометрии.

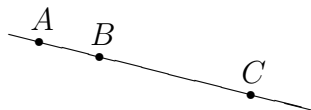
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

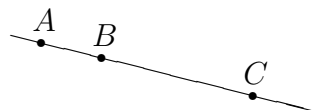
1) Положение прямой не фиксировано и



Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

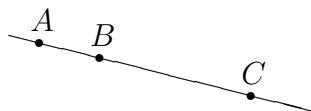
1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».



Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1) множества из трех точек на прямой; 2); 3); 4); 5).*

Решение.

1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».

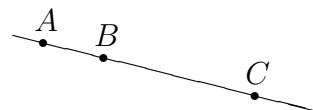


Поэтому для задания этих трех точек достаточно задать, например,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1) множества из трех точек на прямой; 2); 3); 4); 5).*

Решение.

1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».

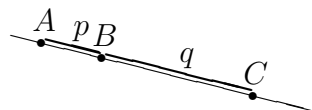


Поэтому для задания этих трех точек достаточно задать, например, расстояния от средней точки до крайних:

Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».

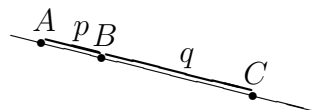


Поэтому для задания этих трех точек достаточно задать, например, расстояния от средней точки до крайних:

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».



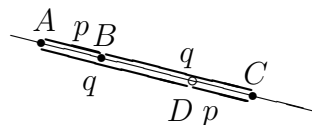
Поэтому для задания этих трех точек достаточно задать, например, расстояния от средней точки до крайних: $(p; q)$.

Единственным ли образом определяется конфигурация этими числами?

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».



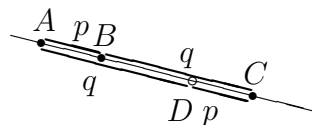
Поэтому для задания этих трех точек достаточно задать, например, расстояния от средней точки до крайних: $(p; q)$.

Единственным ли образом определяется конфигурация этими числами?

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».



Поэтому для задания этих трех точек достаточно задать, например, расстояния от средней точки до крайних: $(p; q)$.

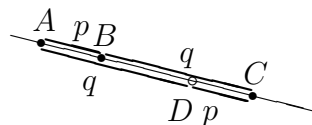
Единственным ли образом определяется конфигурация этими числами?

Но эта конфигурация в точности повторяет предыдущую, стоит ли «встать на голову».

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».



Поэтому для задания этих трех точек достаточно задать, например, расстояния от средней точки до крайних: $(p; q)$.

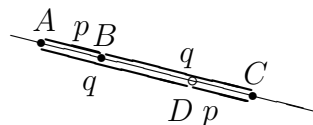
Единственным ли образом определяется конфигурация этими числами?

Но эта конфигурация в точности повторяет предыдущую, стоит ли «встать на голову». Но в геометрии нет «наблюдателя», поэтому совершенно неважно, как повернут чертеж или стоите ли вы на голове!

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) Положение прямой не фиксировано и на прямой не задано никакой «начальной точки».



Поэтому для задания этих трех точек достаточно задать, например, расстояния от средней точки до крайних: $(p; q)$.

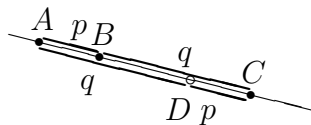
Единственным ли образом определяется конфигурация этими числами?

Но эта конфигурация в точности повторяет предыдущую, стоит ли «встать на голову». Но в геометрии нет «наблюдателя», поэтому совершенно неважно, как повернут чертеж или стоите ли вы на голове! Поэтому можно считать, что этот набор чисел определяет конфигурацию однозначно.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

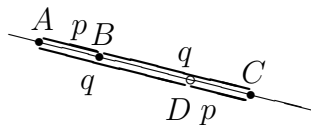
1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.



Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.

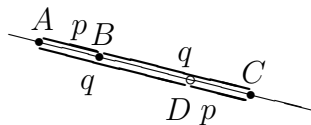


А верно ли обратное:

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.

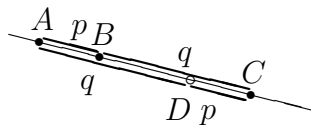


А верно ли обратное: однозначно ли расположение точек определяет пару расстояний $(p; q)$?

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.



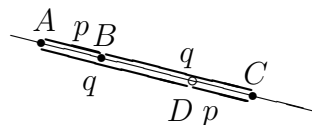
А верно ли обратное: однозначно ли расположение точек определяет пару расстояний $(p; q)$?

Очевидно, что

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.



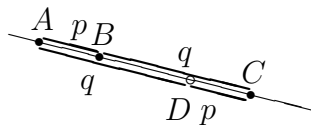
А верно ли обратное: однозначно ли расположение точек определяет пару расстояний $(p; q)$?

Очевидно, что нет, поскольку, например,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.



А верно ли обратное: однозначно ли расположение точек определяет пару расстояний $(p; q)$?

Очевидно, что нет, поскольку, например, разные пары $(2; 3)$ и $(3; 2)$ отвечают одному и тому же расположению точек.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

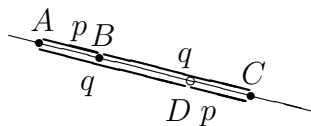
Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.

Взаимную однозначность обеспечит требование

А верно ли обратное: однозначно ли расположение точек определяет пару расстояний $(p; q)$?

Очевидно, что нет, поскольку, например, разные пары $(2; 3)$ и $(3; 2)$ отвечают одному и тому же расположению точек.



Пример 8. *Задайте шаблон для представления:* **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

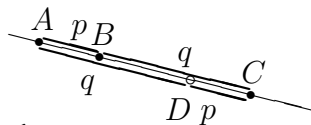
Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.

Взаимную однозначность обеспечит требование $p \leq q$.

А верно ли обратное: однозначно ли расположение точек определяет пару расстояний $(p; q)$?

Очевидно, что нет, поскольку, например, разные пары $(2; 3)$ и $(3; 2)$ отвечают одному и тому же расположению точек.



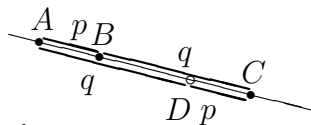
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.

Взаимную однозначность обеспечит требование $p \leq q$.

б) Пара расстояний $(p; p + q)$ определяет положение точек



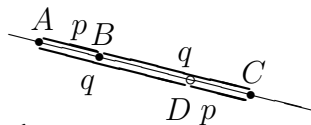
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.

Взаимную однозначность обеспечит требование $p \leq q$.

б) Пара расстояний $(p; p + q)$ определяет положение точек однозначно.



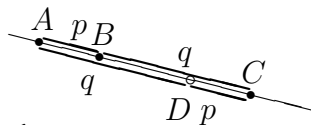
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.

Взаимную однозначность обеспечит требование $p \leq q$.

б) Пара расстояний $(p; p + q)$ определяет положение точек однозначно. Для взаимной однозначности достаточно, например,



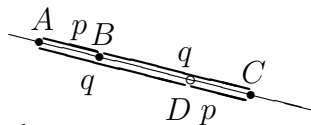
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)** множества из трех точек на прямой; **2); 3); 4); 5).**

Решение.

1) а) Пара расстояний $(p; q)$ от средней точки до концевых определяет положение точек однозначно.

Взаимную однозначность обеспечит требование $p \leq q$.

б) Пара расстояний $(p; p + q)$ определяет положение точек однозначно. Для взаимной однозначности достаточно, например, $2p \leq p + q$.



Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.
2)

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.
2) Задача относится к

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.
2) Задача относится к геометрии.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.
2) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит

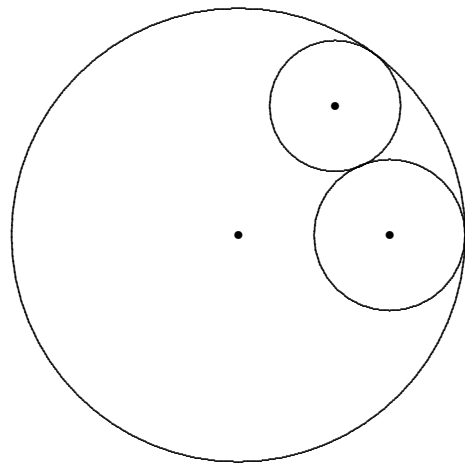
Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.
2) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.

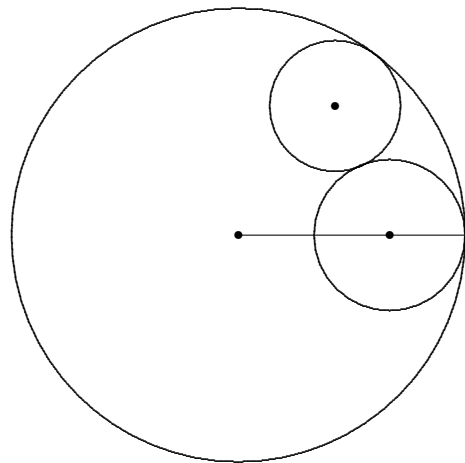
Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.
2) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



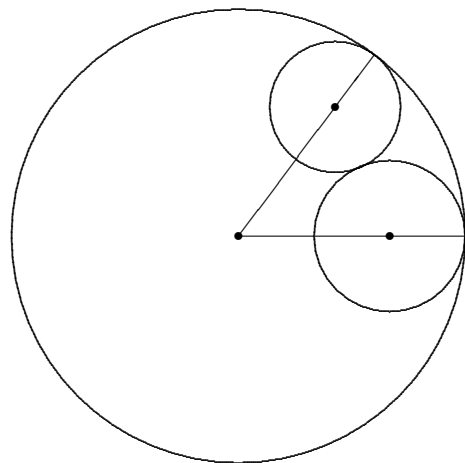
Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.
2) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



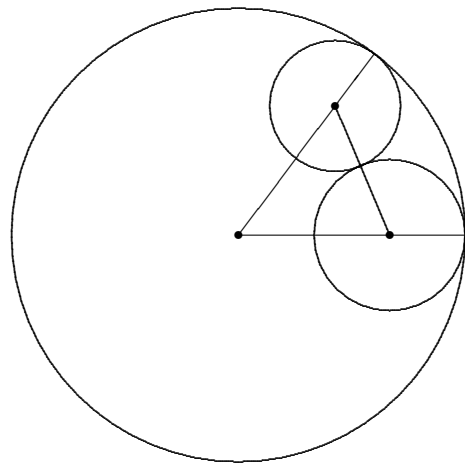
Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.
2) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



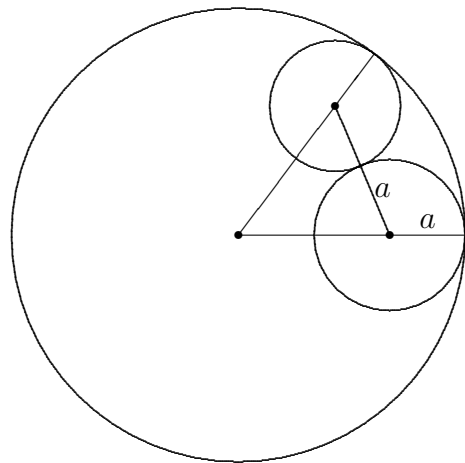
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)** множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; **3)**; **4)**; **5)**.

Решение.
2) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



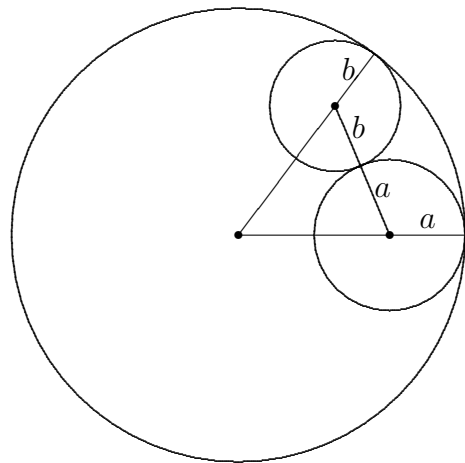
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)** множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; **3)**; **4)**; **5)**.

Решение.
2) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



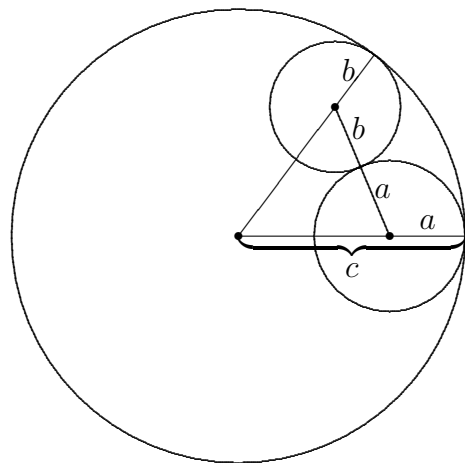
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)** множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; **3)**; **4)**; **5)**.

Решение.
2) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



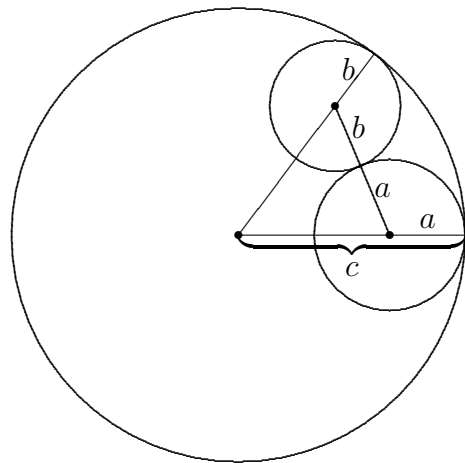
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)** множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; **3)**; **4)**; **5)**.

Решение.
2) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



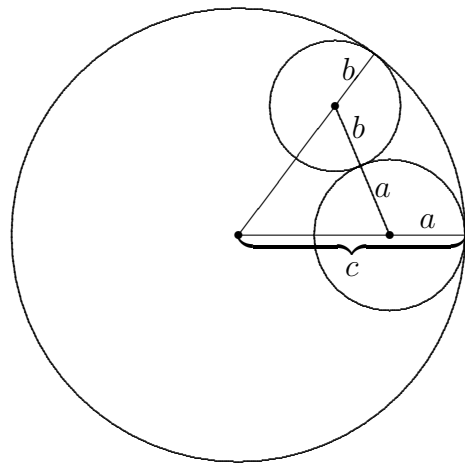
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)** множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; **3)**; **4)**; **5)**.

Решение.
2) Ясно, что эта конфигурация однозначно (с точностью до равенства фигур) определяется тройкой параметров



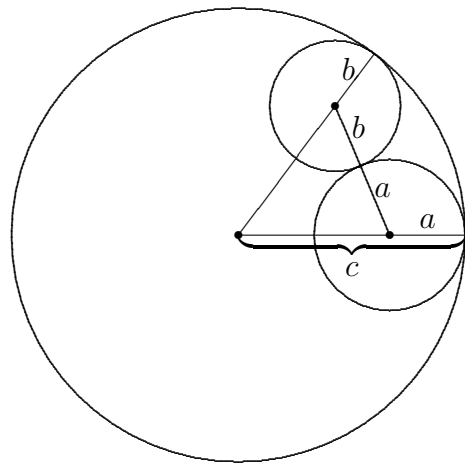
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)** множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; **3)**; **4)**; **5)**.

Решение.
2) Ясно, что эта конфигурация однозначно (с точностью до равенства фигур) определяется тройкой параметров $(a; b; c)$, причем



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)** множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; **3)**; **4)**; **5)**.

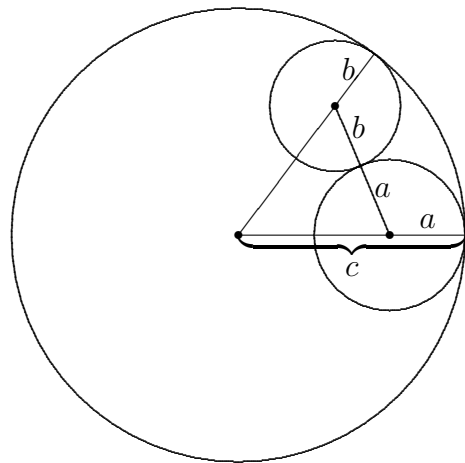
Решение.
2) Ясно, что эта конфигурация однозначно (с точностью до равенства фигур) определяется тройкой параметров $(a; b; c)$, причем $a + b \leq c$.



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)** множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; **3)**; **4)**; **5)**.

Решение.
2) Ясно, что эта конфигурация однозначно (с точностью до равенства фигур) определяется тройкой параметров $(a; b; c)$, причем $a + b \leq c$.

Взаимную однозначность, т.е.

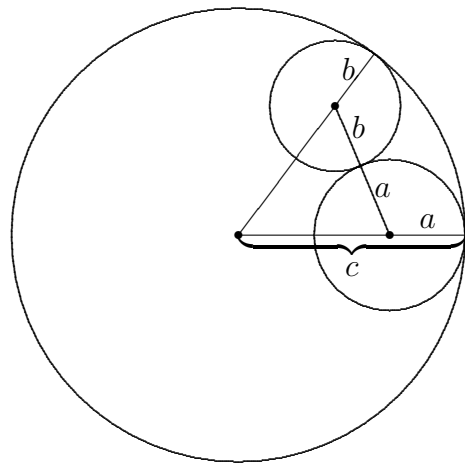


Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.

2) Ясно, что эта конфигурация однозначно (с точностью до равенства фигур) определяется тройкой параметров $(a; b; c)$, причем $a + b \leq c$.

Взаимную однозначность, т.е. единственность упорядоченной тройки чисел, соответствующей рассматриваемой геометрической фигуре, можно обеспечить требованием, например,

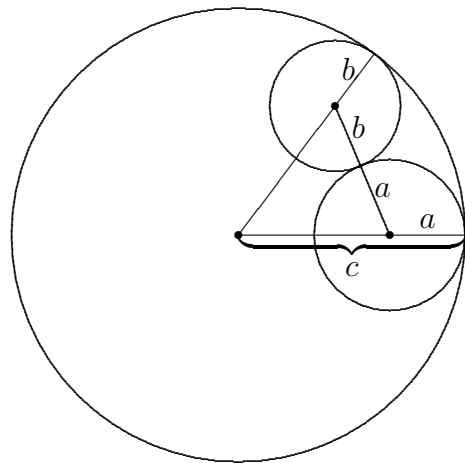


Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2) множества из трех кругов, два из которых находятся внутри третьего, причем внутренние круги касаются друг друга и большого круга; 3); 4); 5).*

Решение.

2) Ясно, что эта конфигурация однозначно (с точностью до равенства фигур) определяется тройкой параметров $(a; b; c)$, причем $a + b \leq c$.

Взаимную однозначность, т.е. единственность упорядоченной тройки чисел, соответствующей рассматриваемой геометрической фигуре, можно обеспечить требованием, например, $a \leq b$.



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5)**.

Решение.
3)

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3) множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; 4); 5).*

Решение.
3) Задача относится к

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3) множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; 4); 5).*

Решение.

3) Задача относится к геометрии.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3) множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; 4); 5).*

Решение.

3) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3) множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; 4); 5).*

Решение.

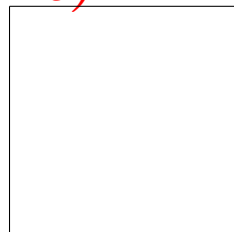
3) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.

Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

Решение.
3) Задача относится к геометрии.

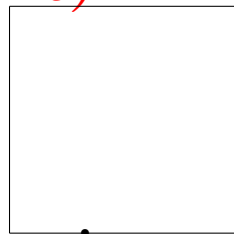
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

Решение.
3) Задача относится к геометрии.

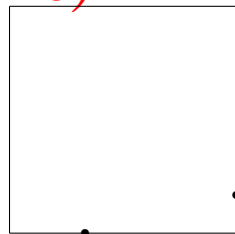
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3) множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; 4); 5).*

Решение.
3) Задача относится к геометрии.

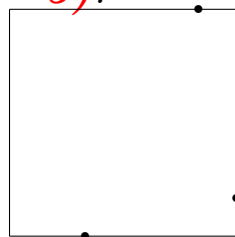
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

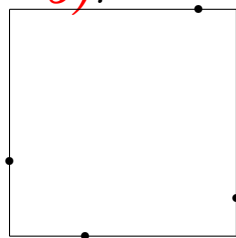
Решение.
3) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



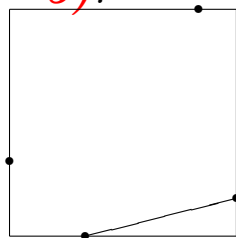
Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3) множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; 4); 5).*

Решение.
3) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5)**.

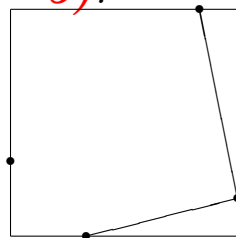
Решение.
3) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

Решение.
3) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.

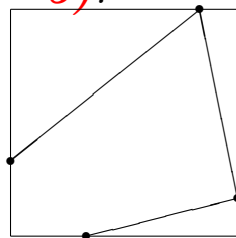


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

Решение.

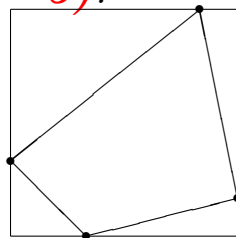
3) Задача относится к геометрии.

Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



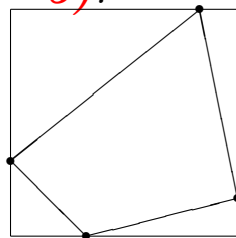
Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.
3) Задача относится к геометрии.
Поэтому, видимо, сначала стоит построить чертеж.



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

Решение.
3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

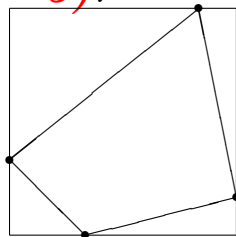


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например,

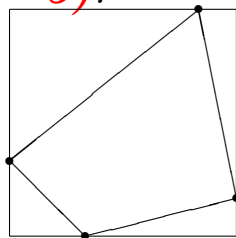


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел

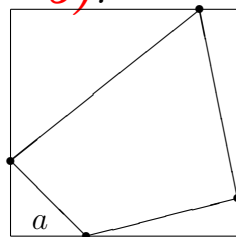


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел

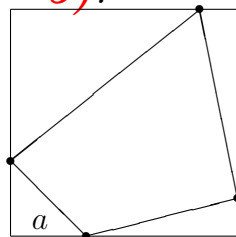


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

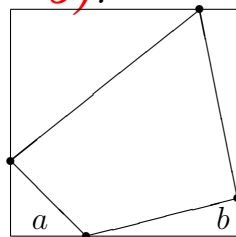
Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; ; ;)$,



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4)**; **5)**.

Решение.

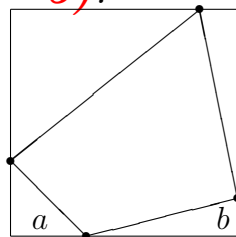
3) Обозначим длину стороны квадрата через m . Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; ; ;)$,



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.

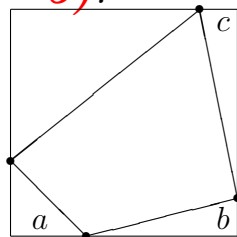
3) Обозначим длину стороны квадрата через m . Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; ;)$,



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5)**.

Решение.

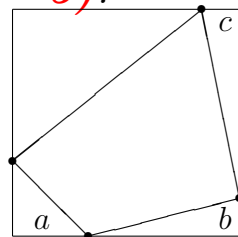
3) Обозначим длину стороны квадрата через m . Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; ;)$,



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5)**.

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m . Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; c;)$,

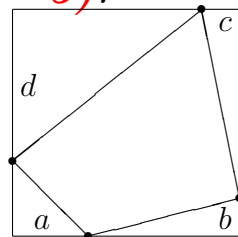


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5)**.

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

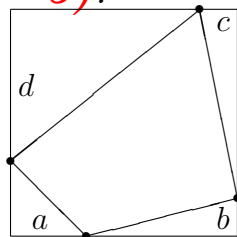
Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; c;)$,



Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m . Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; c; d)$,

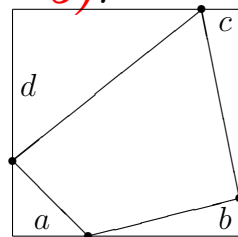


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5)**.

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; c; d)$, где

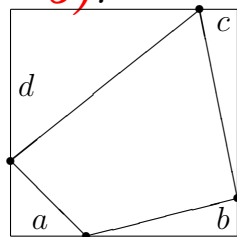


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; c; d)$, где $0 < a < m$,

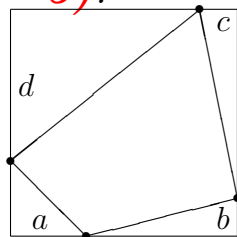


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; c; d)$, где $0 < a < m$, $0 < b < m$,

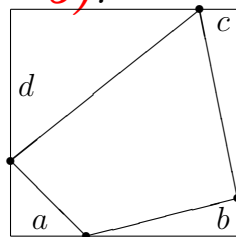


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; c; d)$, где $0 < a < m$, $0 < b < m$, $0 < c < m$,

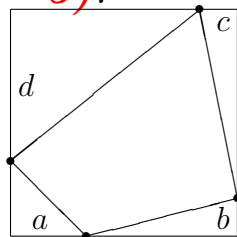


Пример 8. Задайте шаблон для представления: **1); 2); 3)** множества, состоящего из таких четырехугольников X , что на каждой стороне некоторого фиксированного квадрата лежит ровно одна вершина четырехугольника X ; **4); 5).**

Решение.

3) Обозначим длину стороны квадрата через m .

Тогда данная геометрическая фигура из квадрата и четырехугольника однозначно определяется, например, упорядоченной четверкой чисел $(a; b; c; d)$, где $0 < a < m$, $0 < b < m$, $0 < c < m$, $0 < d < m$.



Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4)

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, **функция**, задаваемая этим выражением.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x);

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n определяется неоднозначно.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n определяется неоднозначно.

Например,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n определяется неоднозначно.

Например,

$$4 - x^2$$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n определяется неоднозначно.

Например, $4+0x-x^2$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n определяется неоднозначно.

Например, $4+0x+(-1)x^2$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n определяется неоднозначно.

Например,
$$\begin{array}{l} 4+0x+(-1)x^2 \\ (x; 4; 0; -1) \end{array}$$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n определяется неоднозначно.

Например, $4+0x+(-1)x^2 = 4 + 0x + (-1)x^2 + 0x^3 + 0x^4$
 $(x; 4; 0; -1)$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4) многочлена от одной переменной; 5).*

Решение.

4) Под многочленом понимается, во-первых, **алгебраическое выражение** $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, во-вторых, функция, задаваемая этим выражением.

Многочлен как алгебраическое выражение, определяется, переменной (в данном случае это x); во-вторых, системой коэффициентов $a_0; a_1; a_2; \dots; a_n$, где n определяется неоднозначно.

Например, $4+0x+(-1)x^2 = 4 + 0x + (-1)x^2 + 0x^3 + 0x^4$
 $(x; 4; 0; -1) \qquad \qquad \qquad (x; 4; 0; -1; 0; 0)$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5)

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов).

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма

,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма

,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$		

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$		

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$		

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$		

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$	$x + 1$	

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$	$x + 1$	

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$	$x + 1$	

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$	$x + 1$	

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$	$x + 1$	$x - 1$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма	слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$	$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Зафиксируем порядок следования элементов в первой строке таблицы.

У всех этих таблиц первая строка одинакова (с точностью до порядка следования элементов). Например, первую из этих функций можно было задать таблицей

муха	слон	пальма
$x^2 + 1$	$x + 1$	$x - 1$

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма	слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$	$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Зафиксируем порядок следования элементов в первой строке таблицы.

Например, «слон», «муха», «пальма».

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: **1)**; **2)**; **3)**; **4)**; **5)** взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Зафиксируем порядок следования элементов в первой строке таблицы.

Например, «слон», «муха», «пальма».

Тогда из таблицы значений можно приводить только вторую строку:

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Зафиксируем порядок следования элементов в первой строке таблицы.

Например, «слон», «муха», «пальма».

Тогда из таблицы значений можно приводить только вторую строку:

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$

,

слон	муха	пальма
$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Зафиксируем порядок следования элементов в первой строке таблицы.

Например, «слон», «муха», «пальма».

Тогда из таблицы значений можно приводить только вторую строку:

$(x + 1; x^2 + 1; x - 1)$,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма	слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$	$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Зафиксируем порядок следования элементов в первой строке таблицы.

Например, «слон», «муха», «пальма».

Тогда из таблицы значений можно приводить только вторую строку:

$(x + 1; x^2 + 1; x - 1)$,

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма	слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$	$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Зафиксируем порядок следования элементов в первой строке таблицы.

Например, «слон», «муха», «пальма».

Тогда из таблицы значений можно приводить только вторую строку:

$(x + 1; x^2 + 1; x - 1)$, $(x^2 - 1; x^2 + 1; x + 1)$.

Пример 8. *Задайте шаблон для представления: 1); 2); 3); 4); 5) взаимно однозначные функции с областью определения из слов «слон», «муха», «пальма» и областью значений из выражений $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x^2 - 1)$, $(x^2 + 1)$.*

Решение.

5) Во-первых, можно функцию задавать таблицей значений, например,

слон	муха	пальма	слон	муха	пальма
$x + 1$	$x^2 + 1$	$x - 1$	$x^2 - 1$	$x^2 + 1$	$x + 1$

и т.д.

Зафиксируем порядок следования элементов в первой строке таблицы.

Например, «слон», «муха», «пальма».

Тогда из таблицы значений можно приводить только вторую строку:

$(x + 1; x^2 + 1; x - 1)$, $(x^2 - 1; x^2 + 1; x + 1)$.

Вернемся к лекции?

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.

а) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

б) *Укажите, какие множества совпадают с A .*

Решение.

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем
 $1 \notin A = \{1; a; \varphi\}$,

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем
 $1 \notin A = \{1; a; \varphi\}$,

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем
 $1 \in A = \{\textcolor{violet}{1}; a; \varphi\}$,

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin B = \{\varphi; 1; a\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin B = \{\varphi; \textcolor{violet}{1}; a\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; \textcolor{violet}{1}; a\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \notin C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \notin C = \{\varphi; \textcolor{violet}{1}; a; \textcolor{violet}{1}; a; \varphi\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; \textcolor{violet}{1}; a; \textcolor{violet}{1}; a; \varphi\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi; 11; aa\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi; \textcolor{violet}{11}; aa\},$$

Пример 9. Пусть

$A = \{1; a; \varphi\}, \quad B = \{\varphi; 1; a\},$
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}, \quad D = \{\varphi; 11; aa\}, \quad E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}.$
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi; \underbrace{11}_{\neq 1}; aa\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi; \underbrace{11}_{\neq 1}; aa\},$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) *Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.*

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi; 11; aa\},$$

$$1 \notin E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}.$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi; 11; aa\},$$

$$1 \notin E = \{\varphi; \mathbf{1}; a; \mathbf{11}; aa\}.$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi; 11; aa\},$$

$$1 ? E = \{\varphi; \underbrace{1}_{=1}; a; \underbrace{11}_{\neq 1}; aa\}.$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
a) Выясните, каким из этих множеств принадлежит 1.

Решение. Имеем

$$1 \in A = \{1; a; \varphi\},$$

$$1 \in B = \{\varphi; 1; a\},$$

$$1 \in C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\},$$

$$1 \notin D = \{\varphi; 11; aa\},$$

$$1 \in E = \{\varphi; \underbrace{1}_{=1}; a; 11; aa\}.$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} ?? \{\varphi; 1; a\} = B$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{\textcolor{violet}{1}; a; \varphi\} ?? \{\varphi; 1; a\} = B$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{\textcolor{violet}{1}; a; \varphi\} ?? \{\varphi; \textcolor{violet}{1}; a\} = B$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{\mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} ?? \{\varphi; \mathbf{1}; a\} = B$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; \mathbf{a}; \varphi\} ?? \{\varphi; \mathbf{1}; \mathbf{a}\} = B$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{\mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} ?? \{\varphi; \mathbf{1}; \mathbf{a}\} = B$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} ?? \{\varphi; 1; a\} = B$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} ?? \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{\textcolor{violet}{1}; a; \varphi\} ?? \{\varphi; \textcolor{violet}{1}; a; \textcolor{violet}{1}; a; \varphi\} = C,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{\mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} ?? \{\varphi; \mathbf{1}; \mathbf{a}; \mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} = C,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{\mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} ?? \{\varphi; \mathbf{1}; \mathbf{a}; \mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} = C,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{\mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} = \{\varphi; \mathbf{1}; \mathbf{a}; \mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} = C,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow A \not\subseteq D.$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow A \not\subseteq D.$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow A \not\subseteq D. \quad \text{Кроме того,} \quad \begin{cases} 11 \notin A, \\ 11 \in D \end{cases} \Rightarrow D \not\subseteq A.$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$\begin{cases} 1 \in A, \\ 1 \notin D \end{cases} \Rightarrow A \not\subseteq D. \quad \text{Кроме того, } \begin{cases} 11 \notin A, \\ 11 \in D \end{cases} \Rightarrow D \not\subseteq A.$$

В частности, множества A и D **не инцидентны**.

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 1; a; 11; aa\} = E,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$A = \{\mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} ?? \{\varphi; \mathbf{1}; \mathbf{a}; 11; aa\} = E,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$A = \{\mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} \subseteq \{\varphi; \mathbf{1}; \mathbf{a}; 11; aa\} = E,$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$A = \{\textcolor{violet}{1}; \textcolor{violet}{a}; \textcolor{violet}{\varphi}\} \subseteq \{\textcolor{violet}{\varphi}; \textcolor{violet}{1}; \textcolor{violet}{a}; 11; aa\} = E,$$

$$\text{но } \begin{cases} 11 \notin A, \\ 11 \in E \end{cases} \Rightarrow E \not\subseteq A.$$

Пример 9. Пусть $A = \{1; a; \varphi\}$, $B = \{\varphi; 1; a\}$,
 $C = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\}$, $D = \{\varphi; 11; aa\}$, $E = \{\varphi; 1; a; 11; aa\}$.
б) Укажите, какие множества совпадают с A .

Решение.

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a\} = B,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} = \{\varphi; 1; a; 1; a; \varphi\} = C,$$

$$A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 11; aa\} = D,$$

$$A = \{\mathbf{1}; \mathbf{a}; \varphi\} \subseteq \{\varphi; \mathbf{1}; \mathbf{a}; 11; aa\} = E,$$

$$\text{но } \begin{cases} 11 \notin A, \\ 11 \in E \end{cases} \Rightarrow E \not\subseteq A.$$

$$\text{Значит } A = \{1; a; \varphi\} \neq \{\varphi; 1; a; 11; aa\} = E.$$

Вернуться к лекции?

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

- а) множество K всех нечетных натуральных чисел;*
- б) множество $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ всех таких многочленов с действительными коэффициентами, т.е. выражений вида $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, где коэффициенты a_i — действительные числа;*
- в) множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*
- г) множество M всех прямоугольных треугольников.*

Решение.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ \left. \begin{array}{l} \end{array} \right| \begin{array}{l} \end{array} \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ \left. \begin{array}{l} \end{array} \right| \begin{array}{l} \end{array} \right\} =$$

Обозначим буквой произвольный элемент из K .

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ \left. \begin{array}{l} \end{array} \right| \begin{array}{l} \end{array} \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K .

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \mid \right.$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K .

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \mid \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K .

Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»:**

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \mid \right. \left. \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K .

Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»:**

$n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \mid \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K .

Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»:**

$n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Учитывая, что $2k + 1 \geq 1$, получаем $k \geq 0$.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \mid \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K .

Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»:**

$n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Учитывая, что $2k + 1 \geq 1$, получаем $k \geq 0$.

Для того, чтобы ограничиться случаем $k \in \mathbb{N}$ представим n в виде $n = 2k - 1$.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \mid \exists k \quad \left\{ \begin{array}{l} k \in \mathbb{N}, \\ n = 2k - 1 \end{array} \right\} \right\} =$$

Пусть n обозначает произвольный элемент из K .

Утверждение, что n является нечетным числом **переведем на «язык равенств и неравенств»:**

$n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Учитывая, что $2k + 1 \geq 1$, получаем $k \geq 0$.

Для того, чтобы ограничиться случаем $k \in \mathbb{N}$ представим n в виде $n = 2k - 1$.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \mid \exists k \quad \left\{ \begin{array}{l} k \in \mathbb{N}, \\ n = 2k - 1 \end{array} \right\} \right\} = \left\{ \quad \mid \quad \right\}.$$

Но зачем вводить обозначение n , можно сразу вместо него писать $(2k - 1)$.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

а) *множество K всех нечетных натуральных чисел;*

Решение.

$$K = \left\{ n \mid \exists k \quad \left\{ \begin{array}{l} k \in \mathbb{N}, \\ n = 2k - 1 \end{array} \right\} \right\} = \left\{ 2k - 1 \mid k \in \mathbb{N} \right\}.$$

Но зачем вводить обозначение n , можно сразу вместо него писать $(2k - 1)$.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

б) *множество $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ всех таких многочленов с действительными коэффициентами, т.е. выражений вида $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, где коэффициенты a_i — действительные числа;*

Решение.

$$\mathcal{P}(\mathbb{R}) = \left\{ \quad \quad \quad \right\}.$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

б) *множество $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ всех таких многочленов с действительными коэффициентами, т.е. выражений вида $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, где коэффициенты a_i — действительные числа;*

Решение.

$$\mathcal{P}(\mathbb{R}) = \left\{ a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \mid \right\}.$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

б) *множество $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ всех таких многочленов с действительными коэффициентами, т.е. выражений вида $a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, где коэффициенты a_i — действительные числа;*

Решение.

$$\mathcal{P}(\mathbb{R}) = \left\{ a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ a_i \in \mathbb{R} \end{array} \right\} \right\}.$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ \quad \mid \quad \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ \phantom{p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}),} = p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ = p(5) = p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$
$$= \left\{ a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \mid \right\}.$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$
$$= \left\{ a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \mid \left\{ \begin{array}{l} a_i \in \mathbb{R}, \end{array} \right\} \right\}.$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$
$$= \left\{ a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \mid \left\{ \begin{array}{l} a_i \in \mathbb{R}, \\ a_0 + a_12 + a_22^2 + \dots + a_n2^n = 0, \end{array} \right\} \right\}.$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$
$$= \left\{ a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \mid \left\{ \begin{array}{l} a_i \in \mathbb{R}, \\ a_0 + a_12 + a_22^2 + \dots + a_n2^n = 0, \\ a_0 + a_15 + a_25^2 + \dots + a_n5^n = 0, \end{array} \right\} \right\}.$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

в) *множество L всех таких многочленов с действительными коэффициентами, корнями которых являются числа (-1) , 5 и 2 ;*

Решение.

$$L = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathcal{P}(\mathbb{R}), \\ p(2) = p(5) = p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$
$$= \left\{ a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \mid \left\{ \begin{array}{l} a_i \in \mathbb{R}, \\ a_0 + a_12 + a_22^2 + \dots + a_n2^n = 0, \\ a_0 + a_15 + a_25^2 + \dots + a_n5^n = 0, \\ a_0 + a_1(-1) + \dots + a_n(-1)^n = 0 \end{array} \right\} \right\}.$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*
г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение. Треугольник с точностью до равенства определяется тремя параметрами, например, а) длинами трех сторон; б) длинами двух сторон и величиной угла между ними; в) длиной стороны и величины прилежащих к ней углов.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение.

Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c ;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ
угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α
и β прилежащих с этой стороне углов.

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение.

Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c ;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ
угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α
и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M = \left\{ T(a, b, c) \mid \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение.

Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c ;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ
угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α
и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M = \left\{ T(a, b, c) \mid a^2 + b^2 = c^2 \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение.

Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c ;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ
угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α
и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M = \left\{ T(a, b, c) \mid a^2 + b^2 = c^2 \right\} = \left\{ T'(a, b, \gamma) \mid \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение.

Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c ;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ
угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α
и β прилежащих с этой стороне углов.

$$M = \left\{ T(a, b, c) \mid a^2 + b^2 = c^2 \right\} = \left\{ T'(a, b, \gamma) \mid \gamma = \frac{\pi}{2} \right\} =$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение.

Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c ;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ
угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α
и β прилежащих с этой стороне углов.

$$\begin{aligned} M &= \left\{ T(a, b, c) \mid a^2 + b^2 = c^2 \right\} = \left\{ T'(a, b, \gamma) \mid \gamma = \frac{\pi}{2} \right\} = \\ &= \left\{ T''(\alpha, \beta, c) \mid \right\}. \end{aligned}$$

Пример 10. *Задайте характеристическим свойством:*

г) множество M всех прямоугольных треугольников.

Решение.

Обозначим через $T(a, b, c)$ треугольник с длинами сторон a, b, c ;
через $T'(a, b, \gamma)$ — треугольник с длинами сторон a, b и величиной γ
угла между ними;
через $T''(\alpha, \beta, c)$ — треугольник с длиной стороны c и величинами α
и β прилежащих с этой стороне углов.

$$\begin{aligned} M &= \left\{ T(a, b, c) \mid a^2 + b^2 = c^2 \right\} = \left\{ T'(a, b, \gamma) \mid \gamma = \frac{\pi}{2} \right\} = \\ &= \left\{ T''(\alpha, \beta, c) \mid \alpha = \frac{\pi}{2} \right\}. \end{aligned}$$

Вернуться к лекции?

Пример 11. Является ли множество $\{\emptyset\}$ *пустым*?

Решение.

Пример 11. Является ли множество $\{\emptyset\}$ *пустым*?

Решение. Разумеется,

Пример 11. Является ли множество $\{\emptyset\}$ *пустым*?

Решение. Разумеется, нет, так как во множестве $\{\emptyset\}$ имеется один элемент — $\emptyset$.

Вернуться к лекции?

Задача XVI.14. (Ответ приведен на стр.1741.) Какие характеристики и особенности есть у множеств?

Задача XVI.15. (Ответ приведен на стр.1743.) Чем одноэлементное множество отличается от своего элемента?

Задача XVI.16. (Ответ приведен на стр.1745.) Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Задача XVI.17. (Ответ приведен на стр.1761.) Множество A состоит из двух шариковых ручек. Из первой ручки достанем стержень. Является ли он элементом множества ?

Задача XVI.18. (Ответ приведен на стр.1763.) Найти множество всех подмножеств множества $\{a, b\}$.

Задача XVI.19. (Ответ приведен на стр.1765.) Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$.
Содержатся ли числа 1 и 2 в этом множестве?

Задача XVI.20. (Ответ приведен на стр.1767.) Содержится ли $\{y, t\}$ в $\{x, y, z, t\}$?

Задача XVI.21. (Ответ приведен на стр.1769.) Какое множество больше: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ или $B = \{5\}$?

Задача XVI.22. (Ответ приведен на стр.1771.) Является ли пустое множество элементом множеств $A = \{1, 2\}$ и $B = \{\emptyset\}$? Подмножеством? Является ли $\{1\}$ элементом множества $C = \{1, \{1\}\}$? Подмножеством?

Задача XVII.23. (Ответ приведен на стр.1773.) Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Задача XVII.24.

(Ответ приведен на стр.1786.)

Пусть

$A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}, \quad B = \{1, 2, 3\}, \quad C = \{1, 3\}, \quad D = \{1, 2\}.$ Какие

из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$;

f) $D \in A$.

Задача XVII.25.

(Ответ приведен на стр.1839.)

Задайте с по-

мощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Задача XVII.26. (Ответ приведен на стр.1857.) Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Задача XVII.27. (Ответ приведен на стр.1863.) Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M .

Задача XVII.28. (Ответ приведен на стр.1868.) Задайте **СПИСКОМ ЭЛЕМЕНТОВ** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right\} \right\}.$$

Задача XVII.29. (Ответ приведен на стр.1899.) Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Задача XVII.30. (Ответ приведен на стр.1913.) Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Задача XVII.31. (Ответ приведен на стр.1928.) Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Задача XVII.32. (Ответ приведен на стр.1944.) Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Задача XVII.33. (Ответ приведен на стр.1954.) Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \mid x \in P \ x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \mid x \in Q \ x \notin P \right\};$$
$$C = \left\{ x \mid x \in Q \ x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \mid x \in P \ 2x \in Q \right\}.$$

Задача XVII.34.

(Ответ приведен на стр.1959.)

Пусть

$T = \{2x, x + 1, x - 1, x^2 - 1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \mid f(x) \in T \quad g(x) \in T \quad f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \mid p(x) \in T \quad q(x) \in T, \quad p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) < g(1) \right\} \mid g(x) \in T \right\}.$$

Задача XVIII.35. (Ответ приведен на стр.1964.) Докажите тождество

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C).$$

Задача XVIII.36. (Ответ приведен на стр.1986.) Докажите тождество

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Задача XVIII.37. (Ответ приведен на стр.1999.) Верно ли, что пересечение множеств всегда содержится в их объединении? Докажите.

Задача XVIII.38. (Ответ приведен на стр.2002.) Пусть A — множество всех натуральных делителей числа 6 (то есть тех натуральных чисел, на которые число 6 делится нацело), $B = \{2, 3, 4\}$. Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$.

Задача XVIII.39. (Ответ приведен на стр.2004.) Дан треугольник ABC . Найдите пересечение стороны AB со стороной BC .

Задача XVIII.40. (Ответ приведен на стр.2006.) Найдите пересечение множества решений уравнения $x^2 - 1 = 0$ со множеством решений уравнения $2x^2 - 3x = 5$.

а) Совпадает ли это множество со множеством решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$? б) Совпадает ли это пересечение со множеством решений совокупности уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$?

в) Найдите множества решений этой системы и этой совокупности уравнений.

г) Как связаны эти множества со множествами решений входящих в них уравнений?

Задача XVIII.41.

(Ответ приведен на стр.2018.)

Пусть

 $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}.$ Найдите дополнение комножеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}.$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение.

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\left\{ \begin{array}{l} u(s) = \end{array} \right.$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} u(s) = \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = \\ u(s) = \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = \\ u(s) = \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2, \\ u(s) = \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2, \\ u(s) = \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2, \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \quad \begin{cases} u(s) = s^2, \\ \end{cases}$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \quad \begin{cases} u(s) = s^2, \\ \end{cases}$$

Но надо учесть диапазон значений переменной s :

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), & \begin{cases} u(s) = s^2, \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \end{cases}$$

Но надо учесть диапазон значений переменной s :

$$s = 2x - x^2 =$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), & \begin{cases} u(s) = s^2, \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \end{cases}$$

Но надо учесть диапазон значений переменной s :

$$s = 2x - x^2 = 1 - (1 - 2x + x^2) =$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), & \begin{cases} u(s) = s^2, \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \end{cases}$$

Но надо учесть диапазон значений переменной s :

$$s = 2x - x^2 = 1 - (1 - 2x + x^2) = 1 - (1 - x)^2$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), & \begin{cases} u(s) = s^2, \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \end{cases}$$

Но надо учесть диапазон значений переменной s :

$$s = 2x - x^2 = 1 - (1 - 2x + x^2) = 1 - (1 - x)^2 \leqslant$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), & \begin{cases} u(s) = s^2, \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \end{cases}$$

Но надо учесть диапазон значений переменной s :

$$s = 2x - x^2 = 1 - (1 - 2x + x^2) = 1 - (1 - x)^2 \leq 1.$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), & \begin{cases} u(s) = s^2, \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) & \begin{cases} s \leq 1. \end{cases} \end{cases}$$

Но надо учесть диапазон значений переменной s :

$$s = 2x - x^2 = 1 - (1 - 2x + x^2) = 1 - (1 - x)^2 \leq 1.$$

Пример 12. Найти $u(s)$, если $u(2x - x^2) = x^2(4 + x^2 - 4x)$.

Решение. Как мы уже отмечали, основными инструментами обработки алгебраических выражений являются тождественные преобразования и замена переменной.

$$\begin{cases} s = 2x - x^2 \equiv x(2 - x), \\ u(s) = x^2(4 + x^2 - 4x) \end{cases} \quad \begin{cases} u(s) = s^2, \\ s \leq 1. \end{cases}$$

Но надо учесть диапазон значений переменной s :

$$s = 2x - x^2 = 1 - (1 - 2x + x^2) = 1 - (1 - x)^2 \leq 1.$$

Вернемся к лекции?

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Пример 13. *Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.*

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Естественно поискать ответ, допустим в интернете.

Пример 13. *Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.*

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Естественно поискать ответ, допустим в интернете.

Не интересно и не работает на экзамене или при проблемах с интернетом.

Пример 13. *Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.*

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Естественно поискать ответ, допустим в интернете.

Не интересно и не работает на экзамене или при проблемах с интернетом.

Применить стратегию поиска и применения аналогии.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Естественно поискать ответ, допустим в интернете.

Не интересно и не работает на экзамене или при проблемах с интернетом.

Применить стратегию поиска и применения аналогии.

Не работает, если недостаточно знаний для нахождения аналогии.

Пример 13. *Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.*

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Естественно поискать ответ, допустим в интернете.

Не интересно и не работает на экзамене или при проблемах с интернетом.

Применить стратегию поиска и применения аналогии.

Не работает, если недостаточно знаний для нахождения аналогии.

Применить конкретизацию с последующим абстрагированием.

Пример 13. *Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.*

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

Естественно поискать ответ, допустим в интернете.

Не интересно и не работает на экзамене или при проблемах с интернетом.

Применить стратегию поиска и применения аналогии.

Не работает, если недостаточно знаний для нахождения аналогии.

Применить конкретизацию с последующим абстрагированием.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

Возьмем произвольное число с предпоследней цифрой 5.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

Возьмем произвольное число с предпоследней цифрой 5.

Число цифр должно быть не слишком маленьким...

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

Возьмем произвольное число с предпоследней цифрой 5.

Число цифр должно быть не слишком маленьким...

Например, 2 цифры — это слишком мало.

Пример 13. *Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.*

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

Возьмем произвольное число с предпоследней цифрой 5.

Число цифр должно быть не слишком маленьким и не слишком большим.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

Возьмем произвольное число с предпоследней цифрой 5.

Число цифр должно быть не слишком маленьким и не слишком большим.

Зачем брать более 4 цифр?

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

6752 =

Возьмем произвольное число с предпоследней цифрой 5.

Число цифр должно быть не слишком маленьким и не слишком большим.

Пример 13. *Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.*

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

6752 =

Одной из важнейших компонентов культуры работы с понятийным аппаратом является

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

6752 =

Одной из важнейших компонентов культуры работы с понятийным аппаратом является привычка в первую очередь обращаться за ответом к *определениям понятий*.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

6752 =

Одной из важнейших компонентов культуры работы с понятийным аппаратом является привычка в первую очередь обращаться за ответом к *определениям понятий*.

Это относится ко всем высокоформализованным областям как, например, юриспруденции и техники.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 =$$

Одной из важнейших компонентов культуры работы с понятийным аппаратом является привычка в первую очередь обращаться за ответом к *определениям понятий*.

Это относится ко всем высокоформализованным областям как, например, юриспруденции и техники.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 = 67 \cdot 100 + 50 + 2.$$

Одной из важнейших компонентов культуры работы с понятийным аппаратом является привычка в первую очередь обращаться за ответом к *определениям понятий*.

Это относится ко всем высокоформализованным областям как, например, юриспруденции и техники.

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство. $n =$

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 = 67 \cdot 100 + 50 + 2.$$

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство. $n = 100a +$

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 = 67 \cdot 100 + 50 + 2.$$

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство. $n = 100a + 50 +$

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 = 67 \cdot 100 + 50 + 2.$$

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство. $n = 100a + 50 + b$,

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 = 67 \cdot 100 + 50 + 2.$$

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство. $n = 100a + 50 + b$, $b \in \{0; 1; \dots; 8; 9\}$.

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 = 67 \cdot 100 + 50 + 2.$$

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство. $n = 100a + 50 + b, \quad b \in \{0; 1; \dots; 8; 9\}.$

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 = 67 \cdot 100 + 50 + 2.$$

Пример 13. Записать на «языке равенств» утверждение, что предпоследняя цифра числа n равна 5.

Доказательство. $n = 100a + 50 + b, \quad b \in \{0; 1; \dots; 8; 9\}.$

Как осуществить такой перевод, если нет понятного алгоритма?

Применим стратегию «конкретизации-абстрагирования».

$$6752 = 6 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 50 + 2 = 67 \cdot 100 + 50 + 2.$$

Вернемся к лекции?

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение.

Сначала определимся с языком, на котором сформулируем ответ.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение.

Сначала определимся с языком, на котором сформулируем ответ. Для задания числовой функции используется один из трех языков:

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение.

Сначала определимся с языком, на котором сформулируем ответ.

Для задания числовой функции используется один из трех языков: формул, графиков и таблиц значений.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Сначала определимся с языком, на котором сформулируем ответ.

Для задания числовой функции используется один из трех языков: формул, графиков и таблиц значений.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ?x^2 + ?x + ?$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ?x^2 + ?x + ?$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + ?x + ?$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + ?$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

«Расплатимся» за «ресурс» уравнениями.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

«Расплатимся» за «ресурс» уравнениями.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv \end{cases}$$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

«Расплатимся» за «ресурс» уравнениями.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ \end{cases}$$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

«Расплатимся» за «ресурс» уравнениями.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ \end{cases}$$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

«Расплатимся» за «ресурс» уравнениями.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases}$$

Обозначим неизвестные коэффициенты буквами (возьмем необходимый ресурс «в кредит»).

«Расплатимся» за «ресурс» уравнениями.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, & \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \end{cases}$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, & \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0, \\ c = 6, \end{cases} \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases}$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, & \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0, \\ c = 6, \end{cases} \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит,

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, & \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases} \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит,

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит,

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит,

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b =$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 =$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - \text{■}) + 6 =$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 =$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 = a(x - 2)^2 - 4a + 6.$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 = a(x - 2)^2 - 4a + 6.$$

Минимальным для p будет значение

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, & \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases} \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 = a(x - 2)^2 - 4a + 6.$$

Минимальным для p будет значение $-4a + 6 =$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 = a(x - 2)^2 - 4a + 6.$$

Минимальным для p будет значение $-4a + 6 =$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 = a(x - 2)^2 - 4a + 6.$$

Минимальным для p будет значение $-4a + 6 = -2$.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, & \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases} \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 = a(x - 2)^2 - 4a + 6.$$

Минимальным для p будет значение $-4a + 6 = -2$.

Значит, $a =$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 = a(x - 2)^2 - 4a + 6.$$

Минимальным для p будет значение $-4a + 6 = -2$.

Значит, $a = 2$.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Шаблон ответа: $p(x) = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + 6$.

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c \equiv a(4 - x)^2 + b(4 - x) + c, \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6, \end{cases} \quad \begin{cases} (8a + 2b)x - 16a - 4b \equiv 0x + 0, \\ c = 6, \end{cases}$$

Многочлены равны тогда и только тогда, когда равны их коэффициенты при одинаковых степенях, значит, $b = -4a$.

$$p(x) = a(x^2 - 4x) + 6 = a((x - 2)^2 - 4) + 6 = a(x - 2)^2 - 4a + 6.$$

Минимальным для p будет значение $-4a + 6 = -2$.

Значит, $a = 2$.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

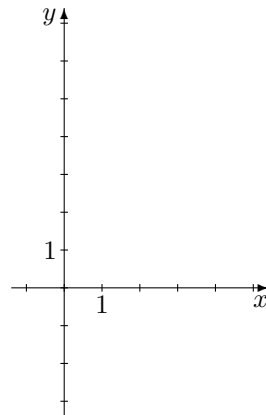
$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

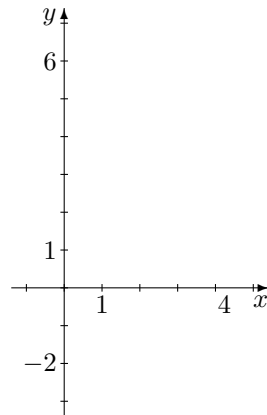
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

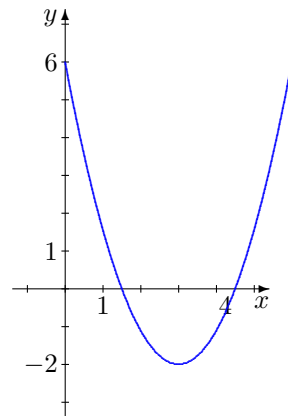
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

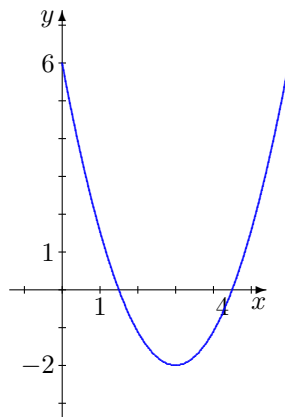
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

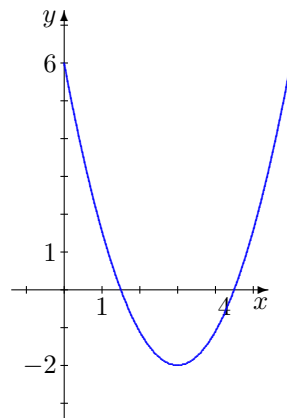
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.
Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

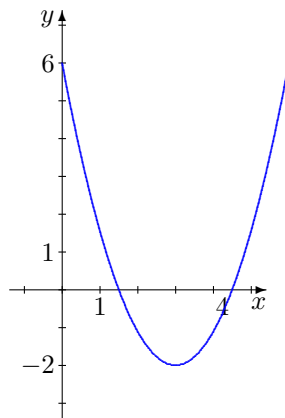
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.
Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что парабола останется неизменной, если всю плоскость сместить



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

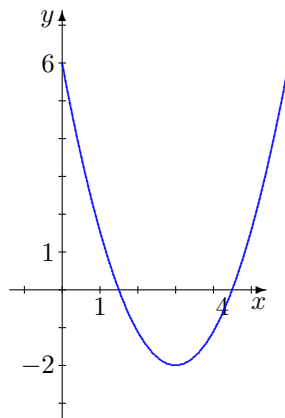
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.
Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что парабола остается неизменной, если всю плоскость сместить на 4 единицы вправо и



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

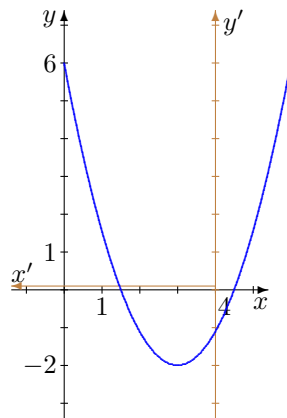
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений. Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что парабола остается неизменной, если всю плоскость сместить на 4 единицы вправо и зеркально отразить относительно образа оси Oy , которую мы обозначим как Oy' .



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

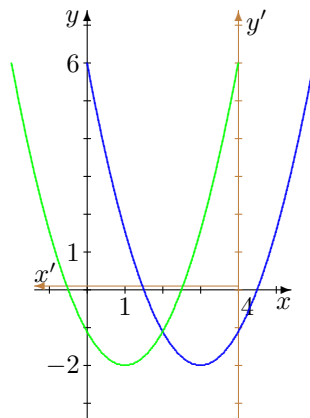
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.
Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что парабола остается неизменной, если всю плоскость сместить на 4 единицы вправо и зеркально отразить относительно образа оси Oy , которую мы обозначим как Oy' .



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

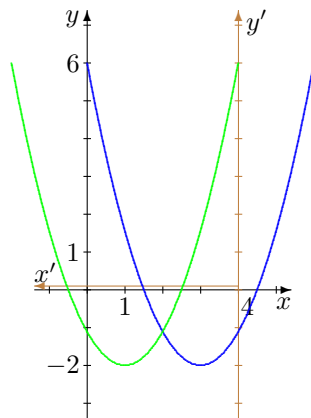
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.
Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что парабола останется неизменной, если всю плоскость сместить на 4 единицы вправо и зеркально отразить относительно образа оси Oy , которую мы обозначим как Oy' .



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

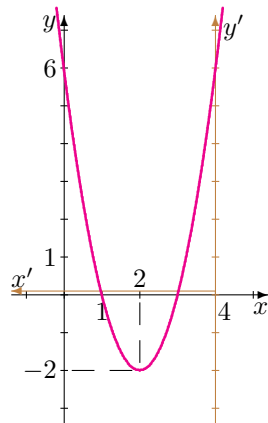
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.
Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что парабола останется неизменной, если всю плоскость сместить на 4 единицы вправо и зеркально отразить относительно образа оси Oy , которую мы обозначим как Oy' .
Поэтому вершина параболы должна быть расположена посередине отрезка $[0; 4]$ оси Ox .



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

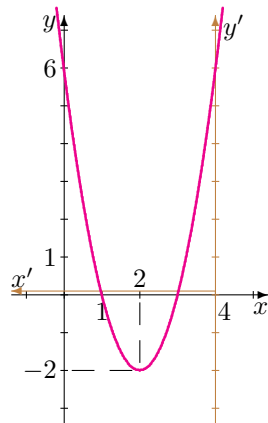
Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений. Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что парабола остается неизменной, если всю плоскость сместить на 4 единицы вправо и зеркально отразить относительно образа оси Oy , которую мы обозначим как Oy' . Поэтому вершина параболы должна быть расположена посередине отрезка $[0; 4]$ оси Ox .



Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений. Условие $p(x) = p(4 - x)$ означает, что парабола остается неизменной, если всю плоскость сместить на 4 единицы вправо и зеркально отразить относительно образа оси Oy , которую мы обозначим как Oy' . Поэтому вершина параболы должна быть расположена посередине отрезка $[0; 4]$ оси Ox .



Нетрудно найти уравнение этой параболы, оно, естественно, совпадает с полученным ранее.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x			
$p(x)$			

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x			
$p(x)$			

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0		
$p(x)$			

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0		
$p(x)$	6		

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0		
$p(x)$	6		

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0		
$p(x)$	6		

$$6 = p(0) =$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0		
$p(x)$	6		6

$$6 = p(0) =$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0		
$p(x)$	6		6

$$6 = p(0) = p(4 - 0).$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0		4
$p(x)$	6		6

$$6 = p(0) = p(4 - 0).$$

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0		4
$p(x)$	6		6

$$6 = p(0) = p(4 - 0).$$

По свойствам параболы ее вершина находится посередине отрезка $[0; 4]$ оси Ox .

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0	2	4
$p(x)$	6		6

$$6 = p(0) = p(4 - 0).$$

По свойствам параболы ее вершина находится посередине отрезка $[0; 4]$ оси Ox .

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0	2	4
$p(x)$	6		6

$$6 = p(0) = p(4 - 0).$$

По свойствам параболы ее вершина находится посередине отрезка $[0; 4]$ оси Ox .

Это точка минимума функции p .

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0	2	4
$p(x)$	6		6

$$6 = p(0) = p(4 - 0).$$

По свойствам параболы ее вершина находится посередине отрезка $[0; 4]$ оси Ox .

Это точка минимума функции p .

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0	2	4
$p(x)$	6	-2	6

$$6 = p(0) = p(4 - 0).$$

По свойствам параболы ее вершина находится посередине отрезка $[0; 4]$ оси Ox .

Это точка минимума функции p .

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0	2	4
$p(x)$	6	-2	6

По этим точкам нетрудно найти уравнение параболы, которое совпадет с полученным ранее.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0	2	4
$p(x)$	6	-2	6

По этим точкам нетрудно найти уравнение параболы, которое совпадет с полученным ранее.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0	2	4
$p(x)$	6	-2	6

По этим точкам нетрудно найти уравнение параболы, которое совпадет с полученным ранее.

Пример 14. График функции p является параболой, причем, во-первых, $p(x) \equiv p(4 - x)$, во-вторых, $p(0) = 6$. Найти p , если ее минимум равен (-2) .

$$p(x) = 2x^2 - 8x + 6.$$

Решение. Языки формул, графиков, таблиц значений.

Рассмотрим частичную таблицу значений функции p :

x	0	2	4
$p(x)$	6	-2	6

По этим точкам нетрудно найти уравнение параболы, которое совпадет с полученным ранее.

Вернемся к лекции?

Пример 15. Рассмотрим на множестве $A = \{a, b, c\}$ операции, заданные таблицами Кэли:

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

Выяснить, какие из этих операций являются **коммутативными** и какие из **группоидов** $\langle A, \{+\} \rangle$, $\langle A, \{*\} \rangle$, $\langle A, \{\ominus\} \rangle$, $\langle A, \{\odot\} \rangle$, являются **полугруппами**. Выяснить, в каких из этих группоидов имеются **нейтральные элементы** и какие из них становятся **группами** после добавления во множество операций соответствующего нейтрального элемента.

Решение.

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = \\ b + a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = \\ c + a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = \\ c + b = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = a, \\ c + b = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = a, \\ c + b = a \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = a, \\ c + b = a \end{cases} \Rightarrow b + c = c + b.$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение.

$$\begin{cases} a + b = b, \\ b + a = b \end{cases} \Rightarrow a + b = b + a,$$

$$\begin{cases} a + c = c, \\ c + a = c \end{cases} \Rightarrow a + c = c + a,$$

$$\begin{cases} b + c = a, \\ c + b = a \end{cases} \Rightarrow b + c = c + b. \text{ Значит, } + \text{ коммутативная операция.}$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

Для проверки ассоциативности необходимо проверить __ равенств:

Пример 15.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

Для проверки ассоциативности необходимо проверить __ равенств:

$$\left(\underbrace{x}_{\substack{3 \\ \text{варианта}}} + \underbrace{y}_{\substack{3 \\ \text{вар-та}}} \right) + \underbrace{x}_{\substack{3 \\ \text{вар-та}}} \stackrel{?}{=} x + (y + z).$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

Для проверки ассоциативности необходимо проверить 27 равенств:

$$\left(\underbrace{x}_{\substack{3 \\ \text{варианта}}} + \underbrace{y}_{\substack{3 \\ \text{вар-та}}} \right) + \underbrace{x}_{\substack{3 \\ \text{вар-та}}} \stackrel{?}{=} x + (y + z).$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ группой?**

Решение.

$$\begin{array}{lll}
 a + (a + a) = & (a + a) + a = & \Rightarrow \\
 a + (a + b) = & (a + a) + b = & \Rightarrow \\
 a + (a + c) = & (a + a) + c = & \Rightarrow \\
 b + (a + a) = & (b + a) + a = & \Rightarrow \\
 b + (a + b) = & (b + a) + b = & \Rightarrow \\
 b + (a + c) = & (b + a) + c = & \Rightarrow \\
 c + (a + a) = & (c + a) + a = & \Rightarrow \\
 c + (a + b) = & (c + a) + b = & \Rightarrow \\
 c + (a + c) = & (c + a) + c = & \Rightarrow
 \end{array}$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

$$\begin{array}{llll}
 a + (a + a) = a + a = & (a + a) + a = a + a = & \Rightarrow \\
 a + (a + b) = a + b = & (a + a) + b = a + b = & \Rightarrow \\
 a + (a + c) = a + c = & (a + a) + c = a + c = & \Rightarrow \\
 b + (a + a) = b + a = & (b + a) + a = b + a = & \Rightarrow \\
 b + (a + b) = b + b = & (b + a) + b = b + b = & \Rightarrow \\
 b + (a + c) = b + c = & (b + a) + c = b + c = & \Rightarrow \\
 c + (a + a) = c + a = & (c + a) + a = c + a = & \Rightarrow \\
 c + (a + b) = c + b = & (c + a) + b = c + b = & \Rightarrow \\
 c + (a + c) = c + c = & (c + a) + c = c + c = & \Rightarrow
 \end{array}$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение.

$$\begin{aligned}
 a + (a + a) &= a + a = a, & (a + a) + a &= a + a = a & \Rightarrow \\
 a + (a + b) &= a + b = b, & (a + a) + b &= a + b = b & \Rightarrow \\
 a + (a + c) &= a + c = c, & (a + a) + c &= a + c = c & \Rightarrow \\
 b + (a + a) &= b + a = b, & (b + a) + a &= b + a = b & \Rightarrow \\
 b + (a + b) &= b + b = c, & (b + a) + b &= b + b = c & \Rightarrow \\
 b + (a + c) &= b + c = a, & (b + a) + c &= b + c = a & \Rightarrow \\
 c + (a + a) &= c + a = c, & (c + a) + a &= c + a = c & \Rightarrow \\
 c + (a + b) &= c + b = a, & (c + a) + b &= c + b = a & \Rightarrow \\
 c + (a + c) &= c + c = b, & (c + a) + c &= c + c = b & \Rightarrow
 \end{aligned}$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение.

$$\begin{array}{llll}
 a + (a + a) = a + a = a, & (a + a) + a = a + a = a & \Rightarrow & a + (a + a) = (a + a) + a, \\
 a + (a + b) = a + b = b, & (a + a) + b = a + b = b & \Rightarrow & a + (a + b) = (a + a) + b, \\
 a + (a + c) = a + c = c, & (a + a) + c = a + c = c & \Rightarrow & a + (a + c) = (a + a) + c, \\
 b + (a + a) = b + a = b, & (b + a) + a = b + a = b & \Rightarrow & b + (a + a) = (b + a) + a, \\
 b + (a + b) = b + b = c, & (b + a) + b = b + b = c & \Rightarrow & b + (a + b) = (b + a) + b, \\
 b + (a + c) = b + c = a, & (b + a) + c = b + c = a & \Rightarrow & b + (a + c) = (b + a) + c, \\
 c + (a + a) = c + a = c, & (c + a) + a = c + a = c & \Rightarrow & c + (a + a) = (c + a) + a, \\
 c + (a + b) = c + b = a, & (c + a) + b = c + b = a & \Rightarrow & c + (a + b) = (c + a) + b, \\
 c + (a + c) = c + c = b, & (c + a) + c = c + c = b & \Rightarrow & c + (a + c) = (c + a) + c.
 \end{array}$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является

Пример 15.

+	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является *a*.

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является a .

Обратные элементы:

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
группой?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является a .
Обратные элементы:

$$a * \_ = a \Rightarrow$$

$$b * \_ = a \Rightarrow$$

$$c * \_ = a \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$
 группой?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является a .
Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow$$

$$b * \_ = a \Rightarrow$$

$$c * \_ = a \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является a .

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * \_ = a \Rightarrow$$

$$c * \_ = a \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является a .
Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow$$

$$c * \_ = a \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является a .
Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow b^{-1} = c,$$

$$c * \_ = a \Rightarrow$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является *a*.
Обратные элементы:

$$\begin{aligned} a * a = a &\Rightarrow a^{-1} = a, \\ b * c = a &\Rightarrow b^{-1} = c, \\ c * b = a &\Rightarrow \end{aligned}$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция $+$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $+$ является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является a .
Обратные элементы:

$$\begin{aligned} a * a = a &\Rightarrow a^{-1} = a, \\ b * c = a &\Rightarrow b^{-1} = c, \\ c * b = a &\Rightarrow c^{-1} = b. \end{aligned}$$

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.
Нейтральным элементом является a .
Обратные элементы:

$$\begin{aligned} a * a = a &\Rightarrow a^{-1} = a, \\ b * c = a &\Rightarrow b^{-1} = c, \\ c * b = a &\Rightarrow c^{-1} = b. \end{aligned}$$

Значит, группоид $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ является **группой**,

Пример 15.

+	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

1) Является ли операция + **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция + является **ассоциативной**.

Нейтральным элементом является a .

Обратные элементы:

$$a * a = a \Rightarrow a^{-1} = a,$$

$$b * c = a \Rightarrow b^{-1} = c,$$

$$c * b = a \Rightarrow c^{-1} = b.$$

Значит, группоид $\langle \{a, b, c\}, \{+\} \rangle$ является **группой**,
причем группой **коммутативной**, называемой еще **абелевой**.

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция $*$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a * b = \\ b * a = \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} a * c = \\ c * a = \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} b * c = \\ c * b = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция $*$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a * b = a, \\ b * a = a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a * c = a, \\ c * a = a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b * c = c, \\ c * b = c \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция $*$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a * b = a, \\ b * a = a \end{cases} \Rightarrow a * b = b * a,$$
$$\begin{cases} a * c = a, \\ c * a = a \end{cases} \Rightarrow a * c = c * a,$$
$$\begin{cases} b * c = c, \\ c * b = c \end{cases} \Rightarrow b * c = c * b.$$

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение.

$$\begin{cases} a * b = a, \\ b * a = a \end{cases} \Rightarrow a * b = b * a,$$
$$\begin{cases} a * c = a, \\ c * a = a \end{cases} \Rightarrow a * c = c * a,$$
$$\begin{cases} b * c = c, \\ c * b = c \end{cases} \Rightarrow b * c = c * b. \text{ Значит, } * \text{ коммутативная операция.}$$

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что * является

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что * является **ассоциативной** операцией.

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является

Пример 15.

*	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$
 группой?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является *b*.

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является *b*.
Обратного элемента нет у элемента

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является b .
Обратного элемента нет у элемента a .

Пример 15.

*	a	b	c
a	a	a	a
b	a	b	c
c	a	c	b

2) Является ли операция * **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция * является **ассоциативной** операцией.
Нейтральным элементом является b .
Обратного элемента нет у элемента a .
Значит, группоид $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ не является **группой**.

Пример 15.

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция $\ominus$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\ominus$ является коммутативной?
некоммутативной?

Пример 15.

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция $\ominus$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\ominus$ является коммутативной.

Пример 15.

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция $\ominus$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\ominus$ является

Пример 15.

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция $\ominus$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\ominus$ является **ассоциативной** операцией.

Пример 15.

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция $\ominus$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\ominus$ является **ассоциативной**.
Нейтральный элемент в группоиде $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ _____

Пример 15.

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция $\ominus$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\ominus$ является **ассоциативной**.
Нейтральный элемент в группоиде $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ отсутствует.

Пример 15.

$\ominus$	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

3) Является ли операция $\ominus$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\ominus\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\ominus$ является **ассоциативной**.
Нейтральный элемент в группоиде $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ отсутствует.

Значит, группоид $\langle \{a, b, c\}, \{*\} \rangle$ не является **группой**.

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\odot$ является коммутативной?
некоммутативной?

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\odot$ является коммутативной?
 некоммутативной?

$$\begin{cases} a \odot c = \\ c \odot a = \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ группой**?

Решение. Операция $\odot$ является коммутативной?
 некоммутативной?

$$\begin{cases} a \odot c = b, \\ c \odot a = c \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\odot$ является коммутативной?
 некоммутативной?

$$\begin{cases} a \odot c = b, \\ c \odot a = c \end{cases} \Rightarrow b * c \neq c * b.$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\odot$ является некоммутативной.

$$\begin{cases} a \odot c = b, \\ c \odot a = c \end{cases} \Rightarrow b * c \neq c * b.$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\odot$ не является

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\odot$ не является **ассоциативной** операцией:

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\odot$ не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = \quad \quad \quad = a \odot (b \odot c).$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**?
 Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\odot$ не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \odot (b \odot c).$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\odot$ не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \qquad \qquad = a \odot (b \odot c).$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\odot$ не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \quad \neq \quad a \odot c = a \odot (b \odot c).$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\odot$ не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \quad b = a \odot c = a \odot (b \odot c).$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. **Непосредственной проверкой** можно убедиться, что $\odot$ не является **ассоциативной** операцией:

$$(a \odot b) \odot c = c \odot c = a \neq b = a \odot c = a \odot (b \odot c).$$

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**?
Ассоциативной? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид** $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ **группой**?

Решение. Операция $\odot$ не является **ассоциативной** операцией, поэтому группоид $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ не является **группой**.

Пример 15.

$\odot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

4) Является ли операция $\odot$ **коммутативной**? **Ассоциативной**? Есть ли **нейтральный элемент**? Является ли **группоид $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ группой**?

Решение. Операция $\odot$ не является **ассоциативной** операцией, поэтому группоид $\langle \{a, b, c\}, \{\odot\} \rangle$ не является **группой**.

Нейтрального элемента в этом группоиде нет.

Вернемся к лекции или рассмотрим **пример неабелевой группы**?

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

Решение.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} =$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} =$$

$$\alpha \circ \_ = \alpha.$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} =$$

$$\alpha \circ \underline{\alpha} = \alpha.$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha,$$

$$\alpha \circ \underline{\alpha} = \alpha.$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} =$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} =$$

$$\beta \circ \_ = \alpha.$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} =$$

$$\beta \circ \underline{\gamma} = \alpha.$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma,$$

$$\beta \circ \underline{\gamma} = \alpha.$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} =$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta,$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} =$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta,$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta, \quad \varepsilon^{-1} =$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta, \quad \varepsilon^{-1} = \varepsilon,$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta, \quad \varepsilon^{-1} = \varepsilon, \quad \zeta^{-1} =$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. **Нейтральным элементом** является α .

Обратные элементы:

$$\alpha^{-1} = \alpha, \quad \beta^{-1} = \gamma, \quad \gamma^{-1} = \beta, \quad \delta^{-1} = \delta, \quad \varepsilon^{-1} = \varepsilon, \quad \zeta^{-1} = \zeta.$$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. ассоциативности операции $\circ$ можно было бы доказать с помощью непосредственной проверки 6^3 равенств. Это целесообразно сделать с помощью компьютера, выкладки и текст программы мы приводить не будем.

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммутативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Но ассоциативность операции $\circ$ можно получить с помощью следующего представления рассматриваемого группоида:

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение. Рассмотрим множество всех взаимно однозначных отображений множества $\{1, 2, 3\}$ на себя, β и δ обозначают отображения, заданные таблицами Кэли:

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции $\circ$ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$,

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции $\circ$ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэли, является некоммукативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции $\circ$ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$,

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэли, является некоммутативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции $\circ$ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$, $\varepsilon(x) \equiv$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммутативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции $\circ$ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$, $\varepsilon(x) \equiv (\beta \circ \delta)(x) = \delta(\beta(x))$,

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэ-ли, является некоммутативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции $\circ$ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$, $\varepsilon(x) \equiv (\beta \circ \delta)(x) = \delta(\beta(x))$, $\zeta(x) \equiv$

Пример 16.

Покажите, что множество $\{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\}$ с операцией $\circ$, заданной этой таблицей Кэли, является некоммутативной группой.

$\circ$	α	β	γ	δ	ε	ζ
α	α	β	γ	δ	ε	ζ
β	β	γ	α	ε	ζ	δ
γ	γ	α	β	ζ	δ	ε
δ	δ	ζ	ε	α	γ	β
ε	ε	δ	ζ	β	α	γ
ζ	ζ	ε	δ	γ	β	α

Решение.

x	1	2	3
$\beta(x)$	2	3	1

,

x	1	2	3
$\delta(x)$	1	3	2

.

В качестве операции $\circ$ возьмем суперпозицию функций. Тогда достаточно положить $\alpha(x) \equiv x$, $\gamma(x) \equiv (\beta \circ \beta)(x) \equiv \beta(\beta(x))$, $\varepsilon(x) \equiv (\beta \circ \delta)(x) = \delta(\beta(x))$, $\zeta(x) \equiv (\beta \circ \beta \circ \delta)(x) = \delta(\beta(\beta(x)))$.

Вернемся к лекции?

Обратите внимание на пример.

Задания для самостоятельного выполнения

Задача XIX.42. (Ответ приведен на стр.2095.) На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

XX. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля

Решим учебные тесты по основам теории множеств?

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Пользуясь **шаблонами для определения**, сформулируйте определение почвы, то есть «поверхностного слоя земной коры, несущего на себе растительный покров суши и обладающего плодородием».

Задача 1. Пользуясь **шаблонами для определения**, сформулируйте определение почвы, то есть «поверхностного слоя земной коры, несущего на себе растительный покров суши и обладающего плодородием».

Ответ. Например: поверхностный слой земной коры называется почвой тогда и только тогда, когда он несет на себе растительный покров суши и обладает плодородием.

Решение задачи 2.

Задача 2. Является ли определением утверждение: «Любовь — это когда вам хорошо вместе, когда друг без друга нельзя.»

Задача 2. Является ли определением утверждение: «Любовь — это когда вам хорошо вместе, когда друг без друга нельзя.»

Ответ. Отсутствует термин, обозначающий более общее понятие (**распространенная ошибка:** вместо него использована фраза *это когда*).

Решение задачи 3.

Задача 3. Является ли определением утверждение: «Враги — это те, которых мы ненавидим.»

Задача 3. Является ли определением утверждение: «Враги — это те, которых мы ненавидим.»

Ответ. Отсутствует термин, обозначающий более общее понятие (**распространенная ошибка:** вместо него использовано местоимение *те*).

Решение задачи 4.

Задача 4. Является ли определением утверждение: «Безлошадную повозку называли автомобилем, поскольку она движется сама, без помощи лошадей.»

Задача 4. Является ли определением утверждение: «Безлошадную повозку называли автомобилем, поскольку она движется сама, без помощи лошадей.»

Ответ. В определении должно присутствовать слово *называется* или какое-либо слово с аналогичным смыслом либо это слово должно подразумеваться (например, когда используются конструкции типа « A — это B »).

Решение задачи 5.

Задача 5. Является ли определением утверждение: «Автомобиль — это такой опасный, который быстро ездит и дымит.»

Задача 5. Является ли определением утверждение: «Автомобиль — это такой опасный, который быстро ездит и дымит.»

Ответ. Отсутствует термин, обозначающий более общее понятие (**распространенная ошибка:** вместо него использована фраза *это который*).

Решение задачи 6.

Задача 6. Является ли определением утверждение: «Автомобиль — самое лучшее, что придумали люди.»

Задача 6. Является ли определением утверждение: «Автомобиль — самое лучшее, что придумали люди.»

Ответ. Во-первых, отсутствует термин, обозначающий более общее понятие (он только подразумевается, например термин *вещь* и т.п.). Во-вторых, фактически отсутствует список характеристических свойств.

Решение задачи 7.

Задача 7. Выясните, что определяется в приведенных ниже утверждениях: бузи, трана, готка, мерзика, трунд? Что надо знать, чтобы понять, что такое (или кто такой) мерзика? Задают ли эти определения разные понятия или это просто разные названия одного и того же понятия?

1. Мерзикой называется хрюнкая готка с рятыми бузями.
2. Готку называют трундом, если она хрюнкая и имеет рятые бузи.
3. Готка с рятыми бузями — это трана, если она хрюнкая.

Задача 7. Выясните, что определяется в приведенных ниже утверждениях: бузи, трана, готка, мерзика, трунд? Что надо знать, чтобы понять, что такое (или кто такой) мерзика? Задают ли эти определения разные понятия или это просто разные названия одного и того же понятия?

1. Мерзикой называется хрюнкая готка с рятыми бузями.
2. Готку называют трундом, если она хрюнкая и имеет рятые бузи.
3. Готка с рятыми бузями — это трана, если она хрюнкая.

Ответ. Определяются мерзика, трунд и трана. Более общим понятием является понятие *готка*. Для того чтобы разобраться с тем, что означают определяемые термины, необходимо знать, во-первых, что такое (или кто такая) *готка*, во-вторых, что значит, что она *хрюнкая*, в-третьих, что такое (или кто такие) *бузи*, и, наконец, в-четвертых, что значит, что бузи *рятые*. Объемы и содержания понятий *мерзика*, *трунд* и *трана* совпадают. Термины — разные, поэтому, вообще говоря, нельзя утверждать, что эти понятия совпадают. Тем не менее, часто говорят, что понятия совпадают, если у них совпадают объемы и содержания этих понятий. При ответе на соответствующий вопрос можно отметить, что он сформулирован небрежно.

Решение задачи 8.

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ ;

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

- i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ ;
- ii) доказательство неравенств $L \leq R$ и $L \geq R$;

Задача 8. Как доказать равенство чисел, выражений и функций с числовым значением?

Ответ. Основной метод **доказательства равенства** $L = R$ состоит в использовании одного из трех методов:

- i) приведение тождественными преобразованиями к одинаковому виду выражений, задающих L и R или $\varphi(L)$ и $\varphi(R)$ для некоторой взаимно однозначной функции φ ;
- ii) доказательство неравенств $L \leq R$ и $L \geq R$;
- iii) доказательство «от противного».

Решение задачи 9.

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя

методы доказательства равенства чисел.

Задача 9. Как доказать делимость числа m на число n нацело?

Ответ. Во-первых, можно доказать, что остаток от деления m на n равен 0.

Во-вторых, можно найти частное k от деления m на n и показать, что $m = nk$, используя

методы доказательства равенства чисел.

В-третьих, можно применить метод «от противного».

Решение задачи 10.

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((x \in A) \Rightarrow (x \in B)).$$

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((x \in A) \Rightarrow (x \in B)).$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((x \in A) \Rightarrow (x \in B)).$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь обозначить буквой произвольный элемент из A .

Задача 10. Как доказать включение одного множества в другое?

Ответ. Основной метод состоит в использовании определения:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow ((x \in A) \Rightarrow (x \in B)).$$

Таким образом, для поиска доказательства надо в первую очередь обозначить буквой произвольный элемент из A .

Потом надо доказать включение этого элемента в B , используя условия, данные в тексте задачи.

Решение задачи 11.

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств можно доказать*:

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств можно доказать:*

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств можно доказать:*

- i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;
- ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

Задача 11. Как можно доказать равенство множеств?

Ответ. Как и другие равенства, *равенство множеств можно доказать:*

- i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;
- ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;
- iii) «от противного».

Решение задачи 12.

Задача 12. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Задача 12. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой;

Задача 12. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой);
- показываем, что данный угол в 2 раза меньше развернутого угла (равного π);

Задача 12. Как доказать геометрическими методами, что данный угол — прямой?

Ответ.

- традиционные методы доказательства равенства углов (доказываем, что данный угол равен некоторому углу, про который уже известно, что он прямой;
- показываем, что данный угол в 2 раза меньше развернутого угла (равного π);
- разбиваем угол в сумму углов и потом показываем, что их сумма равна $\frac{\pi}{2}$.

Решение задачи 13.

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**:

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$;

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$;
2) показать, что остаток от деления равен 0.

Задача 13. Как доказать, что число a делится нацело на число b ?

Ответ. 1) по определению **делимости нацело**: найти число c такое, что $a = bc$;
2) показать, что остаток от деления равен 0.
Эти методы можно применить к любому **евклидовому кольцу**.

Решение задачи 14.

Задача 14. Какие характеристики и особенности есть у множеств?

Задача 14. Какие характеристики и особенности есть у множеств?

Ответ. Количество элементов, может быть, еще общие свойства элементов, уровень различий между ними, «полнота» множества относительно какого-либо свойства — все ли элементы с этим свойством входят в исследуемое множество (скажем, если A состоит из черных котов, то уместен вопрос — из всех черных котов или из черных котов, отобранных по какому-то признаку: которых смогли поймать, которые хорошо ловят мышей и т.п.)? Кроме того, для множеств определены специальные операции, некоторые из них мы рассмотрим позже. Определены также специфичные для множеств отношения: «включается» (как подмножество) и «принадлежит» (как элемент).

Решение задачи 15.

Задача 15. Чем одноэлементное множество отличается от своего элемента?

Задача 15. Чем одноэлементное множество отличается от своего элемента?

Ответ. Набором характеристик и особенностей. Рассмотрим сначала «нормальное», не одноэлементное множество. Пусть множество A состоит из красного мячика, зеленого крокодила и белой простыни. Вопрос о цвете элемента — осмысленный. А о цвете всего множества — нет (разве что сказать, что оно разноцветное). Сколько элементов содержит мячик — вопрос бессмысленный. А для множества A вопрос о количестве элементов — нормальный вопрос, ответ на него — 3. То же самое можно сказать и об одноэлементном множестве. Оно не имеет, допустим, вкуса или запаха — это может быть характеристикой его элемента, но не множества. Пусть множество A состоит из одного кота. Мы можем рассмотреть пересечение этого множества с любым другим, но самого кота пересечь ни с чем не удастся.

Решение задачи 16.

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со стратегией составления уравнений, сначала надо

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со стратегией составления уравнений, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти.

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со стратегией составления уравнений, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*.

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со стратегией составления уравнений, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*. Обозначим множество, которое мы ищем, через B .

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со стратегией составления уравнений, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*. Обозначим множество, которое мы ищем, через B . Мы выделили два «стандартных» **способа задания множества**:

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*. Обозначим множество, которое мы ищем, через B . Мы выделили два «стандартных» **способа задания множества**: во-первых, задание **списком элементов** и, во-вторых, задание характеристическим свойством.

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. В соответствии со **стратегией составления уравнений**, сначала надо внимательно прочитать, что надо найти. Итак, нам надо *найти множество*. Обозначим множество, которое мы ищем, через B . Мы выделили два «стандартных» **способа задания множества**: во-первых, задание **списком элементов** и, во-вторых, задание характеристическим свойством. Отметим, что первый способ считается более предпочтительным. Например, множество решений уравнения $x^2 - x = 0$ легко задать с помощью характеристического свойства: $\{x \mid x^2 - x = 0\}$. Но задание *решить* это уравнение можно интерпретировать как требование задать это множество *списком элементов*: $\{x \mid x^2 - x = 0\} = \{0, 1\}$.

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B .

Что представляют собой элементы множества B ?

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B .

Что представляют собой элементы множества B ? Множество B — это *множество подмножеств*.

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B .

Что представляют собой элементы множества B ? Множество B — это *множество подмножеств*. Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A .

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B .

Что представляют собой элементы множества B ? Множество B — это *множество подмножеств*. Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A . Это такие множества, все элементы которых содержатся в A .

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B .

Что представляют собой элементы множества B ? Множество B — это *множество подмножеств*. Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A . Это такие множества, все элементы которых содержатся в A . Кроме того, по условию, каждый элемент множества B — это *двухэлементное множество*, то есть содержит ровно 2 элемента. Поэтому $B =$

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B .

Что представляют собой элементы множества B ? Множество B — это *множество подмножеств*. Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A . Это такие множества, все элементы которых содержатся в A . Кроме того, по условию, каждый элемент множества B — это *двухэлементное множество*, то есть содержит ровно 2 элемента. Поэтому $B = \{\{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}\}$.

Задача 16. Найти множество всех двухэлементных подмножеств множества $A = \{x, y, z\}$.

Ответ. Поэтому и в рассматриваемом примере мы попробуем задать искомое множество списком элементов. Значит, надо найти все элементы, из которых состоит множество B .

Что представляют собой элементы множества B ? Множество B — это *множество подмножеств*. Значит, элементами множества B будут *подмножества* множества A . Это такие множества, все элементы которых содержатся в A . Кроме того, по условию, каждый элемент множества B — это двухэлементное множество, то есть содержит ровно 2 элемента. Поэтому $B = \{\{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}\}$.

Заметим, что, например, множество $\{x, x\}$ не содержится в искомом множестве B , поскольку $\{x, x\} = \{x\}$ — одноэлементное множество. Кроме того, $\{x, y\} = \{y, x\} = \{x, y, x\}$ и т.п.

Решение задачи 17.

Задача 17. Множество A состоит из двух шариковых ручек. Из первой ручки достанем стержень. Является ли он элементом множества ?

Задача 17. Множество A состоит из двух шариковых ручек. Из первой ручки достанем стержень. Является ли он элементом множества ?

Ответ. Нет. Множество состоит из двух конкретных ручек, стержень не является ни одной из этих ручек.

Решение задачи 18.

Задача 18. Найти множество всех подмножеств множества $\{a, b\}$.

Задача 18. Найти множество всех подмножеств множества $\{a, b\}$.

Ответ. Итак, нам необходимо найти множество. Как мы уже отмечали, всякое множество полностью определяется своими элементами. Значит, нам надо как-то задать (т.е. найти) эти элементы. Нам надо найти множество подмножеств, значит, искомое множество P состоит из подмножеств. Исходное множество содержит мало элементов, и решение задачи не представляет труда (после того, как мы разобрались в том, о чем нас спрашивают). Перечислим все подмножества исходного множества, например, в порядке возрастания количества элементов: $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ — четыре элемента (напомним, что $\emptyset$ — пустое множество, то есть множество, не содержащее ни одного элемента).

Решение задачи 19.

Задача 19. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$. Содержатся ли числа 1 и 2 в этом множестве?

Задача 19. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$. Содержатся ли числа 1 и 2 в этом множестве?

Ответ. Множество A состоит из двух элементов — первый равен $\{1, 2\}$, второй — $\{3, 4\}$. Ни один из этих элементов не совпадает с 1 или 2. Поэтому 1 и 2 не содержатся в A в качестве элементов.

Решение задачи 20.

Задача 20. Содержится ли $\{y, t\}$ в $\{x, y, z, t\}$?

Задача 20. Содержится ли $\{y, t\}$ в $\{x, y, z, t\}$?

Ответ. Нет, не содержится — $\{y, t\}$ не совпадает ни с одним из элементов множества $\{x, y, z, t\}$. На самом деле $\{y, t\}$ — это подмножество множества $\{x, y, z, t\}$, то есть $\{y, t\}$ *включается* в $\{x, y, z, t\}$: $\{y, t\} \subseteq \{x, y, z, t\}$.

Решение задачи 21.

Задача 21. Какое множество больше: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ или $B = \{5\}$?

Задача 21. Какое множество больше: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ или $B = \{5\}$?

Ответ. Пока мы не определили, что значит «множество X больше множества Y », вопрос бессмысленный. Но понятие «больше» для множеств не определено. Поэтому ответ отсутствует (как говорят, вопрос — некорректный). В самом деле, в A больше элементов, в этом смысле оно больше. Более того, B содержится в A как подмножество, поэтому оно «явно больше». Но единственный элемент 5 из B — это самый большой элемент из A . Итак, в множестве B нет «маленьких» элементов, и в этом смысле B больше, чем A .

Решение задачи 22.

Задача 22. Является ли пустое множество элементом множеств $A = \{1, 2\}$ и $B = \{\emptyset\}$? Подмножеством? Является ли $\{1\}$ элементом множества $C = \{1, \{1\}\}$? Подмножеством?

Задача 22. Является ли пустое множество элементом множеств $A = \{1, 2\}$ и $B = \{\emptyset\}$? Подмножеством? Является ли $\{1\}$ элементом множества $C = \{1, \{1\}\}$? Подмножеством?

Ответ. В списке элементов множества A нет пустого множества, поэтому $\emptyset$ не является *элементом* множества A . Но $\emptyset$ является *подмножеством* множеств A и B , так как пустое множество — подмножество *любого* множества. В списке элементов множества B пустое множество присутствует, поэтому $\emptyset \in B$ и $\emptyset \subseteq B$. Для множества C ответ таков: $\{1\} \in C$, так как $\{1\}$ входит в список элементов множества C : $C = \{1, \boxed{\{1\}}\}$. Кроме того, $\{1\} \subseteq C$, так как все элементы множества $\{1\}$ (это число 1) являются элементами множества $C = \{\boxed{1}, \{1\}\}$.

Решение задачи 23.

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество $\{б,в\}$. Какие еще?

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество $\{б,в\}$. Какие еще?

Ответ.

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество $\{б,в\}$. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$,

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество $\{б,в\}$. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, а

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а},

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а}, б

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а}, {б},

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а}, {б}, {в},

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а}, {б}, {в}, а, б

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а}, {б}, {в}, {а,б},

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а}, {б}, {в}, {а,б}, {а, в},

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а}, {б}, {в}, {а,б}, {а,в}, {б,в},

Задача 23. Перечислите все множества, которые можно построить, используя в качестве элементов не более трех букв: а,б,в. Например, можно построить множество {б,в}. Какие еще?

Ответ.

$\emptyset$, {а}, {б}, {в}, {а,б}, {а,в}, {б,в}, {а,б,в}.

Решение задачи 24.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

С чего начать?

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} 1 \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} 1 \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Множество A состоит из элементов:

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} 1 \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Множество A состоит из двух элементов:

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} 1 \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Множество A состоит из двух элементов: $\{1, 2\}$ и

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} 1 \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Множество A состоит из двух элементов: $\{1, 2\}$ и $\{2, 3\}$.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. а)

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} 1 \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Множество A состоит из двух элементов: $\{1, 2\}$ и $\{2, 3\}$.

Но 1 не совпадает ни с одним из этих элементов!

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. a) $B \not\subseteq A$;

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} 1 \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Множество A состоит из двух элементов: $\{1, 2\}$ и $\{2, 3\}$.

Но 1 не совпадает ни с одним из этих элементов!

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. a) $B \not\subseteq A$;

Естественно обратиться к **определению подмножества**.

$$x \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} x \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

$$1 \in \{1, 2, 3\} \stackrel{?}{\Rightarrow} 1 \in \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}.$$

Множество A состоит из двух элементов: $\{1, 2\}$ и $\{2, 3\}$.

Но 1 не совпадает ни с одним из этих элементов!

Если элемент множества считать его «дочкой», то 1 для A является не «дочкой», а «внучкой»!

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;
b)

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$\in C =$

$\in B =$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$\in C = \{1, 3\}$ $\in B =$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$1 \in C = \{1, 3\} \quad 2 \in B = \{1, 2, 3\};$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$1 \in C = \{1, 3\} \quad \in B = \{1, 2, 3\};$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$1 \in C = \{1, 3\}$ $1 \in B = \{1, 2, 3\}$;

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$$1 \in C = \{1, 3\} \Rightarrow 1 \in B = \{1, 2, 3\};$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$$\begin{array}{lcl} 1 \in C = \{1, 3\} & \Rightarrow & 1 \in B = \{1, 2, 3\}; \\ \in C = & & \in B = \end{array}$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$$\begin{array}{ll} 1 \in C = \{1, 3\} & \Rightarrow 1 \in B = \{1, 2, 3\}; \\ \in C = \{1, 3\} & \in B = \end{array}$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$$\begin{array}{lcl} 1 \in C = \{1, 3\} & \Rightarrow & 1 \in B = \{1, 2, 3\}; \\ \in C = \{1, 3\} & & \in B = \{1, 2, 3\}; \end{array}$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$$1 \in C = \{1, 3\} \Rightarrow 1 \in B = \{1, 2, 3\};$$

$$3 \in C = \{1, 3\} \quad \quad \quad \in B = \{1, 2, 3\};$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$$1 \in C = \{1, 3\} \Rightarrow 1 \in B = \{1, 2, 3\};$$

$$3 \in C = \{1, 3\} \quad 3 \in B = \{1, 2, 3\};$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b)

$$1 \in C = \{1, 3\} \Rightarrow 1 \in B = \{1, 2, 3\};$$

$$3 \in C = \{1, 3\} \Rightarrow 3 \in B = \{1, 2, 3\};$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

$$1 \in C = \{1, 3\} \Rightarrow 1 \in B = \{1, 2, 3\};$$

$$3 \in C = \{1, 3\} \Rightarrow 3 \in B = \{1, 2, 3\};$$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;
b) $C \subseteq B$;
c)

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c)

$1 \in C$,

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c)

$1 \in C$, но

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c)

$1 \in C$, но $1 \notin A$ (1 является «внучкой», а не «дочкой»).

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

$1 \in C$, но $1 \notin A$ (1 является «внучкой», а не «дочкой»).

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;
b) $C \subseteq B$;
c) $C \not\subseteq A$;
d) $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;
 $\{1, 3\} \quad \{1, 2\}$;

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

$\{1, 3\} \neq \{1, 2\}$;

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

$\{1, 3\} \neq \{1, 2\}$;

$\{1, 3\} \not\subseteq \{2, 3\}$.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

$\{1, 3\} \neq \{1, 2\}$;

$\{1, 3\} \neq \{2, 3\}$.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;
b) $C \subseteq B$;
c) $C \not\subseteq A$;
d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;
 $\{1, 3\} \neq \{1, 2\}$;
 $\{1, 3\} \neq \{2, 3\}$.

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;
b) $C \subseteq B$;
c) $C \not\subseteq A$;
d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;
e)

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e)

$1 \in D$,

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e)

$1 \in D$, но

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e)

$1 \in D$, но $1 \notin A$ (1 является «внучкой», а не «дочкой»).

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e) $D \not\subseteq A$;

$1 \in D$, но $1 \notin A$ (1 является «внучкой», а не «дочкой»).

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e) $D \not\subseteq A$;

f)

$D =$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e) $D \not\subseteq A$;

f)

$D = \{1, 2\}$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e) $D \not\subseteq A$;

f)

$D = \{1, 2\} \quad A =$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e) $D \not\subseteq A$;

f)

$D = \{1, 2\} \quad A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e) $D \not\subseteq A$;

f)

$D = \{1, 2\}$ $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e) $D \not\subseteq A$;

f)

$D = \{1, 2\} \in A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;

b) $C \subseteq B$;

c) $C \not\subseteq A$;

d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;

e) $D \not\subseteq A$;

f) $D \in A$.

$D = \{1, 2\} \in A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

Задача 24. Пусть $A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$, $D = \{1, 2\}$.
Какие из следующих утверждений верны? Докажите.

a) $B \subseteq A$; **b)** $C \subseteq B$; **c)** $C \subseteq A$; **d)** $C \in A$; **e)** $D \subseteq A$; **f)** $D \in A$.

Ответ. **a)** $B \not\subseteq A$;
b) $C \subseteq B$;
c) $C \not\subseteq A$;
d) $C \notin A = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$;
e) $D \not\subseteq A$;
f) $D \in A$.

Ура!!!

Решение задачи 25.

- Задача 25.** Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:
- 1)** $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$
 - 2)** $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$
 - 3)** $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$
 - 4)** $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$
 - 5)** $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

- Задача 25.** Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:
- 1)** $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$
 - 2)** $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$
 - 3)** $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$
 - 4)** $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$
 - 5)** $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\} =$

- Задача 25.** Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:
- 1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$
 - 2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$
 - 3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$
 - 4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$
 - 5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\} =$
$$= \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n = 2k, \\ k \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \right\} =$$

- Задача 25.** Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:
- 1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$
 - 2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$
 - 3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$
 - 4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$
 - 5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\} =$
$$= \left\{ n \mid \begin{cases} n = 2k, \\ k \in \mathbb{N} \end{cases} \right\} = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\} =$$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие

множества: **1)** $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\} =$

$$= \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n = 2k, \\ k \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \right\} = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\} =$$

$$= \{n \mid n \in \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\}\};$$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: **1)** $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\}$;

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\}$;

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\}$;

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\}$;

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$.

Ответ. 2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\} =$
 $= \{1 + x + \dots + x^n \mid n \in \mathbb{N}\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества: **1)** $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\}$;

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\}$;

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\}$;

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\}$;

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$.

Ответ. 2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\} =$
 $= \left\{1 + x + \dots + x^n \mid n \in \mathbb{N}\right\} = \left\{1 + \sum_{k=1}^n x^k \mid n \in \mathbb{N}\right\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\} =$
 $= \left\{1 + x + \dots + x^n \mid n \in \mathbb{N}\right\} = \left\{1 + \sum_{k=1}^n x^k \mid n \in \mathbb{N}\right\} =$
 $= \left\{f(x) \mid f(x) \in \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\}\right\};$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\} =$
 $= \{(n; n + 1) \mid n \in \mathbb{N}\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\} =$
 $= \{(n; n + 1) \mid n \in \mathbb{N}\} =$
 $= \{x \mid x \in \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\}\};$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\} =$
 $= \{1 - x^n \mid n \in \mathbb{N}\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\} =$
 $= \{1 - x^n \mid n \in \mathbb{N}\} =$
 $= \{p(x) \mid p(x) \in \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\}\};$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\} =$
 $= \left\{ k \left| \exists m \begin{cases} \{k, m\} \subseteq \mathbb{N}, \\ 30 = k \cdot m \end{cases} \right. \right\} =$

Задача 25. Задайте с помощью **характеристического свойства** следующие множества:

1) $A = \{2; 4; 6; 8; 10; \dots\};$

2) $B = \{1 + x, 1 + x + x^2, 1 + x + x^2 + x^3, \dots\};$

3) $C = \{(1; 2), (2; 3), (3; 4), \dots\};$

4) $D = \{1 - x; 1 - x^2; 1 - x^3; 1 - x^4; \dots\};$

5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}.$

Ответ. 5) $E = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\} =$
 $= \left\{ k \left| \exists m \begin{cases} \{k, m\} \subseteq \mathbb{N}, \\ 30 = k \cdot m \end{cases} \right. \right\} =$
 $= \left\{ d \mid d \in \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\} \right\}.$

Решение задачи 26.

Задача 26. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Задача 26. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ \left| \right. \right\}.$

Задача 26. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ f \mid \right.$

Задача 26. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ f \left| \left\{ \begin{array}{l} D(f) \subseteq \mathbb{R}, \end{array} \right. \right. \right\}.$

Задача 26. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ f \left| \begin{array}{l} D(f) \subseteq \mathbb{R}, \\ E(f) \subseteq \mathbb{R}, \end{array} \right. \right\}.$

Задача 26. Задайте **характеристическим свойством** множество F всех нечетных функций.

Ответ. $F = \left\{ f \left| \begin{array}{l} D(f) \subseteq \mathbb{R}, \\ E(f) \subseteq \mathbb{R}, \\ x \in D(f) \Rightarrow f(-x) = -f(x) \end{array} \right. \right\}.$

Решение задачи 27.

Задача 27. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M .

Задача 27. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M .

Ответ. $D = \left\{ \begin{array}{c} \\ \end{array} \middle| \begin{array}{c} \\ \end{array} \right\}.$

Задача 27. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M .

Ответ. $D = \left\{ \{x, y\} \mid \right\}.$

Задача 27. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M .

Ответ. $D = \left\{ \{x, y\} \mid \left\{ \{x, y\} \subseteq M, \right\} \right\}.$

Задача 27. Задайте **характеристическим свойством** множество D всех двухэлементных подмножеств множества M .

Ответ. $D = \left\{ \{x, y\} \left| \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq M, \\ x \neq y \end{array} \right. \right\}.$

Решение задачи 28.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Сначала оценим значения n .

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n =$

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq$

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq$

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{ \quad \}.$$

Если $n = 1$, то $2 \cdot 1 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{ \quad \quad \}.$$

Если $n = 1$, то $2 \cdot 1 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{22}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{ \quad \quad \}.$$

Если $n = 2$, то $2 \cdot 2 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{ \quad \quad \}.$$

Если $n = 2$, то $2 \cdot 2 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{20}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{ \quad \quad \}.$$

Если $n = 3$, то $2 \cdot 3 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{ \quad \quad \}.$$

Если $n = 3$, то $2 \cdot 3 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{18}{3} = 6 \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; \quad \quad \}.$$

Если $n = 3$, то $2 \cdot 3 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{18}{3} = 6 \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; \quad \quad \}.$$

Если $n = 4$, то $2 \cdot 4 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; \quad \quad \}.$$

Если $n = 4$, то $2 \cdot 4 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{16}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; \quad \quad \}.$$

Если $n = 5$, то $2 \cdot 5 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; \quad \quad \}.$$

Если $n = 5$, то $2 \cdot 5 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{14}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; \quad \quad \}.$$

Если $n = 6$, то $2 \cdot 6 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; \quad \quad \}.$$

Если $n = 6$, то $2 \cdot 6 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{12}{3} = 4 \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; \quad\}.$$

Если $n = 6$, то $2 \cdot 6 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{12}{3} = 4 \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; \quad\}.$$

Если $n = 7$, то $2 \cdot 7 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; \quad\}.$$

Если $n = 7$, то $2 \cdot 7 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{10}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; \quad\}.$$

Если $n = 8$, то $2 \cdot 8 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; \quad\}.$$

Если $n = 8$, то $2 \cdot 8 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{8}{3} \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; \quad\}.$$

Если $n = 9$, то $2 \cdot 9 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; \quad\}.$$

Если $n = 9$, то $2 \cdot 9 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{6}{3} = 2 \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; 9\}.$$

Если $n = 9$, то $2 \cdot 9 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{6}{3} = 2 \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; 9\}.$$

Если $n = 10$, то $2 \cdot 10 + 3k = 24$, откуда

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \quad 2n + 3k = 24 \end{array} \right. \right\}.$$

Ответ. Так как $2n = 24 - 3k \leq 21$, то $n \leq 10$.

Поэтому найдем все элементы из A перебором вариантов.

$$A = \{3; 6; 9\}.$$

Если $n = 10$, то $2 \cdot 10 + 3k = 24$, откуда $k = \frac{4}{3} = 2 \notin \mathbb{N}$.

Задача 28. Задайте **списком элементов** множество

$$A = \left\{ n \mid \left\{ \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, \\ \exists k \in \mathbb{N} \end{array} \quad 2n + 3k = 24 \right. \right\}.$$

Ответ. $A = \{3, 6, 9\}$.

Решение задачи 29.

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P =$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ \quad \quad \quad \right\} =$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ. $P = \left\{ (x; y) \mid \right\} =$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ.
$$P = \left\{ (x; y) \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

Ответ.
$$P = \left\{ (x; y) \left| \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right. \right\} =$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } P &= \left\{ (x; y) \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{(1; 4), (2; 3), (3; 2), (4; 1)\}. \end{aligned}$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

$$\text{ОТВЕТ. } P = \left\{ (x; y) \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{array} \right\} \right\} = \\ = \{(1; 4), \quad \quad \quad \}.$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } P &= \left\{ (x; y) \left| \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{array} \right. \right. \right\} = \\ &= \{(1; 4), (2; 3), (3; 2), (4; 1)\}. \end{aligned}$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } P &= \left\{ (x; y) \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{(1; 4), \quad (2; 3), \quad \quad \quad \}. \end{aligned}$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } P &= \left\{ (x; y) \left| \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right. \right\} = \\ &= \{(1; 4), \quad (2; 3), \quad (3; \quad), \quad \quad \quad \}. \end{aligned}$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } P &= \left\{ (x; y) \left| \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right. \right\} = \\ &= \{(1; 4), \quad (2; 3), \quad (3; 2), \quad \quad \quad \}. \end{aligned}$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } P &= \left\{ (x; y) \left| \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right. \right\} = \\ &= \{(1; 4), (2; 3), (3; 2), (4;)\}. \end{aligned}$$

Задача 29. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество P всех таких упорядоченных пар натуральных чисел, у которых сумма элементов пары равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } P &= \left\{ (x; y) \left| \begin{cases} \{x, y\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x + y = 5 \end{cases} \right. \right\} = \\ &= \{(1; 4), \quad (2; 3), \quad (3; 2), \quad (4; 1)\}. \end{aligned}$$

Решение задачи 30.

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q =$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \right. \left. \right\} =$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

Ответ. $Q = \left\{ \{x; y; z\} \mid \right\} =$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\text{Ответ. } Q = \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\text{Ответ. } Q = \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\text{Ответ. } Q = \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } Q &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 1; 3\}, \{1; 3; 1\}, \{3; 1; 1\}\}, \end{aligned}$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } Q &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right\} \right\} = \\ &= \{\{1; 2; \} \}, \end{aligned}$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } Q &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 2; \quad\}, \\ &1 + 2 + ? = 5 \end{aligned}$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } Q &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right\} \right\} = \\ &= \{\{1; 2; \} \}, \\ 1 + 2 + 2 &= 5 \end{aligned}$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } Q &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 2; 2\}, \\ &1 + 2 + 2 = 5 \end{aligned}$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } Q &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right\} \right\} = \\ &= \{\{1; \mathbf{2}; \mathbf{2}\}, \dots\} = \\ &= \{\{1; 2\}, \dots \end{aligned}$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } Q &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right\} \right\} = \\ &= \{\{1; \mathbf{2}; \mathbf{2}\}, \dots\} = \\ &= \{\{1; 2\}, \dots \\ \text{Но } \{1; 2\} &\text{ — двуэлементное множество!} \end{aligned}$$

Задача 30. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество Q всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 5.

$$\text{Ответ. } Q = \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 5 \end{array} \right. \right\} = \emptyset.$$

Решение задачи 31.

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M =$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \phantom{\frac{1}{2} \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} \sqrt{2} + 1 \right)} \right\} =$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x; y; z\} \mid \right\} =$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ \end{array} \right. \right\} =$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

Ответ. $M = \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \end{array} \right. \right\} =$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\text{Ответ. } M = \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} =$$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\text{Ответ. } M = \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} =$$

Элементы множества M будем записывать в виде $\{x; y; z\}$, где $x < y < z$.

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } M &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 1; 6\}, \{1; 2; 5\}, \{1; 3; 4\}, \{2; 2; 4\}, \{2; 3; 3\}\} \end{aligned}$$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } M &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 2; \} \} \end{aligned}$$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } M &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 2; 5\}\}, \end{aligned}$$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } M &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 2; 5\}, \quad \{1; \quad \quad \}\} \end{aligned}$$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } M &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 2; 5\}, \{1; 3; \}\} \end{aligned}$$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } M &= \left\{ \{x; y; z\} \mid \left\{ \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 2; 5\}, \quad \{1; 3; 4\}, \end{aligned}$$

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\text{Ответ. } M = \left\{ \{x; y; z\} \mid \begin{cases} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{cases} \right\} =$$
$$= \{\{1; 2; 5\}, \{1; 3; 4\}, \{2; 3; ?\}$$

Но, с одной стороны, $2 + 3 + ? = 8$, а с другой стороны $? \neq 3$.

Задача 31. Задайте **характеристическим свойством** и **списком элементов** множество M всех таких трехэлементных подмножеств множества натуральных чисел, у которых сумма всех элементов равна 8.

$$\begin{aligned} \text{Ответ. } M &= \left\{ \{x; y; z\} \left| \begin{array}{l} \{x; y; z\} \subseteq \mathbb{N}, \\ x \neq y \neq z \neq x, \\ x + y + z = 8 \end{array} \right. \right\} = \\ &= \{\{1; 2; 5\}, \{1; 3; 4\}\}. \end{aligned}$$

Решение задачи 32.

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ & & M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $B = \{1, 4, 9, 16\}$;

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ & & M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$;

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $D = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\};$

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ & & M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $E = \{1, 2\}$;

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $F = \{-2, -1, 0, 1\}$;

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ & & M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $G = \{1, 3\}$;

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ & & M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $K = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2 \right\};$

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ & & M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $L = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 2\}\};$

Задача 32. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Задайте списком элементов множества:

$$\begin{aligned} B &= \left\{ x^2 \mid x \in A \right\}; & C &= \left\{ x + y \mid x \in A \ y \in A \right\}; \\ D &= \left\{ \{a\} \mid a \in A \right\}; & E &= \left\{ a \mid a \in A \ a + 2 \in A \right\}; \\ F &= \left\{ a \mid a + 3 \in A \right\}; & G &= \left\{ t \mid t \in A \ t^3 - 2t^2 - 5t + 6 = 0 \right\}; \\ K &= \left\{ a \mid 2 \cdot a \in A \right\}; & L &= \left\{ \{a, b\} \mid a \in A \ b \in A, \ a + b \in A \right\}; \\ M &= \left\{ \left\{ x \mid x \in A \ x + y \in A \right\} \mid y \in A \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $M = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{1\}, \emptyset\}$.

Решение задачи 33.

Задача 33. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \mid x \in P \ x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \mid x \in Q \ x \notin P \right\};$$
$$C = \left\{ x \mid x \in Q \ x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \mid x \in P \ 2x \in Q \right\}.$$

Задача 33. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \mid x \in P \ x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \mid x \in Q \ x \notin P \right\};$$
$$C = \left\{ x \mid x \in Q \ x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \mid x \in P \ 2x \in Q \right\}.$$

Ответ. $A = \{1, 3\};$

Задача 33. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \mid x \in P \ x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \mid x \in Q \ x \notin P \right\};$$
$$C = \left\{ x \mid x \in Q \ x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \mid x \in P \ 2x \in Q \right\}.$$

Ответ. $B = \{6\}$;

Задача 33. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$\begin{aligned} A &= \left\{ x \mid x \in P \ x \notin Q \right\}; & B &= \left\{ x \mid x \in Q \ x \notin P \right\}; \\ C &= \left\{ x \mid x \in Q \ x \in P \right\}; & D &= \left\{ \{x, 2x, x+1\} \mid x \in P \ 2x \in Q \right\}. \end{aligned}$$

Ответ. $C = \{2, 4\} = P \cap Q$;

Задача 33. Пусть $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{2, 4, 6\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ x \mid x \in P \ x \notin Q \right\}; \quad B = \left\{ x \mid x \in Q \ x \notin P \right\};$$
$$C = \left\{ x \mid x \in Q \ x \in P \right\}; \quad D = \left\{ \{x, 2x, x+1\} \mid x \in P \ 2x \in Q \right\}.$$

Ответ. $D = \{\{1, 2\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 6, 4\}\}.$

Решение задачи 34.

Задача 34. Пусть $T = \{2x, x + 1, x - 1, x^2 - 1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \mid f(x) \in T \quad g(x) \in T \quad f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \mid p(x) \in T \quad q(x) \in T, \quad p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) < g(1) \right\} \mid g(x) \in T \right\}.$$

Задача 34. Пусть $T = \{2x, x + 1, x - 1, x^2 - 1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \mid f(x) \in T \quad g(x) \in T \quad f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \mid p(x) \in T \quad q(x) \in T, \quad p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) < g(1) \right\} \mid g(x) \in T \right\}.$$

Ответ.

$$A = \{x - 1, x^2 - 1\};$$

Задача 34. Пусть $T = \{2x, x + 1, x - 1, x^2 - 1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \mid f(x) \in T \quad g(x) \in T \quad f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \mid p(x) \in T \quad q(x) \in T, \quad p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) < g(1) \right\} \mid g(x) \in T \right\}.$$

Ответ.

$$B = \{ \{2x, x + 1\}, \{x - 1, x^2 - 1\}, \{2x\}, \{x + 1\}, \{x - 1\}, \{x^2 - 1\} \};$$

Задача 34. Пусть $T = \{2x, x + 1, x - 1, x^2 - 1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \mid f(x) \in T \quad g(x) \in T \quad f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \mid p(x) \in T \quad q(x) \in T, \quad p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) < g(1) \right\} \mid g(x) \in T \right\}.$$

Ответ.

$$C = \{3x + 1, 3x - 1, x^2 + 2x - 1, 2x, x^2 + x\};$$

Задача 34. Пусть $T = \{2x, x + 1, x - 1, x^2 - 1\}$. Задайте списком элементов множества

$$A = \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) = 0 \right\};$$

$$B = \left\{ \{f(x), g(x)\} \mid f(x) \in T \quad g(x) \in T \quad f(1) = g(1) \right\};$$

$$C = \left\{ p(x) + q(x) \mid p(x) \in T \quad q(x) \in T, \quad p(0) < q(0) \right\},$$

$$D = \left\{ \left\{ f(x) \mid f(x) \in T \quad f(1) < g(1) \right\} \mid g(x) \in T \right\}.$$

Ответ.

$$D = \{ \{x - 1, x^2 - 1\}, \emptyset \}.$$

Решение задачи 35.

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для доказательства равенства множеств обычно применяются следующие методы:

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для доказательства равенства множеств обычно применяются следующие методы:

i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для доказательства равенства множеств обычно применяются следующие методы:

- i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;
- ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для доказательства равенства множеств обычно применяются следующие методы:

- i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;
- ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;
- iii) «от противного».

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Как известно, для доказательства равенства множеств обычно применяются следующие методы:

- i) с помощью равносильных преобразований уже доказанных равенств;
- ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$;
- iii) «от противного».

Применим метод ii).

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Докажем включение $(A \cup B) \cap C \subseteq (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Докажем включение $(A \cup B) \cap C \subseteq (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Для этого применим известные **рекомендации**.

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A & \text{или} & x \in B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{cases} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in C \end{cases} \text{ или } x \in B, \Rightarrow \left[\begin{cases} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{array} \right. &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \\ x \in C \end{array} \right. \text{ или } x \in B, \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x \in A, \\ x \in C \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x \in B, \\ x \in C \end{array} \right. \end{array} \right. \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array} \right. \Rightarrow \end{aligned}$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ. Пусть $x \in (A \cup B) \cap C$. Тогда по определению **пересечения и объединения множеств**

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{array} \right. &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \\ x \in C \end{array} \right. \text{ или } x \in B, \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x \in A, \\ x \in C \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x \in B, \\ x \in C \end{array} \right. \end{array} \right. \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array} \right. \Rightarrow x \in (A \cap C) \cup (B \cap C). \end{aligned}$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ.

Осталось

доказать

обратное

включение

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C.$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ.

Осталось

доказать

обратное

включение

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C.$$

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ.

Осталось

доказать

обратное

включение

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C.$$

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{array} \right] \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ.

Осталось

доказать

обратное

включение

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C.$$

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow \begin{cases} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ.

Осталось

доказать

обратное

включение

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C.$$

$$x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) \Rightarrow \begin{bmatrix} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} x \in A, \\ x \in B \end{bmatrix} \\ x \in C \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ.

Осталось

доказать

обратное

включение

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C.$$

$$\begin{aligned} x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) &\Rightarrow \begin{bmatrix} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{bmatrix} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} x \in A, \\ x \in B \end{bmatrix} \\ x \in C \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{bmatrix} \Rightarrow \end{aligned}$$

Задача 35. Докажите тождество $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Ответ.

Осталось

доказать

обратное

включение

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C.$$

$$\begin{aligned} x \in (A \cap C) \cup (B \cap C) &\Rightarrow \begin{bmatrix} x \in A \cap C, \\ x \in B \cap C \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \begin{cases} x \in A, \\ x \in C \end{cases} \\ \begin{cases} x \in B, \\ x \in C \end{cases} \end{bmatrix} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} x \in A, \\ x \in B \end{bmatrix} \\ x \in C \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \in A \cup B, \\ x \in C \end{bmatrix} \Rightarrow x \in (A \cup B) \cap C. \end{aligned}$$

Решение задачи 36.

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow$

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow$$

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \Rightarrow$$

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow$$

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow$$

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow x \in \overline{A \cap B}.$$

Задача 36. Докажите тождество $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

Ответ. Надо **доказать равенство множеств**.

Сначала **докажем включение** $\overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B}$.

$$x \in \overline{A \cap B} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Теперь докажем обратное включение $\overline{B} \cup \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A}$.

$$x \in \overline{A} \cup \overline{B} \Rightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Rightarrow x \notin A \cap B \Rightarrow x \in \overline{A \cap B}.$$

Можно было эти рассуждения объединить:

$$x \in \overline{A \cap B} \Leftrightarrow x \notin A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \notin A, \\ x \notin B \end{cases} \Leftrightarrow x \in \overline{A} \cup \overline{B}.$$

Решение задачи 37.

Задача 37. Верно ли, что пересечение множеств всегда содержится в их объединении? Докажите.

Задача 37. Верно ли, что пересечение множеств всегда содержится в их объединении? Докажите.

Ответ. Доказательство. *Генерация доказательства:* (пишем на черновике). Первый этап. Мы доказываем *теорему-свойство*, то есть *теорему-импликацию*:

Если A и B — множества, то $A \cap B \subseteq A \cup B$.

Второй этап. Доказываем *включение множеств*: $A \cap B \subseteq A \cup B$.

Третий этап. *По определению* подмножества надо доказать, что любой элемент множества $A \cap B$ является элементом множества $A \cup B$. Поэтому начнем с того, что возьмем произвольный элемент из множества $A \cap B$. Поскольку нам придется с этим элементом работать в дальнейшем, ради удобства его лучше как-нибудь обозначить, например, буквой x . Нам надо теперь доказать следующую *теорему-импликацию*:

Если $x \in A \cap B$, то $x \in A \cup B$.

Этап 2'. Надо доказать включение $x \in A \cup B$. Этап 3'. *По определению* объединения множеств нам надо доказать, что $x \in A$ или $x \in B$. Но *по условию* $x \in A \cap B$, то есть $x \in A$ и $x \in B$. «Генерация» закончена.

Оформление доказательства. Возьмем произвольный элемент $x \in A \cap B$. Тогда, *по определению* пересечения множеств, имеем $x \in A$ и $x \in B$. Но тогда, *по определению* объединения множеств, $x \in A \cup B$. Значит, из того, что $x \in A \cap B$, следует,

что $x \in A \cup B$, то есть, *по определению* подмножества, получаем $A \cap B \subseteq A \cup B$, что и требовалось доказать

Решение задачи 38.

Задача 38. Пусть A — множество всех натуральных делителей числа 6 (то есть тех натуральных чисел, на которые число 6 делится нацело), $B = \{2, 3, 4\}$. Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$.

Задача 38. Пусть A — множество всех натуральных делителей числа 6 (то есть тех натуральных чисел, на которые число 6 делится нацело), $B = \{2, 3, 4\}$. Найдите множества $A \cap B$, $A \cup B$.

Ответ. $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

Решение задачи 39.

Задача 39. Дан треугольник ABC . Найдите пересечение стороны AB со стороной BC .

Задача 39. Дан треугольник ABC . Найдите пересечение стороны AB со стороной BC .

Ответ. В пересечении стороны AB со стороной BC содержится только точка A , поэтому это пересечение равно $\{A\}$.

Решение задачи 40.

Задача 40. Найдите пересечение множества решений уравнения $x^2 - 1 = 0$ со множеством решений уравнения $2x^2 - 3x = 5$. а) Совпадает ли это множество со множеством решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$? б) Совпадает ли это пересечение со множеством решений совокупности уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$? в) Найдите множества решений этой системы и этой совокупности уравнений. г) Как связаны эти множества со множествами решений входящих в них уравнений?

Задача 40. Найдите пересечение множества решений уравнения $x^2 - 1 = 0$ со множеством решений уравнения $2x^2 - 3x = 5$. а) Совпадает ли это множество со множеством решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$? б) Совпадает ли это пересечение со множеством решений совокупности уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$? в) Найдите множества решений этой системы и этой совокупности уравнений. г) Как связаны эти множества со множествами решений входящих в них уравнений?

Ответ. Пусть $A = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$, $B = \{x \mid 2x^2 - 3x = 5\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \{-1, \frac{5}{2}\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \{-1, \frac{5}{2}\} = \{-1\}$.

Задача 40.

Пусть $A = \left\{x \mid x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \mid 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$. Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Задача 40.

Пусть $A = \left\{x \mid x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \mid 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$. Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать

Задача 40.

Пусть $A = \left\{x \mid x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \mid 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$. Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Задача 40.

Пусть $A = \left\{ x \mid x^2 - 1 = 0 \right\}$, $B = \left\{ x \mid 2x^2 - 3x = 5 \right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{ -1, \frac{5}{2} \right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{ -1, \frac{5}{2} \right\} = \{-1\}$. Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Как доказать равенство множеств?

Задача 40.

Пусть $A = \left\{ x \mid x^2 - 1 = 0 \right\}$, $B = \left\{ x \mid 2x^2 - 3x = 5 \right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{ -1, \frac{5}{2} \right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{ -1, \frac{5}{2} \right\} = \{-1\}$. Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Это можно доказать i) равносильными преобразованиями; ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$; iii) «от противного».

Задача 40.

Пусть $A = \left\{ x \mid x^2 - 1 = 0 \right\}$, $B = \left\{ x \mid 2x^2 - 3x = 5 \right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{ -1, \frac{5}{2} \right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{ -1, \frac{5}{2} \right\} = \{-1\}$. Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Это можно доказать i) равносильными преобразованиями; ii) сведение к включениям $\subseteq$ и $\supseteq$; iii) «от противного».

Очевидно, следует воспользоваться вторым способом.

Задача 40.

Пусть $A = \left\{x \mid x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \mid 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$. Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Пусть $\alpha \in C$. Тогда

Задача 40.

Пусть $A = \left\{x \mid x^2 - 1 = 0\right\}$, $B = \left\{x \mid 2x^2 - 3x = 5\right\}$. Тогда $A = \{-1, 1\}$, $B = \left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$, $A \cap B = \{-1, 1\} \cap \left\{-1, \frac{5}{2}\right\} = \{-1\}$. Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$.

Действительно, надо доказать *равенство множеств*.

Пусть $\alpha \in C$. Тогда по определению системы уравнений

Задача 40.

Если C — множество решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5 \end{cases}$ и D — множество решений совокупности уравнений $\begin{cases} x^2 - 1 = 0, \\ 2x^2 - 3x = 5, \end{cases}$ то $C = A \cap B$,
 $D = A \cup B$.

Задача 40.

Доказательство: Множество решений системы можно записать следующим образом: $C = \left\{ x \mid x^2 - 1 = 0 \wedge 2x^2 - 3x = 5 \right\}$, тогда множество решений совокупности: $D = \left\{ x \mid x^2 - 1 = 0 \vee 2x^2 - 3x = 5 \right\}$.

Решение задачи 41.

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ. Видимо, будет удобнее задать эти множества списком элементов.

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \left\{ \right\}. \end{aligned}$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \alpha + \beta x + \gamma x^2 \\ \alpha + \beta x \\ \alpha + \gamma x^2 \\ \alpha \\ \beta x \\ \gamma x^2 \\ 0 \end{array} \mid \alpha, \beta, \gamma \in \{0, 1\} \right\}. \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1 \\ x \\ x^2 \\ x + x^2 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$+ \quad x + \quad x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 + x \\ 0 + x + x^2 \\ x \\ x + x^2 \\ x^2 \\ 1 \\ 1 + x \\ 1 + x + x^2 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + \quad x + \quad x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \left\{ \right\}. \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 0x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \left\{ \right\}. \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 0x + 0x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 0x + 0x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$+ \quad x + \quad x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$1 + x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$1 + 0x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$1 + 0x + 0x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$1 + 0x + 0x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$+ \quad x + \quad x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 1x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 1x + 0x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$+ \quad x + \quad x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$1 + x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$1 + 1x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$1 + 1x + 0x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1 + x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1 + x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1 + x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$+ \quad x + \quad x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1 + x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1 + x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 0x + x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1 + x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 0x + 1x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1 + x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 0x + 1x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1 + x; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

$$0 + 0x + 1x^2$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1+x; x^2; \end{aligned}$$

Переберём все возможные варианты значений параметров α, β, γ .

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; \end{aligned} \quad \}.$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; \quad \quad \quad \}. \end{aligned}$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}. \end{aligned}$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ &= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}. \end{aligned}$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{ p(x) = 0$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{$$

$$p(x) = 0 \Rightarrow$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{$$

$$p(x) = 0 \Rightarrow p(-1) =$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{ p(x) = 0 \Rightarrow p(-1) = 0 \}$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0;$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1 \Rightarrow$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1 \Rightarrow p(-1) =$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1 \Rightarrow p(-1) = 1$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1 \Rightarrow p(-1) = 1 \neq 0$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1 \Rightarrow p(-1) = 1 \neq 0$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0;$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = x$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = x \Rightarrow$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = x \Rightarrow p(-1) =$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = x \Rightarrow p(-1) = -1$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = x \Rightarrow p(-1) = -1 \neq 0$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = x \Rightarrow p(-1) = -1 \neq 0$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0;$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1+x$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1+x \Rightarrow$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1+x \Rightarrow p(-1) =$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1+x \Rightarrow p(-1) = 0$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0;$$

$$p(x) = 1+x \Rightarrow p(-1) = 0$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0; 1+x;$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0; 1+x;$$

Продолжая в том же духе...

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0; 1+x; x+x^2$$

Продолжая в том же духе...

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} =$$

$$= \{0; 1+x; x+x^2\}.$$

Продолжая в том же духе...

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0; 1+x; x+x^2\}.$$

$$\overline{\mathbf{A}} = \{ \hspace{15em} \}$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0; 1+x; x+x^2\}.$$

$$\overline{\mathbf{A}} = \{1;$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0; 1+x; x+x^2\}.$$

$$\overline{\mathbf{A}} = \{1; x; \quad \quad \quad \}$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0; 1+x; x+x^2\}.$$

$$\overline{\mathbf{A}} = \{1; x; x^2; \quad \quad \quad \}$$

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} =$$

$$= \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right. \right\} =$$

$$= \{0; 1+x; x+x^2\}.$$

$$\overline{\mathbf{A}} = \{1; x; x^2; \quad \quad \quad \}$$

Продолжая в том же духе...

Задача 41. Пусть $\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\}$. Найдите дополнение ко множеству $\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \mathbf{Y}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\}$.

Ответ.

$$\mathbf{Y} = \left\{ \alpha + \beta x + \gamma x^2 \mid \{\alpha, \beta, \gamma\} \subseteq \{0; 1\} \right\} = \\ = \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}.$$

$$\mathbf{A} = \left\{ p(x) \mid \left\{ \begin{array}{l} p(x) \in \{0; 1; x; 1+x; x^2; 1+x^2; x+x^2; 1+x+x^2\}, \\ p(-1) = 0 \end{array} \right\} \right\} = \\ = \{0; 1+x; x+x^2\}.$$

$$\overline{\mathbf{A}} = \{1; x; x^2; 1+x^2; 1+x+x^2\}$$

Продолжая в том же духе...

Решение задачи 42.

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0			2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0		2
1			0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Можно было иначе:

$$0 = 1 \star 2 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Можно было иначе:

$$0 = 1 \star 2 = 1 \star (0 \star 2) =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Можно было иначе:

$$0 = 1 \star 2 = 1 \star (0 \star 2) = (1 \star 0) \star 2 \Rightarrow$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

Можно было иначе:

$$0 = 1 \star 2 = 1 \star (0 \star 2) = (1 \star 0) \star 2 \Rightarrow 1 \star 0 = 1,$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) = (1 \star 2) \star 2 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) = (1 \star 2) \star 2 = 0 \star 2 =$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1		0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) = (1 \star 2) \star 2 = 0 \star 2 = 2.$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

$$0 \star 0 = (1 \star 2) \star 0 = 1 \star (2 \star 0) = 1 \star 2 = 0,$$

$$0 \star 1 = 0 \star (2 \star 2) = (0 \star 2) \star 2 = 2 \star 2 = 1,$$

$$1 \star 1 = 1 \star (2 \star 2) = (1 \star 2) \star 2 = 0 \star 2 = 2.$$

Задача 42. На множестве $\{0; 1; 2\}$ определена **коммутативная ассоциативная операция** $\star$, причем $0 \star 2 = 2$, $1 \star 2 = 0$, $2 \star 2 = 1$,

Ответ.

$\star$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

Искомая таблица Кэли получена.

XXII. Ссылки на электронные тесты для обучения и самоконтроля

Решим учебные тесты по теории множеств и элементам математической логики?

Спасибо

за

внимание!

UriiMelnikov58@gmail.com

Вернуться к списку презентаций?



Компьютерная верстка *Ю. Б. Мельников*

Подписано в свет 26.12.2016.

Издательство Уральского государственного экономического университета
620144, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45